

电子科技大学
UNIVERSITY OF ELECTRONIC SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

博士学位论文

DOCTORAL DISSERTATION

(电子科技大学图标)

论文题目 加速寿命试验与无失效数据下的发射装置
可靠性建模与分析方法研究

学科专业 机械工程

学号 201311080102

作者姓名 殷毅超

指导教师 黄洪钟

分类号 _____ 密级 _____

UDC ^{注 1} _____

学 位 论 文

加速寿命试验与无失效数据下的发射装置 可靠性建模与分析方法研究

(题名和副题名)

殷毅超

(作者姓名)

指导教师

黄洪钟

教授

电子科技大学

成都

(姓名、职称、单位名称)

申请学位级别 博士

学科专业 机 械 工 程

提交论文日期 2018.04.27

论文答辩日期 2018.06.06

学位授予单位和日期

电子科技大学

年

月

答辩委员会主席

评阅人

注 1: 注明《国际十进分类法 UDC》的类号。

Reliability Modeling and Analyzing Methods for Launching Device under Accelerated Life Testing and Zero-failure Data

**A Doctoral Dissertation Submitted to
University of Electronic Science and Technology of China**

Discipline: Mechanical Engineering

Author: Yi-Chao Yin

Supervisor: Prof. Hong-Zhong Huang

School: School of Mechanical and Electrical Engineering

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

作者签名：_____ 日期：____年__月__日

论文使用授权

本学位论文作者完全了解电子科技大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权电子科技大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后应遵守此规定）

作者签名：_____ 导师签名：_____

日期：____年__月__日

摘 要

发射装置作为武器装备重要组成部分，肩负着捍卫国家主权，保卫领土完整的重任，其性能、技术和质量水平是一个国家国防工业建设的核心。随着我国科学技术的迅速发展和制造水平的不断提升，越来越多的武器装备体现出高可靠长寿命的特点。然而由于武器装备的研制多以开发新型装备、实现性能指标为目的，在技术水平取得突破之后，质量可靠性工程的相关研究却受到忽视，造成了其快速发展背后的不平衡现象，导致武器装备在全寿命周期的各阶段中出现脱节，严重制约了我国武器装备的水平。此外，现有的加速寿命试验和无失效数据分析技术的应用多以一般的工程机械为对象，对于发射装置这类性能要求极高、工作环境复杂的武器装备，相关的寿命试验和可靠性建模分析方法还非常缺乏。因此，迫切需要针对发射装置的功能结构特点，开展发射装置可靠性评估技术体系的研究。

对发射装置的可靠性建模与寿命评估是可靠性理论在工程实际中的具体应用，是发射装置从前期设计预研到后期投产使用整个寿命阶段不可或缺的重要环节，对其可靠性的提高、使用寿命的延长以及质量的保障提供了重要依据。将加速寿命试验和无失效数据相关理论与发射装置的可靠性评估相结合，以典型的寿命分布模型为基础，根据发射装置及其关键部件的特性有针对性地展开研究，建立对应的可靠性数学分析模型，结合现场寿命试验中采集的相关数据，实现对发射装置的可靠性评估及寿命预测。本论文围绕发射装置及其关键有寿命件在可靠性研究中亟需解决的关键技术与方法，在可靠性建模分析、加速寿命试验、无失效数据处理等方面进行深入研究，主要研究工作包括：

(1) 以发射装置空气涡轮机高速叶轮为研究对象，提出了高速叶轮在小样本加速寿命试验下的可靠性及寿命评估方法。根据设计预研阶段高速叶轮样本数量极少的特点，分析了其寿命分布模型及现有寿命评估方法的局限性，通过历史寿命数据确定其寿命分布参数，结合逆幂率加速模型构建了适用于小样本下高速叶轮的加速寿命试验可靠性评估模型。以某型发射装置的高速叶轮为例，设计并实施加速寿命试验并进行可靠性建模及寿命评估。

(2) 提出了针对加速寿命试验的非参数预测推断方法，并在此基础上引入不精确概率理论对方法进行拓展研究。根据发射装置在试验验证阶段呈现的失效机理复杂、工作环境多变等特点，利用加速寿命试验、非参数方法和不精确概率，构建了适用于复杂工作环境下的可靠性预测模型，重点研究了基于少量基础假设

条件下加速寿命数据的分析问题，提出了基于不精确概率的非参数预测推断方法，解决了传统参数方法中存在的误差问题，为不精确概率理论在发射装置加速寿命试验中的实际应用提供了有力的理论支撑。

(3) 提出了不精确概率的加速寿命试验可靠性生存分析方法，研究了加速寿命试验下不精确概率的量化。针对发射装置控制台电控模块进行加速寿命试验，借助于加速模型中寿命分布关系的研究思路，通过生存分析对数秩检验，构建了加速寿命等效转换上下限估计模型，得到了电控模块可靠度上下限生存函数，解决了加速寿命试验中不同应力水平下建模失真的问题，实现了在加速寿命试验下应用不精确概率的生存分析方法对发射装置电控模块的可靠性分析。

(4) 提出了适用于无失效数据下指数型数据和成败型数据的 E-Bayes 估计可靠性分析方法。针对发射装置在生产使用阶段无失效数据的特点，对于装置的电控系统寿命数据，结合无失效数据的指数分布寿命模型，对其失效率进行 E-Bayes 估计；对于发射装置整体的现场试验数据，提出环境因子的无失效数据融合方法，构建了正常应力水平下无失效数据的 E-Bayes 可靠性评估模型。针对不同的现场试验情况，改进了 E-Bayes 估计方法，建立了发射装置无失效数据的可靠性评估模型，解决了缺乏失效信息的情况下进行可靠性建模的问题，对原有方法在实际应用中超参数的取值提供了参考，完善了可靠性分析及寿命评估方法体系，实现了发射装置的可靠性评定。

关键词：发射装置，加速寿命试验，不精确概率，无失效数据，可靠性分析

ABSTRACT

As a crucial component of weaponry, launching device plays an important role in defending national sovereignty and safeguarding territorial integrity, its performance, technology and quality have already been the key problem in national defense industry construction. With the rapid development of science and technology and the continuous improvement of manufacturing in our country, the reliability of weaponry tends to be much higher and the lifetime tend to be extremely longer than ever. However, researches for weaponry mainly focus on developing new type weapon equipment and enhancing its working performance, little attention has been paid to the related quality and reliability engineering. This phenomenon has created a great imbalance in weapon development and led to some disconnections between each phase in whole life cycle of weaponry, which seriously restrict the construction level of weapons and equipment. Furthermore, the application of accelerated life testing(ALT) and zero-failure data analyzing is usually for general engineering machinery, which is not suitable for launching device with high reliability in harsh working conditions. Therefore, carrying out the researches on the reliability evaluation and life estimation for launching device is an urgent need at present.

The reliability modeling and life estimation for launching device are the specific applications of reliability theory in engineering practice, which is also an indispensable part from design and pre-research to production and service phase in launching device whole life cycle. It provides important bases for the improvement of reliability, the extension of lifetime and the guarantee of quality. Using accelerated life testing and zero-failure data analyzing theory in reliability assessment for launching device, we start from typical life distribution models, combined with the characteristics of the launching device and its key components, establish the corresponding reliability and lifetime mathematical model. Collecting the relevant field testing data then complete the reliability evaluation and life prediction for the launching device. This thesis devotes to the researches on reliability modeling and assessment, accelerated life testing and zero-failure data analyzing for launching device and its key components, the main research contributions are summarized as follows.

(1) Development of a small sample ALT reliability and lifetime assessment method

for the high speed impeller of air turbine in launching device. In the design and pre-research phase, the samples of high speed impeller are usually very small, general evaluation methods are not suitable for lifetime prediction for this case. Build a life distribution model and collect the historical sample data to obtain the model parameters. By introducing the inverse power law into the model, a reliability assessment model is proposed for the high speed impeller with small sample in ALT. Based on this model, design and implement an ALT for the high speed impeller of a certain launching device and complete reliability model analysis and lifetime evaluation.

(2) Development of a nonparametric predictive inference(NPI) method for ALT and extend the research with imprecise probability theory. During the testing phase launching device is under a varied environment, which lead to complicated failure mechanisms in reliability analyzing. In this case, nonparametric method and imprecise probability theory are combined for reliability modeling in ALT. In the presented imprecise NPI method, only a few basic assumptions are used for ALT data analyzing, which make the model works well in different cases. The imprecise probability theory enhances the robustness of the model, compared to general parametric analyzing method, imprecise NPI is more capable of dealing with data errors, which provides a strong theoretical support for the application of imprecise probability in reliability.

(3) Development of an imprecise survival analysis method for reliability and discuss the quantification of imprecise probability for ALT. Using accelerated link functions for life distributions and the log-rank test in survival analysis, this thesis presents lower and upper survival functions with a equivalent transforming model of ALT data for the electronic control module of launching device. The presented survival analyzing method solves the problem of modeling misspecification for different stress levels in ALT and illustrates the feasibility of applying survival analyzing method with imprecise probability for launching device.

(4) Development of an E-Bayesian estimated method using zero-failure data for reliability analysis wrt exponential and success-failure type data. According to the zero-failure situation in the production and service phase of launching device, different models are used corresponding to exponential or success-failure field data. For lifetime data of electronic control system of launching device, exponential life distribution model with zero-failure data is included to obtain the failure rate using E-Bayesian estimation. For success-failure type data in the field tests for launching device, environmental factor

is introduced for data fusion in zero-failure case and on that basis E-Bayesian estimation with zero-failure is proposed for success-failure type data at normal stress level. According to different field testing conditions, E-Bayesian method is improved for different data types, reliability assessment model with zero-failure data is built for launching device. This research offers a solution to the problem for the absence of failure information in reliability modeling and provides some information for determining the value of model hyper parameters in practical application, which improves the reliability analysis and lifetime evaluation method and realizes the reliability assessment for launching device.

Keywords: launching device, accelerated life testing, zero-failure data, imprecise probability, reliability analysis

目 录

第一章 绪论	1
1.1 课题来源、研究背景及意义	1
1.1.1 课题来源	1
1.1.2 研究背景及意义	1
1.2 研究现状	4
1.2.1 可靠性与加速寿命试验	4
1.2.2 不精确概率理论在可靠性中的应用	7
1.2.3 生存分析在可靠性中的应用	9
1.2.4 无失效数据的可靠性分析	11
1.2.5 综述总结与问题提出	12
1.3 论文研究内容及结构安排	14
1.3.1 主要研究内容	14
1.3.2 论文的结构安排	15
第二章 基于加速寿命试验的高速叶轮可靠性建模与寿命评估	16
2.1 引言	16
2.2 加速寿命试验逆幂率模型	16
2.2.1 加速寿命试验模型分类	16
2.2.2 逆幂率模型	18
2.3 威布尔分布的加速寿命试验模型	19
2.3.1 可靠度和失效率	19
2.3.2 威布尔分布模型	20
2.4 高速叶轮的加速寿命试验	23
2.4.1 加速寿命试验的类型	23
2.4.2 高加速寿命试验	25
2.4.3 高速叶轮的寿命评估方法	26
2.5 算例分析	28
2.6 小结	31
第三章 基于不精确概率的加速寿命试验非参数预测推断方法	33
3.1 引言	33
3.2 模型假设	33

3.3 非参数预测推断方法	35
3.3.1 $A(n)$ 假设	35
3.3.2 非参数预测推断方法	36
3.4 非参数预测推断方法在可靠性中的应用	37
3.4.1 右删失数据的非参数预测推断方法	37
3.4.2 生存函数的非参数预测推断方法	38
3.4.3 比较两组数据的非参数预测推断方法	41
3.5 加速寿命模型的非参数预测推断方法	42
3.5.1 加速寿命试验的逆幂-威布尔模型	42
3.5.2 模型参数的不精确性	46
3.6 算例分析	48
3.6.1 模拟分析	48
3.6.2 模型错误设定分析	56
3.6.3 实例分析	59
3.7 小结	61
第四章 基于对数秩检验电控模块加速寿命试验可靠性生存分析	62
4.1 引言	62
4.2 生存分析与可靠性	62
4.2.1 生存分析在可靠性中的应用	62
4.2.2 观测数据的类型	64
4.2.3 生存函数	65
4.3 比较生存函数的非参数方法	70
4.3.1 比较两个生存函数的统计检验方法	70
4.3.2 非参数预测推断方法的对数秩检验	77
4.4 算例分析	82
4.4.1 模拟分析	82
4.4.2 实例分析	86
4.5 小结	88
第五章 基于无失效数据 E-BAYES 估计方法的发射装置可靠性分析	89
5.1 引言	89
5.2 指数分布的 E-Bayes 估计	90
5.2.1 失效率服从指数分布的 E-Bayes 估计	90
5.2.2 无失效数据的假设	90

5.2.3 指数分布无失效数据的 E-Bayes 模型	91
5.2.4 算例分析	94
5.3 二项分布的 E-Bayes 估计	99
5.3.1 成败型无失效数据的等效失效理论	99
5.3.2 环境因子的数据融合	100
5.3.3 成败型数据可靠性的 E-Bayes 估计	101
5.3.4 算例分析	103
5.4 小结	106
第六章 总结与展望	107
6.1 全文总结	107
6.2 后续工作展望	108
致 谢	110
参考文献	111
在学期间参与的项目研究	122
攻读博士学位期间取得的成果	122

图目录

图 2-1 加速寿命试验模型分类.....	17
图 2-2 加速寿命试验逆幂率模型示意图.....	18
图 2-3 形状参数对威布尔分布概率密度函数形状的影响.....	21
图 2-4 恒定应力加速寿命试验示意图.....	24
图 2-5 步进应力加速寿命试验示意图.....	24
图 2-6 序进应力加速寿命试验示意图.....	24
图 2-7 高加速寿命试验极限和裕度关系.....	25
图 2-8 高速叶轮寿命评估方法步骤示意图.....	26
图 2-9 高速旋转试验台.....	29
图 2-10 高速叶轮尺寸测量部位图.....	29
图 3-1 加速寿命模型的非参数预测推断方法步骤示意图.....	43
图 3-2 逆幂-威布尔模型的数据转换示意图.....	46
图 3-3 非参数预测推断上下限生存函数 ($\hat{p}=15.09927$).....	46
图 3-4 区间 $[p, \bar{p}]$ 非参数预测推断上下限生存函数.....	48
图 3-5 一次模拟过程示意图.....	49
图 3-6 未来观测值分布直方图 ($n=10$).....	50
图 3-7 10000 次模拟中连接参数估计值 $\hat{p}$ 的频率直方图.....	51
图 3-8 未来观测值分布直方图 ($n=10, \beta=3$).....	51
图 3-9 未来观测值分布直方图 ($n=10, \beta=3, \alpha=1500$).....	52
图 3-10 不同样本量 n 下未来观测值分布直方图.....	53
图 3-11 不同连接参数 p 下未来观测值分布直方图.....	53
图 3-12 不同 p 区间下未来观测值分布直方图.....	54
图 3-13 不同样本量 n 下未来观测值大于各四分位数的比例.....	55
图 3-14 指数分布偏差下模型鲁棒性.....	57
图 3-15 正态分布偏差下模型鲁棒性.....	58
图 3-16 均匀分布偏差下模型鲁棒性.....	59
图 3-17 非参数预测推断上下限生存函数 ($\hat{p}=0.9588$).....	61
图 4-1 试验样本中的左删失和右删失数据.....	64
图 4-2 不同生存曲线的比较.....	66
图 4-3 不同密度曲线的比较.....	67

图 4-4 不同的风险函数曲线.....	69
图 4-5 接受区间 $[p, \bar{p}]$ 对应的上下限生存函数.....	79
图 4-6 非删失数据组的上下限生存函数.....	81
图 4-7 显著性水平 $\tilde{\alpha} = 0.05$ 的上下限生存函数。.....	82
图 4-8 显著性水平 $\tilde{\alpha} = 0.05$ 下的模型鲁棒性.....	84
图 4-9 错误数据组 1 的上下限生存函数.....	86
图 4-10 不同应力水平下电控模块的上下限生存函数（ $\tilde{\alpha} = 0.1$ ）.....	87
图 4-11 电控模块的可靠度函数.....	88
图 5-1 $\hat{\lambda}_{EB}$ 、 $\hat{\lambda}_{EB-G}$ 和 $\hat{\lambda}_{HB}$ 计算结果对比.....	95
图 5-2 $\hat{R}_{EB}(t)$ 、 $\hat{R}_{EB-G}(t)$ 和 $\hat{R}_{HB}(t)$ 计算结果对比.....	96
图 5-3 电控系统的失效率 $\hat{\lambda}_{EB}$ 、 $\hat{\lambda}_{EB-G}$ 和 $\hat{\lambda}_{HB}$ 对比.....	97
图 5-4 不同 c 值下的电控系统可靠度 $\hat{R}_{EB}(t)$	98

表目录

表 2-1 可靠性指标之间的关系.....	20
表 2-2 高速叶轮寿命循环次数对数表.....	27
表 2-3 t_r 数值表.....	28
表 2-4 试验台工作参数.....	29
表 2-5 高加速寿命试验前后叶轮尺寸变化.....	30
表 2-6 钛合金高速叶轮历史寿命数据表.....	30
表 2-7 高速叶轮形状参数估计值.....	31
表 2-8 高速叶轮寿命循环次数.....	31
表 3-1 某试件在不同电压水平下的失效数据.....	44
表 3-2 逆幂-威布尔模型的参数极大似然估计值.....	44
表 3-3 转换到正常应力水平下的等效失效数据.....	45
表 3-4 模拟算例的逆幂-威布尔模型设置.....	48
表 3-5 三种指数分布随机干扰信息设置.....	57
表 3-6 三种正态分布随机干扰信息设置.....	58
表 3-7 三种均匀分布随机干扰信息设置.....	58
表 3-8 电子器件的失效数据.....	60
表 3-9 电子器件在 V_0 的等效失效数据.....	60
表 4-1 对数秩检验计算表.....	72
表 4-2 对数秩检验预期失效样本数计算表.....	75
表 4-3 P 值的意义.....	77
表 4-4 加速试验数据.....	77
表 4-5 对数秩检验接受 H_0 对应的连接参数区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$	78
表 4-6 $V_2 V_1 V_0$ 上限生存函数对应转换数据.....	79
表 4-7 $V_2 V_1 V_0$ 下限生存函数对应转换数据.....	80
表 4-8 威布尔分布模拟数据 ($\alpha=1500, p=10, \beta=1$).....	82
表 4-9 威布尔分布模拟数据 ($\alpha=1500, p=10, \beta=1.5$).....	83
表 4-10 威布尔分布模拟数据 ($\alpha=1500, p=10, \beta=3$).....	83
表 4-11 不同模拟设置的连接参数接受区间.....	83
表 4-12 错误数据组 1.....	85
表 4-13 错误数据组 2.....	85

表 4-14 错误设定的连接参数接受区间 ($\tilde{\alpha} = 0.05$)	86
表 4-15 电控模块的加速寿命试验数据	86
表 4-16 电控模块的连接参数接受区间	87
表 5-1 某装置寿命试验无失效数据	94
表 5-2 某装置的失效率 Bayes 估计值	94
表 5-3 某装置的可靠度 Bayes 估计值 ($t = 1000s$)	95
表 5-4 电控系统可靠性试验通电时间统计	96
表 5-5 电控系统总通电时长无失效数据	97
表 5-6 电控系统的失效率 Bayes 估计值	97
表 5-7 电控系统的可靠度 Bayes 估计值 ($t = 100h$)	98
表 5-8 发射装置水放发射和假弹发射试验数据	104
表 5-9 发射装置的等效失效数	104
表 5-10 环境因子的数据融合表	104
表 5-11 发射装置在无失效数据下的可靠度 E-Bayes 估计	105
表 5-12 环境因子融合方法和经验方法对比	106

主要符号及缩略语

V	应力水平
ξ	寿命特征
$R(\cdot)$	可靠度函数
$f(\cdot)$	概率密度函数
$F(\cdot)$	累积分布函数
$\lambda(\cdot)$	失效率函数
$\bar{x}$	样本平均值
s	样本标准差
α	威布尔分布尺度参数
β	威布尔分布形状参数
γ	置信水平
V_w	工作极限
V_m	破坏极限
p	逆幂率模型连接参数
$S(\cdot)$	生存函数
$[\underline{p}, \bar{p}]$	上下限连接参数
$[\underline{S}(X), \bar{S}(X)]$	上下限生存函数
qU	上限四分位数
qL	下限四分位数
$h(\cdot)$	风险函数
$H(\cdot)$	累积风险函数
K	环境因子
ALT	加速寿命试验 (Accelerated Life Testing)
HALT	高加速寿命试验 (Highly Accelerated Life Testing)
NPI	非参数预测推断方法 (Nonparametric Predictive Inference)
P 值	最小显著性水平 (P -value)
ENF	等效失效数 (Equivalent Number of Failures)

第一章 绪论

1.1 课题来源、研究背景及意义

1.1.1 课题来源

本文以某雷弹发射装置为研究对象，对加速寿命试验与无失效数据下的零部件和系统可靠性建模与分析方法进行研究，得到了以下项目的支持：

（1）国家自然科学基金项目：基于混合不确定性信息处理的复杂分层系统健康评估（项目编号：U1330130）。

（2）中国人民解放军原总装备部十二五预研项目：XX 发射装置的使用寿命验证技术研究（项目编号：2014008289）。

（3）中国航天科技集团公司第七研究院项目：XX 导弹系统关键零部件的可靠性指标评估（项目编号：DZKD2015086）。

1.1.2 研究背景及意义

习近平总书记在党的十九大报告中指出：“加强应用基础研究，拓展实施国家重大科技项目，突出关键共性技术、前沿引领技术、现代工程技术、颠覆性技术创新，为建设科技强国、质量强国、航天强国、网络强国、交通强国、数字中国、智慧社会提供有力支撑。”作为国防工业的核心组成部分，武器装备与部队的整体战斗力息息相关，对祖国的安定繁荣有着不可磨灭的贡献，也是实施国家重大科技项目的重要领域。将与“质量强国”紧密相关的可靠性工程应用于武器装备系统，能够保证其在各种条件下顺利完成既定任务，对发展国防事业有着深远影响。

随着我国现代化水平的不断提高，武器装备向复杂化和信息化发展，使得装备的成本也随之升高，试验的难度也随之增大。在这样的条件下，为武器装备全寿命周期的各个阶段的决策提供重要依据的可靠性试验与评定工作就显得尤为重要。在正常工作环境下采集到的现场数据往往是无失效的小样本数据，传统的大样本的试验分析方法已受到局限，因此适用于高可靠性、高成本装备的加速寿命试验方法和小样本无失效理论得到迅速发展^[1, 2]。总体来说，我国的武器装备系统正向信息化、智能化、综合化、自动化和仿真化五个方面发展^[3]，但装备的研制多以开发新型装备、实现性能指标为目的，对可靠性考虑较少。此外，由于各式各样的武器装备大小不同，泛用的可靠性分析方法针对某一特定种类的武器装备可能无法适用，再加上武器装备往往工作环境恶劣，组成结构复杂，失效机理多样，

这就对当下的武器装备可靠性工程提出了更高的要求。

以鱼雷发射装置为例,从 19 世纪 70 年代爱尔兰人 John Holland 研制了世界上第一艘可以实战的潜艇以来,作为潜艇的重要武器系统的鱼雷发射装置随着下潜深度的增加、自持力和续航力的提高而不断改进。海军强国如英、美、法与前苏联为探索和寻求新技术来解决鱼雷发射装置的水下最大发射深度的技术难题,投入了巨大的人力和物力。而最早关于鱼雷发射装置的可靠性、维修性等问题可以追溯到 1865 年俄国潜艇装备的木制圆筒形栅状发射管。这种栅状管因为没有发射动力系统,所以构造简单,使用方便,但由于发射管中的鱼雷长时间被海水浸泡,没有办法及时保养和维修,实际使用起来非常受限。而后鱼雷发射系统得到进一步的发展,从二战时期普遍采用的气动不平衡式鱼雷发射装置到水压平衡式,再到 50 年代的气动冲压式和现在我国广泛装备的空气涡轮泵式,鱼雷发射装置已经可以满足发射各型鱼雷、水雷的要求,其性能与可靠性也有了极大的提高^[4]。作为重要的武器发射平台,鱼雷发射装置性能直接关系到武器系统的整体效能,其使用寿命和可靠性是发射装置设计中主要技术指标之一。在发射过程中,一旦发生失效将会导致整个发射系统失效,这对整个发射系统甚至操作人员的安全造成严重的威胁,因此对发射装置的可靠性要求远超过对一般机械产品的可靠性要求。某型鱼雷发射装置主要由发射气瓶、程控发射阀、空气涡轮机、减速器、混流泵、发射管、电控模块等组件构成。在此发射装置中,核心组件为空气涡轮机。在高压空气的作用下空气涡轮机高速旋转,使吸入的海水迅速增压并注入至发射管,从而推动鱼雷安全出管。由于鱼雷发射过程极短,在整个过程中,空气涡轮机一直处于非常迅速的变工况工作状态,高速叶轮必须要有极高的可靠性才能完成这项工作。当叶轮转速超过了额定转速后,高速叶轮的叶片根部通常会发生塑性形变,而其他部分所承受的应力较小,高速叶轮有可能并不会失效,但由于发生了不可恢复的塑性形变,下次超速运转时高速叶轮的损伤会不断累积,最终可能会导致叶片与内壁发生干涉,埋下重大安全隐患^[5]。因此正确预测和评估发射装置的可靠性,使其能够在避免意外事故和灾害的同时最大限度地发挥出工作效率,是一项非常重要和紧迫的科研课题,对于我国建设科技强国、质量强国有着重大的现实意义。

与普通的机械设备相比,发射装置这样的武器装备具有组成结构复杂、技术含量高、制造成本昂贵、工作条件恶劣、性能要求高等特点。此外,由于工作环境和任务目的的多样性,发射装置往往要满足不同任务状态下的要求。在此种情况下,对其进行可靠性分析就显得十分必要。武器装备系统可靠性建模的步骤如下^[2]:

- (1) 按照一定单元将武器装备系统进行分解;
- (2) 根据对应单元的典型功能或者故障模式构建可靠性框架;
- (3) 建立符合武器装备系统的可靠性工程模型。

根据发射装置服役的实际情况, 将其按照系统关键有寿件进行分解, 再通过关键有寿件对应的失效模式和寿命分布建立可靠性寿命预测模型, 从关键零部件过渡到对发射系统整体进行可靠性评估。通过有效的可靠性设计及相关试验, 预计发射装置的关键有寿件及整体的可靠度, 目的是准确地评定装置可靠性和使用寿命, 使许多使用中可能出现的问题在投入部队服役前得到暴露和解决, 从而制定科学合理的维修决策, 以节省维修费用, 并保障战备的完好和任务的成功。因此, 开展对发射装置的可靠性及使用寿命验证的研究工作具有极强的应用背景, 特别是针对其有寿件开展基于加速寿命试验及无失效数据下的可靠性研究显得尤为必要。

在发射装置研制阶段, 仅通过调试试验、系泊试验、航行试验等现场使用数据, 往往无法对其使用寿命进行充分验证。因此, 通过开展加速寿命试验, 缩短试验时间, 提高发射装置使用寿命验证水平。结合发射装置的 FTA、FMEA 分析, 选定对发射装置性能影响较大的典型有寿件为研究对象, 如空气轮机的高速叶轮、发射控制台电控模块等零部件, 对上述典型有寿件开展加速寿命试验, 深入研究基于加速试验的发射装置有寿件使用寿命验证方法, 并对试验结果进行分析, 完善使用寿命验证理论与方法。

本文将发射装置整体及关键有寿件空气轮机的高速叶轮、发射控制台电控模块、总体电控系统等为主要研究对象, 用加速寿命试验相关理论方法对其进行可靠性分析和寿命研究, 根据发射装置的模拟试验及现场试验数据, 结合适用于高速叶轮和电控模块等部件的加速寿命模型和相应的寿命分布特性, 从概率统计的角度建立可靠性及寿命评估模型。同时考虑发射装置及其重要部件在正常应力水平下无失效数据的特点开展寿命试验, 依据 Bayes 理论建立发射装置总体系统在正常工作状态下的使用寿命及可靠性模型, 并结合现场无失效数据对其进行分析。整体的研究工作从加速应力水平下的等效分析和正常应力水平下的无失效数据分析两个方面对发射装置的重要有寿件及整体系统进行可靠性评定及寿命预计, 满足了发射装置高可靠性、高成本特征可靠性评估及寿命预测要求, 对实现发射装置的安全可靠运行, 保障武器装备顺利完成任务, 增强我国在航海武器领域的核心竞争能力, 具有非常重要的战略意义。

1.2 研究现状

1.2.1 可靠性与加速寿命试验

可靠性是指产品在规定的条件下、规定的时间内完成规定的功能的能力。为了及时发现产品设计缺陷，评估产品可靠性是否符合设计要求，并对产品的维修成本等进行评估，往往需要进行一系列的试验，这些试验统称为可靠性试验。通过可靠性试验，可以获得产品的可靠度、故障率、平均故障间隔时间等可靠性指标。

寿命试验是指为了测定产品在规定条件下的寿命所进行的试验^[6]。对于一些随着使用时间或者贮存时间推移功能会有损耗的产品，为了验证其在规定条件下的寿命特性，包括使用寿命和贮存寿命，可以对零部件或整机设备进行寿命试验，获得产品寿命指标，验证其可靠性。因而寿命试验也属于可靠性试验，通过寿命试验，可以发现产品或零部件出现故障和损耗的原因，并以问题为导向，寻求解决措施，不断提高产品的寿命，从而提升产品的可靠性。

产品的可靠性通常用平均故障间隔时间和故障率等参数来度量。耐久性通常用首次大修期限、可靠寿命、大修间隔期和总寿命等参数来度量。估算产品寿命必须以所确定的产品损耗特性为依据，可以通过使用中的损耗故障数据来评估寿命，也可以用寿命试验来评估。

20 世纪 50 年代初，为评估军工产品的可靠性，可靠性与寿命试验技术逐渐得到应用。到目前为止，可靠性与寿命试验技术的应用范围已扩展到武器装备、机械电子、航空航天等领域。根据施加应力的不同，可靠性与寿命试验分为传统的模拟试验和激发试验。用实验条件模拟产品在实际使用过程中的外部条件的试验称为模拟试验，正常应力寿命试验、可靠性鉴定试验、可靠性验收试验和可靠性增长试验等都属于模拟试验。激发试验是指人为采用比正常应力水平更高的加速应力水平条件，使产品将内部缺陷尽可能发展成故障并暴露出来，分析并提高产品可靠性寿命的试验方法，主要包括加速寿命试验（Accelerated Life Testing）、加速退化试验（Accelerated Degradation Testing）、高加速应力筛选（Highly Accelerated Stress Screening）^[6]。在实际应用中，突发型或退化型失效是产品最常见的失效模型，所以针对突发型失效模式（产品失效时间）^[7]的加速寿命试验和退化型失效模式（产品性能退化数据）^[8]的加速退化试验的应用比较广泛。

国外关于加速寿命试验的研究最早可以追溯到 60 年前 Levenbach 发表的论文《电容器的加速寿命试验》^[9]。1967 年美国罗姆航空发展中心首次给出了加速寿命试验的确切定义^[10]：加速寿命试验是在进行合理工程及统计假设的基础上，利

用与物理失效规律相关的统计模型，对超出正常应力水平的加速环境下获得的寿命与可靠性信息进行转换，得到产品在正常应力水平下寿命与可靠性特征的可复现的数值估计的一种试验方法。

半个世纪以来，加速寿命试验技术的理论研究得到快速发展，在加速模型、统计分析方法和优化设计技术等方面的研究成果中不乏专著，这对加速寿命试验的工程应用意义重大。

（1）加速模型

加速模型描述的是寿命与应力水平之间的关系。通过选择合适的加速模型，可以根据加速应力情况下产品的寿命特性来评估正常应力水平下的寿命特性，这也是加速寿命试验的基本思想^[11]。根据对产品施加应力种类的多少，一般可以将加速模型分为单应力加速模型和多应力加速模型，其中单应力加速模型应用比较广泛。阿伦尼斯（Arrhenius）模型的加速应力是温度，适用于高温导致电子元器件、对温度敏感的材料等失效的情况，其寿命特征的对数是温度倒数的线性函数。逆幂率（Inverse Power Law）模型的加速应力是电应力，如电压、电流等，适用于加速电应力引起产品失效的情形，其寿命特征是应力的负次幂函数。阿伦尼斯模型和逆幂率模型在工程应用中采用比较多。其他加速模型如单应力艾林（Eyring）模型描述的产品寿命特性与绝对温度有关，广义艾林模型的加速应力包括温度和电压，Peck 模型描述了温度和湿度与产品寿命的关系。

（2）统计分析方法

通过对加速寿命试验中施加的应力和得到的试验数据进行统计分析，可以得出产品的寿命特征。20 世纪 60 年代起，就不断有学者致力于加速寿命试验统计分析方法的研究。针对恒定应力加速寿命试验，Nelson^[7]研究了试验模型以及图分析法、最小二乘法、极大似然估计等统计分析方法，Bugaighis^[12]围绕如何提高统计分析精度的问题开展了相关研究，张志华、茆诗松^[13-16]提出了简单线性无偏估计和非参数统计方法。针对步进应力加速寿命试验，由于对样本数量的要求相比恒定应力加速寿命试验有所降低，试验效率得到提高，因而也得到研究人员的青睐。步进应力加速寿命试验的关键问题是如何从不同加速应力水平共同作用得到的失效数据中得出每个加速应力水平下产品的寿命与可靠性信息。Nelson^[17]针对产品在不同应力水平下试验时间的折算问题，提出了著名的累积损伤原理。该原理对后来针对步进应力的统计分析开展的深入研究具有重要的指导意义，并且取得了较大的进展^[18-22]。Teng 和 Yeo^[23]提出采用最小二乘法分析步进应力加速寿命试验中寿命与应力之间的关系。费鹤良^[24]针对指数分布，研究步进应力加速寿命试验的区间估计；Nelson^[25]对步进应力试验进行了残差分析；Wang^[26]对 CEM 等模

型进行了验证。

（3）优化设计技术

为了在给定的试验条件下（如寿命先验、应力范围、试验代价等）通过加速寿命试验获得产品的寿命特性更准确的估计，就需要对试验方案进行优化设计。优化设计的目标是可靠性指标估计更准确，如果用约束极值问题来描述，这个目标就是可靠性指标估计的方差最小，相应的约束条件就是最大试验代价（如样本数、试验时间等）。

加速寿命试验优化设计的理论研究始于 20 世纪 60 年代，目前国内外大部分研究都是针对只施加一种加速应力的恒定应力加速寿命试验，基于方差分析模型和大样本回归模型进行试验方案的设计^[27-30]，并且在工程应用中广泛采用。针对步进应力加速寿命试验，起初只是对简单步进应力试验进行优化设计，随着研究的深入和工程应用的需求，优化设计也逐渐考虑到应力水平数设置、寿命分布、截尾形式等方面^[23, 31-34]。针对序进应力加速寿命试验，由于其试验效率相较其他两类试验最高，相应的数据统计分析方法也就更加复杂，对这类试验方案进行优化设计主要关注应力随时间线性增加的梯度试验^[35]。采用上述约束极值的方法进行试验方案优化设计非常实用，但这类方法也存在诸如推理过程复杂、最优解可能不存在等问题。汪亚顺、张春华等提出基于 Monte Carlo 仿真的恒定^[34, 36]、升降^[37]应力加速寿命试验优化设计方法，为加速寿命试验的优化设计研究提供了一种全新的思路。

随着加速寿命试验技术理论研究的日趋成熟，其工程应用也越来越广泛，民用产品如通信、电子、能源、汽车等，军用产品如导弹、武器、飞机部件等，其中美国和俄罗斯的工程应用处于领先地位。为预测导弹武器的寿命，美国利用加速老化技术，通过加速寿命试验给出导弹武器 48 个月的使用寿命预报。俄罗斯火炬设计局开发并运用“加速贮存寿命试验”和“加速运输试验”等技术，对防空导弹系统进行可靠性分析。

国内对加速寿命试验技术的应用也在武器装备、机械电子、航空航天等方面有所体现，主要的应用对象包括导弹、弹药、发动机、低压电机、轴承、无线电引信、绝缘材料、继电器、航空输油泵、航空液压泵、航空燃油泵等。随着加速寿命试验方法的逐渐成熟，我国于 1981 年颁布了恒定应力试验的 4 个国家标准(GB 2689.1~4-81)；2004 年颁布了火工品恒定温度应力试验的国军标(GJB 5103-2004)；针对低压电机的可靠性评估，我国也制订了相应的标准 JB/DQ 3205-86。

1.2.2 不精确概率理论在可靠性中的应用

Boole^[38]在 1854 年最先尝试使用不精确概率的概念来协调主观上完全无知和客观上事件发生概率之间的关系。Keynes^[39]在 1921 年指出,在对不确定性进行建模时存在不精确信息,并提出采用区间来表示概率大小。Koopman 在 Keynes 研究的基础上,对区间表征概率的方法进行了进一步整合^[40-42]。直到 1991 年, Walley^[43]第一次正式提出了“不精确概率”这一概念术语,对不确定性、随机性和不精确性三者之间进行了明确定义,描述了三者之间的关联关系。Weichselberger^[44]使用“区间概率”表示不精确概率。事实上,二者意思相同,不精确概率理论就是概率理论与区间理论的结合。此后,不精确概率理论的框架体系逐渐建立起来,并随着研究的深入逐渐成熟。Walley^[45]举例说明常用的不确定性和部分未知的数学模型不足以用于描述一些常见的不确定性情况,提出了两种不确定模型,为不精确概率的统一理论提供了合适的数学基础。Kozine 和 Utkin^[46]通过将部分已知的概率分布函数扩展到连续样本空间的任一点,为一组可信或不可信概率分布构建不精确的概率分布置信区间,计算随机连续变量的较低和较高期望值,构建不精确的概率分布。Miranda^[47]总结了 Walley 关于一致性预测的理论,探讨了一致性概念与区间概率、证据理论和博弈论方法之间的关系,指出不精确概率理论相对于这些理论更为一般化。Utkin 和 Kozine^[48]提出一种基于不精确 Bayes 方法的 Gamma 指数模型,从有限样本中获取随机变量的概率分布族,该模型的主要特征是先验信息可以通过由一个上下概率来定义的概率分布族来表示,而不再需要一个具体的先验分布。

在不精确概率理论的应用方面, Coolen^[49]首先将其应用于可靠性分析,随后逐渐应用到系统可靠性和结构可靠性等领域,主要表现在系统可靠性分析、寿命预测、人的可靠性和风险分析等方面^[50,51]。

在系统可靠性分析方面,不精确概率理论的研究取得了一定的成果。Utkin^[52]提出冷储备系统的不精确可靠性模型,研究了独立条件对系统可靠性的影响。锁斌等^[53,54]基于证据理论,针对系统中单元的失效概率为不精确概率,建立了复杂系统的可靠性模型(如并联、串联、k-out-of-n 等),利用信任函数和似然函数,通过对单元的失效性进行分析,根据复杂系统特性,将单元失效的不确定性传递到系统,从而得出系统失效概率和可靠度的概率分布的上下界,对系统的可靠性进行分析。自然扩张模型^[43]是在进行不精确可靠性分析时常用的模型,即通过一定的约束条件,在可行范围内计算可靠性指标值的上下限。Utkin 等基于自然扩张模型,对不精确系统可靠性进行建模分析,并在此基础上做了大量的研究^[55-58]。刘征^[51]基于自然扩张模型,借助 Copula 函数,提出一种改进的不精确结构可靠性模

型，并应用到重型数控机床铣轴的可靠性建模分析中。

在可靠性评估和系统寿命预测方面，不精确概率理论也在逐步得到应用。Zhang 等^[59]针对钢结构腐蚀过程的内在不确定性，基于不精确概率和 Copula 理论，提出了一个概率分析框架，对具有不完全信息的钢结构受大气腐蚀情况进行建模。Muscolino 与 Sofi^[60]采用不精确概率密度函数（PDF）来描述具有随机轴向的刚度结构分析，根据经典概率分析方法与改进区间分析相结合的有效方法，该方法采用了额外的单位区间和有理级数展开，通过与经典的蒙特卡罗模拟和组合过程相结合得到的结果进行适当的比较，验证了所提出的响应统计界限的正确性。

Walley^[43]认为先验分布是一个分布族，先验信息由该分布族中的概率分布组合在一起来表示。基于分布族的概念，不精确概率理论在可靠性应用上也取得了一定的成果。Coolen^[49]基于不精确先验分布的思想，通过对伯努利试验中试验数量与计算结果精度的关系进行分析，引入超参数建立了不精确 Bayes 模型。该模型中，后验分布精度可以根据试验数量进行调整。Biswal^[61]针对仅在先验分布与测量中存在不精确性、仅在有限元模型参数与测量中存在不精确性和在先验分布、有限元模型参数与测量中均存在不精确性三种不同的情形，对有限元模型参数的不精确性进行了改进，并在此基础上，对钢筋混凝土梁和预应力混凝土梁的可靠性进行了验证。齐先军等^[62]采用不精确概率理论中的 Gamma 指数模型^[48]，通过构造无故障工作时间和故障修复时间的概率分布族，利用分布族的上下界得到电力系统元件稳态可用度的区间范围，并分析了参数 s 对稳态可用度区间值收敛速度的影响。分布族的概念在寿命预测中也有应用，Utkin 和 Gurov^[63]提出寿命分布族的概念，建立了基于寿命分布族的自然扩展模型。

另一部分对不精确概率理论的研究和在可靠性评估方面的应用主要基于不精确 Dirichlet 模型（Imprecise Dirichlet model, IDM）。针对结果服从多项分布的事件，Walley^[64]在 1996 年提出了不精确 Dirichlet 模型。在该模型中，先验分布和后验分布均为 Dirichlet 函数，其参数大小直接影响后验概率区间的精度。Bernard^[65]对比了不精确 Dirichlet 模型与其他类似的模型，讨论不精确 Dirichlet 模型参数的选取，为该模型的工程应用提供了方法途径。刁浩然等^[66,67]利用不精确 Dirichlet 模型和信度网络模型，在设备线路样本缺乏条件下，利用影响停运概率的运行工况和运行状态信息，计算信度网络节点的不精确条件概率，从而得出给定运行条件下电力设备停运概率的区间范围。Coolen^[68]旨在不使用除了已通过试验获得的数据外的其他任何信息，将先验分布为 Dirichlet 函数的不精确 Dirichlet 模型应用到右截尾试验数据的处理上。Quaeghebeur 和 Cooman^[69]针对符合指数分数的样本模型，基于不精确的 Dirichlet 模型的思想，建立了不精确 Bayes 推理模型。

此外,不精确概率理论在软件可靠性、人的可靠性等方面也有应用,并已被应用到风险分析中。Cai 等^[70]、Utkin 等^[71]针对软件概率可靠性增长模型的不足,对不精确软件可靠性进行建模分析。Ekenberg 等^[72]、Ferson 等^[73]、Utkin^[74]针对不完全信息的情况,利用不精确概率理论进行系统风险分析。

1.2.3 生存分析在可靠性中的应用

由于科学技术的进步,产品和元器件的可靠性越来越高,一定时间内的可靠性试验中经常出现小样本问题 and 无失效数据等。此外,试验过程中观测对象进入或退出观察时间的细微差异,也可能会导致出现删失和截尾的问题^[75]。故而对产品可靠性的研究需要拓宽思路,打破常规,考虑借鉴其他学科的经验。

生存分析是利用统计学的理论方法,分析特定事件发生时间的规律,在生物学和医学领域应用广泛。北京大学的陈家鼎^[76]、王启华^[77],斯坦福大学的黎子良和复旦大学的郑祖康^[78]等先后针对生存分析开展了深入的研究并形成专著。产品的可靠性在一定程度上也是一种与时间相关的特性,因此生存分析在可靠性中也有应用。生存分析的研究主要分为参数生存分析、非参数生存分析和半参数生存分析三个方向。

参数生存分析是指通过假设分析数据的寿命分布类型建立参数模型,再用采集样本构造统计量对总体参数进行估计,包括点估计和区间估计,在可靠性工程中有着广泛应用,典型的有威布尔分布、指数分布、对数正态分布等。点估计常用的方法是极大似然法,主要研究数据不足时的极大似然估计。国外学者 Dempster^[79]和国内学者彭非、王伟^[80]和程从华^[81]从理论上分析了删失情况下的极大似然估计问题。李海波等^[82]采用参数极大似然估计法对火箭发动机试验数据进行可靠性分析。顾伟驷和周文委^[83]针对潜水电泵系统,采用生存分析理论,求出潜水电泵的参数模型并对其可靠性进行估计。刘金梅等^[84]在弹药贮存可靠性评估中,通过对试验数据预处理,采用考虑删失数据的极大似然估计法,对寿命分布参数进行估计。王辉和富宇平^[85]采用概率纸方法^[86],对采集到的航空发动机的寿命数据进行极大似然估计,研究航空发动机部件的可靠性。区间估计是给出参数的估计范围,以及参数在这个范围内相应的概率,常见的是求出可靠性置信下限或者可靠性的区间估计。胡思贵和赵明^[87]在寿命服从指数分布的情形下,针对区间型删失数据,对可靠性最优置信下限进行估计。董岩^[88]对元件服从对数正态分布、开关为成败型的储备系统可靠性的点估计和置信下限进行分析。

非参数生存分析是针对找不到合适的分布来模拟处理现场数据的情况下,通过处理删失数据来估计产品的可靠性,包括针对随机右删失数据下的点估计,针

对左截尾与右删失数据同时存在的特恩伯估计和修正乘积限估计, 针对只知道发生故障或右删失的时间区间的寿命表法等三类^[80]。随机右删失数据下的点估计常用的方法有平均秩序法、残存比率法和 **Kaplan-Meier** 估计法等。于晓红等^[89]、方华元等^[90]和申桂香等^[91]基于平均秩序法, 分别对发动机和导弹部件进行寿命评估。焦育洁^[92]采用残存比率法评估了航空发动机轴承寿命。周海亮等^[93]采用 **Kaplan-Meier** 估计法, 根据水下滑翔机浮力驱动系统的删失数据, 求出系统生存曲线, 分析浮力驱动系统的可靠性。王辉等^[85,94]采用乘积极限法, 根据使用时间数据, 分析飞机发动机部件的可靠性, 并结合实际情况给出维修方案。富宇平^[95]在 **Kaplan-Meier** 乘积极限估计法和核密度估计等生存分析方法的基础上, 提出了一种可靠性、失效密度和失效率三种参数的估计方法, 对航空发动机部件可靠性进行研究。谢勇等^[96]分析了鱼雷贮存期间数据删失的情况下, 利用区间删失数据, 分析对比生存分析中特恩伯估计和最大似然估计得出的可靠性指标, 并用实例说明采用特恩伯估计得到的结果更加合理。刘琴^[97]针对数控机床有替换的定时截尾试验, 采用乘积极限法, 对平均故障间隔时间进行点估计和区间估计, 并进行“弃真”和“授伪”概率的研究。刘天放等^[98]针对导弹贮存可靠性试验中右删失数据进行乘积极限估计, 得到可靠度函数的估计, 与对不同寿命分布下函数曲线进行拟合比较, 选择最合适的分布作为右删失数据的拟合分布。

半参数生存分析是通过建立回归模型, 确定产品寿命与主要伴随变量之间的关系, 比例危险模型 (**Cox** 模型)、加法危险回归模型和 **Bayes** 生存分析模型都属于半参数生存分析模型, 其中 **Bayes** 生存分析模型的研究和应用较多。通过已知的先验信息构建 **Bayes** 参数回归模型进行可靠性分析比较常见。半参数先验方法可以在先验信息不足时对模型作较少的前提假设即可建立回归模型。林静^[99]利用 **MCMC** 稳态模拟方法, 并结合半参数 **Bayes** 生存分析方法, 对回归模型中伴随变量对系统寿命分布的影响进行评估。郭新翠^[100]在半参数模型的估计中引入似然估计法, 对线性和非线性半参数模型进行参数估计。

在可靠性工程、生物学、医学等生存分析的研究中, 常需要对生存函数进行比较, 如可靠性工程师为了对比不同研制条件下产品的寿命特性, 常常需要对生存函数进行比较, 以判断产品寿命的不同是生存函数不同造成的还是偶然原因产生的。常用的针对删失数据情况下生存函数的检验比较方法主要有四种: **Gehan-Wilcoxon** 检验^[101]、**Cox-Mantel** 检验^[102]、对数秩检验和 **Peto-Wilcoxon** 检验^[103]。对数秩检验给每个观测值赋予一定的分值, 通过统计方法对比两个生存函数, 判断是否接受假设。对数秩检验在临床医学、生物学方面应用非常广泛, 在可靠性领域的应用目前还处于起步阶段。

1.2.4 无失效数据的可靠性分析

在可靠性试验中,广泛采用定时截尾试验方案,即在规定的时间内进行试验,并对试验中定时截尾的故障数据进行统计分析,以验证产品的可靠性能否达到规定要求。然而随着科学技术的快速发展,各类产品的质量和可靠性得到了大幅度提高,在定时截尾试验中,可靠性高的产品即使在进行试验很长一段时间内也很可能出现无任何故障数据的情况。同时,为了得到失效数据需要一定数量的样本参加试验,一些造价昂贵的产品在进行可靠性试验时,样本数量较少,很难在规定时间内得到产品失效数据。这种定时截尾试验中得到的规定试验时间内没有产品失效的数据被称为无失效数据 (Zero-failure Data) [104]。

在无失效数据的情况下,对产品的可靠性进行统计分析无法再使用传统的基于失效数据的定时截尾试验方法。如何在无失效数据条件下,寻找一种科学、有效的可靠性分析方法,对产品的可靠性进行合理的评估,受到了国内外广泛的重视。

根据不同类型的寿命分布,无失效数据的研究场合主要有指数分布、威布尔分布、正态分布、成败型二项分布、MLR 分布族等,其中指数分布有单参数指数分布和双参数指数分布。根据是否需要利用先验信息,无失效数据的可靠性研究方法主要包含两个方面:一是采用经典的解析计算法,二是采用 Bayes 方法。经典的解析计算法如修正似然函数法、样本空间排序法等,处理无失效数据不需要先验信息;而 Bayes 估计法、多层 Bayes 估计法、E-Bayes (Expected-Bayesian) 估计法等方法,由于对先验信息进行了充分的利用,估计结果的精度得到了显著提高[105]。

徐涛等[106]为评估高压电缆的寿命,基于威布尔分布模型,采用了一种修正的极大似然函数法,估计出威布尔分布的 2 个参数,得到寿命曲线,探索无失效数据参数估计的新方法,结果表明,即使有效统计数据无法获得,也可以利用无失效数据对威布尔参数进行估计。孙慧洋[107]基于威布尔分布模型,采用置信限法、配分布曲线法、极大似然估计和抽样方法,对轴承进行无失效数据可靠性分析。傅惠民和王凭慧[108]针对形状参数下限和对数正态分布标准差上限已知的情况,分析无失效数据的威布尔分布和对数正态分布的可靠寿命和可靠度的单侧置信下限。贾祥等[109]在威布尔分布场景下无失效数据的情形,提出一种改进的配分布曲线法,同时得出参数的点估计和置信区间,增强结果的可信度。

1979 年, Martz 和 Waller[110]最早提出了 Bayes 方法 (BAZE),主要是为了解决寿命服从单参数指数分布的情况下,失效概率先验分布为 Gamma 分布的无失效数据可靠性分析问题。通过该方法,可以判断产品是否合格和计算合格品被拒收

的概率, 便于实际应用。何基报和茆诗松^[111]针对寿命服从对数正态分布的情形, 采用 Bayes 方法, 给出在位置参数未知、尺度参数已知和二者皆未知两种不同情况下的无失效数据可靠性验证试验方案。韩明^[112]在寿命服从指数分布的产品可靠性参数的抽样验证中, 对比了经典方法和 Bayes 方法, 由于利用了先验信息, Bayes 方法给出的无失效检验方案更加节省试验时间。贾祥等^[113]根据威布尔分布形状参数取值范围的不同和分布函数的特点, 利用配分布曲线方法的思路, 将减函数法和 Bayes 理论相结合, 确定失效概率的取值范围,

多层 Bayes 估计法是把 Bayes 估计中使用的先验分布的参数作为超参数, 再对超参数给出先验分布, 由此获得综合的二层、三层甚至多层的贝叶斯估计^[114]。倪中新和费鹤良^[115]利用“平均剩余寿命”的概念, 得到威布尔分布参数的拟矩估计, 并进一步分析了一个或多个失效数据的情形, 给出一定失效概率下的多层 Bayes 估计, 利用配分布曲线法进行未知参数估计。余文波和任海平^[116]针对成败型试验, 在先验分布为负对数 Gamma 分布时, 给出 Bayes 估计和多层 Bayes 估计值。高攀东等^[117]根据多层 Bayes 法, 在航空轴承的无失效可靠性试验中, 分析研究试验分组与寿命之间的关系, 发现分组数取值在 6~9 之间效果最好。

韩明^[118]提出的 E-Bayes 估计法在多层 Bayes 估计法的基础上对先验分布进行假设, 根据实际情况构造增函数或减函数作为先验分布的核, 并对其中超参数的数学期望进行估计。韩明^[119]针对液体火箭发动机热试车过程中出现无失效数据的情况, 采用最小二乘法, 结合 E-Bayes 和多层 Bayes 方法, 给出产品失效概率的先验分布, 得到了可靠度的点估计和区间估计。蔡忠义等^[120]在威布尔分布场景下, 通过采用加权最小二乘法对寿命分布参数进行拟合, 得出产品可靠性指标的点估计和区间估计, 并结合 E-Bayes 估计法, 给出产品失效概率的 E-Bayes 估计。吴来林等^[121,122]等通过构造双超参数情况下先验分布为 Beta 分布的减函数, 给出失效概率的 E-Bayes 估计。吴来林^[121]还讨论了当引入失效信息后, 可以修正失效概率的 E-Bayes 估计, 从而更加便于工程应用。蔡国梁和赵树^[123]在产品寿命分布未知的情况下, 给出了成败型试验中产品可靠度的多层 Bayes 估计和 E-Bayes 估计, 并对二者进行比较, 实例分析结果表明 E-Bayes 计算更简便, 估计结果的稳健性更好, 更适合应用于工程实际中。Wu^[124]针对双超参数情形的无失效数据, 给出失效概率的 E-Bayes 估计, 仿真结果表明, 该方法计算效率更高且便于实际应用。

1.2.5 综述总结与问题提出

加速寿命试验的可靠性分析方法随着理论研究的不断探索和实际应用的大量验证而日臻成熟, 这些理论方法在对机械设备的可靠性评定中起到了关键作用,

但相比于一般的机械设备，发射装置具有使用寿命长、制造成本高、失效数据少、工作环境恶劣、功能结构复杂、故障模式多样等特点，导致使用以上加速寿命试验相关分析方法对发射装置进行可靠性建模及分析时受到局限，主要表现为以下三个方面：

（1）在发射装置的设计预研阶段开展的高加速寿命试验的目的通常是暴露试验对象的薄弱环节，以期在后续的设计制造中进行改进，实现装置的可靠性增长并延长其使用寿命，而在寿命预测和可靠性评估方面高加速寿命试验发挥的作用有限。另一方面，加速寿命试验通常需要通过大量的样本建立分析模型以实现可靠性评估，但发射装置的高速叶轮由于其可靠度高、样本量小、成本造价昂贵的特点，使得在实际试验的过程中采集到的现场失效数据极少，使用传统的加速寿命试验分析方法不能很好地得出准确的估计结果。因此，针对发射系统关键件高速叶轮的以上特点，亟需研究在小样本、加速寿命试验情况下的可靠性建模及寿命评估技术。

（2）在试验验证阶段，对发射装置电控模块常规的寿命试验分析多以独立同分布为前提假设，以确定寿命分布模型，研究寿命分布参数为主要目标。由于发射装置工作条件严酷，影响因素繁多，其电控模块的使用寿命不仅与装置本身可靠性直接相关，同时也受到环境冲击、使用不当、维修保养等因素的复合作用，再加上对其开展加速寿命试验时，很难保证电控模块在加速应力下的失效机理不发生变化，因此应用现有的参数方法在对其进行可靠性建模分析时难以用某一特定概率分布模型进行准确描述。因此，需要针对这种存在大量样本但寿命模型不易确定的情况引入新方法进行统计分析，并在此基础上对加速寿命试验的可靠性评估方法进行拓展。

（3）在发射装置的生产使用阶段，由于其可靠性高、寿命长的特点，现场试验采集的数据通常是无失效数据。采用经典的解析算法会因为没有先验信息而导致估计结果的精度不够，使用 Bayes 方法则需要对先验分布作出假设，而不同的先验分布得到的估计结果存在一定差异。此外，在构造多层 Bayes 估计和 E-Bayes 估计方法时，超参数的选取也对方法本身能否准确估计样本的可靠性有很大影响。因此，需要针对发射装置电控系统和装置整体的寿命试验数据特点，提出符合实际的先验分布模型，并在此基础上改进相关 Bayes 估计方法，融合无失效数据下的各种信息，同时根据后续寿命试验数据，对发射装置可靠性评估模型进行不断更新。

1.3 论文研究内容及结构安排

1.3.1 主要研究内容

针对发射装置及其关键有寿件可靠性建模与分析的难点问题，本文拟在加速寿命试验和正常应力无失效数据条件下的可靠性建模与寿命预测方面展开研究。主要研究内容包括以下几个方面：

（1）基于加速寿命试验的高速叶轮可靠性建模与寿命评估

发射装置关键有寿件高速叶轮由于其成本造价昂贵，设计使用寿命长的特点，导致其从设计制造阶段到使用阶段的失效数据都极少，因此难以采用常规的寿命试验对其进行可靠性分析。本文拟通过对极小样本的某型高速叶轮进行高加速寿命试验，结合同型号高速叶轮的历史寿命数据，对其威布尔分布的形状参数进行估计，并在此基础上通过逆幂率模型将现有加速寿命失效数据转换到正常应力水平下，建立高速叶轮可靠性及寿命评估模型，得到其使用寿命置信下限的点估计值，从而实现对小样本加速寿命试验下的可靠性建模及分析。

（2）基于不精确概率的加速寿命试验非参数预测推断方法

在加速寿命试验的可靠性分析中需要对试验对象进行合理假设并提出符合实际的加速模型和寿命分布参数模型。但随着加速应力水平的不断提升，试验样本的失效机理可能会发生变化，在这种情况下对其进行可靠性建模势必会导致模型参数进一步复杂化，甚至无法用某一特定概率分布模型进行准确描述，使模型求解的难度大大增加，在极端条件下甚至会令模型的正确性受到质疑，准确评估其可靠性也就无从谈起。本文拟通过引入非参数方法，提出一种全新的加速寿命试验非参数预测推断方法用于可靠性评估，力图在尽可能少的假设条件下得到更合理的可靠性评估及寿命预测结果，以提高方法在工程实际中的适用性。在此基础上结合不精确概率方法，将可靠性分析推断结果扩展为区间，使模型方法带有一定的鲁棒性，能够处理实际数据与模型之间存在的误差和偏差，实现可靠性及寿命预测的准确评定。

（3）基于对数秩检验电控模块加速寿命试验可靠性生存分析

在发射装置的试验验证阶段，各方面的可靠性信息及寿命试验数据较为充足。针对其控制台电控模块工作条件多变、可靠度高、失效数据少的特点，对其开展加速寿命试验，并用不精确概率的非参数预测推断方法进行可靠性评定。本文拟将生存分析的对数秩检验与非参数预测推断方法相结合，提出统计意义上等效加速寿命试验数据转换模型，旨在量化不精确概率的区间，提高可靠性及寿命评估的精度；以发射装置控制台电控模块为研究对象，对其在各个加速应力水平下的

寿命数据进行等效转换，建立其在加速寿命试验下的不精确可靠性分析模型。

(4) 基于无失效数据 E-Bayes 估计方法的发射装置可靠性分析

发射装置的可靠度极高，使用寿命很长，因此在生产使用阶段通常只能采集到无失效数据。与此同时，由于发射装置组成结构复杂，对其进行加速寿命试验时，若选用单一加速应力会使其失效机理得不到充分体现，可靠性建模有较大的失真风险，若选用复合加速应力则会导致假设条件过于强化或建模过程过于复杂，同样无法将加速寿命试验下的寿命数据准确外推到正常应力水平来评估其系统可靠性。针对加速寿命试验受到局限的情况，本文拟用 E-Bayes 估计方法对正常应力水平下的无失效数据进行分析处理，根据不同的数据类型采用构造先验分布的核密度函数的方法，构建正常应力水平下无失效数据的 E-Bayes 可靠性评估模型，完善发射装置的可靠性建模及分析方法。

1.3.2 论文的结构安排

本论文共分为六章，分别针对发射装置的高速叶轮、控制台电控模块、电子系统等关键有寿件到装置整体进行可靠性建模及寿命预测，贯穿发射装置的设计预研、试验验证、生产使用的全寿命周期，以加速寿命试验、非参数估计方法、不精确概率、生存分析及 E-Bayes 估计方法为理论基础依次展开研究。各章节的研究内容如下：

第一章为绪论，主要对本论文研究的背景、意义及现状进行相关介绍，并简要概述本文的主要研究内容和总体结构。

第二章将针对发射装置预研阶段中高速叶轮的寿命评估需求，研究小样本情况下适用于威布尔分布的加速寿命试验可靠性及寿命评估模型。

第三章将针对发射装置试验阶段加速寿命试验的可靠性寿命评估需求，提出一种结合非参数和不精确概率的统计推断方法。

第四章将针对发射装置验证阶段中控制台电控模块的数据特性与评估需求，在非参数预测推断方法的基础上提出加速寿命试验的生存分析模型，并以电控模块为例，对所提出的模型方法进行分析验证。

第五章将针对发射装置在使用阶段中整体电控系统及现场试验中的数据特性与工程需求，提出无失效数据下的 E-Bayes 可靠性评估模型，并针对不同的数据类型对方法进行改进，对 E-Bayes 估计方法在评估发射装置可靠性中的应用提供理论支撑。

第六章将对全文的工作内容进行总结，并展望下一阶段的研究。

第二章 基于加速寿命试验的高速叶轮可靠性建模与寿命评估

本章针对发射装置在预研阶段中的关键部件高速叶轮高可靠长寿命及样本量极小的特点,结合历史寿命数据建立小样本下的逆幂率加速模型,用以分析高速叶轮的可靠性及使用寿命,并以某型号发射装置空气涡轮机的高速叶轮为例设计高加速寿命试验,用相关试验结果预测高速叶轮的使用寿命。

2.1 引言

随着科学技术的不断发展和改进,现代武器装备和大型机械产品的可靠性越来越高,在正常服役或使用条件下这些装备或产品很难发生失效,潜在的隐患往往在数年之后才能被工程人员所发觉,特别是广泛应用于武器发射装置和航空航天的涡轮盘,一旦发生故障将引起灾难性的后果。在这种条件下,利用加速寿命试验提高试件的应力水平,将试件内部的缺陷通过高应力激发出来形成故障,暴露在加速寿命试验结果中,再通过加速寿命试验相关理论推导分析试件在正常应力水平下的可靠度和使用寿命年限,不仅给武器装备和大型机械产品的定寿、维护和保养提供了有力依据,也强化了可靠性工程在相关领域中的实际应用。

本章将详细阐述对高速叶轮在加速寿命试验中的寿命评估取得的相关成果。首先用威布尔分布最弱环模型对发射装置进行单元拆分,选取其中空气涡轮机的关键有寿命件高速叶轮,运用可靠性“黑箱”建模方法,从概率统计的角度对高速叶轮的寿命分布进行分析。结合实际设计的针对高速叶轮的加速寿命试验,运用逆幂率模型对在加速寿命试验条件下的高速叶轮寿命分布进行建模,最后根据加速寿命试验的相关试验结果评估高速叶轮在正常工作条件下的使用寿命。

2.2 加速寿命试验逆幂率模型

2.2.1 加速寿命试验模型分类

在实际工程应用中,使用加速寿命试验中的数据对正常工作情况下的产品进行可靠性评估的最重要的假设是在加速条件和正常条件下产品的失效机理保持一致。与此同时模型的精确性也会对寿命评估的结果产生较大影响,例如飞机的航空发动机涡轮盘在工作的时候会受到多种应力的影响,包括剧烈的振动,温度的急剧变化,迅速改变的外部应力,腐蚀性气体等,这些因素会导致不同类型的退化失效。因此选取一个精确的模型,分析航空发动机涡轮盘在加速寿命试验下工

作一小时能等效成正常工作水平下工作多少小时就显得尤为重要。

Elsayed^[125]将加速寿命试验模型分为三类：统计模型（Statistics-based Models）、物理统计模型（Physics-statistics-based Models）和物理实验模型（Physics-experimental-based Models），如图 2-1 所示。

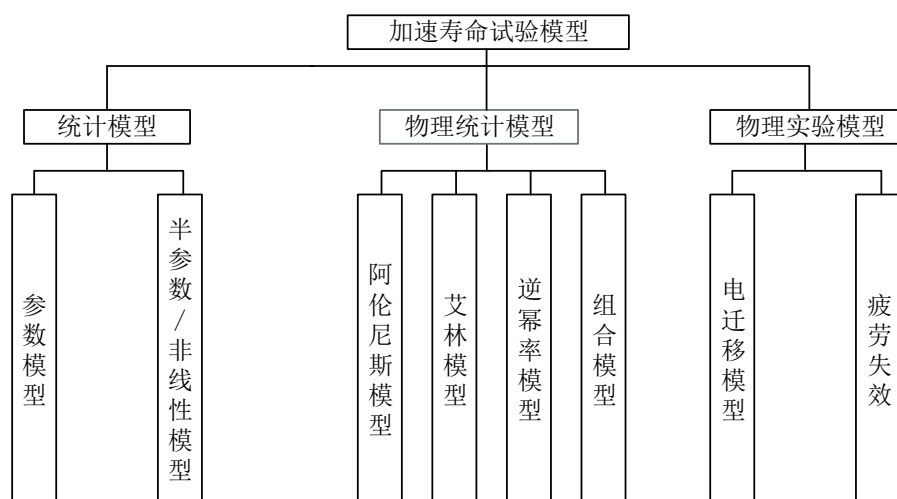


图 2-1 加速寿命试验模型分类

统计模型一般用于很难通过物理或化学失效机理确定加速应力与产品的失效时间之间的关系的情况。统计模型分为参数模型和半参数/非线性模型。在参数模型中，最常用的失效模型有指数分布模型、正态分布模型、对数正态分布模型、威布尔分布模型、Gamma 分布模型等。这些模型必须满足产品失效时间的寿命分布在不同的应力水平下应保持一致的前提，然而在实际工程应用中，由于产品工作环境受到各种因素的影响使得失效机理复杂，导致产品失效时间的寿命分布不一致。因此在精确分析处理加速寿命试验数据并预测产品可靠性方面，参数模型并不能很好地完成任务。

物理模型是基于施加应力对产品失效过程/失效率的影响关系而提出的。例如温度作为常见的加速应力，在高温下的加速寿命试验中能使产品（如集成电路、绝缘材料等）的内部化学反应加快，从而使其失效率加大。同时，在同一应力水平下产品的失效时间是随机事件，对失效率的描述需要能够反应出产品的寿命分布。因此，用物理模型来描述产品失效率是相当必要的^[125]。常用的物理统计模型有描述温度对反应速率影响关系的阿伦尼斯（Arrhenius）模型，基于量子力学理论提出的，适用范围更广的艾林（Eyring）模型和广泛应用于电介质和绝缘材料的电压耐久试验和金属材料在机械应力循环下的疲劳试验的逆幂率（Inverse Power Law）模型。

2.2.2 逆幂率模型

逆幂率模型是通过激活能和动力学理论提出，并在物理上已被很多试验数据所证实，其表达式如下：

$$\xi_i = AV_i^{-n} \quad (2-1)$$

式中， ξ_i 是产品在加速应力 V_i 下的寿命特征，如特征寿命、平均寿命、中位寿命等， A 与 n 都是正常数。产品在正常工作条件下的寿命特征为：

$$\xi_0 = AV_0^{-n} \quad (2-2)$$

产品在正常应力和加速应力水平下的寿命关系为：

$$\xi_0 = \xi_i \left(\frac{V_i}{V_0} \right)^n \quad (2-3)$$

式（2-3）表述了如何将加速应力水平下的寿命等效转换到正常应力水平，是逆幂-威布尔模型加速寿命试验寿命预测的重要依据，将在第三章重点进行说明。

式（2-1）中逆幂率模型的对数形式是线性模型，即

$$\ln \xi_i = a + b \ln V_i \quad (2-4)$$

其中， $a = \ln A$ ， $b = n$ ，均为模型线性化后的待定参数，应力 $V_i > 0$ 。茆诗松等^[126]将逆幂率模型和阿伦尼斯模型统一成更为普遍的形式：

$$\ln \xi_i = a + b\varphi(V_i) \quad (2-5)$$

式中， $\varphi(V_i)$ 为应力水平 V_i 的已知函数，如 V_i 为机械应力或电压时， $\varphi(V_i) = \ln V_i$ ；当 V_i 为绝对温度时， $\varphi(V_i) = 1/V_i$ 。取平均寿命 t_i 作为寿命特征，图 2-2 表明了逆幂率模型线性化后寿命与应力水平已知函数 $\varphi(V_i)$ 的关系。

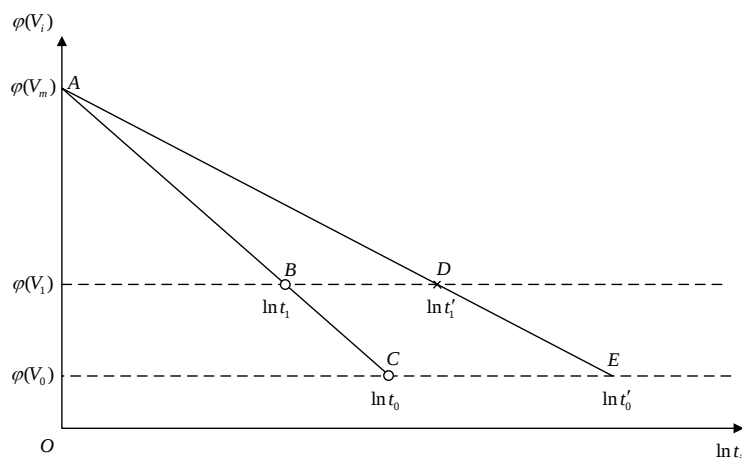


图 2-2 加速寿命试验逆幂率模型示意图

图 2-2 中 A 表示极限应力 V_m ，对应极限应力下的寿命为 t_m ； B 为加速寿命试验的中止点，对应加速寿命试验中产品寿命 t_1 ； D 表示产品在加速寿命试验下的真实寿命 t_1' 。连接 A 、 D 并延长到正常应力水平 $\varphi(V_0)$ 下得到交点 E ，直线 ADE 反映了产品真实寿命与加速应力的关系。但在工程实际中 D 通常是未知的，这条直线也无法直接求得。连接 A 、 B 并延长到正常应力水平得到交点 C ，直线 ABC 为加速寿命试验下的寿命与应力的关系，相比直线 ADE 更保守，它表示产品在加速应力 V_1 下保持工作不失效的寿命 t_1 可以等效于产品在正常应力 V_0 下保持工作不失效的寿命 t_0 [127]。

将 A ， B 两点坐标代入线性逆幂率模型可以得到：

$$a = \frac{\varphi(V_1) \ln t_m - \varphi(V_m) \ln t_1}{\varphi(V_1) - \varphi(V_m)} \quad (2-6)$$

$$b = \frac{\ln t_1 - \ln t_m}{\varphi(V_1) - \varphi(V_m)} \quad (2-7)$$

将上式代入式 (2-5)，可得产品在正常应力水平下 V_0 的等效寿命 t_0 为：

$$t_0 = \exp \left\{ \frac{\ln t_1 [\varphi(V_0) - \varphi(V_m)] + \ln t_m [\varphi(V_1) - \varphi(V_0)]}{\varphi(V_1) - \varphi(V_m)} \right\} \quad (2-8)$$

$$= t_1^{\frac{\varphi(V_m) - \varphi(V_0)}{\varphi(V_m) - \varphi(V_1)}} \cdot t_m^{\frac{\varphi(V_1) - \varphi(V_0)}{\varphi(V_1) - \varphi(V_m)}}$$

2.3 威布尔分布的加速寿命试验模型

2.3.1 可靠度和失效率

可靠度是产品在规定条件（如电压、负载、温度等）下和规定时间（设计寿命）内完成规定功能的概率，也就是说可靠度可以用来衡量在规定寿命下产品完成规定功能的能力 [125,126]。与可靠性的定义相比，可靠度的定义只是把“能力”替换成了“概率”，反映了可靠性的概率度量，表示如下：

$$R(t) = P(T > t) \quad (2-9)$$

式中， T 表示不可维修产品的失效时间或者可维修产品首次发生失效的时间，是一个随机变量， $R(t)$ 则表示产品在时刻 t 的可靠度函数，即失效时间 T 大于 t 的概率。 $F(t)$ 表示失效率的累积分布函数（又称为不可靠度函数），则有：

$$R(t) + F(t) = 1 \quad (2-10)$$

若失效率的累积分布函数 $F(t)$ 是关于 t 的连续函数，将式 (2-10) 进行变换：

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt \quad (2-11)$$

上式对 t 求导，可得：

$$\frac{dR(t)}{dt} = -\frac{dF(t)}{dt} = -f(t) \quad (2-12)$$

式中， $f(t)$ 称为失效率的概率密度函数，是一个非负函数。

产品在时刻 t 仍在工作未失效，在时刻 t 后的时间 Δt 内发生失效的概率为：

$$P(t < T \leq t + \Delta t | T > t) = \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{P(T > t)} = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)} \quad (2-13)$$

对式 (2-13) 两边同时除以 Δt ，令 $\Delta t \rightarrow 0$ 取极限，可得产品工作到时刻 t 未失效，在时刻 t 后单位时间 Δt 趋近于 0 时发生失效的概率，称为失效率函数（也称故障率函数或风险函数），记为 $\lambda(t)$ 。

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R(t)} = \frac{F'(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (2-14)$$

各种可靠性指标之间的关系^[128]如表 2-1 所示。

表 2-1 可靠性指标之间的关系

	失效累积分布函数 $F(t)$	失效概率密度函数 $f(t)$	可靠度 $R(t)$
$F(t)$	—	$f(t) = F'(t)$	$R(t) = 1 - F(t)$
$f(t)$	$F(t) = \int_0^t f(x)dx$	—	$R(t) = \int_t^\infty f(x)dx$
$R(t)$	$F(t) = 1 - R(t)$	$f(t) = -R'(t)$	—
$\lambda(t)$	$F(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$	$f(t) = \lambda(t) \cdot e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$	$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$

2.3.2 威布尔分布模型

威布尔分布模型是瑞典科学家 Waloddi Weibull 在 1939 年提出的一种概率密度分布函数类型，包含形状参数、尺度参数和位置参数三个参数。他应用这种模型分析了大量的失效数据并在 1951 年发表的论文^[129]中指出威布尔分布有对各种类型试验数据的适应能力极强的优点，通过大量的试验与工程实例确立了威布尔分布在寿命可靠性样本分析中的重要地位。

由于威布尔分布能够简单的描述出产品失效率随时间提升或降低的特性，通常用来描述产品的寿命分布，同时也用来描述在加速寿命试验中产品寿命分布的

特性随加速应力（通常是电应力或机械应力）改变的情况。一般可以用威布尔分布模型来描述其寿命分布的产品或部件包括轴承、各类电子元器件、加速寿命试验下的绝缘材料等。此外，威布尔分布还可以通过最弱环模型对实际产品进行分析，相当于整个链条的寿命取决于构成链条各个环节中最弱的一环，可以把最弱环的寿命当作链条整体的寿命。例如电缆或电容的整体寿命取决于其绝缘材料寿命最短的某部分。假设某产品有许多服从同一寿命分布的部分组成，当某一部分发生失效导致整个产品失效，则此产品的寿命分布就可以看作或者近似看作威布尔分布。

两参数威布尔分布的可靠度函数 $R(t)$ 、累积分布函数 $F(t)$ 、概率密度函数 $f(t)$ 、失效率函数 $\lambda(t)$ 分别表示如下：

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right], \quad t > 0 \quad (2-15)$$

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right], \quad t > 0 \quad (2-16)$$

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right], \quad t > 0 \quad (2-17)$$

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}, \quad t > 0 \quad (2-18)$$

其中， $\alpha > 0$ ， $\beta > 0$ 。 α 称为威布尔分布的尺度参数，也称特征寿命，总是等于威布尔分布的 0.632 分位数。尺度参数 α 与测试时间 t 的单位一致，如小时、天数、循环数等。 β 称为威布尔分布的形状参数，直接影响密度函数的形状，如图 2-3 所示。

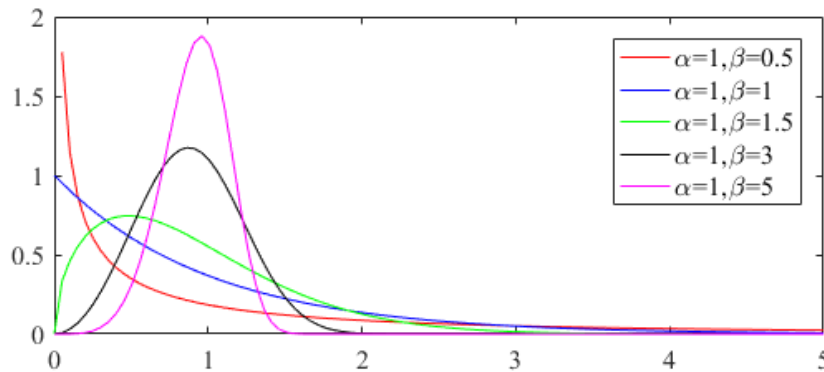


图 2-3 形状参数对威布尔分布概率密度函数形状的影响

从图 2-3 中可以看出, 当 $\beta < 1$ 时, 早期失效较多; 当 $\beta = 1$ 时, 威布尔分布密度函数曲线呈指数分布; 当 $\beta > 1$ 时, 曲线为单峰函数, 且失效率上升速度随着 β 增大而变快; 当 $\beta \geq 3$ 时, 曲线近似对称, 接近正态分布。由于威布尔分布既能描述产品失效率随时间上升, 又能描述失效率随时间下降的特性, 使得其在拟合很多不同的产品寿命数据中, 效果比用指数分布、正态分布或对数正态分布要好, 因此威布尔分布在可靠性工程中有着广泛的运用。大量工程实际应用证实, 若产品的寿命分布服从威布尔分布, 则其形状参数 β 的取值范围大多在 0.5 到 5 之间^[126]。

对于产品样本形状参数 β , 可以通过矩估计^[130]:

$$EX^c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^c, \quad EX^{-c} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^{-c} \quad (2-19)$$

得到形状参数 β 的矩估计:

$$\hat{\beta} = \frac{c\pi A(2c)}{A(c)\sqrt{A^2(2c) - A^2(c)}} \quad (2-20)$$

$$A(c) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^c \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^{-c} \quad (2-21)$$

其中, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是 n 个服从同一威布尔分布的独立样本, c 为任意正常数。通过蒙特卡罗仿真给出只要当 $2c < \beta$ 时, 一般都能得出比较精确的估计^[130]。由于 c 的值可以取任意小, 也间接反应了 c 的取值与尺度参数 α 和形状参数 β 无关。实际上在 α 和 β 未知的情况下, 一般将 c 的值取为 0.01 或 0.05 都能满足 $2c < \beta$ 的要求。在实际的工程应用中, 可以通过对同一组样本数据取多个不同的 c 值分别对参数进行估计, 再求估计的算术平均值来提高估计的精度。求平均后的估计值显然更接近真实的值, 这对高速叶轮这类小样本问题显得尤为重要。

当形状参数 β 已知, 设置信水平为 γ , 可以推导出 N 个样本在给定可靠度 R 下的寿命单侧置信下限 $t_{R,low}$ 和在给定寿命 t 下的可靠度单侧置信下限 R_{low} ^[131]:

$$t_{R,low} = t_0 \left[(N+1) \frac{\ln R}{\ln(1-\gamma)} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (2-22)$$

$$R_{low} = \exp \left\{ \frac{\ln(1-\gamma)}{(N+1)} \left[\frac{t}{t_0} \right]^\beta \right\} \quad (2-23)$$

将式 (2-8) 代入, 则样本在加速寿命试验下威布尔分布的寿命置信下限 $t_{R,low}$ 和可靠度置信下限 R_{low} 分别为:

$$t_{R,low} = t_1^{\frac{\varphi(V_m)-\varphi(V_0)}{\varphi(V_m)-\varphi(V_1)}} t_m^{\frac{\varphi(V_1)-\varphi(V_0)}{\varphi(V_1)-\varphi(V_m)}} \left[(N+1) \frac{\ln R}{\ln(1-\gamma)} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (2-24)$$

$$R_{low} = \exp \left\{ \frac{\ln(1-\gamma)}{(N+1)} \left[\frac{t}{t_1^{\frac{\varphi(V_m)-\varphi(V_0)}{\varphi(V_m)-\varphi(V_1)}} t_m^{\frac{\varphi(V_1)-\varphi(V_0)}{\varphi(V_1)-\varphi(V_m)}}} \right]^{\beta} \right\} \quad (2-25)$$

本章的核心工作就是通过加速寿命试验得到产品的失效数据样本和极限应力, 对式(2-20)中的形状参数 β 进行估计, 最后计算产品在正常应力水平 V_0 下的寿命置信下限 $t_{R,low}$ 和可靠度置信下限 R_{low} 。

2.4 高速叶轮的加速寿命试验

高速叶轮作为空气涡轮机中的主要承力部件, 不仅工作环境恶劣, 而且常在短时间内承受极大的机械应力, 是装置中最易损坏的关键部件。根据最弱环模型对高速叶轮进行加速寿命试验, 目的是提高试验效率, 缩短试验时间, 降低试验成本。高速叶轮可靠性的高低直接关系到装置的整体性能, 现有的寿命分析方法需要一定量的试验样本, 对于小样本下的高速叶轮则不太适用。因此如何准确评估高速叶轮可靠性及使用寿命, 是武器装备可靠性工程中亟需解决的难题。

2.4.1 加速寿命试验的类型

根据应力施加方式的不同, 加速寿命试验通常可以分为恒定应力加速寿命试验(Constant Stress ALT)、步进应力加速寿命试验(Step Stress ALT)和序进应力加速寿命试验(Progressive Stress ALT)。随着工程应用的发展, 一些特别的施加应力方法也得到了广泛应用, 如正弦循环应力、三角循环应力、斜坡步进应力、斜坡-浸泡-循环应力等^[125]。选定一组高于正常应力水平 V_0 的加速应力水平 $V_1, V_2, \dots, V_i$, 并假定 $V_0 < V_1 < \dots < V_i$ 。恒定应力加速寿命试验是将进行加速寿命试验的样品分为 i 组, 每一组样品对应在一个加速应力水平下进行寿命试验, 所有应力水平保持恒定, 直到每组都出现一定数量的样品失效为止。步进应力加速寿命试验是一开始把受试样品都置于应力水平 V_1 下进行加速寿命试验, 经过一段时间 t_1 后再将应力水平提升至 V_2 继续进行寿命试验, 重复这个过程, 直到出现一定数量的样品失效为止。序进应力加速寿命试验的过程与步进应力加速寿命试验基本相似, 只是施加的应力水平是一个随时间变化的线性函数。这三种常见的加速寿命试验类型如图2-4、图2-5、图2-6所示(图中 $\times$ 表示失效)。在我国的工程应用中, 这三种加速寿命试验都有一批成功的实例, 其中仍以恒定应力加速寿命试验为主。

这是由于恒定应力加速寿命试验有着模型分析方法成熟、试验方法简单、易成功等优点。尽管恒定应力加速寿命试验在三种类型的加速寿命试验中的试验时间最长，但相较于一般的寿命试验它仍能成倍地节省时间，因而在实际中得到了广泛的应用。我国还对恒定应力寿命试验和加速寿命试验方法制定了相应的国家标准 GB 2689.1-81。

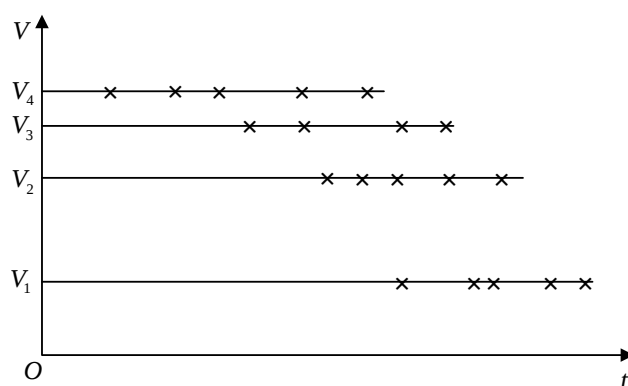


图 2-4 恒定应力加速寿命试验示意图

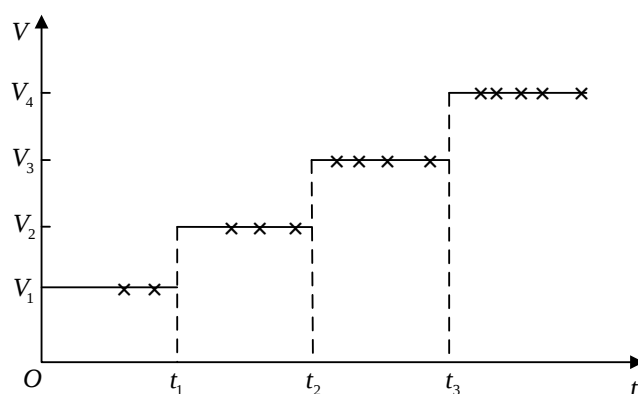


图 2-5 步进应力加速寿命试验示意图

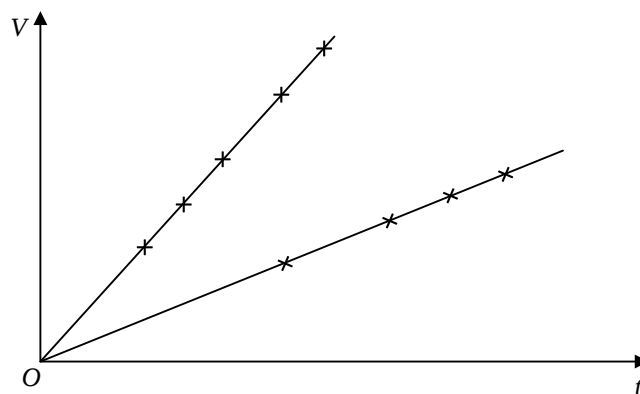


图 2-6 序进应力加速寿命试验示意图

2.4.2 高加速寿命试验

高加速寿命试验（Highly Accelerated Life Testing, HALT）一词最早是由美国 Hobbs 工程公司总裁 Gregg K. Hobbs 博士于 1988 年提出的，其目的是激发故障，暴露产品潜在的失效模式及设计局限，确定其工作极限。高加速寿命试验不是普通意义上的加速寿命试验，是人为施加步进应力，在远大于普通应力水平的极限应力下快速进行试验。

通过高加速寿命试验可以得到产品的工作极限和破坏极限。施加时能引起产品故障，但是去除后产品可以恢复正常工作的环境应力值称为产品的工作极限。当对产品施加工作极限对应的环境应力时，不会出现永久性无法恢复的故障。而破坏极限是指施加后产品出现永久性故障的环境应力值。

产品的裕度表示产品对环境的耐受能力。工作裕度表示产品的工作极限与设计规范中规定的应力极限之差，破坏裕度表示产品的破坏极限与设计规范规定的应力极限之差。这两个裕度越大，表示产品对环境的耐受能力越强，相应的可靠性就越高。工作极限和破坏极限与裕度之间的关系如图 2-7 所示，其中，每个极限的曲线表示与这个极限相关的故障分布。

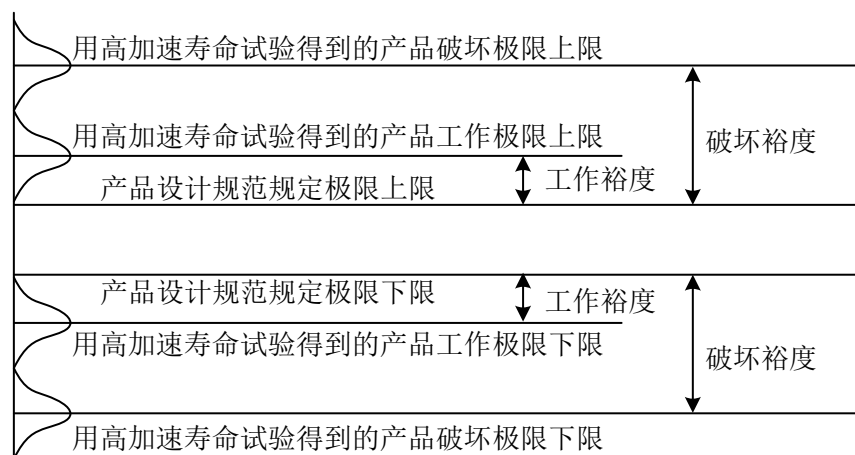


图 2-7 高加速寿命试验极限和裕度关系

高加速寿命试验的本质就是通过重复“应力—失效—失效分析—维修”的过程，快速找到产品的工作极限和破坏极限，确定其工作裕度和破坏裕度。一般主要采用将环境应力或使用频率提高到极限的方法来大幅度缩短试验时间。值得注意的是，无论采用哪种方法都只能得到近似最优而不是高度精确的结果，这是由于随着应力水平的增加，关于产品在加速应力条件下各方面的假设也随之增加的结果。与高加速寿命试验相比，应力水平层次较低且简单的寿命试验的结果必然更贴近产品的真实使用条件，外推出的产品使用寿命也必然更准确。在高加速寿

命试验中，试验应力的施加方法（恒定、步进、循环）和范围的选取取决于受试样本的类型^[132,133]。

虽然高加速寿命试验不是真正意义上的加速寿命试验，不能用来直接预测产品的使用寿命，但可以通过其确定产品的工作极限和破坏极限，结合加速寿命试验逆幂率模型和威布尔分布形状参数的估计，确定出产品寿命可靠性。

2.4.3 高速叶轮的寿命评估方法

空气轮机的高速叶轮作为特殊的试验对象，具有可靠度高、样本量小、造价昂贵的特点。根据这些特点，本文提出了一种适用于高速叶轮的寿命评估方法，首先分析小样本数据下高速叶轮试验个数是否满足观察要求，通过序进应力加速寿命试验构建高速叶轮在机械应力作用下寿命特征与应力的关系框架，推算其加速寿命模型，通过估计模型中关键参数并结合威布尔寿命分布模型得到高速叶轮在给定可靠度和置信水平下的工作寿命置信下限，最后根据高速叶轮的现场使用频率等现场数据，推算出高速叶轮的寿命年限。图 2-8 展示了高速叶轮寿命评估方法的步骤流程。

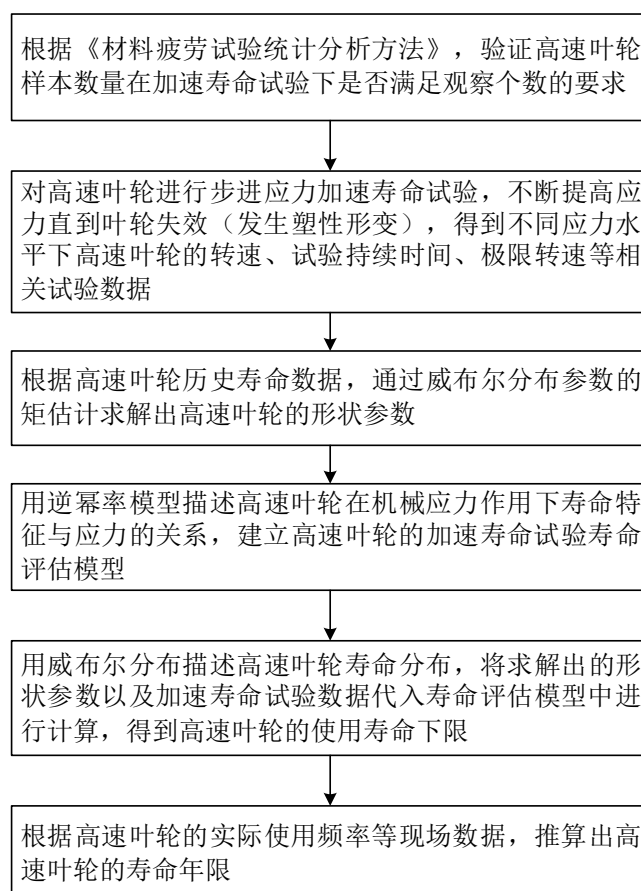


图 2-8 高速叶轮寿命评估方法步骤示意图

详细的评估步骤如下：

(1) 根据空气涡轮机高速叶轮系统试验历史统计数据样本及 HBZ 112-1986 《材料疲劳试验统计分析方法》，确定中值疲劳寿命测定中的高速叶轮观察样本个数是否符合要求，具体如下：

由同型号高速叶轮寿命历史统计数据样本，结合使用频率和设计寿命，取 $n_i (i \geq 3)$ 个高速叶轮历史寿命循环次数样本 $n_1, n_2, \dots, n_i$ ，取其对数得到高速叶轮寿命循环次数对数样本 $x_1, x_2, \dots, x_i$ ，如表 2-2 所示。

表 2-2 高速叶轮寿命循环次数对数表

循环次数（次）	对数循环次数
n_1	$x_1 = \ln(n_1)$
n_2	$x_2 = \ln(n_2)$
$\dots$	$\dots$
n_i	$x_i = \ln(n_i)$

根据公式：

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_i}{i} \quad (2-26)$$

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_i - \bar{x})^2}{i}} \quad (2-27)$$

计算样本平均值 $\bar{x}$ 和标准差 s ，得出样本的变异系数 $\frac{s}{\bar{x}}$ 。

根据 HBZ 112-1986 《材料疲劳试验统计分析方法》，在中值疲劳寿命测定中，样本观察个数应满足：

$$\frac{\delta_{\max} \sqrt{N}}{t_r} \geq \frac{s}{\bar{x}} \quad (2-28)$$

其中， $\delta_{\max}$ 为误差限度，一般情况取 5%， γ 为置信度。根据 HBZ 112-1986 《材料疲劳试验统计分析方法》中 t_r 数值表与观察的高速叶轮样本个数 N ，进行三次多项式拟合，得到小样本下的 t_r 数值表，见表 2-3。根据式 (2-28) 检验观察样本个数是否满足要求。

表 2-3 t_r 数值表

置信度 $\gamma = 95\%$										
N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_r	3.644	3.364	3.122	2.914	2.776	2.571	2.447	2.365	2.306	2.262
N	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t_r	2.228	2.201	2.179	2.160	2.145	2.131	2.120	2.110	2.101	2.093
置信度 $\gamma = 90\%$										
N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_r	2.633	2.472	2.332	2.213	2.132	2.015	1.943	1.895	1.860	1.833
N	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t_r	1.812	1.796	1.782	1.771	1.761	1.753	1.746	1.740	1.734	1.729

(2) 对高速叶轮进行步进应力加速寿命试验。起始高速叶轮以正常转速运行，每运行一段时间后停机一段时间，然后提高转速进行下一阶段试验，直到高速叶轮在某一转速下发生不可恢复的塑性形变时停止试验。记下加速寿命试验中高速叶轮每一阶段运行时间作为时间样本，运行转速作为应力水平样本。其中正常工作下的转速记为 V_0 ，最高无失效转速（工作极限）记为 V_w ，发生塑性形变下的转速（破坏极限）记为 V_m ，对应的试验持续时间分别记为 t_0, t_w, t_m 。

(3) 对高速叶轮的历史寿命数据进行数据采集，用威布尔分布参数的矩估计求解出高速叶轮的形状参数 β ，见式 (2-20)。

(4) 根据高速叶轮在机械应力作用下寿命特征与应力的关系与加速寿命试验理论，推导出正常应力水平下的等效寿命 t_0 ，见式 (2-8)。结合威布尔分布，给出高速叶轮在正常应力水平下，给定可靠度 R ，置信水平 γ 的寿命置信下限 $t_{R,low}$ 的评估模型，见式 (2-24)。

(5) 由步骤 (4) 的寿命评估模型，结合步骤 (2) 采集的高速叶轮加速寿命试验数据样本与步骤 (3) 形状参数 β 的估计，计算出高速叶轮在给定可靠度 R 、置信水平 γ 下的工作寿命置信下限 $t_{R,low}$ 。

(6) 根据高速叶轮实际平均年化工作频率、正常工作转速与工作持续时间等现场数据，推算高速叶轮在正常工作条件下的使用寿命年限。

2.5 算例分析

算例 2-1：钛合金高速叶轮高加速破坏性试验

针对某型发射装置高速叶轮设计高加速寿命试验，以钛合金 TC4 (ZTiAl6V4)

材料加工了一个专门用于高加速寿命试验的叶轮试件。图 2-9 是浙江大学高速转子试验室的 ZUST1 型多功能转子高速试验台，其相关工作参数见表 2-4。



图 2-9 高速旋转试验台

表 2-4 试验台工作参数

ZUST1 型多功能转子高速旋转试验台	
驱动电机功率	55KW
最高转速	96000rpm
最大试验转子重量	300kg
最大试验转子直径	1100mm

根据本章提出的试验方法，对钛合金高速叶轮进行步进应力高加速寿命试验^[5]。试验中使用的钛合金高速叶轮在正常工作条件下转速为11500rpm，首先令叶轮在正常转速下运转 4min，随后进行高加速寿命试验。令叶轮分别在转速为 18805rpm、24006rpm、300133rpm 和 40260rpm 的情况下运转 4 min，每次运转结束后检查转子，试件均未发生形变或出现其他异常情况。当叶轮在 50015rpm 转速下运转1min 后停止试验，检查转子发现发生了塑性形变。高速叶轮的结构及测量部位如图 2-10 所示，试验前后叶轮尺寸参数的变化情况见表 2-5。

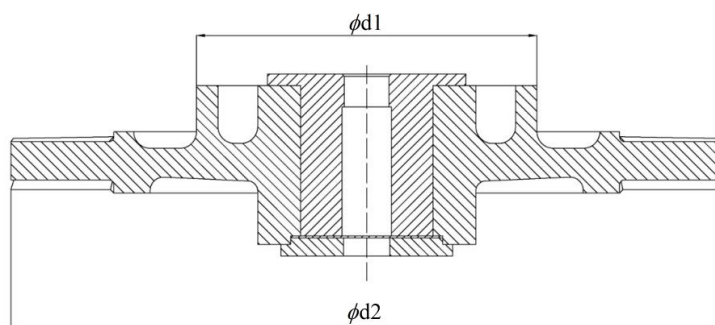


图 2-10 高速叶轮尺寸测量部位图

表 2-5 高加速寿命试验前后叶轮尺寸变化

尺寸	试验前 (mm)	试验后 (mm)
$\phi d1$	228	230
$\phi d2$	312.8	315

因为钛合金高速叶轮造价昂贵,在发射装置的预研阶段只有1个试件参与高加速寿命试验。为此需要根据高速叶轮的设计寿命相关数据验证在极小样本下参与试验的样本量能否满足要求。此种类型的高速叶轮设计使用寿命为 25 年,平均每年工作 100 次,每次工作时间为 4 min,根据使用方提供信息,3 个同类型高速叶轮历史寿命循环次数、对数化后的循环次数、样本平均值、标准差及变异系数见表 2-6。

表 2-6 钛合金高速叶轮历史寿命数据表

循环次数 n_i (次)	对数循环次数	平均值	标准差	变异系数
$n_1 = 50962400$	$x_1 = \ln(n_1) = 17.7466$	$\bar{x} = 18.0019$	$s = 0.2186$	$\frac{s}{\bar{x}} = 0.0121$
$n_2 = 64260600$	$x_2 = \ln(n_2) = 17.9785$			
$n_3 = 86926200$	$x_3 = \ln(n_3) = 18.2806$			

取误差限度 $\delta_{\max} = 5\%$ 、置信度 $\gamma = 95\%$,参与试验高速叶轮样本个数 $N = 1$ 。由表 2-3 可以得到 $\delta_{\max} \sqrt{N} / t_r = 0.01372$,大于变异系数 $s / \bar{x} = 0.0121$,满足试验样本个数要求。

选取 $i = 3$ 个历史寿命循环次数样本 $X_1 = n_1$, $X_2 = n_2$, $X_3 = n_3$ 。根据式 (2-20)、式 (2-21),令任意常数 λ 为 0.01、0.05、0.1 时分别得到高速叶轮的形状参数 β 估计值。在小样本情况下估计结果有偏^[125],应使用无偏估计因子 G_i 作为修正,计算公式如下:

$$G_i = 1.0 - 1.346 / i - 0.8334 / i^2 \quad (2-29)$$

修正后的形状参数估计值为:

$$\hat{\beta}_{G_i} = G_i \hat{\beta}_{\lambda} \quad (2-30)$$

最后取修正结果的算术平均值作为形状参数的最终估计值 $\hat{\beta}$,结果见表 2-7。

表 2-7 高速叶轮形状参数估计值

寿命循环次数	常数 c	形状参数 $\hat{\beta}_{G_i}$	算术平均值 $\hat{\beta}$
$X_1 = n_1 = 50962400$	0.01	2.6912	2.6916
$X_2 = n_2 = 64260600$	0.05	2.6914	
$X_3 = n_3 = 86926200$	0.1	2.6922	

高速叶轮样本在步进应力高加速寿命试验下相关数据见表 2-8。

表 2-8 高速叶轮寿命循环次数

加速应力水平	工作时间	叶轮状态
11500rpm	4min	未发生形变
18805rpm	4min	未发生形变
24006rpm	4min	未发生形变
30013rpm	4min	未发生形变
40260rpm	4min	未发生形变
50015rpm	1min	发生塑性形变

试验中，随着加速应力水平逐渐增加，当无失效应力为 40260rpm 时，高速叶轮持续工作 4min 后仍未发生形变，当停机 1min 后恢复到正常工作应力水平，高速叶轮能够继续工作。当加速应力为 50015rpm 时，高速叶轮持续工作 1min 后检测到不可恢复的塑性形变，则可认为叶轮的结构已被破坏，无法在正常工作状态下继续完成任务，即高速叶轮发生失效。

把未发生失效的情况下加速应力水平的最大值作为高速叶轮的工作极限 V_w ，发生塑性形变时的加速应力水平作为高速叶轮的破坏极限 V_m ，将高速叶轮在加速寿命试验中工作极限应力 V_w 下的寿命 t_w 和破坏极限应力 V_m 下的寿命 t_m 代入式 (2-24)，令 $V_w = V_1$ ， $t_w = t_1$ 。当可靠度为 $R = 0.95$ 、置信水平为 $\gamma = 90\%$ 时，高速叶轮寿命的置信下限 $t_{R,low}$ 为：

$$t_{R,low} = t_w^{\frac{\varphi(V_m) - \varphi(V_0)}{\varphi(V_m) - \varphi(V_w)}} \cdot t_m^{\frac{\varphi(V_w) - \varphi(V_0)}{\varphi(V_w) - \varphi(V_m)}} \left[(N+1) \frac{\ln R}{\ln(1-\gamma)} \right]^{\frac{1}{\beta}} = 136604034$$

根据高速叶轮实际平均年化工作频率，正常工作转速与平均每次工作持续时间等数据，推算出高速叶轮的年化使用寿命下限为 29.6965 年，满足其在可靠度 $R = 0.95$ 、置信水平 $\gamma = 90\%$ 下寿命大于 25 年的要求。

2.6 小结

本章分析了应用于高速叶轮的加速寿命试验逆幂率模型，由逆幂率模型的斜

率导出参数，将加速寿命试验下的数据信息等效外推到正常应力水平下。再结合威布尔分布模型表述高速叶轮的寿命分布，并根据历史数据对其形状参数进行估计，提出一种适用于高速叶轮的加速寿命试验寿命评估方法。根据相关标准验证样本数量能否满足要求，并修正了小样本下的参数估计。设计并实施了适用于某型高速叶轮的步进应力高加速寿命试验。最后通过高速叶轮的历史及试验数据，推算出其寿命循环置信下限及年化使用寿命下限。

第三章 基于不精确概率的加速寿命试验非参数预测推断方法

本章与下一章针对发射装置电控模块在试验验证阶段的加速寿命试验数据样本量较大的特点,结合逆幂-威布尔模型用非参数统计方法进行分析,提出适用于电控模块加速寿命试验的非参数预测推断方法,并用不精确概率理论对该方法进行探索性研究。本章以加速寿命试验的非参数预测推断方法的理论研究为主,旨在试验样本寿命分布类型尚不明朗的情形下用加速寿命试验准确分析及评估其寿命可靠性,为非参数方法及不精确概率在可靠性领域中的应用提供理论支撑。

3.1 引言

假设产生数据的总体服从某种分布,只是某些参数值未知,这种数据分析方法称为参数型统计分析方法。参数型统计分析方法对数据信息本身和产生数据的总体的信息都进行分析。但在实际情况下,由于经验不足或者情况特殊,无法假设总体服从某种分布时,若仍采用参数型统计分析方法,得出结论的可信度会大打折扣。非参数型统计分析方法是统计学中一个重要的部分,这类方法不依赖于总体的分布类型,而是仅仅通过一些一般性假设(如:连续分布、对称分布),利用样本观察中一些直观信息进行统计推断。非参数统计分析的这些特点使得其在实践中被广泛应用。

电控模块作为发射装置中关键有寿命件之一,是控制整个雷弹发射过程的核心部件,其可靠性的高低直接关系到发射装置能否正常运行。而作为高可靠长寿命的电子部件,通过一般的寿命试验很难在有限的时间内取得相关的失效数据,同时由于发射装置的工作环境恶劣,其失效模式受到多种因素的影响,用参数化的物理模型进行分析会有参数过于复杂或者模型不够准确等问题。在加速寿命试验中引入非参数分析方法,特别是对于不同应力水平下寿命模型的连接参数和失效时间寿命分布的分析,有很高的研究价值。本章重点介绍非参数预测推断方法,结合失效寿命统计分布规律,给出加速寿命试验的逆幂-威布尔寿命转换模型,并在正常应力水平下运用非参数预测推断方法,提出适用于加速寿命试验的可靠性建模分析方法,最后通过算例分析验证所提出模型的鲁棒性。

3.2 模型假设

在普通条件下对高可靠性的产品或部件进行寿命试验通常需要很长时间甚至数年才能获得较为完整的产品寿命失效数据,对这些寿命数据的分析也显得相对

复杂。这就使得在产品工作初期或较短时间内准确分析评估其失效寿命的统计分布规律成为了一个相当困难甚至是不可能完成的课题，比如评估不同制造商生产的批量机械零件的寿命，在短时间内几乎没有行之有效的方法。在这种情况下，加速寿命试验得到了广泛的应用。

分析产品或部件失效寿命分布的加速寿命试验基于以下前提，试验对象受到高于正常应力的加速应力作用时失效寿命分布也会相应变化，通常表现为失效时间缩短。例如改变电子产品的工作电压或温度能使其工作寿命明显变化。文献[7]详细给出了包括恒定、步进、序进应力加速寿命试验在内的经典试验模型与相关统计模型的大量算例及应用。近年来国内外学者也提出了很多关于加速寿命试验的新模型和数据处理方法^[134-137]。本章基于恒定应力加速寿命试验提出逆幂-威布尔模型用于加速寿命试验的数据转换，主要研究试验对象在正常应力水平下的失效时间预测模型。

恒定应力加速寿命试验是最基础和最为广泛应用的加速寿命试验模型。参与试验的样本被分为数组，每组试验样本分别在某一恒定的加速应力水平下试验，直到各个试验组都出现一定量的失效样本为止，本章中只考虑这种最基本的加速寿命模型。在实际应用中由于模型描述不够准确，试验数据存在误差等因素的影响，加速寿命试验模型在不同应力水平之间的数据转换通常不够精确，转换后的失效数据往往也是反映产品在加速寿命试验下的整体寿命分布趋势，对单个数据的利用率并不高。在这种情况下，应用非参数方法和不精确概率对加速寿命模型特别是数据转换模型进行分析，能够最大程度地利用样本数据，得到符合工程实际的分析结果，提高运算效率。用统计方法对加速寿命试验进行分析研究的难点在于从加速应力水平下转换到正常工作应力水平下的产品失效信息能否真正替代产品长时间在正常应力水平下工作后的失效信息。经过大量的实际验证，Nelson^[7]提出了很多适用于分析加速寿命试验数据的经典统计模型，本章重点研究的逆幂-威布尔分布模型就是其中之一。

逆幂-威布尔模型^[7]是根据加速寿命试验下的寿命分布规律提出的物理统计模型。产品在 $i=0,1,\dots,k$ 个应力水平下进行试验， $i=0$ 表示正常工作应力水平， $i=1,\dots,k$ 表示 k 个加速应力水平。假设产品寿命服从的威布尔分布在不同的应力水平下形状参数 β 保持不变，只有尺度参数 α_i 随应力水平 i 的改变而改变。应力水平 i 下的对应的加速应力数值为 V_i ， V_i 为正数，并且随应力水平 i 的递增而增大。根据逆幂率模型，不同应力水平下的尺度参数 α_i 应满足：

$$\alpha_i = \alpha \left(\frac{V_0}{V_i} \right)^p \quad (3-1)$$

式中, $\alpha=\alpha_0$ 表示在正常应力水平下威布尔分布的尺度参数, p 是描述不同应力水平下的威布尔分布之间的逆幂率关系, 本文称为连接参数。将产品的威布尔分布生存函数用参数化方法 (形状参数 β , 尺度参数 α) 描述:

$$P(T > t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{\alpha} \right)^\beta \right] \quad (3-2)$$

基于之前的假设, 可以将产品在不同应力水平下的逆幂率关系转化为其失效寿命的关系, 即在第 i 应力水平下的产品观察样本寿命 t_i (对应加速应力为 V_i) 可以通过模型外推为正常应力水平下的等效寿命:

$$t_{i \rightarrow 0} = t_i \left(\frac{V_i}{V_0} \right)^p \quad (3-3)$$

值得注意的是, 作为探索研究, 本文对产品在所有应力水平 V_i 下作了形状参数 β 保持不变的假设。实际上这个假设适用性很宽泛, 如果观察样本在不同应力水平 (一般指加速应力水平 V_i 与正常应力水平 V_0) 之间的转换关系有直接的公式表述, 则此模型仍然适用。

加速寿命试验的目的是加快产品的失效, 使其在加速应力下的失效时间更短。显然可以假设连接参数 $p > 0$, 在大多数实际情况下 $p > 1$ 。在加速寿命试验中采集的失效数据也可以包括右删失 (无失效) 数据。在一般的寿命试验中并不是所有的样本都能采集到失效数据。在观测区间中, 样本并没有发生失效事件, 失效事件的发生时间是在观测区间的右侧, 也不能得到精确的失效时间, 这样的数据就称为右删失数据。通过以上一系列假设和采集的寿命数据, 模型的尺度参数 α 、形状参数 β 和连接参数 p 可以用极大似然估计方法得到。

3.3 非参数预测推断方法

3.3.1 $A(n)$ 假设

$A(n)$ 假设^[138]是 Hill 于 1968 年提出的一种经典非参数假设, 根据已经观测的随机量观测值的条件下推导了未来随机量观测值的概率^[139-141]。设 $Y_1, \dots, Y_n, Y_{n+1}$ 指代目标事件, 为正连续且可交换的随机量^[142]。假设随机量 $Y_1, \dots, Y_n$ 的值可观测且对应的观测值用 $0 < y_1 < \dots < y_n < \infty$ 表示, 且记 $y_0 = 0$, $y_{n+1} = \infty$ 。为方便表述, 假设各个观测值之间没有结 (相等的数据) 存在。对于有结存在的一组数据, 也可以通过假定结中的每一个观测样本都加上一个不等的无限趋近于 0 的数来区分。 Y_{n+1} 代表观测 n 个随机量后的下个未来观测值。根据 $A(n)$ 假设有:

$$P(Y_{n+1} \in (y_{i-1}, y_i)) = \frac{1}{n+1}, \quad i=1, \dots, n+1 \quad (3-4)$$

式 (3-4) 表示未来观测值 Y_{n+1} 落入开区间 $I_i = (y_{i-1}, y_i)$ 的概率, $i=1, \dots, n+1$ 。

在没有其他多余假设下, $A(n)$ 可以作为数据可交换性的初始假设^[142]。由于 $A(n)$ 并未假设总体服从某种分布, 在此基础上的统计推断都属于非参数的预测分析, 因此可适用于缺少总体分布信息的场合。虽然在很多情况下, $A(n)$ 假设并不能提供精确的概率分析, 但它通过“概率的基础原理”提供了概率的上下限^[142], 即区间概率理论 (不精确概率理论) 的上下限概率, 在很多特性上与不精确概率理论保持一致^[139,143]。

3.3.2 非参数预测推断方法

非参数预测推断方法 (Nonparametric Predictive Inference, NPI) 是近年来 Coolen、Augustin 等^[139-141,144-147]基于 Hill 的 $A(n)$ 假设提出的一种统计分析方法, 主要应用于统计分析、可靠性分析等领域的研究。

在非参数预测推断方法中不确定性由目标事件的概率上下限进行量化。Augustin 和 Coolen^[139]在 $A(n)$ 假设的基础上推导了概率上下限。令 B 为实数域中的任意可测集, 在由无结实数观测值 $y_1, \dots, y_n$ 构成的区间 $I_i = (y_i, y_{i+1}) (i=0, 1, \dots, n)$ 上, 根据 $A(n)$ 假设对事件 $Y_{n+1} \in B$ 有:

$$\underline{P}(Y_{n+1} \in B) = \frac{1}{n+1} |\{i: I_i \subseteq B\}| \quad (3-5)$$

$$\bar{P}(Y_{n+1} \in B) = \frac{1}{n+1} |\{i: I_i \cap B \neq \emptyset\}| \quad (3-6)$$

式中, $|B|$ 表示集的势, 如集合 B 中元素的个数。换言之, 概率下限 $\underline{P}(Y_{n+1} \in B)$ 是指在集合 B 中只考虑事件必定发生的概率, 也就是说对区间 I_i 完全包含于集合 B 的情况下, Y_{n+1} 落入该区间概率为 $1/(n+1)$ 。概率上限 $\bar{P}(Y_{n+1} \in B)$ 则是指在集合 B 中考虑事件可能发生的所有概率, 也就是说区间 I_i 与集合 B 的交集非空的情况下, Y_{n+1} 落入该区间概率为 $1/(n+1)$ ^[139]。

Augustin 和 Coolen^[139]提出的这些上下限概率与区间概率的分析过程^[44]非常吻合, 并且通过 $A(n)$ 假设的这些特性, 证明了非参数预测推断方法与 Bayes 统计方法类似, 是一种系统的概率统计方法^[138,139,148]。跟其他的概率统计方法相比, 非参数预测推断方法并不基于实际未观测到失效的样本可以被观测到这样的反事实假设, 这些假设会对假设检验的提出假设产生影响。与 Bayes 方法一样, 非参数预测推断方法的推算过程只基于实际观测到的样本数据信息。值得注意的是, 非参

数预测推断方法仍需要满足观测样本与未来样本能够随意互换的假设，虽然这个假设对假设检验影响甚微。

3.4 非参数预测推断方法在可靠性中的应用

3.4.1 右删失数据的非参数预测推断方法

在可靠性分析中，目标事件通常是产品或部件发生失效。在可靠性试验中常有受试产品在某一随机时间点试验截止，但并未发生失效的情况。在这样情况下采集的数据称为右删失数据。这种数据除产品的工作状态信息外无其他任何信息，是无信息截尾数据。Coolen 和 Yan^[145]提出了右删失 $A(n)$ 假设（Right-censoring $A(n)$, rc- $A(n)$ ）的概念，用于右删失数据的非参数预测推断方法分析。rc- $A(n)$ 假设在原基础上增加了一个假设，即在某个试验截止时刻，被截止样品的剩余失效寿命可以与所有其他被截止或未失效样品的剩余失效寿命互换。这一假设是无信息截尾下的一般假设，并且能够适用于本文中加速寿命模型参数的极大似然估计或其他估计方法。在进行加速寿命试验时通常会预设好试验终止时间，这种情况下的截尾就属于无信息截尾。根据以上假设，右删失数据的非参数预测推断方法可以用于分析这类加速寿命试验下采集的右删失数据。

为推导出 rc- $A(n)$ 的一般形式，需要在可伸展的区间上对分配的区间概率进行说明。把描述概率的局部分布的区间函数称为 M 函数，定义如下^[149]：

定义 3.1 对于一个实数随机量 X 落在任意可延伸区间 (a, b) 内的概率分布，可以通过对应的区间概率进行描述。区间概率 $M_X(a, b)$ 表示 X 在区间 (a, b) 内的 M 函数值。

显然，各 M 函数值均应在 $[0, 1]$ 以内，且 X 在所有区间内的所有 M 函数值的总和为 1。 M 函数的概念与 Shafer “基本概率分配（Basic Probability Assignment）”概念^[150]相似。

设 $X_1, \dots, X_n, X_{n+1}$ 为指代寿命的正连续可交换随机量。在 $X_1, \dots, X_n, X_{n+1}$ 中的 n 个观测值中有 u 个失效时间观测值 $x_1 < x_2 < \dots < x_u$ 和 $n-u$ 个右删失观测值 $c_1 < c_2 < \dots < c_{n-u}$ 。令 $x_0 = 0$, $x_{n+1} = \infty$ ，并且假设在区间 (x_i, x_{i+1}) 内有 s_i 个右删失观测值 $c_1^i < c_2^i, \dots, c_{s_i}^i$ ，则 $\sum_{i=0}^u s_i = n-u$ 。在 rc- $A(n)$ 假设前提下可以用 M 函数的值来描述 X_{n+1} 的非参数预测推断概率分布情况。设随机量 X_{n+1} 代表一个未来观测样本的失效时间，则有如下定义^[149]：

定义 3.2 右删失 $A(n)$ （rc- $A(n)$ ）通过以下 M 函数的值来部分描述未来观测样本 X_{n+1} 的概率分布^[149]。

$$M_i^X = M_{X_{n+1}}(x_i, x_{i+1}) = \frac{1}{n+1} \prod_{\{r: c_r < x_i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r} + 1}{\tilde{n}_{c_r}} \quad (3-7)$$

$$M_{i,i^*}^X = M_{X_{n+1}}(c_{i^*}^i, x_{i+1}) = \frac{1}{(n+1)\tilde{n}_{c_{i^*}^i}} \prod_{\{r: c_r < c_{i^*}^i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r} + 1}{\tilde{n}_{c_r}} \quad (3-8)$$

式中, $i = 0, 1, \dots, u$, $i^* = 1, 2, \dots, s_i$ 。

以上的 M 函数值可以统一为如下形式 ($i = 0, 1, \dots, u$, $i^* = 0, 1, \dots, s_i$):

$$M_{X_{n+1}}(t_{i^*}^i, x_{i+1}) = M_{i,i^*}^X = \frac{1}{n+1} (\tilde{n}_{t_{i^*}^i}^i)^{\delta_{i^*}^i - 1} \prod_{\{r: c_r < t_{i^*}^i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r} + 1}{\tilde{n}_{c_r}} \quad (3-9)$$

式中,

$$\delta_{i^*}^i = \begin{cases} 1, & i^* = 0 (t_0^i = x_i) \\ 0, & i^* = 1 (t_{i^*}^i = c_{i^*}^i) \end{cases}$$

$\tilde{n}_{c_r}$ 和 $\tilde{n}_{t_{i^*}^i}$ 分别为在时间点 c_r 和 $t_{i^*}^i$ 风险集 (尚未发生且等待发生失效或截尾) 中的观测样本量。

为方便表述, 令 $\tilde{n}_0 = n+1$, 只有在这种形式下区间的 M 函数为正, 且所有区间的 M 函数总和为 1。将所有以 x_{i+1} 作为右端点的区间的 M 函数求和, 得到概率:

$$P_i = P(X_{n+1} \in (x_i, x_{i+1})) = \frac{1}{n+1} \prod_{\{r: c_r < x_{i+1}\}} \frac{\tilde{n}_{c_r} + 1}{\tilde{n}_{c_r}} \quad (3-10)$$

式中, x_i 与 x_{i+1} 为两个相继失效时间 ($x_0 = 0$, $x_{n+1} = \infty$)。需要指出, 产品样本为空集 (没有失效或截尾被观测到) 时, 概率应该等于 1。

3.4.2 生存函数的非参数预测推断方法

生存函数 (Survival Function, $S(t)$) 能够反应事件时间大于某个时刻 t 的概率, 因此常用来分析寿命数据。在样本量为 n 的一组数据中, 假设有 q 个互不相同的事件时间并按大小顺序排列, $x_1 < x_2 < \dots < x_q$ 。令 h_i 为事件在时间 x_i 时对应发生的数量, $\tilde{n}_{x_i}$ 为截止到时间 x_i 时尚未发生的事件数量, 则基于产品的生存函数的乘积限估计量为:

$$\hat{S}(t) = \prod_{i: x_i \leq t} \left(\frac{\tilde{n}_{x_i} - h_i}{\tilde{n}_{x_i}} \right) \quad (3-11)$$

此方法又称 Kaplan-Meier 分析法, 由 Kaplan 和 Meier^[151]于 1958 年首次提出。方法中 $S(t)$ 的乘积限估计值就是非参数化的极大似然估计值。在无截尾数据的情况

下，乘积限估计就是经验生存函数，可以由通过计算时间 t 时还未发生的事件数与总数的比值来得到。

对于包含右删失数据的预测，在 $rc-A(n)$ 假设上提出的非参数预测推断上下限生存函数可以替代 Kaplan-Meier 分析法。文献[145]给出了详细的讨论和算例。

由 Coolen 等^[144]提出的非参数预测推断上下限生存函数 $\bar{S}_{X_{n+1}}(t)$ 和 $\underline{S}_{X_{n+1}}(t)$ ，这些公式是迄今为止上下限生存函数相关文献中提出的最简单的解析表达式，也是非参数预测推断方法应用于可靠性及生存分析中最有用的表达式。Maturi 等^[147]也对相关的研究进行了介绍。

在介绍非参数预测推断上下限生存函数之前，需要以下引理^[149]作为进一步的说明。用 δ 对失效和右删失数据进行标记，有 n 个不同顺序的观测值，令 t_a ($a=1, \dots, n$) 为观测的失效 ($\delta_a=1$) 或右删失 ($\delta_a=0$) 时间，规定 $\delta_0=1$ 对应 $t_0=0$ 且 $\tilde{n}_{t_0}=\tilde{n}_0=n+1$ 。

引理 3.3 对于所有 t_a , $a=1, \dots, n$, 有:

$$(\tilde{n}_{t_a})^{\delta_a-1} + \sum_{i=a+1}^n (\tilde{n}_{t_i})^{\delta_i-1} \prod_{\{r:t_a \leq c_r < t_i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} = \tilde{n}_{t_a} \quad (3-12)$$

证明^[149] 式 (3-12) 中 t_n 代表失效或截尾时间，易得到 $t_a=t_n$ 。令 $a=n-m$ ($m=0, 1, \dots, n-2$)，那么 $t_a=t_{n-m}$ ，式 (3-12) 可写成:

$$(\tilde{n}_{t_{n-m}})^{\delta_{n-m}-1} + \sum_{i=n-m+1}^n (\tilde{n}_{t_i})^{\delta_i-1} \prod_{\{r:t_{n-m} \leq c_r < t_i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} = \tilde{n}_{t_{n-m}} \quad (3-13)$$

进一步说明式 (3-12) 也可以通过 $t_{a-1}=t_{n-m-1}=t_{n-(m+1)}$ 写成如下形式:

$$(\tilde{n}_{t_{n-m-1}})^{\delta_{n-m-1}-1} + \sum_{i=n-m}^n (\tilde{n}_{t_i})^{\delta_i-1} \prod_{\{r:t_{n-m-1} \leq c_r < t_i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} = \tilde{n}_{t_{n-m-1}} \quad (3-14)$$

证明式 (3-12) 即是证明式 (3-14)。式 (3-14) 等式左端可以变为:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\tilde{n}_{t_{n-m-1}}} \right)^{1-\delta_{n-m-1}} + \left(\frac{\tilde{n}_{t_{n-m-1}}+1}{\tilde{n}_{t_{n-m-1}}} \right)^{1-\delta_{n-m-1}} \left((\tilde{n}_{t_{n-m}})^{\delta_{n-m}-1} + \sum_{i=n-m+1}^n (\tilde{n}_{t_i})^{\delta_i-1} \prod_{\{r:t_{n-m} \leq c_r < t_i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} \right) \\ &= \left(\frac{1}{\tilde{n}_{t_{n-m-1}}} \right)^{1-\delta_{n-m-1}} + \left(\frac{\tilde{n}_{t_{n-m-1}}+1}{\tilde{n}_{t_{n-m-1}}} \right)^{1-\delta_{n-m-1}} \tilde{n}_{t_{n-m}} \\ &= \left(\frac{1}{\tilde{n}_{t_{n-m-1}}} \right)^{1-\delta_{n-m-1}} + \left(\frac{\tilde{n}_{t_{n-m-1}}+1}{\tilde{n}_{t_{n-m-1}}} \right)^{1-\delta_{n-m-1}} (\tilde{n}_{t_{n-m-1}} - 1) \\ &= \left(\frac{1}{\tilde{n}_{t_{n-m-1}}} \right)^{1-\delta_{n-m-1}} \left\{ 1 + (\tilde{n}_{t_{n-m-1}} + 1)^{1-\delta_{n-m-1}} (\tilde{n}_{t_{n-m-1}} - 1) \right\} \end{aligned}$$

等式的第一步由式 (3-13) 得出。在 t_{n-m-1} 表示失效时间 ($\delta_{n-m-1}=1$) 或截尾时间 ($\delta_{n-m-1}=0$) 下, 通过以上表达式都得到 $\tilde{n}_{t_{n-m-1}}$ 。因此, 通过上述推导可知, 式 (3-12) 对所有 $a=1, \dots, n$ 均成立。所以, 对于 $a=0$, 对应 $t_0=0$ ($\delta_0=1$ 且 $\tilde{n}_{t_0}=\tilde{n}_0=n+1$), 式 (3-12) 可以通过下式证明:

$$\begin{aligned} & (\tilde{n}_0)^{\delta_0-1} + \sum_{i=1}^n (\tilde{n}_{t_i})^{\delta_i-1} \prod_{\{r: t_0 \leq c_r < t_i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} \\ &= 1 + (\tilde{n}_{t_1})^{\delta_1-1} + \sum_{i=2}^n (\tilde{n}_{t_i})^{\delta_i-1} \prod_{\{r: t_1 \leq c_r < t_i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} \\ &= 1 + \tilde{n}_{t_1} = 1 + n = \tilde{n}_{t_0} \end{aligned}$$

证明完毕。 ■

记 $t_{s_{i+1}}^i = t_0^{i+1} = x_{i+1}$, $i=0, 1, \dots, u-1$, 非参数预测推断上下限生存函数的简单解析表达式可由定理 3.4^[149]给出。

定理 3.4 对 $t \in [t_a^i, t_{a+1}^i)$, 其中 $i=0, 1, \dots, u$, $a=0, 1, \dots, s_i$, 非参数预测推断下限生存函数^[144]为:

$$\underline{S}_{X_{n+1}}(t) = \frac{1}{n+1} \tilde{n}_{t_a^i} \prod_{\{r: c_r < t_a^i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} \quad (3-15)$$

对 $t \in [x_i, x_{i+1})$, 其中 $i=0, 1, \dots, u$, 非参数预测推断上限生存函数^[144]为:

$$\bar{S}_{X_{n+1}}(t) = \frac{1}{n+1} \tilde{n}_{x_i} \prod_{\{r: c_r < x_i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} \quad (3-16)$$

证明^[149] 对于 $t \in [t_a^i, t_{a+1}^i)$, 下限生存函数^[144]为:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{X_{n+1}}(t) &= \underline{S}_{X_{n+1}}(t_a^i) = M_{X_{n+1}}(t_a^i, x_{i+1}) + \sum_{C(i, i^*, t_a^i)} M_{X_{n+1}}(t_{i^*}^i, x_{i+1}) \\ &= \frac{1}{n+1} \left\{ (\tilde{n}_{t_a^i})^{\delta_a^i-1} \prod_{\{r: c_r < t_a^i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} + \sum_{C(i, i^*, t_a^i)} (\tilde{n}_{t_{i^*}^i})^{\delta_{i^*}^i-1} \prod_{\{r: c_r < t_{i^*}^i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} \right\} \\ &= \frac{1}{n+1} \prod_{\{r: c_r < t_a^i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} \left\{ (\tilde{n}_{t_a^i})^{\delta_a^i-1} + \sum_{C(i, i^*, t_a^i)} (\tilde{n}_{t_{i^*}^i})^{\delta_{i^*}^i-1} \prod_{\{r: t_a^i \leq c_r < t_{i^*}^i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} \right\} \\ &= \frac{1}{n+1} \prod_{\{r: c_r < t_a^i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r}+1}{\tilde{n}_{c_r}} \tilde{n}_{t_a^i} \end{aligned}$$

其中, $\sum_{C(i, i^*, t_a^i)}$ 表示从 0 到 u 上所有 i 和从 0 到 s_i 上所有 i^* 的总和, 故 $t_{i^*}^i > t_a^i$ 。 t_a^i 仍然表示观测的失效 ($\delta_a^i=1$) 或右删失 ($\delta_a^i=0$) 时间。

通过引理 3.3^[149]即可证明以上等式。

同样地，引理 3.3^[149]也可用来证明非参数预测推断上限生存函数^[144]。对于 $t \in [x_i, x_{i+1})$ ，有：

$$\begin{aligned}\bar{S}_{X_{n+1}}(t) &= M_{X_{n+1}}(x_i, x_{i+1}) + \sum_{C(i, i^*, x_i)} M_{X_{n+1}}(t_{i^*}^i, x_{i+1}) \\ &= \frac{1}{n+1} \prod_{\{r: c_r < x_i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r} + 1}{\tilde{n}_{c_r}} \left\{ 1 + \sum_{C(i, i^*, x_i)} (\tilde{n}_{t_{i^*}^i}^i)^{\delta_{i^*}^i - 1} \prod_{\{r: x_i \leq c_r < t_{i^*}^i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r} + 1}{\tilde{n}_{c_r}} \right\} \\ &= \frac{1}{n+1} \prod_{\{r: c_r < x_i\}} \frac{\tilde{n}_{c_r} + 1}{\tilde{n}_{c_r}} \tilde{n}_{x_i}\end{aligned}$$

其中， $\sum_{C(i, i^*, x_i)}$ 表示从 0 到 u 上所有 i 和从 0 到 s_i 上所有 i^* 的总和。

故 $t_{i^*}^i > x_i$ ，证明完毕。 ■

引理 3.3^[149]以及非参数预测推断上下限生存函数（式（3-15）、式（3-16））也可理解为对于右删失数据的概率分配算法。关于这点 Efron^[152]已有相关介绍，Coolen 和 Yan 亦有所讨论^[145]。

上下限生存函数为阶跃函数，是非参数预测推断算法的直观解析表达式，生存函数曲线具有以下特点：

（1）生存曲线是左连续的，每一级台阶的右端为断点，当前失效时间点处的纵坐标值在下一个台阶。

（2）生存曲线呈阶梯形，不能直接用直线或曲线连接相邻的两个生存率散点。生存曲线平缓表示生存率较高或者生存期较长，生存曲线陡峭则表示生存率低或者生存期短。

（3）计算生存期中位数，可以通过生存率 50% 相邻的两个生存率即生存时间，利用线性比例关系求解生存期中位数，同理可计算各个百分位数。

值得注意的是，使用经典非参数极大似然估计法 Kaplan-Meier 分析法^[151]对同一组数据的估计结果始终处于用非参数预测推断方法得到的上下限生存函数之间^[145]。作为经典方法，Kaplan-Meier 分析法加速寿命试验的数据分析中也有广泛应用^[7]，主要目的是评估总体的分布模型。而本文所提出的非参数预测推断方法主要用于预测下一个未来观测样本在正常应力水平下的表现。

3.4.3 比较两组数据的非参数预测推断方法

Coolen 和 Yan^[146]提出了一种用于比较两组独立的寿命数据（都含右删失数据）的非参数预测推断方法。令两组寿命数据分别为 X 和 Y ，且各自有 n_x 和 n_y 个观测值，根据假设 $rc-A(n_x)$ 和 $rc-A(n_y)$ ，提出的这种比较方法是由 X 中的未来观测值 X_{n_x+1} 小于 Y 中的未来观测值 Y_{n_y+1} 的事件的概率上下限得到的。设观测到来自 X 的

u_x 个观测值 $x_1 < x_2 < \dots < x_{u_x}$ ，和 $v_x = n_x - u_x$ 个右删失观测值 $c_{x,1} < c_{x,2} < \dots < c_{x,v_x}$ ，令 $x_0 = 0$ ， $x_{u_x+1} = \infty$ 且令区间 (x_i, x_{i+1}) 上有 s_x^i 个右删失观测值， $x_i < c_{x,1}^i < c_{x,2}^i < \dots < c_{x,s_x^i}^i < x_{i+1}$ ，则 $\sum_{i=0}^{u_x} s_x^i = v_x$ 。同样设有来自 Y 的 u_y 个观测值 $y_1 < y_2 < \dots < y_{u_y}$ 和 $v_y = n_y - u_y$ 个右删失观测值 $c_{y,1} < c_{y,2} < \dots < c_{y,v_y}$ 且令 $y_0 = 0$ ， $y_{u_y+1} = \infty$ ，区间 (y_j, y_{j+1}) 上有 s_y^j 个右删失观测值， $y_j < c_{y,1}^j < c_{y,2}^j < \dots < c_{y,s_y^j}^j < y_{j+1}$ ，则 $\sum_{j=0}^{u_y} s_y^j = v_y$ 。那么事件 $X_{n_x+1} < Y_{n_y+1}$ 的非参数预测推断方法上下限概率为^[146]：

$$\underline{P}(X_{n_x+1} < Y_{n_y+1}) = \sum_{i=0}^{u_x} \sum_{j=0}^{u_y} P_i^X \left\{ 1\{x_{i+1} < y_j\} M_j^Y + \sum_{j_y^*=1}^{s_y^j} 1\{x_{i+1} < c_{y,j_y^*}^j\} M_{j,j_y^*}^Y \right\} \quad (3-17)$$

$$\bar{P}(X_{n_x+1} < Y_{n_y+1}) = \sum_{i=0}^{u_x} \sum_{j=0}^{u_y} P_j^Y \left\{ 1\{x_i < y_{j+1}\} M_i^X + \sum_{i_x^*=1}^{s_x^i} 1\{c_{x,i_x^*}^i < y_{j+1}\} M_{i,i_x^*}^X \right\} \quad (3-18)$$

式中，变量 $M_i^X (M_j^Y)$ 、 $M_{i,i_x^*}^X (M_{j,j_y^*}^Y)$ 和 $P_i^X (P_j^Y)$ 分别由式 (3-7)、式 (3-8) 和式 (3-10) 给出。

Coolen 和 Yan 通过以下引理^[146,153]推导了上下限概率。

引理 3.5 当 $s \geq 2$ ，令 $J_l = (j_l, r)$ 且 $j_1 < j_2 < \dots < j_s < r$ ，对于同一个右端点 r （可为无穷大）有嵌套区间 $J_1 \supset J_2 \supset \dots \supset J_s$ 。设有两个实数的随机变量 X 和 Y ，当 $P(X \in J_1)$ 的所有概率质量可以通过 M 函数值 $M_X(J_l)$ 来描述时， X 的概率分布就可以通过 M 函数值来部分指定，则有 $\sum_{l=1}^s M_X(J_l) = P(X \in J_1)$ 。对 Y 同理。那么不再需要增加假设条件，通过：

$$\sum_{l=1}^s P(Y < j_l) M_X(J_l) \leq P(Y < X, X \in J_1) \leq P(Y < r) P(X \in J_1) \quad (3-19)$$

可以得到下限的最大值和上限的最小值^[146,153]。

3.5 加速寿命模型的非参数预测推断方法

3.5.1 加速寿命试验的逆幂-威布尔模型

本文提出的针对加速寿命试验数据的非参数预测推断方法（以下简称该方法）由两步组成。首先用最基础的逆幂-威布尔模型模拟产品的寿命分布，并通过极大似然估计得到模型的各个参数估计值。威布尔分布的概率密度函数为：

$$f(t^i) = \frac{\beta}{\alpha_i} \left(\frac{t^i}{\alpha_i} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{t^i}{\alpha_i} \right)^\beta \right] \quad (3-20)$$

式中， $\alpha_i > 0$ 为威布尔分布在加速应力水平 i 下的尺度参数， $\beta > 0$ 是形状参数。

将逆幂率模型的连接方程，即式（3-1）代入式（3-20）可以得到加速应力水平 $i=0,1,\dots,k$ 下加速寿命试验模型的概率密度函数：

$$f(t^i) = \frac{\beta}{\alpha(\frac{V_0}{V_i})^p} \left(\frac{t^i}{\frac{V_0}{V_i}}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t^i}{\frac{V_0}{V_i}}\right)^\beta\right] \quad (3-21)$$

其中，应力水平 $i=0$ 代表正常工况下的应力水平，也是模型进行等效转换后所在的应力水平。

所提出的模型是应用基于非参数预测推断方法的不精确模型对加速寿命试验进行分析，只对方法本身作了很少的基本假设，所以本章的逆幂-威布尔模型可替换为其他模型或是评估方法。此外，关于不同应力水平之间连接方程的模型将在第四章进行简要讨论。

加速寿命试验的非参数预测推断方法的第一步是用极大似然估计对加速模型的参数进行估计。采集不同应力水平下样本的失效数据（包括右删失样本的数据），通过概率密度函数的极大似然估计得到模型三参数 α 、 β 和 p 的点估计值。第二步只用连接参数 p 的估计值（记为 $\hat{p}$ ），通过逆幂率模型将所有在加速应力水平 $V_1, \dots, V_k$ 下采集的样本观测值转换为正常应力水平 V_0 下的等效观测值

$$t^i \left(\frac{V_i}{V_0}\right)^{\hat{p}} \quad (3-22)$$

右删失观测值也作类似处理，得到右删失的等效观测值。最后将所有转换后的等效观测值和实际在正常应力水平 V_0 下的真实观测值一起用非参数预测推断方法分析。步骤的流程示意图如图 3-1 所示。以下用文献中的一个经典算例进行详细说明，这个算例也用于 3.5.2 节及后文模型的扩展研究。

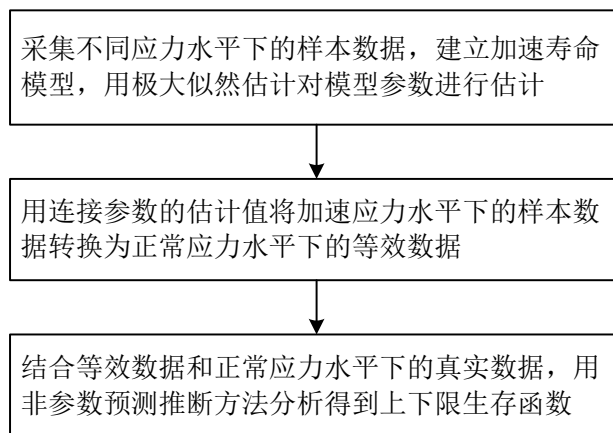


图 3-1 加速寿命模型的非参数预测推断方法步骤示意图

算例 3-1: Lawless^[154]提供了一组恒定应力加速寿命试验数据, 见表 3-1, 带⁺数据为右删失数据。

表 3-1 某试件在不同电压水平下的失效数据

电压 V_i (kV)		失效时间 t^i (min)								
$V_0 = 52.5$	245	246	350	550	600	710	745	1010	1190	1225
	1390	1458	1480	1690	1805	2450	3000	4690	6095	6200 ⁺
$V_1 = 55.0$	114	132	144	162	222	258	300	312	396	444
	498	520	745	772	1240	1266	1464	1740 ⁺	2440 ⁺	2600 ⁺
$V_2 = 57.5$	168	174	234	252	288	288	294	348	390	408
	444	510	528	546	558	690	696	714	900 ⁺	1000 ⁺

表中数据采集于在加速寿命试验下某环氧树脂样本的电绝缘性研究。选取电压 $V_0 = 52.5\text{kV}$ 作为正常应力, $V_1 = 55.0\text{kV}$ 、 $V_2 = 57.5\text{kV}$ 作为加速应力。在每级应力下测试 20 个样本。试验截止后在 60 个样本中观测到少量未失效样本, 其余观测样本全部失效, 将未失效样本数据标记为右删失数据。

根据表 3-1 中数据用 R-project 对逆幂-威布尔模型进行极大似然估计, 得到形状参数 β 、连接参数 p 及尺度参数 α 的估计值, 通过模型可推导出各级应力水平下的尺度参数估计值。需要注意的是用 R-project 进行极大似然估计的优化时, 选取不同初始点得到的参数估计值有一些细微差异。通过取不同初始点进行极大似然估计来证明这一点, 相较之下可以认为这些差异对算法本身和后文的不精确分析方法的影响可以忽略不计, 详细的估计结果见表 3-2。

表 3-2 逆幂-威布尔模型的参数极大似然估计值

初始点 (β, α, p)	(1.489, 1959, 10)	(0.5, 500, 3)	(5, 3000, 20)
$\hat{\beta}$	1.183	1.183	1.183
$\hat{p}$	15.09927	15.09927	15.0993
$\hat{\alpha}_0 = \hat{\alpha}$	2038.790	2038.799	2038.790
$\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha} \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\hat{p}}$	1009.988	1009.987	1009.986
$\hat{\alpha}_2 = \hat{\alpha} \left(\frac{V_0}{V_2} \right)^{\hat{p}}$	516.205	516.205	516.204

分析方法的第二步是选取模型的连接参数估计值 $\hat{p}$ 进行数据转换。将所有在加速应力水平 (V_1 , V_2) 下的数据通过式 (3-22) 转换为正常应力水平 (V_0) 下的等效数据, 见表 3-3。

表 3-3 转换到正常应力水平下的等效失效数据

电压 V (kV)	转换后失效数据 $t^{i \rightarrow 0}$ (min)				
$V_0 = 52.5$	245	246	350	550	600
	710	745	1010	1190	1225
	1390	1458	1480	1690	1805
	2450	3000	4690	6095	6200 ⁺
$V_1 = 55.0$	230.1	266.4	290.6	327.0	448.1
	520.8	605.5	629.8	799.3	896.2
	1005.2	1049.6	1503.8	1558.3	2503.0
	2555.5	2955.2	3512.4 ⁺	4925.4 ⁺	5248.4 ⁺
$V_2 = 57.5$	663.5	687.2	924.2	995.2	1137.4
	1137.4	1161.1	1374.4	1540.3	1611.4
	1753.6	2014.2	2085.3	2156.4	2203.8
	2725.2	2748.9	2819.9	3554.6 ⁺	3949.5 ⁺

将 $V_0 = 52.5\text{kV}$ 作为正常应力水平, 所以 V_0 下采集的数据没有变化, 为方便与其他转换后的数据进行比较和分析, 一并列入表中。图 3-2 更直观地展示了转换数据 (V_1 , V_2) 和实际数据 (V_0) 在正常应力水平下的大致分布情况。

从图 3-2 中可以直观判断转换自 V_1 和 V_2 的等效失效数据和 V_0 下的实际失效数据在正常应力水平下融合效果很好, 没有呈现出明显分离的情况, 这说明逆幂-威布尔模型十分适合这种类型失效数据的等效转换。显然, 利用参数估计模型对加速寿命试验的失效数据转换对整个方法有至关重要的影响, 关于其结果可信度的分析, 将在本章 3.6 节模拟算例中详细论证。

最后使用非参数预测推断方法对所有 60 个失效数据 (包括等效失效数据和实际失效数据) 进行分析, 取连接方程的参数估计值 $\hat{p} = 15.09927$, 由式 (3-15) 和式 (3-16) 可以得到样本的上下限生存函数, 如图 3-3。基于转换的等效失效数据与实际失效数据能够完美融合以及非参数统计推断方法中未来样本与试验样本的可交换性这两个假设, 也就是说观测目标的未来样本能够与包括等效转换样本在内的所有 60 个观测样本在正常应力水平 V_0 下互换, 通过非参数预测推断方法得到的上下限生存函数就可以用于未来样本在正常应力水平下的可靠性预测。

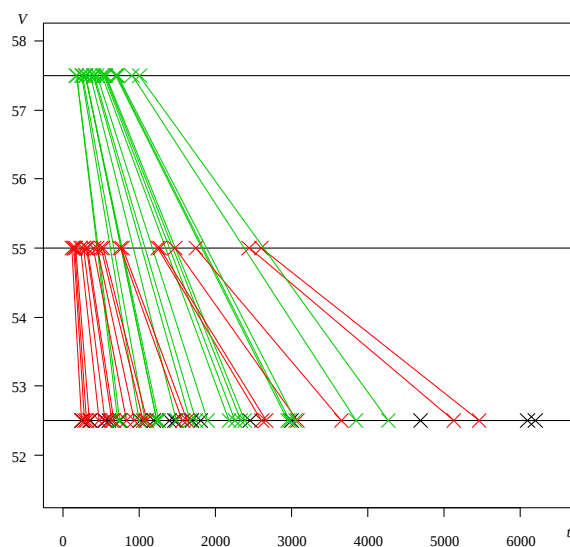


图 3-2 逆幂-威布尔模型的数据转换示意图

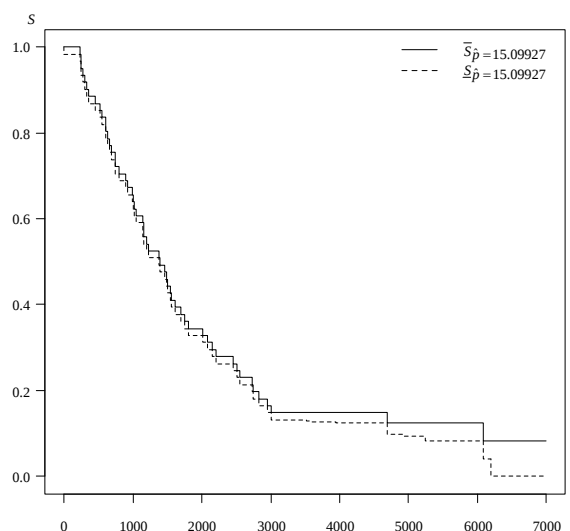


图 3-3 非参数预测推断上下限生存函数（ $\hat{p}=15.09927$ ）

3.5.2 模型参数的不精确性

上一节提出的模型分析方法需要在很多方面验证其正确性，其中重要的一个方面是参数估计模型逆幂-威布尔模型对于加速试验寿命数据等效转换的可信度问题。在第一步中通过建模可以用极大似然估计得到连接参数的估计 $\hat{p}$ ，其估计值对第二步的非参数预测推断分析有很大影响。从算例 3-1 中可以发现提出的估计算法中存在数值不稳定的现象，这种不稳定性会对类似加速寿命试验这样的小样本数据的极大似然估计值造成偏差^[104]。可以通过进一步假设和建立更为细化的复杂模型来解决这个问题，但对于依赖模型对数据进行外推转换加速寿命试验来说，准确验证转换后的等效数据的合理性，仍然很困难甚至不可能。

建立复杂模型通常需要强化假设条件并且收集更多的试验样本信息，这里提出一种替代方法，通过引入不精确性来避免条件的强化，使模型更为普适。当然，细化模型然后与非参数预测推断方法结合来解决相关问题也非常具有研究意义，也是将来的研究方向之一。加速寿命试验的目的主要在于预测试件在正常应力水平下的失效时间（寿命），为建立合适的预测分析模型本文在 3.5.1 节中提出了逆幂-威布尔模型的非参数预测推断方法。将方法第一步中的连接参数点估计值 $\hat{p}$ 替换为包含 $\hat{p}$ 在内的区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ ，这个区间将会使应力水平 V_i 下的单个观测值转换为正常应力 V_0 下的对应等效观测区间。在缺乏不同应力水平之间关系的完全信息时，应用不精确概率进行分析有很大的优势和研究价值。此外还发现，随着加速应力水平 i 的增加，转换后的等效观测区间也变大，即对同一个 $[\underline{p}, \bar{p}]$ ，高加速应力水平下的实际观测值通过转换得到的正常应力水平下的观测区间大于低加速应力水平下通过同样方法得到的观测区间，这是不精确概率与加速寿命试验结合模型的一种特性。在调研相关文献后，作者发现国内外几乎还没有用这类型的不精确统计方法研究加速寿命试验的工作，这也是本文主要研究内容所在。实际上作为探索性的研究的一小部分，本文所选用的这些模型设定都可替换，前文也提到，本文所提出的模型方法建立在非常基础的假设之上，这就意味着方法本身对统计模型或加速寿命试验类型有广泛的适用性，可以替换为其他寿命分布模型或加速寿命模型。

对于同一组数据，在方法的第二步中连接参数 $\hat{p}$ 扩展为区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ 时，根据式 (3-17) 和式 (3-18) 以及逆幂-威布尔转换模型与非参数预测推断上下限生存函数单调性一致，可以用非参数预测推断方法的上限生存函数对应 $\bar{p}$ 的转换数据，下限生存函数对应 $\underline{p}$ 的转换数据。显然在应用不精确分析方法处理这个模型时，区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ 的增大会导致生存函数的上下限差异变大，模型也就越不精确，这些特性在算例 3-2 中得到证实。

算例 3-2: 在算例 3-1 中，连接参数 p 的点估计值为 $\hat{p}=15.09927$ ，对应的上下限生存函数如图 3-3。将 p 扩展为区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ ，并分别选取 $[14.5, 15.5]$ ， $[13.0, 17.0]$ ， $[10.0, 20.0]$ 三个观测区间值进行非参数预测推断分析，对应得到的上下限生存函数如图 3-4 所示。从图中可以发现，随着连接参数 p 不精确性的增加，上下限生存函数的差异也逐渐变大。对 $[\underline{p}, \bar{p}]$ 选取较大的区间观测值进行分析得到的上下限生存函数的不精确性也不会太大，虽然这跟选用的应力水平数值的比例 V_i/V_0 有关（本算例中比较接近 1），但仍然可以说明一些问题，如前文提到的极大似然估计初始点的差异对点估计值的影响，引入模型参数的不精确性后基本上可以被忽略。值得强调的是，本算例验证了 p 选取区间的增大会导致非参数预测推断上下限生存

函数不精确性的增大，通过研究不难发现，在实际应用中如何选取区间 $[p, \bar{p}]$ ，使分析结果能够最大程度反应产品的真实情况，是非常重要且亟待解决的问题。在工程实际中，需要选取合适的区间使分析结果能够展现一定的不精确性，又不会因为过于不精确导致分析结果不可信从而不被实际接受，这部分相关内容将在第四章进行阐述。

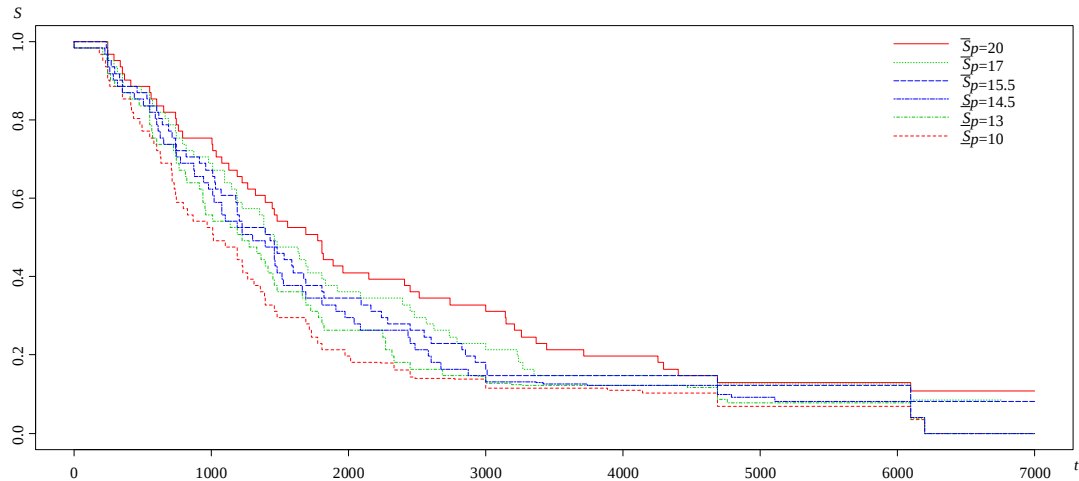


图 3-4 区间 $[p, \bar{p}]$ 非参数预测推断上下限生存函数

3.6 算例分析

3.6.1 模拟分析

本章研究内容将展示一种应用于加速寿命试验数据分析的统计预测方法，在发射装置中电控模块由电压驱动，其寿命数据也可用这种方法进行分析。本节将在模拟算例中验证逆幂-威布尔转换模型能否正确反应样本在正常应力水平下的寿命分布情况。

算例 3-3: 首先设置逆幂-威布尔模型的相关参数及加速应力水平，见表 3-4。

表 3-4 模拟算例的逆幂-威布尔模型设置

尺度参数 $\alpha_0 = 1500$	正常应力水平 $V_0 = 50$
形状参数 $\beta = 3$	加速应力水平 $V_1 = 80$
连接参数 $p = 10$	加速应力水平 $V_2 = 120$
$\alpha_1 = \alpha_0 \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^p = 13.64242$	$\alpha_2 = \alpha_0 \left(\frac{V_0}{V_2} \right)^p = 0.23658$

每次模拟都用威布尔分布形状参数 β 和尺度参数 α_0 、 α_1 、 α_2 分别在对应的应力水平 V_0 、 V_1 、 V_2 下随机生成 n 个观测值（ $n=10$ ），形成一组共 30 个观测值。然

后用逆幂-威布尔模型的极大似然估计对这组观测值进行参数估计，得到连接参数估计值 $\hat{p}$ 。再用 $\hat{p}$ 将 V_1 、 V_2 的观测数据等效转换到 V_0 ，获得 30 个的正常应力水平 V_0 下的等效观测值（包括 20 个转换观测值和 10 个原始生成（真实）观测值）。最后，用 α_0 和 β 在 V_0 下再随机生成 1 个观测值作为未来观测值，比较未来观测值与 30 个等效观测值的位置。一次模拟过程的示意图如图 3-5 所示，图中蓝色三角形代表未来观测值。

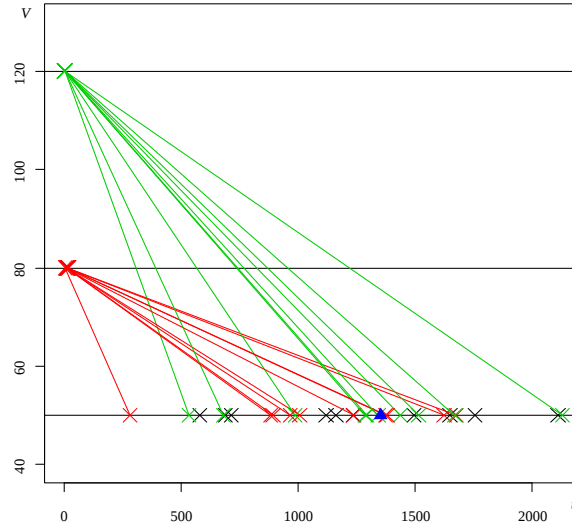


图 3-5 一次模拟过程示意图

重复以上模拟过程数次，如果逆幂-威布尔模型能够完美描述样本在不同加速应力水平下的分布规律，那么转换到正常应力水平下的等效观测值可以认为是在此应力下观察到（生成）的真实观测值。这种情况下 20 个等效观测值与 10 个真实观测值会呈现良好的融合状态，通过以下分析来判断融合状态的好坏。

首先将正常应力下的 10 个真实观测值作为分割点，将正实数轴分割为 11 个区间（假设观测值中无结存在）。根据 $A(n)$ 假设，在此应力水平下生成的下一个未来观测值将会以相等的 $1/11$ 概率落入这 11 个区间。重复模拟这个过程数次并统计结果，那么未来观测值将在这 11 个区间内呈现出大致相等分布规律。接下来推广到包含 20 个等效观测值在内的 30 个观测值的情况，如果加速应力水平下的观测数据能够被模型完美转换到正常应力水平，那么就可以认为转换的等效观测值与直接在该应力水平下生成的真实观测值完全相同，即能够真正代替正常应力水平下的真实观测值。那么在该水平下生成的下一个未来观测值就能与 30 个观测值中的任意一个交换（可交换性假设）。同样地，在正常应力水平下 30 个观测值正实数轴划分为 31 个区间（仍假设观测值中无结存在，转换后的观测值也同样无结），理论上生成的下一个未来观测值就会以 $1/31$ 的相等概率落入每个区间。综上所述，

每一次运行模拟计算都包含以下步骤：

(1) 用预设参数在每个应力水平下随机生成 10 个原始观测值，组成一次模拟的原始观测数据组。

(2) 对原始观测数据组用逆幂-威布尔模型进行极大似然估计，获得模型连接参数的估计值 $\hat{p}$ 。

(3) 通过 $\hat{p}$ 将加速应力水平 V_1 、 V_2 下的原始观测值等效转换到正常应力水平 V_0 下，得到 20 个等效观测值，加上 V_0 的 10 个原始观测值组成正常应力水平下的等效观测数据组。

(4) 等效观测数据组将正实数轴分为 31 个区间，用预设参数在正常应力水平下生成一个未来观测值，记录未来观测值落入的区间。

在多次运行这个模拟计算后，若未来观测值落入各个区间的概率成均匀分布，就说明转换后的 20 个等效观测值与 10 个原始观测值的融合情况良好，即能够真正代替随机生成的原始观测值，证明所提出的模型能够正确揭示加速寿命试验不同应力水平下的数据转换关系。如果未来观测值的概率分布明显不均匀，则说明等效观测值与原始观测值不能完全融合，不同应力间预设的转换模型不能很好地反应实际情况。

进行 10000 次模拟计算后，图 3-6 展示了未来观测值落入每个区间的情况，其中横轴为区间数，纵轴为未来观测值落入对应区间的次数。

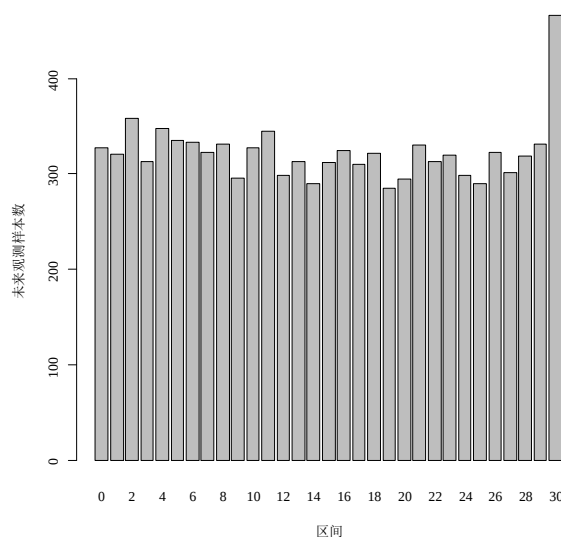


图 3-6 未来观测值分布直方图 ($n=10$)

图 3-6 中展现了较为合理的均匀分布，但很明显的是，未来观测值在整个模拟中落入最后一个区间的频率过高。这种现象说明从应力水平 V_1 、 V_2 转换过来的等效数据小于直接在正常应力 V_0 下生成的最大原始数据，这是由于用极大似然估计

法对模型连接参数估计值 $\hat{p}$ 的估计不足导致的轻微偏差。进一步统计发现，在 10000 次模拟计算中 $\hat{p}$ 的估计值小于其预设值 10 的次数稍多一些，如图 3-7。重复整个 10000 次模拟多次之后总是得到相同的结果，文献[104]中同样提到加速寿命试验模型参数估计的偏差问题，将在本章小结作进一步讨论。

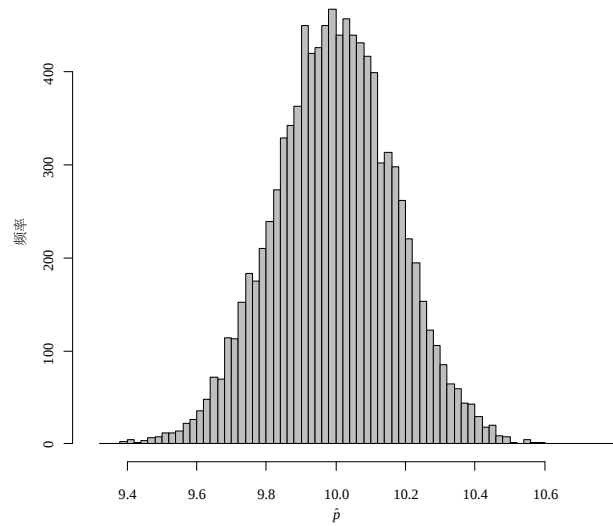


图 3-7 10000 次模拟中连接参数估计值 $\hat{p}$ 的频率直方图

图 3-8 为同样的模拟过程，只是在逆幂-威布尔模型参数估计时令 $\beta=3$ ，不参与估计，表示在已知模型形状参数 β ，只对尺度参数 α 和连接参数 p 进行极大似然估计的情况下进行模拟。模拟结果与之前包括 β 在内的估计情况并无明显差别，未来观测值仍然稍微集中地分布在最后一个区间内，即 p 仍被模型稍微过低估计了一点。

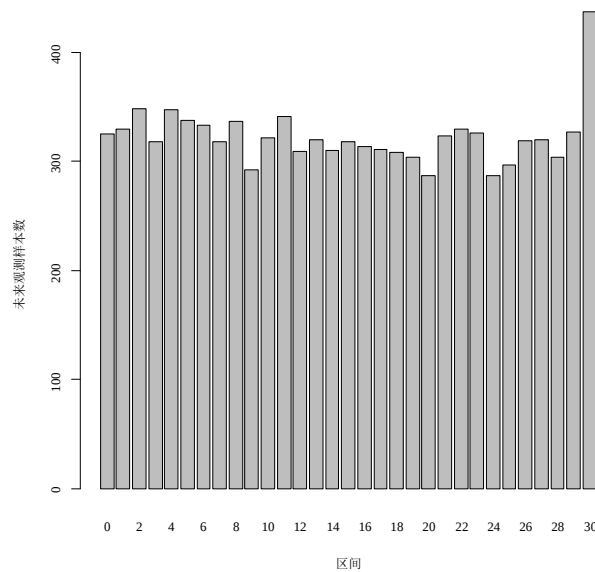


图 3-8 未来观测值分布直方图 ($n=10$, $\beta=3$)

图 3-9 展示了已知 $\beta=3$ 、 $\alpha=1500$ ，只对 p 进行估计时的结果。可以从图中清楚看到，在 31 个区间上未来观测值总体呈均匀分布的状态。此结论也被重复多次模拟的结果所证实。这表明连接参数的估计值 $\hat{p}$ 的轻微偏差是由极大似然估计方法对模型多个参数的联合估计，特别是对 α 和 p 的联合估计所导致的。与此同时，样本量的大小对参数估计的偏差也有影响。在缩小每组样本（ $n=5$ ）的情况下，未来观测值的分布甚至出现了更明显的偏差，如图 3-10（a），而扩大每组样本（ $n=20$ ）上述偏差现象明显降低，如图 3-10（b）。样本量扩大到一定程度时，由极大似然估计产生的参数估计偏差已基本不可见。当然，在实际应用中需要用有限的样本量对所有模型参数进行估计，那么参数的点估计值会不可避免地产生偏差。因此，如 3.5.2 节所述，可在方法的第二步中将点估计值 $\hat{p}$ 扩展为区间来进行非参数预测推断。

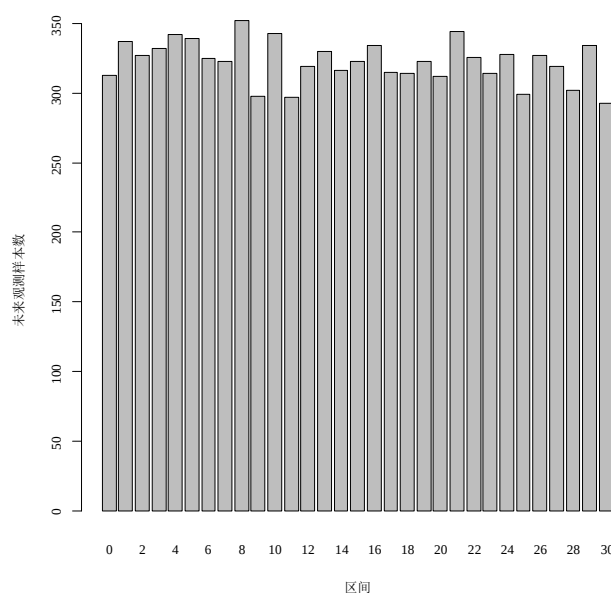


图 3-9 未来观测值分布直方图（ $n=10$ ， $\beta=3$ ， $\alpha=1500$ ）

通过微调连接参数估计值 $\hat{p}$ 用于数据转换，然后观察未来观测值的方法来研究参数 $\hat{p}$ 扩展为区间后对模型的影响。在之前的研究中提到，所提出模型中的极大似然估计方法对连接参数 p 的估计值略小于真实值，所以在方法的第二步中，对估计值 $\hat{p}$ 乘以一个微小系数，用 $1.02 \times \hat{p}$ 来完成从加速应力水平（ V_1 和 V_2 ）到正常应力水平（ V_0 ）的数据转换。在本模拟算例中需要说明的是，由于在三个应力水平 V_0 V_1 V_2 下生成的观测数据相差极大，即使乘以 $\hat{p}$ 的微调系数很小，也会对转换到正常应力水平下的等效数据产生很大影响。

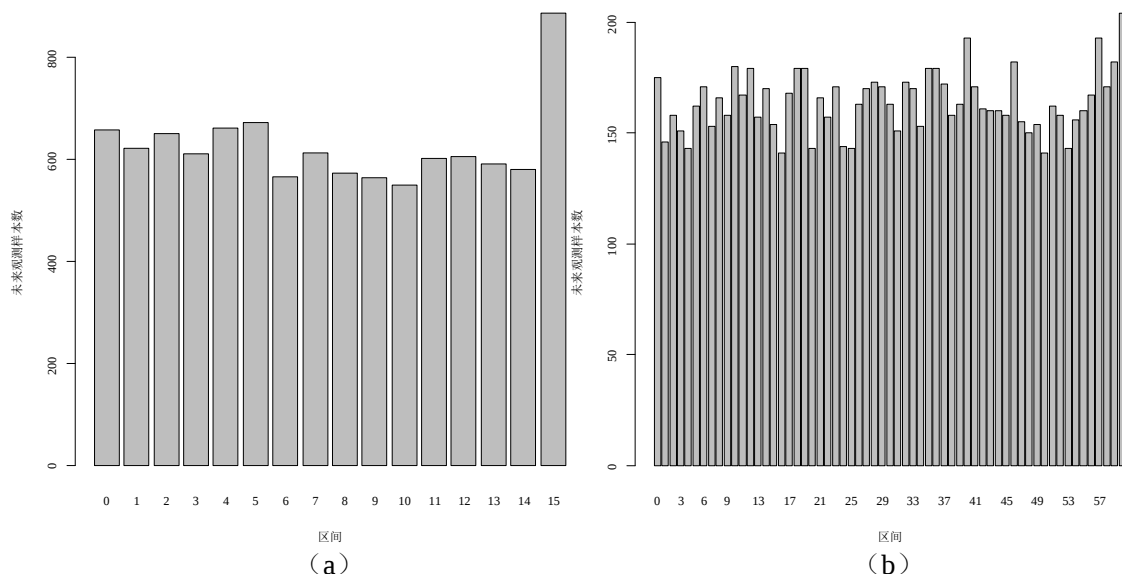
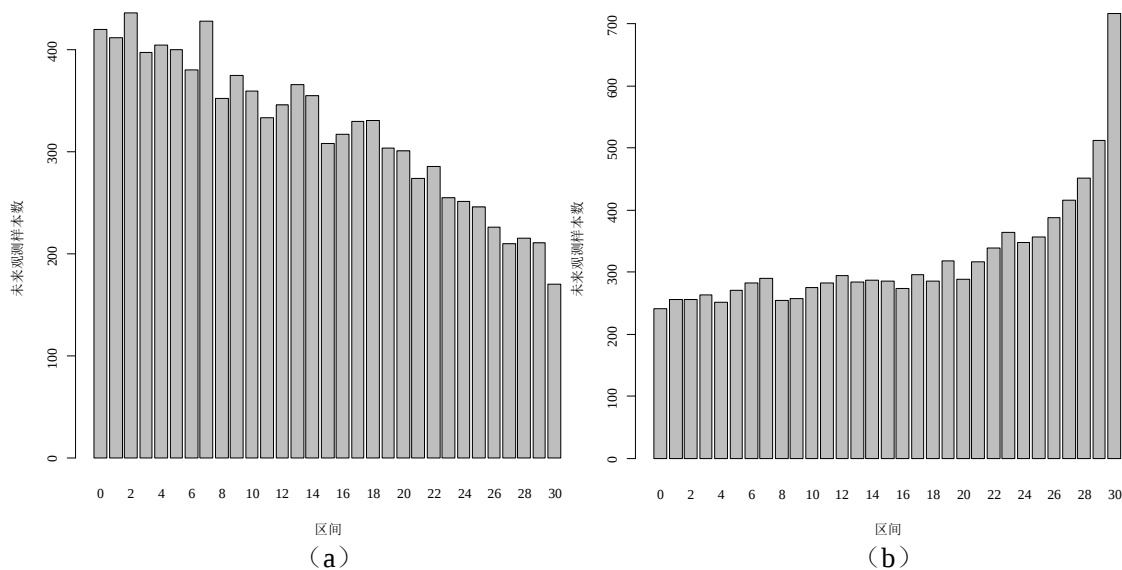

 图 3-10 不同样本量 n 下未来观测值分布直方图。(a) $n=5$; (b) $n=20$

图 3-11 (a) 展示了 10000 次模拟计算后的结果, 可以发现未来观测值的分布情况与之前相比完全不同, 随区间的增大呈下降的趋势。这是由于在略微上调 $\hat{p}$ 进行转换后等效观测值变得过大, 在正实数轴上划分的区间过于集中在数值较大的右侧, 而数值较小的左侧没有得到足够的划分, 从而导致在 V_0 下生成的未来观测值落入左侧区间的频率变高。为了研究的完整性和严谨性, 用 $0.98 \times \hat{p}$ 进行同样的模拟计算, 结果如图 3-11 (b) 所示。结果正如预期, 转换到 V_0 后的等效观测值变得过小, 使未来观测值落入右侧区间的频率变高, 且更加凸显了极大似然估计中偏差的影响。


 图 3-11 不同连接参数 p 下未来观测值分布直方图。(a) $1.02 \times \hat{p}$; (b) $0.98 \times \hat{p}$

通过算例 3-3 说明, 在样本量较小的情况下, 所提出的模型方法得到的 p 点估计值在数据转换上会产生一些偏差, 将其扩展为 p 的区间再进行转换时, 可以得到不同的预测结果的区间。本研究目的是使未来观测值在这些区间结果上尽可能地平均分布, 从而反应样本的真实情况。例如在上面的模拟计算中, 可以选择连接参数 $[p, \bar{p}] = [\hat{p}, 1.02 \times \hat{p}]$ 或者 $[p, \bar{p}] = [0.98 \times \hat{p}, 1.02 \times \hat{p}]$ 作为扩展区间。为进一步证明, 选择 $\hat{p}$ 、 $0.98 \times \hat{p}$ 、 $1.02 \times \hat{p}$ 、 $0.9 \times \hat{p}$ 、 $1.1 \times \hat{p}$ 进行模拟计算, 类似的结果如图 3-12 所示。图中 $0.9 \times \hat{p}$ 和 $1.1 \times \hat{p}$ 这两个值使转换到正常应力下的数据明显过小或过大。若用 $[p, \bar{p}] = [0.9 \times \hat{p}, 1.1 \times \hat{p}]$ 进行非参数预测推断, 只会增加结果的不可信度, 甚至导致模型的正确性受到质疑。

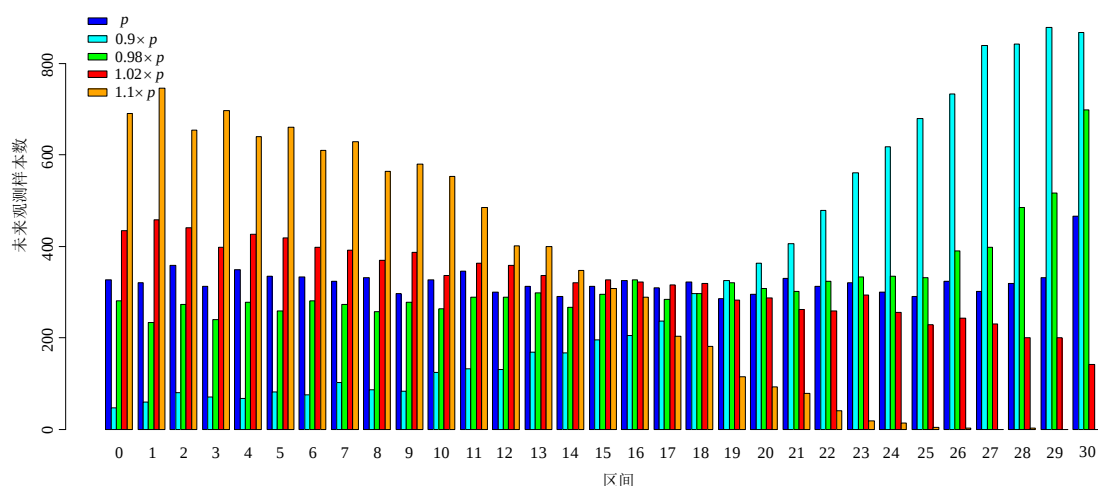


图 3-12 不同 p 区间下未来观测值分布直方图

在正常应力水平 V_0 使用非参数预测推断方法下对未来观测值进行预测时, 对 p 进行区间扩展会令模型获得一定的鲁棒性 (Robustness)。而为使模型的不精确性不至于太大, 正确选取较小且合适的 p 扩展区间也显得非常有意义。关于平衡 p 区间的选取范围, 使得所提出的模型能兼具准确性和鲁棒性的相关研究见第四章内容。在算例 3-3 中, 本文希望提出的方法能有足够的鲁棒性来处理模型假设与实际数据间可能存在的差异 (偏差或误差), 这一部分的研究内容将在 3.6.2 节中通过模型的错误设定 (Model Misspecification) 进行说明。

总结以上内容, 就是通过模拟在正常应力水平下生成一个随机未来观测值, 统计其在等效转换数据划分的区间上的分布情况, 从而检验模型的适合度。用这样的模拟计算来验证所提出的加速寿命试验预测分析方法。然而学者们也可能对一些特别的推断分析情况感兴趣, 比如非参数预测推断上下限生存函数的四分位数 (Quartiles)。在 10000 次模拟中用未来观测值与生存函数的四分位数进行比较, 检查观测值超过四分位数的比例是否合理。采用之前相同的模拟计算方式, 每级

应力水平下生成 n 个原始观测样本进行数据转换,不过在每次模拟计算中比较生成的未来观测值与上下限生存函数的第一、第二、第三四分位数的大小。考虑到不同样本数量对估计值的影响,分别取 $n=10/20/30$,得到的结果见图 3-13。在这些模拟计算中,非参数预测推断上下限生存函数只用了连接参数的点估计值 $\hat{p}$ 而没有用 p 区间进行数据转换,所以结果没有展示更多的不精确性。在之前的研究中点估计值 $\hat{p}$ 会造成一些偏差,不过这些偏差主要集中在最后一个区间,对四分位数进行对比分析的结果影响不大。

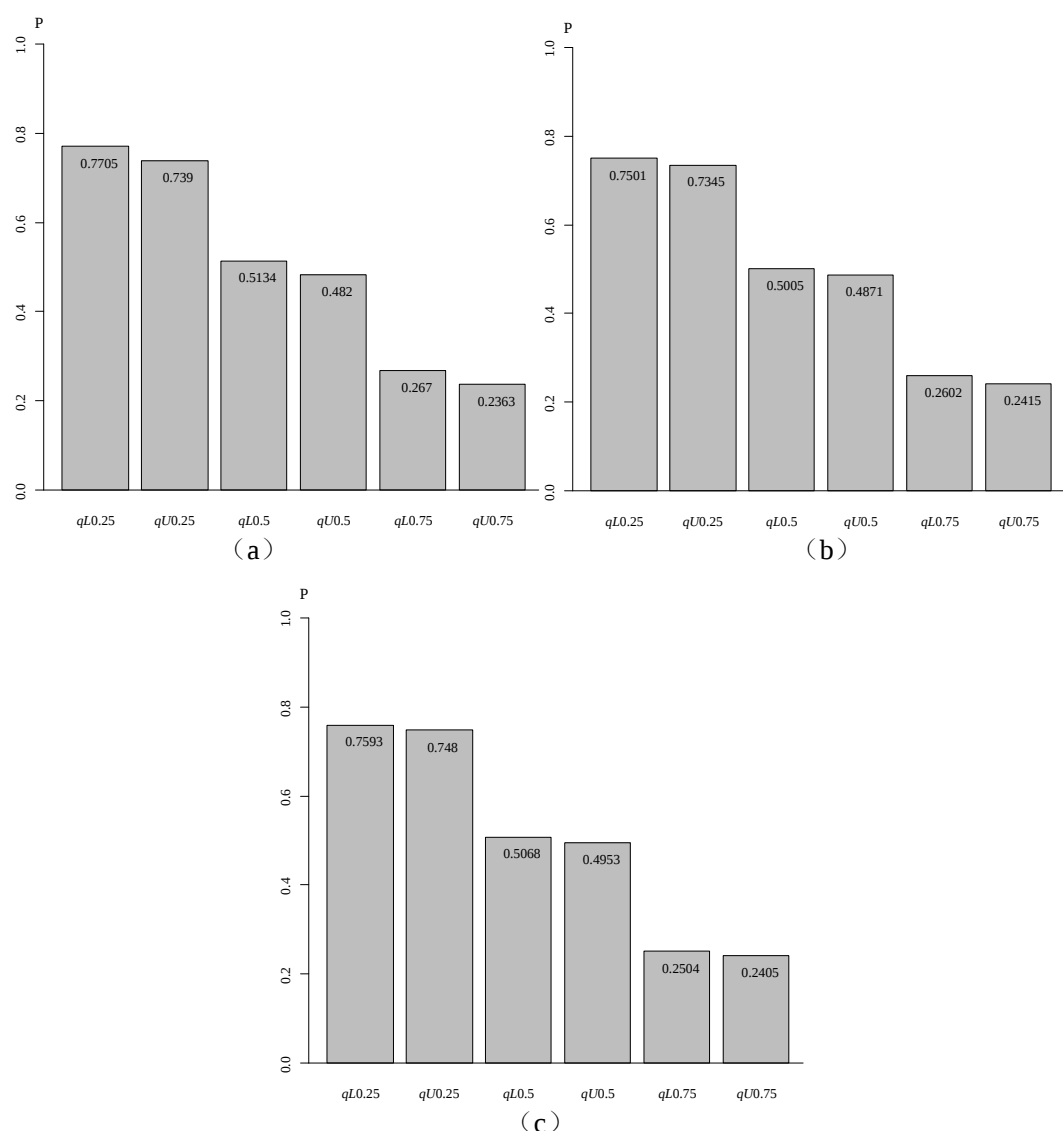


图 3-13 不同样本量 n 下未来观测值大于各四分位数的比例。(a) $n=10$; (b) $n=20$;
(c) $n=30$

图中 $qU0.25$ 和 $qL0.25$ 分别表示非参数预测推断上下限生存函数的第一四分位数, $qU0.5$ 、 $qL0.5$ 表示第二四分位数, $qU0.75$ 、 $qL0.75$ 表示第三四分位数。

如果模型完美契合, 那么在所有 10000 次的模拟中正常应力下的未来观测值大于下限生存函数第一四分位数的概率应略高于 75%, 大于上限生存函数第一四分位数的概率略低于 75%, 第二、第三四分位数以此类推(概率分别应为 50% 和 25%)。图 3-13 的模拟结果与预期相符, 说明在四分位数的对比方面所提出的模型方法能够较好地反应真实情况。值得注意的是, 图中对应的上下限生存函数的比例之差随样本量 n 的增大而减小, 表明非参数预测推断上下限生存函数会随着观测样本量变大而变得更加靠近彼此, 结果的不精确性就越小。同样重复整个模拟计算过程多次后仍能得到相同结论。

本章中这些基础的模拟算例分析结果证明了提出的模型在处理加速寿命试验数据时能够提供合适的结果, 利用转换后的等效观测数据能够完全代替正常应力水平下生成的原始数据来进行非参数预测推断。虽然在估计不同应力水平转换的连接参数 p 时可能产生轻微偏差, 通过将 p 点估计扩展为 p 区间, 可以使模型鲁棒性提高从而过滤掉这些偏差。选择扩展成 p 区间的另一个更重要的原因是, 该方法中假设的模型, 特别是模型中不同应力水平下的连接方程, 并不能完全真实地反应实际情况, 模型的鲁棒性提升有助于消除模型中的误差。

3.6.2 模型错误设定分析

在应用统计学方法对加速寿命试验数据进行分析推断时会遇到很多挑战问题^[105,106], 其中之一就是能否处理模型可能存在的设定错误。本研究工作的最终目的是提出一种建立在尽可能少的模型假设上的预测推断方法, 且对必要的假设(如不同应力水平间的关系模型假设)能展现出一定的鲁棒性。

首先如上一节所述, 在方法的第一步, 通过选取合适的区间 $[p, \bar{p}]$ 使模型具有一定的鲁棒性, 从而处理模型假设与真实数据之间的特定差异。这个特定差异是指任何模型都不能完美反应真实数据的发生规律而形成的偏差或误差。为证明所提出的模型能够有一定的鲁棒性处理这些差异, 用 3.6.1 节中同样的模拟计算过程。设每级应力水平下观测样本量 $n=10$, 跟上一节不同的是, 用稍微不同于逆幂-威布尔模型进行原始观测样本的生成, 在加速应力水平 V_1 和 V_2 下生成每个原始观测数据的基础上加上随机干扰信息(Noise)作为新的原始观测数据, 而后再用同样的方法进行数据转换和分析。

首先用指数分布作为随机干扰信息, 根据每级应力水平下样本观测值的大小, 设置三种不同失效率参数作为对比, 见表 3-5。通过在 V_1 、 V_2 的原始样本上加上以上表中生成的随机干扰值形成新的原始观测组。对此观测组进行同样的预测推断分析, 即通过极大似然估计得到逆幂-威布尔模型的参数估计值 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\beta}$ 、 $\hat{p}$, 然后

通过 $\hat{p}$ 转换数据再用未来观测值进行区间观测。

表 3-5 三种指数分布随机干扰信息设置

干扰设置	加速应力水平	失效率参数
指数分布 1	V_1	0.5
	V_2	10
指数分布 2	V_1	0.7
	V_2	12
指数分布 3	V_1	0.9
	V_2	14

为验证模型的鲁棒性，用未加干扰的观测组进行同样的分析，在第二步将 $\hat{p}$ 扩展为区间 $[0.98 \times \hat{p}, 1.02 \times \hat{p}]$ 来得到非参数预测推断的上下限生存函数，再与之前含有干扰信息的分析结果进行比较。同样地，观察在正常应力水平 V_0 下未来观测值落入区间的分布情况对模拟结果进行分析，如图 3-14（exp1 代表指数分布 1，以此类推）。从图中可以看出所提出的方法能否提供足够的鲁棒性处理模型本身的错误设定，如果每个区间内最小和最大的未来观测值数量能与 $0.98 \times \hat{p}$ 或 $1.02 \times \hat{p}$ 的结果对应，则说明不精确分析方法基本没有受到模型错误设定的影响，即提出的非参数预测推断上下限生存函数分析方法展示了足够的鲁棒性。

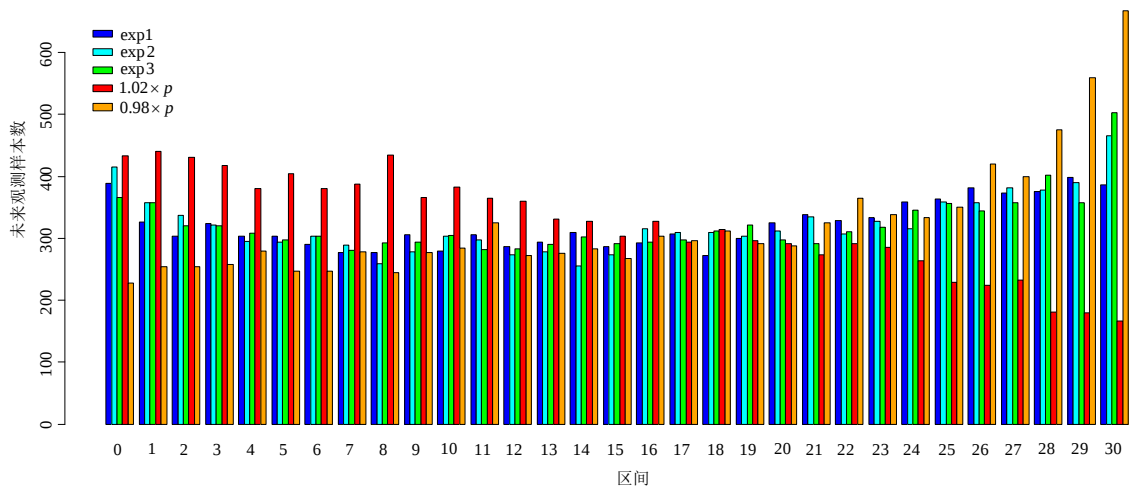


图 3-14 指数分布偏差下模型鲁棒性

作为对比，用正态分布和均匀分布偏差进行模拟（相关设置见表 3-6 和表 3-7），得到了类似的结果，见图 3-15 和图 3-16。显然，随着数据偏差的增大，模型也需要更大的 p 区间。本研究工作还可以进一步拓展，比如尝试不同样本数据特征的

错误设定，在模拟中用其他加速寿命试验模型替代逆幂-威布尔进行预测推断等。在这些问题中选取合适 p 区间始终是研究核心，这部分研究工作将在下一章进行讨论。

表 3-6 三种正态分布随机干扰信息设置

干扰设置	加速应力水平	标准差
正态分布 1	V_1	0.01
	V_2	0.002
正态分布 2	V_1	0.03
	V_2	0.0025
正态分布 3	V_1	0.05
	V_2	0.003

表 3-7 三种均匀分布随机干扰信息设置

干扰设置	加速应力水平	分布区间 $U(a,b)$
均匀分布 1	V_1	(0,1)
	V_2	(0,0.05)
均匀分布 2	V_1	(0,1.2)
	V_2	(0,0.07)
均匀分布 3	V_1	(0,1.4)
	V_2	(0,0.09)

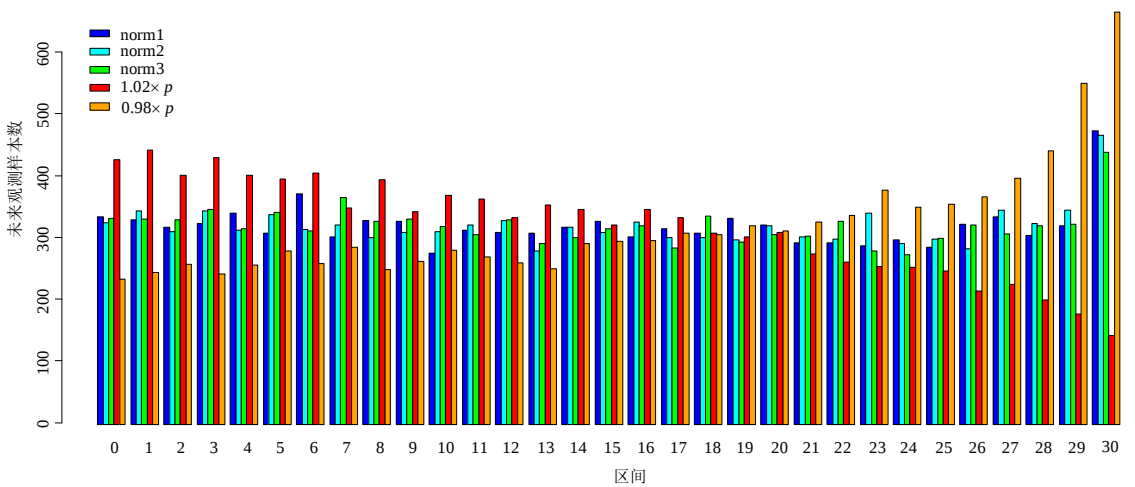


图 3-15 正态分布偏差下模型鲁棒性

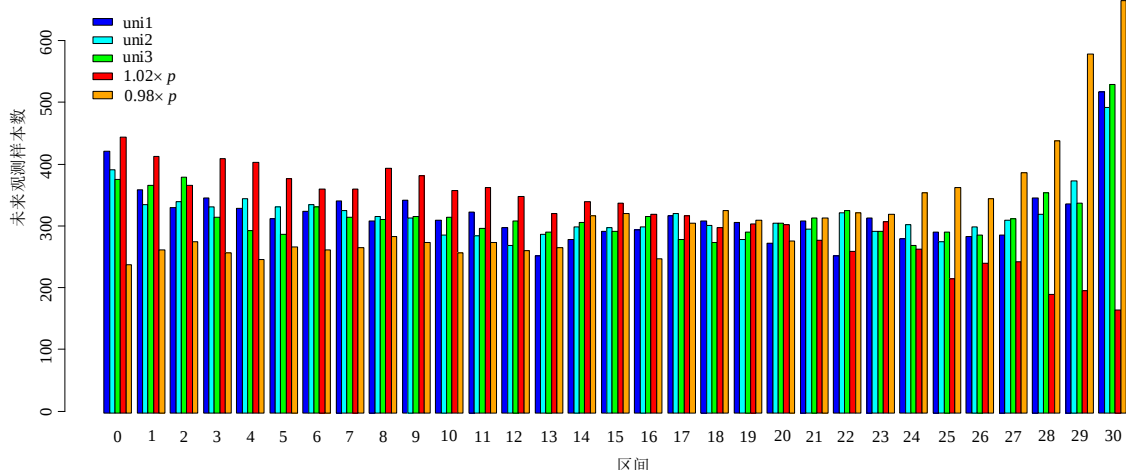


图 3-16 均匀分布偏差下模型鲁棒性

3.6.3 实例分析

实际的现场试验中正常应力水平下的失效信息相对较少，可以通过采集同型号产品的服役的历史失效数据来解决。在一些极端情形下，甚至产品的历史失效信息也很难获得，这时候可以根据非参数预测推断方法结合模型在最接近正常应力水平的加速应力（最低加速应力）水平下进行估计，得出连接参数估计，再将所有加速寿命数据等效转换到正常应力水平下，最后进行非参数预测推断方法的分析。在模拟研究中发现，在缺失正常应力水平失效信息的情况下，若最低加速应力与正常应力相近，则通过连接参数外推到正常应力下的分析结果较好，能相对准确地反应产品在正常工作情况下的寿命分布；若最低加速应力与正常应力差距较大，得出的分析结果偏保守，且保守程度随差距的增大而变大。这是由于在缺失正常工作的失效信息下选用逆幂率这种非线性加速模型导致的结果偏差。通过上一节的模拟分析得知，用不精确概率将连接参数扩展为区间，可以在一定程度上消除这些偏差。此外，在后文中通过建立正常应力水平下无失效数据的相关模型也可以弥补缺失正常应力水平失效信息所带来的分析缺陷，使提出的模型方法更完善，相关研究内容见第五章。

由于选用电压作为加速应力对发射装置的电控模块进行加速寿命试验的相关研究，在集成电路中负偏压往往会使绝缘材料产生介电从而引起电流不稳定，导致集成电路形成缺陷甚至被击穿。在电子器件加速寿命试验中，以电压作为加速应力时器件的失效原理大致相同，本章实际算例中用文献[125]中的电子器件失效数据算例进行预测分析。由于实例中正常应力水平下的失效信息缺失，算例中只用连接参数点估计值进行非参数预测推断方法分析，将结果与文献[125]中的经典参数估计方法对比。

算例 3-4: 对每组 20 个共两组的某电子器件样本进行检测, 以电压作为加速应力, 分别在 $V_1=10\text{V}$ 和 $V_2=25\text{V}$ 下采集样本失效时间数据, 见表 3-8。假设失效时间服从威布尔分布且形状参数已知, 估计该电子器件在正常应力水平 $V_0=5\text{V}$ 下的平均寿命。

表 3-8 电子器件的失效数据

电压 V_i (V)	失效时间 t^i (h)
$V_1=10$	1037.39, 3218.11, 3407.17, 3520.36, 3879.49, 3946.45, 6635.54, 6941.07,
	7849.78, 8452.49, 9003.08, 9124.50, 9365.93, 9642.53, 10429.50, 10470.60,
	11162.90, 12204.50, 12476.90, 23198.30
$V_2=25$	809.10, 1135.93, 1151.03, 1156.17, 1796.53, 1961.23, 2366.54, 2916.91,
	3013.68, 3038.61, 3802.88, 3944.15, 4095.62, 4144.03, 4305.32, 4630.58,
	4720.63, 6265.99, 6916.16, 7113.82

对两组失效时间数据在加速应力水平 V_1 下进行逆幂-威布尔模型参数估计, 得到三个参数估计值分别为 $\hat{\alpha}_1=9343.58$ 、 $\hat{\beta}=1.8969$ 、 $\hat{p}=0.9588$ 。通过式 (3-22) 分别将 V_1 和 V_2 下的失效时间等效转换到 V_0 , 结果见表 3-9。

表 3-9 电子器件在 V_0 的等效失效数据

电压 V_i (V)	失效时间 $t^{i \rightarrow 0}$ (h)
$V_1=10$	2016.367, 6255.016, 6622.491, 6842.497, 7540.536, 7670.685, 12897.449,
	13491.306, 15257.559, 16429.041, 17499.219, 17735.222, 18204.488, 18742.113,
	20271.741, 20351.627, 21697.245, 23721.795, 24251.257, 45090.362
$V_2=25$	3785.948, 5315.254, 5385.910, 5409.961, 8406.339, 9177.005, 11073.535,
	13648.831, 14101.638, 14218.291, 17794.470, 18455.502, 19164.262,
	19390.782, 20145.492, 21667.451, 22088.814, 29319.877, 32362.158, 33287.050

用非参数预测推断方法对表 3-9 中等效失效数据进行分析, 得到样本在 V_0 时的上下限生存函数如图 3-17 所示。则可得出样本在 $V_0=5\text{V}$ 时的平均寿命上限为 16429.041h, 平均寿命下限为 15257.559h。原算例中使用逆幂率模型进行估计的平均寿命为 16065h, 包含于非参数预测推断方法得出的平均寿命区间内。也就是说相比于经典方法的点估计, 所提出的方法提供了合理的平均寿命区间, 这些区间使模型的鲁棒性得以提高, 从而可以在一定程度上处理来自数据的误差或模型的偏差。原算例中假设加速因子为 1.5、形状参数 β 为 2 的条件下, 使用威布尔模型

拟合, 得出平均失效时间为 12140h, 结果过于保守。所提出的方法直接通过逆幂-威布尔模型, 并用非参数预测推断方法得到样本平均寿命下限为15257.559h, 在更少的假设条件下得到更准确的分析结果。综上所述, 对比于经典参数估计方法, 本章提出的方法在少量的基础假设上有更高的鲁棒性, 能够减少数据的误差或偏差对预测结果的影响, 同时分析结果提供了生存函数的上下限(不精确性), 可以应用于样本的可靠性预测分析。

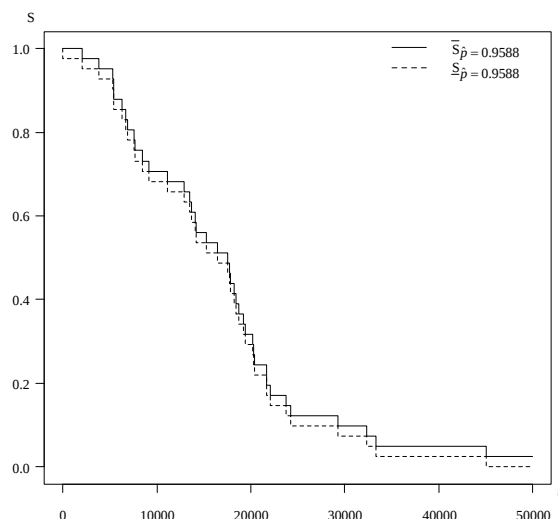


图 3-17 非参数预测推断上下限生存函数 ($\hat{p} = 0.9588$)

3.7 小结

本章主要结合不精确概率理论和统计方法提出了适用于加速寿命试验的非参数预测推断方法。该方法先用参数模型将加速应力下的失效数据转换为正常应力下的等效数据, 再通过非参数预测推断方法得到等效数据的上下限生存函数。通过将连接参数的点估计值扩展为区间的不精确概率方法使预测模型有较高的鲁棒性, 同时加速应力下的每个失效数据也被对应转换为正常应力下的等效区间。无论对于假设模型分布(逆幂-威布尔)还是存在错误设定偏差的情况, 其中的分析过程都能为实际分析选取合适的参数区间作为参考。同时通过电子器件的实例分析, 展现出了更高的鲁棒性和更合理的预测结果, 验证了所提出方法的可行性。

第四章 基于对数秩检验电控模块加速寿命试验可靠性生存分析

本章详细探讨生存分析在可靠性中的应用，在上一章研究工作的基础上继续进行加速寿命试验非参数预测推断方法的研究，主要通过生存函数的假设检验量化不精确概率的区间，从而使整个方法在实际应用中有严谨的理论支撑。最后将方法应用于发射装置电控模块的实际加速寿命试验中，对试验样本在正常应力水平下的可靠性作出预测。

4.1 引言

生存分析在生物学和医学领域都有着广泛的应用，对应于分析和预测生物和人类的生存时间。而在工程应用中，对部件或产品（系统）使用寿命的分析预测也是可靠性工程的重要方向。从数学的角度上讲，以上的研究都是用统计分析的方法对多个非负随机变量（生存时间和使用寿命）进行推断和预测，随着现代数理统计学的发展，逐渐形成了生存分析这一学科^[76]。

通常来讲，生存分析就是统计到某个时间为止发生的目标事件的结果变量（Outcome Variable），并对其进行一系列研究分析的过程集合。在生存分析中，常用生存时间（Survival Time）来指代时间变量，这样的描述能具体表现出样本在某段时间后仍然“存活”的概念，而目标事件一般是死亡、疾病或损坏等情况，通常用失效（Failure）来表述^[155]。对生存分析进行研究的目的主要是通过分析比较生存函数，预测和推断目标事件的发生概率。生存分析方法和理论有很广泛的应用范围，包括且不限于工程可靠性、医学、生物学、社会科学甚至商业等领域。例如在这些领域中，生存时间可以指代电子零部件或系统的使用寿命（可靠性工程），接受治疗病人的存活时间（医学），第一段婚姻的持续时间（社会学），罪犯的假释时间（犯罪学），订阅报纸杂志的篇幅和订阅费（市场学）等各种各样的影响或状态的持续时间^[156]。随着科学技术的进步及各个领域的推进，生存分析的理论更加丰富，方法更加新颖，应用范围也更加广阔。

4.2 生存分析与可靠性

4.2.1 生存分析在可靠性中的应用

在可靠性工程中的数据分析是通过收集部件或产品的生产、试验、使用等情况的可靠性数据，根据其结构或功能，用物理或统计模型对其进行可靠性指标的

定量估计^[157]，属于方法论中归纳的范畴。而生存分析本质上就是利用统计学的理论方法分析特定事件发生时间的规律，所以生存分析在工程可靠性领域中的应用也得到了极大的发展。

对于部件或产品来说，工程实际中最关注的问题是其使用寿命的长短，或者可靠性的高低。这里的部件或产品从广义上讲可以涵盖任何的元器件、系统或整机，在工程上对其有着更为细致的划分，详见文献[158]。产品的使用寿命指一件产品从开始投入使用到损坏（规定功能丧失），不能继续完成其规定功能的时间。这里的寿命是一个宽泛的概念，不仅可以用通常意义上的时间表示，还可以用其他的单位度量，如高速叶轮工作的循环转数，轮胎行驶的里程，武器装备完成任务的次数等^[76]。产品的可靠性的定义为在规定条件下规定时间内完成规定功能的能力^[125]。从定义上看，可靠性和使用寿命密切相关，在实际中往往也是通过统计产品的使用寿命数据来进行预测分析，而这正是生存分析的重要研究内容。

总的来说，在生存分析中存在参数生存分析、非参数生存分析和半参数生存分析三个研究方向。参数生存分析顾名思义就是通过假设分析数据的寿命分布类型建立参数模型，再用采集样本作出统计推断的方法，在工程中有广泛应用，典型的有威布尔分布、指数分布、对数正态分布等，本论文前半部分的工作中也有诸多应用参数生存分析的例子。非参数生存分析往往是在找不到合适的分布来模拟处理现场数据的情况下所使用的有效方法^[80]，也是本章研究工作的中心。常用的非参数估计方法主要分为三类。第一类也是最常见的类型是针对随机右删失数据下的点估计，主要包括 Kaplan-Meier 估计（也叫乘积限估计）^[151]、残存比率法^[159]、平均秩次法等。第二类是针对同时含有左删失和右删失数据的情况，可以用特恩伯（Turnbull）估计，修正乘积限估计等。第三类是只有产品发生故障或右删失的区间，没有准确时刻的情况，主要用寿命表法进行可靠度函数估计^[75]。半参数生存分析是另一种情况，一般用于确定产品寿命与主要伴随变量之间的关系，通过建立回归模型的方法进行分析，比例危险模型（Cox 模型）、加法危险回归模型和 Bayes 生存分析模型都属于半参数生存分析模型^[75]。

随着小样本、随机删失、异总体等工程实际问题在可靠性数据分析中的越来越受到重视，在工程可靠性领域引入生存分析理论来解决这些问题成为了国内外学者的研究方向之一。目前，可靠性分析中参数生存分析理论方法日臻成熟，非参数与半参数生存分析理论也随着专家和学者的研究不断完善。本论文在前人工作的基础上，提出适用于加速寿命试验非参数预测推断方法，用于产品的生存分析及可靠性评估。

4.2.2 观测数据的类型

根据数据的寿命分布情况，生存分析方法可分为参数生存分析（寿命分布已知或假设已知）和非参数生存分析（寿命分布未知）两大类。在生存分析的各个方面都确切已知的情况下，这种分析方法无疑是正确的，但在实际情况有些生存时间数据并不精确，或者假设的寿命分布不能完全符合实际甚至大相径庭，在这些情况下就需要对观测数据进行分类处理。

在上一章中提到了删失数据（Censoring Data）的概念。删失是指不能准确知道生存时间的情况，分为左删失和右删失。右删失是指因为某些原因（如试验停止、样本丢失等）中止了对样本的观测，而从开始观测到中止时刻的时间 L 时被观测样本并未发生失效，也就是说确切知道样本的生存时间大于 L ，但并不知道其具体生存时间， L 就称为右删失数据，用记号 L^+ 表示。相对的，只知道样本的生存时间小于 L ，而不知道其在 L 之前的确切时间则称样本在 L 是左删失的，并称 L 为左删失数据，用记号 L^- 表示。图 4-1 为一组样本 $X_1, \dots, X_6$ 的试验时间数据（40min 时试验停止），图中 $\times$ 代表样本的失效的时刻， $\blacktriangle$ 表示样本观测到失效但不知道确切的失效时间。 X_1 、 X_4 的生存时间为样本的完全寿命数据，在试验停止时 X_3 、 X_5 尚未观测到失效，对应的生存时间为右删失数据， X_6 在 25min 时未失效，由于某些原因（如样本丢失、试验中止等）观测不到之后的生存情况，也属于右删失数据。 X_2 在 30min 进行观测时已经失效，但无法得知具体的失效时间，属于左删失数据。

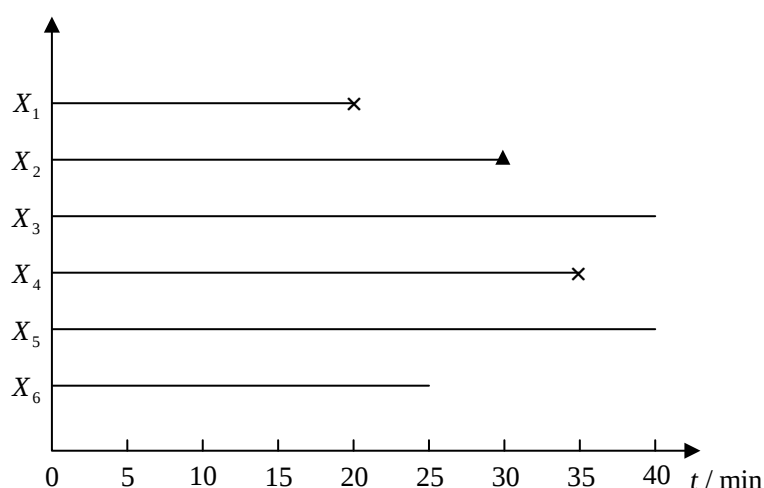


图 4-1 试验样本中的左删失和右删失数据

在实际的寿命观测中右删失的情况十分常见，而左删失的情况及其稀少。值得注意的是，在可靠性试验特别是加速寿命试验中，通常会事先规定试验的截止

时间,而有些试验样本到截止时间为止并不会失效,这种情况下得到的观测数据都是右删失数据。需要指出,截断数据(Truncated data)是另一种不同的数据,其来源往往是试验设置本身,很多时候容易与删失数据混淆。与删失数据不同,一般人们对截断情况以外无法观测到的数据是不知情或不关心的。文献[76]中对截断数据的意义进行了区分和概括:设 T 为待观测的随机变量, B 为一个实数集,当 $T \in B$ 时, T 的值能被观测到,当 $T \notin B$ 时, T 的值就不能被观测到,这样的数据就称为截断数据。用天文望远镜观测恒星亮度就是典型的截断情形,当亮度超过某个值的恒星才能被观测到,而亮度低于这个值的恒星无法被观测到。而工程中通过截尾试验得到的“截尾数据”基本都是右删失数据,本文中讨论的删失情况都属于右删失。

此外还有一种不精确数据,通常指样本的具体寿命 t 无法得知,只知道在 t_1 和 t_2 之间。这种情况下称 $[t_1, t_2]$ 为样本寿命的区间型数据。当实际试验中不能连续地对样本进行观测,就只能得到这种区间型数据,这也可以看作是不精确概率的一种应用。上一章的工作实际上就是通过扩展参数区间得到加速寿命试验观测样本在正常应力水平下的区间型数据,其含义为样本的真实寿命 $t \in [t_1, t_2]$ 。通常假设 $0 < t_1 < t_2 < \infty$ 。

综上所述,生存分析中观测数据的类型大致分为完全寿命数据,左、右删失数据,区间型数据。而前三种数据可以理解为极端情况下的区间数据,区间长度无限趋近于0时就是完全寿命数据,区间为 $[T, \infty)$ 时就是右删失数据,区间为 $[0, T)$ 就是左删失数据。

4.2.3 生存函数

生存时间指样本到目标事件发生为止所经历的时间,是一个随机变量。与其他随机变量一样,生存时间也会服从某种分布。生存时间的分布常用生存函数、概率密度函数或风险函数来描述,这三种函数的数学意义是等效的,即给出一种函数,可以推导出另外两种函数。在实际应用中三种函数可以用来描述样本数据的不同特征。生存分析中的核心问题就是通过采集总体的样本数据得到生存时间的分布函数,再通过这些函数对总体的生存模式进行预测推断。在第三章提出了非参数预测推断方法并得到了样本的生存函数,在本章的研究工作中将用比较生存函数方法进一步拓展和完善模型,形成完整的预测分析方法。

在第三章中为表述提出的方法,简单介绍了生存函数,这里给出三种函数的详细定义。令 T 代表生存时间,则 T 的分布可以通过以下三种函数进行描述:

(1) 生存函数

生存函数用 $S(t)$ 表示，其定义为个体的生存时间 T 大于 t 的概率，即

$$S(t) = P(T > t) \quad (4-1)$$

根据失效的累积分布函数 $F(t)$ 定义（个体存活时间小于 t ），显然有：

$$S(t) = 1 - F(t) \quad (4-2)$$

所以 $S(t)$ 又称为残存函数。以上两式与式（2-9）、式（2-10）基本一致，实际上在工程中常用 $R(t)$ 代替 $S(t)$ ，称为可靠度函数。如果产品完成任务的时间用 t_0 表示， $R(t_0)$ 就是产品的可靠度^[76]。

从定义可以看出， $S(t)$ 是一个非增函数，并且有如下特性：

$$S(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t = \infty \end{cases} \quad (4-3)$$

式（4-3）表示样本在 $t=0$ 时的存活概率为 1， $t=\infty$ 时存活率为 0。工程实际中通常表示样本在开始试验时没有发生任何失效，经过很长时间的试验后全部失效的情况。

生存函数 $S(t)$ 在许多文献中也被称为累积生存概率或生存率，为描述生存情况，Berkson 在 1942 年提出了 $S(t)$ 的图形表示，称为 $S(t)$ 的生存曲线。生存曲线越陡峭，表示生存率越低或生存时间越短，如图 4-2（a），生存曲线越平缓，表示生存率越高或生存时间越长，如图 4-2（b）。

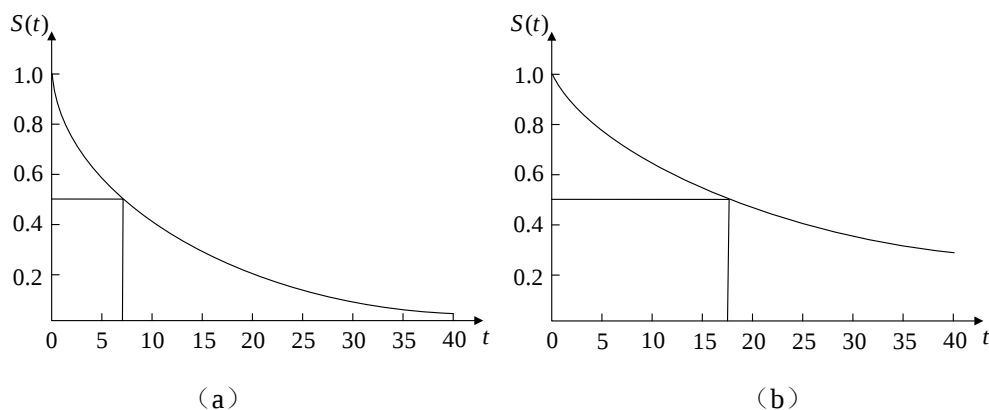


图 4-2 不同生存曲线的比较

生存曲线一般用于两组或多组生存分布之间生存时间的百分位数（如上一章的各个四分位数）的比较，如图 4-2（a）的生存函数的中位数（第五十百分位数 50%）接近 7 而图 4-2（b）生存函数的中位数接近 17。中位数常用来描述分布的主要趋势，非常适合用于比较生存函数的分布情况，这是因为在样本数量很小的情况下，生存时间的中位数能够随着样本寿命的长短发生明显的变化。

在实际观测中,若没有删失数据的存在,生存函数的估计值可以由生存时间大于 t 的样本数量 $n(t)$ 占总体样本数量 N 的比值来求得:

$$\hat{S}(t) = \frac{n(t)}{N} \quad (4-4)$$

式中, $\hat{S}(t)$ 表示函数 $S(t)$ 的估计。需要注意的是,当观测样本中含有右删失数据(本文中只讨论右删失的情况)时,式(4-4)无法计算出大于删失数据时间点的样本生存函数估计值。因为删失数据在此时间点之后存活的信息无法得知,式(4-4)就不能继续用来估计 $S(t)$ 。关于右删失的情况在3.4.1节进行了推导,用非参数预测推断方法得到了上下限生存函数。

(2) 概率密度函数(密度函数)

作为连续的随机变量,生存时间 T 也有概率密度函数,其定义为个体在一个小区间 $(t, t + \Delta t)$ 内失效的概率极限,简单来说就是个体在单位时间 Δt 内的失效概率,即

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t, t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (4-5)$$

$f(t)$ 的图形表示称为密度曲线,图4-3展示了两种不同的密度曲线。概率密度函数是非负函数,即

$$f(t) \begin{cases} \geq 0, & t \geq 0 \\ = 0, & t < 0 \end{cases}$$

且密度曲线与横轴 t 形成的区间总面积为1。

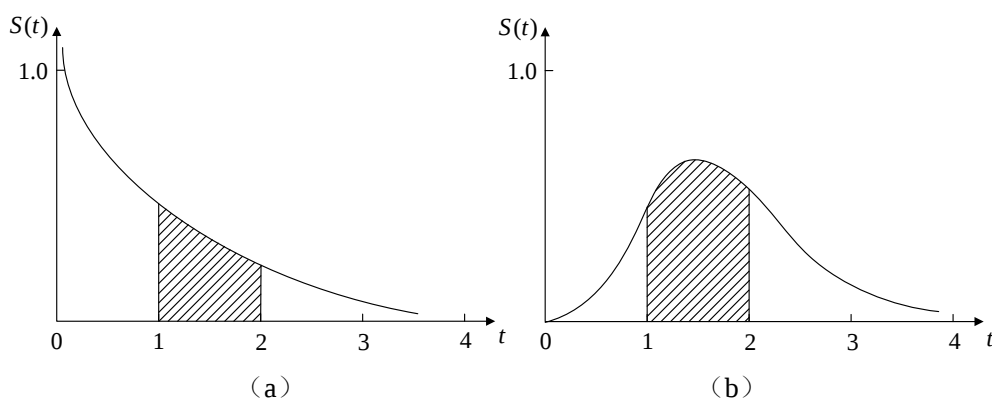


图 4-3 不同密度曲线的比较

同样的,在实际中若没有删失数据存在,密度函数的估计值可以由 t 开始的时间区间 $(t, t + \Delta t)$ 内失效样本数 $m(t)$ 占总体样本数量 N 的比值来求得:

$$\hat{f}(t) = \frac{m(t)}{N\Delta t} \quad (4-5)$$

与 $S(t)$ 的估计类似，式 (4-5) 无法适用于观测样本中含有右删失数据的情况。

密度函数可以表示出个体在任何时间区间内失效的比例和失效率最高的时间点。图 4-3 (a) 中的密度曲线清晰地展示了样本失效率在观测开始时很高，随时间逐渐降低的情况。图 4-3 (b) 则反应了样本失效率在 $t=1.5$ 附近达到最高。图中样本在 $t=(1,2)$ 间的失效率等于密度曲线与横轴间阴影部分的面积。在生存分析中，密度函数又被称为无条件失效率。

(3) 风险函数（危险函数）

生存时间 T 的风险函数 $h(t)$ 定义为个体在极小区间上的失效概率，所以 $h(t)$ 又被称为条件失效率。若个体在时间 t 时仍然存活，在 t 后的极小区间 $(t, t+\Delta t)$ 内失效的概率极限就是 $h(t)$ ，即

$$h(t) = \frac{\lim_{\Delta t \rightarrow 0} P(t, t+\Delta t | T=t)}{\Delta t} \quad (4-6)$$

风险函数也可以通过失效的概率密度函数 $f(t)$ 和累积分布函数 $F(t)$ 来表示：

$$h(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)} \quad (4-7)$$

在实际中，若观测样本中没有删失数据存在，风险函数的估计值可以由时间区间 $(t, t+\Delta t)$ 内的样本失效数 $m(t)$ 与 t 时仍存活的样本数 $s(t)$ 的比值来求得：

$$\hat{h}(t) = \frac{m(t)}{s(t)\Delta t} \quad (4-8)$$

风险函数可以为增函数、减函数或常量，甚至可以反应更加复杂的变化过程。图 4-4 展示了不同的风险函数。举例说明，图 4-4 中 $h_1(t)$ 呈现出风险率随时间上升的趋势，可以反应绝症病人对治疗效果反应不敏感的情况。 $h_2(t)$ 是一个递减的风险函数，可以表示接受有效的复习指导后学生考试成绩不达标比例。 $h_3(t)$ 是一个常量，可以代表健康人类遭遇意外的死亡率。 $h_4(t)$ 是典型的浴盆曲线，在可靠性工程中常用来描述产品的寿命，它将产品寿命划分为三个阶段：早期失效期、偶然失效期、损耗失效期，从图中可以看出曲线两头高中间低，反应了产品失效率随时间增加而下降、稳定、上升的变化趋势。 $h_5(t)$ 的曲线先上升，达到顶点后再下降，如病人患肺结核的风险就可以用这种曲线表示，开始时随时间增加而升高，接受有效治疗以后患病的风险逐渐降低。

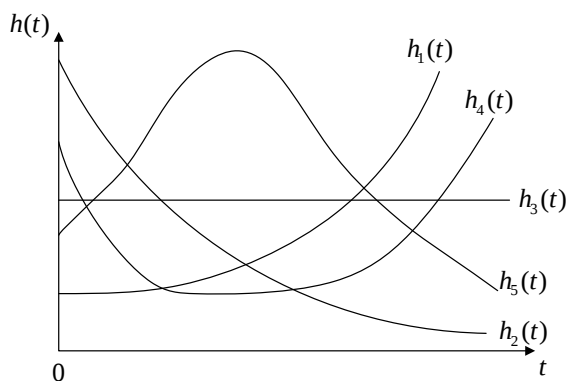


图 4-4 不同的风险函数曲线

累积风险函数表达式如下：

$$H(t) = \int_0^t h(x) dx \quad (4-9)$$

生存分析中三种函数间的关系可由式（4-2）和式（4-7）得到：

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} \quad (4-10)$$

这个表达式也可以通过条件概率的定义推导式（4-6）得到。由于概率密度函数是累计函数的导数形式，则有：

$$f(t) = \frac{d}{dt}[1 - S(t)] = -S'(t) \quad (4-11)$$

将式（4-11）代入式（4-10）可得：

$$h(t) = -\frac{S'(t)}{S(t)} = -\frac{d}{dt} \ln S(t) \quad (4-12)$$

$S(0)=1$ ，从 0 到 t 对式（4-12）进行积分，则有：

$$-\int_0^t h(x) dx = \ln S(t) \quad (4-13)$$

即

$$S(t) = \exp[-H(t)] = \exp\left[-\int_0^t h(x) dx\right] \quad (4-14)$$

即

$$H(t) = -\ln S(t) \quad (4-15)$$

当 $t=0$ 时， $S(t)=1$ ， $H(t)=0$ ；当 $t=\infty$ 时， $S(t)=0$ ， $H(t)=\infty$ 。累积风险函数可为 0 到无穷大的任意值。由三种函数的关系推导可知，知道任一函数，其他

两种函数都可以通过以上的关系表达式得到。

以上推导结果与 2.3.1 节中介绍的可靠性相关函数一致，实际上，当生存函数用于可靠性分析时就是产品的可靠度，即 $S(t) = R(t)$ ，只不过生存函数涵盖的意义和内容更广。与一般可靠度函数不同的是，本文通过非参数预测推断方法得到的上下限生存函数为单调递减的阶跃函数。

4.3 比较生存函数的非参数方法

4.3.1 比较两个生存函数的统计检验方法

在可靠性工程、生物学、医学等生存分析的研究中，常需要对生存函数进行比较，如可靠性工程师希望对多组零件在不同的环境下测试的寿命结果，生物研究员需要比较暴露在致癌物环境下多组小白鼠的无肿瘤持续时间等。无论研究对象如何变化，人们始终关心的是生存函数之间的差异情况^[76,156]。本章将对第三章研究工作中得到的等效转换数据与真实数据之间的差异进行比较。这些差异可以通过估计得到的生存函数的图像直观表达出来，但图像只能反应不同生存函数间差异大致的趋势。若想了解差异是来自生存函数本身还是偶然因素，就必须用统计检验的方法进行分析。

设分别有 n_1 和 n_2 个试验观测样本来自样本组 1 和样本组 2，记样本组 1 中有 r_1 个失效观测值 $x_1, \dots, x_{r_1}$ 和 $n_1 - r_1$ 个右删失观测值 $x_{r_1+1}^+, \dots, x_{n_1}^+$ ，同样记样本组 2 中有 r_2 个失效观测值 $y_1 < y_2 < \dots < y_{r_2}$ 和 $n_2 - r_2$ 个右删失观测值 $y_{r_2+1}^+, \dots, y_{n_2}^+$ 。那么在观测结束时，样本组 1 中有 $n_1 - r_1$ 个样本，样本组 2 中有 $n_2 - r_2$ 个样本仍然存活（未失效）。假设样本组 1 的生存函数为 $S_1(t)$ ，样本组 2 的生存函数为 $S_2(t)$ ， $t \geq 0$ 且有 $S_1(0) = S_2(0) = 1$ 。那么零假设为：

$$H_0 : S_1(t) = S_2(t)$$

备择假设为：

$$H_1 : S_1(t) > S_2(t)$$

$$H_2 : S_1(t) < S_2(t)$$

$$H_3 : S_1(t) \neq S_2(t)$$

其中， H_0 表示两个生存函数相等， H_1 表示样本组 1 的生存的情况好于样本组 2， H_2 表示样本组 1 的生存的情况坏于样本组 2， H_3 表示两个生存函数不等。这些假设都有明确的工程背景。本章在上一章研究的基础上，选取等效转换数据与真实观测数据，通过统计检验的方法来判断能否接受零假设。

当没有删失数据存在时，经典的非参数检验可以用来比较两个生存函数的情况，如 Wilcoxon 检验^[160]或 Mann-Whitney 检验^[161]。对于有删失数据的情况，有四种非参数方法可以进行处理，分别是 Gehan-Wilcoxon 检验^[101]、Cox-Mantel 检验^[102,162,163]、对数秩检验（Log-rank Test，又称 Mantel-Cox 检验或时序检验）^[103,162]和 Peto-Wilcoxon 检验^[103]。无删失的情况可以看作是这些检验中的特例。

以上介绍的四种非参数检验方法可以进一步分为两类，Wilcoxon 检验（Gehan-Wilcoxon 检验和 Peto-Wilcoxon 检验）和非 Wilcoxon 检验（Cox-Mantel 检验和对数秩检验）。比较哪种检验方法最好是一个复杂的问题，通常是看选择的检验方法有更大的功效，即有更大的可能拒绝错误假设。文献[76]中指出，在小样本（ $n_1 < 50$ ， $n_2 < 50$ ）下，四种方法的功效函数都相当复杂，需要根据不同寿命分布类型（指数分布、威布尔分布等）将零假设和备择假设下的生存函数具体化进行分别考察，因此没有统一的结论说明某种检验法相比其他检验法一定有更大的功效。不过不同检验方法给予观测值的权重不同，具体表现为 Wilcoxon 检验给予近期失效观测值差别更大的权重，对近期差异敏感，对数秩检验给予远期失效观测值差别更大的权重，对远期差异敏感。考虑到研究对象是高可靠性长寿命的部件或系统，本章选用对数秩检验对上一章提出的模型方法进行研究。

将样本组 1 和样本组 2 中的两组观测样本合并为一组，排序后令 $t_{(1)} < \dots < t_{(k)}$ 为其中互不相同的完全失效时间， $m_{(i)}$ 表示失效时间为 t_i 的相同样本个数，则有：

$$\sum_{i=1}^k m_{(i)} = r_1 + r_2 \quad (4-16)$$

令 $Risk(t)$ 为时间 t 时仍处于失效风险下尚待观测样本的集合，这些样本的失效或右删失时间至少为 t ，称 $Risk(t)$ 为在时间 t 的风险集。令 n_{1t} 和 n_{2t} 分别为风险集 $Risk(t)$ 中来自样本组 1 和样本组 2 的观测样本数，则风险集 $Risk(t)$ 中的包括失效或右删失在内的样本观测总数为 $r_{(t)} = n_{1t} + n_{2t}$ 。

对数秩检验^[103,162]是基于给每个观测值指定一定的分值（权重） w_i 得来的，这个分值是生存函数的对数形式。Altshuler^[164]给出 $t_{(i)}$ 的生存函数的对数估计为：

$$-e(t_{(i)}) = -\sum_{j \leq t_{(i)}} \frac{m_{(j)}}{r_{(j)}} \quad (4-17)$$

Peto 提出对于非删失观测值 $t_{(i)}$ 的分值为 $w_i = 1 - e(t_{(i)})$ ，对于在 T 时刻删失的观测样本的分值为 $-e(T)$ 。实际上对于一个删失观测值 t_i^+ ，有 $w_i = -e(t_{(j)})$ ，其中 $t_{(j)}$ 是当前最大的未删失观测值且有 $t_{(j)} \leq t_i^+$ 。所以非删失观测值越大，它的分值就越小，删失观测值的分值为负。两个样本组全部数据对应的分值总和为 0。对数秩检验就

是根据两个样本组的分值总和 $S = \sum_{i=1}^{n_1+n_2} w_i$ 来得到的。 S 的置换方差为：

$$\text{Var}(S) = \frac{n_1 n_2 \sum_{i=1}^{n_1+n_2} w_i^2}{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)} \quad (4-18)$$

也可写为：

$$\text{Var}(S) = \left[\sum_{j=1}^k \frac{m_{(j)}(r_{(j)} - m_{(j)})}{r_{(j)}} \right] \frac{n_1 n_2}{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)} \quad (4-19)$$

则统计量 L 为：

$$L = \frac{S}{\sqrt{\text{Var}(S)}} \quad (4-20)$$

若零假设 H_0 成立，统计量 L 近似服从正态分布 $N(0,1)$ 。若显著性水平（Significance Level）为 α ，对零假设 $H_0: S_1 = S_2$ ，备择假设 $H_1: S_1 > S_2$ 来说，若 S 为样本组 1 的分值总和，则拒绝域（Critical Region）为 $L < -Z_\alpha$ ，若 S 为样本组 2 的分值总和，则拒绝域为 $L > Z_\alpha$ ，其中 Z_α 是正态分布 $N(0,1)$ 的 α 分位数。以下用算例进行计算说明。

算例 4-1：表 3-3 是 Lawless^[154]通过逆幂-威布尔模型等效转换后的数据，选取 V_1 的等效转换数据为样本组 1， V_0 的原始观测数据为样本组 2 进行对数秩检验。对两个样本组的所有数据（完全失效数据和删失数据）进行评分，见表 4-1，带*表示来自 V_1 组的数据。表中第 1 列按照两组数据从小到大进行排序，第 2 至 5 列只包含完全失效数据的计算， $e(t_{(i)})$ 为 $m_{(i)} / r_{(i)}$ 的累积值，生存函数的对数 Altshuler 估计值为 $-e(t_{(i)})$ ^[164]，最后一列 w_i 为每个观测值的分值，完全失效（未删失）数据的分值为 $w_i = 1 - e(t_{(i)})$ ，删失数据 t_i^+ 的分值为 $w_i = -e(t_{(j)})$ ， $t_{(j)}$ 是当前最大的未删失观测值且 $t_{(j)} \leq t_i^+$ 。两组数据对应的分值总和为 0。

表 4-1 对数秩检验计算表

两组观测时间 数据 t_i (min)	$m_{(i)}$	$r_{(i)}$	$\frac{m_{(i)}}{r_{(i)}}$	$e(t_{(i)})$	w_i
230.1	1	40	0.0250	0.0250	0.9750*
245	1	39	0.0256	0.0506	0.9494
246	1	38	0.0263	0.0770	0.9230
266.4	1	37	0.0270	0.1040	0.8960*
290.6	1	36	0.0278	0.1318	0.8682*
327	1	35	0.0286	0.1603	0.8397*

续表 4-1 对数秩检验计算表

两组观测时间 数据 t_i (min)	$m_{(i)}$	$r_{(i)}$	$\frac{m_{(i)}}{r_{(i)}}$	$e(t_{(i)})$	w_i
350	1	34	0.0294	0.1897	0.8103
448.1	1	33	0.0303	0.2200	0.7800*
520.8	1	32	0.0313	0.2513	0.7487*
550	1	31	0.0323	0.2836	0.7164
600	1	30	0.0333	0.3169	0.6831
605.5	1	29	0.0345	0.3514	0.6486*
629.8	1	28	0.0357	0.3871	0.6129*
710	1	27	0.0370	0.4241	0.5759
745	1	26	0.0385	0.4626	0.5374
799.3	1	25	0.0400	0.5026	0.4974*
896.2	1	24	0.0417	0.5443	0.4557*
1005.2	1	23	0.0435	0.5877	0.4123*
1010	1	22	0.0455	0.6332	0.3668
1049.6	1	21	0.0476	0.6808	0.3192*
1190	1	20	0.0500	0.7308	0.2692
1225	1	19	0.0526	0.7834	0.2166
1390	1	18	0.0556	0.8390	0.1610
1458	1	17	0.0588	0.8978	0.1022
1480	1	16	0.0625	0.9603	0.0397
1503.8	1	15	0.0667	1.0270	-0.0270*
1558.3	1	14	0.0714	1.0984	-0.0984*
1690	1	13	0.0769	1.1753	-0.1753
1805	1	12	0.0833	1.2587	-0.2587
2450	1	11	0.0909	1.3496	-0.3496
2503	1	10	0.1000	1.4496	-0.4496*
2555.5	1	9	0.1111	1.5607	-0.5607*
2955.2	1	8	0.1250	1.6857	-0.6857*
3000	1	7	0.1429	1.8285	-0.8286
3512.4+	—	—	—	—	-1.8285*
4690	1	5	0.2000	2.0286	-1.0286

续表 4-1 对数秩检验计算表

两组观测时间 数据 t_i (min)	$m_{(i)}$	$r_{(i)}$	$\frac{m_{(i)}}{r_{(i)}}$	$e(t_{(i)})$	w_i
4925.4+	—	—	—	—	-2.0286*
5248.4+	—	—	—	—	-2.0286*
6095	1	2	0.5000	2.5286	-1.5286
6200+	—	—	—	—	-2.5286

对于 V_1 组, 从表 4-1 可以计算出 $S_1 = 0.3466$, 由式 (4-18) 可以得到 $\text{Var}(S) = 8.5827$, 则统计量 $L = 0.3466 / \sqrt{8.5827} = 0.1183$ 。取显著性水平 $\tilde{\alpha} = 0.05$, 查标准正态分布分位数表可得 $Z_{0.05} = 1.64$ 。 $L < Z_{0.05}$, 不拒绝零假设 H_0 , 即可认为来自 V_1 的等效观测数据与来自 V_0 的原始观测数据统计意义上相等。

对数秩检验的另一种用法是通过卡方检验 (Chi-square Test) 在零假设下对观测失效样本和预期失效样本进行比较。令 O_1 和 O_2 分别为样本组 1 和样本组 2 的观测失效样本数, E_1 和 E_2 为预期失效样本数, 则统计量:

$$\chi^2 = \frac{(O_1 - E_1)^2}{E_1} + \frac{(O_2 - E_2)^2}{E_2} \quad (4-21)$$

近似服从自由度为 1 (自由度为样本组数量-1) 的卡方分布。过大的 χ^2 值会导致两组数据有明显差别而使零假设被拒绝。

通过以下方法计算 E_1 和 E_2 : 对两组非删失 (完全失效) 时间数据按大小进行升序排列, 计算每个在非删失时间处的预期失效样本数并求和。某样本组在非删失时间处的预期失效数由在此时间的失效样本数乘以风险集中的来自此样本组的样本占总样本数的比值。令 d_t 为失效时间 t 时发生失效的样本数, n_{1t} 和 n_{2t} 分别为到失效时间 t 为止仍在风险集 $Risk(t)$ 中的来自样本组 1 和样本组 2 的样本数 (即样本组 1 和样本组 2 中各自等于或大于失效时间 t 的观测样本数)。那么在 t 时的样本组 1 和样本组 2 的预期失效样本数为:

$$e_{1t} = \frac{n_{1t}}{n_{1t} + n_{2t}} \times d_t \quad e_{2t} = \frac{n_{2t}}{n_{1t} + n_{2t}} \times d_t \quad (4-22)$$

两个样本组的预期失效样本数的和分别为:

$$E_1 = \sum_t e_{1t} \quad E_2 = \sum_t e_{2t} \quad (4-23)$$

实际中只需要计算两组数据其中一组的预期失效样本数就可以了, 另一组数据的预期失效样本数等于两组样本的总失效观测数减去前一组的预期失效样本

数。用以下算例说明卡方分布形式的对数秩检验计算过程。

算例 4-2: 仍用表 3-3 的数据进行卡方分布的对数秩检验, 同样选取 V_1 的等效转换数据作为样本组 1, V_0 的原始观测数据为样本组 2。零假设和备择假设为:

$$H_0: S_1 = S_2 \quad (V_1 V_0 \text{ 两组数据等效})$$

$$H_0: S_1 \neq S_2 \quad (V_1 V_0 \text{ 两组数据不等效})$$

表 4-2 给出了预期失效样本数 (E_1, E_2) 的计算过程。如在 $t = 245$ 时, 样本组 1 中有 19 个观测数据处于风险集 $Risk(t)$ 中 ($t_i \geq t$), 1 个观测数据已经失效, 而样本组 2 中仍有 20 个观测数据在风险集 $Risk(t)$ 中, 暂时没有观测数据失效。所以有 $d_t = 1$, $n_{1t} = 19$, $n_{2t} = 20$, 由式 (4-22) 计算得 $e_{1t} = 0.4872$, $e_{2t} = 0.5128$ 。

预期失效样本数 $E_1 = 16.6532$, 由于两组数据的总失效样本数为 36 ($O_1 = 17$, $O_2 = 19$), $E_2 = O_1 + O_2 - E_1 = 19.3468$ 。由式 (4-21) 可得:

$$\chi^2 = \frac{(17 - 16.6532)^2}{16.6532} + \frac{(19 - 19.3468)^2}{19.3468} = 0.01344$$

引入 P 值 (P -value 又称最小显著性水平) 进行比较。 P 值是根据检验的统计量按照抽样分布计算出来的一个概率值。对于 P 值的数据解释见表 4-3。通过直接比较 P 值与给定的显著性水平 $\tilde{\alpha}$ 的大小就可以知道是否拒绝零假设, 可以代替比较检验统计量的值与临界值 $Z_{\tilde{\alpha}}$ 的大小^[165]。

根据卡方检验临界值表可以查到在自由度为 1 的情况下 P 值 > 0.5 , 实际上通过统计软件 (如 R-project) 可直接计算出 P 值约为 0.906。选取显著性水平 $\tilde{\alpha} = 0.05$ 作为判别依据, 则有 P 值 $> \tilde{\alpha}$, 因此不能拒绝零假设 H_0 , 即可认为来自 V_1 的等效观测数据与来自 V_0 的原始观测数据统计意义上相等, 与算例 4-1 结果一致。

表 4-2 对数秩检验预期失效样本数计算表

完全失效时间 数据 t (min)	d_t	n_{1t}	n_{2t}	e_{1t}	e_{2t}
230.1	1	20	20	0.5000	0.5000
245	1	19	20	0.4872	0.5128
246	1	19	19	0.5000	0.5000
266.4	1	19	18	0.5135	0.4865
290.6	1	18	18	0.5000	0.5000
327	1	17	18	0.4857	0.5143
350	1	16	18	0.4706	0.5294
448.1	1	16	17	0.4848	0.5152

续表 4-2 对数秩检验预期失效样本数计算表

完全失效时间 数据 t (min)	d_t	n_{1t}	n_{2t}	e_{1t}	e_{2t}
520.8	1	15	17	0.4688	0.5313
550	1	14	17	0.4516	0.5484
600	1	14	16	0.4667	0.5333
605.5	1	14	15	0.4828	0.5172
629.8	1	13	15	0.4643	0.5357
710	1	12	15	0.4444	0.5556
745	1	12	14	0.4615	0.5385
799.3	1	12	13	0.4800	0.5200
896.2	1	11	13	0.4583	0.5417
1005.2	1	10	13	0.4348	0.5652
1010	1	9	13	0.4091	0.5909
1049.6	1	9	12	0.4286	0.5714
1190	1	8	12	0.4000	0.6000
1225	1	8	11	0.4211	0.5789
1390	1	8	10	0.4444	0.5556
1458	1	8	9	0.4706	0.5294
1480	1	8	8	0.5000	0.5000
1503.8	1	8	7	0.5333	0.4667
1558.3	1	7	7	0.5000	0.5000
1690	1	6	7	0.4615	0.5385
1805	1	6	6	0.5000	0.5000
2450	1	6	5	0.5455	0.4545
2503	1	6	4	0.6000	0.4000
2555.5	1	5	4	0.5556	0.4444
2955.2	1	4	4	0.5000	0.5000
3000	1	3	4	0.4286	0.5714
4690	1	2	3	0.4000	0.6000
6095	1	0	2	0.0000	1.0000
总计				$E_1 = 16.6532$	$E_2 = 19.3468$

表 4-3 P 值的意义

P 值	小概率事件发生的可能性	对零假设	统计意义
P 值 > 0.05	发生的可能性大于 5%	不能拒绝零假设	两组差别无显著意义
P 值 < 0.05	发生的可能性小于 5%	可以拒绝零假设	两组差别有显著意义
P 值 < 0.01	发生的可能性小于 1%	可以拒绝零假设	两者差别有非常显著意义

4.3.2 非参数预测推断方法的对数秩检验

第三章中通过不精确概率将连接参数 p 扩展为区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ ，并用上限生存函数对应 $\bar{p}$ 的转换数据，下限生存函数对应 $\underline{p}$ 的转换数据的方法给出了非参数预测推断方法的上下限生存函数。但对于在实际应用中区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ 的选取并没有给出进一步的分析。在上一节中对数秩检验的结果验证了等效转换数据能否在统计意义上等同于原始观测数据，在本节继续用对数秩检验进行两组及多组数据间的比对，以确定零假设不被拒绝连接参数区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ ，从而在最大程度扩展模型的不精确性的同时确保结果能够符合工程实际（即在统计意义上与原始观测数据相等）。

首先给出一组符号定义，来自不同加速应力水平下相关数据的符号规定参见表 4-4，其中 V_0 代表正常应力水平。

表 4-4 加速试验数据

应力水平	观测样本数据（时间）	样本量
V_j	t_i^j	n_j
...	...	...
V_1	t_i^1	n_1
V_0	t_i^0	n_0

上一章将逆幂率模型作为加速应力水平 V_j 与正常应力水平 V_0 间等效转换的连接方程：

$$t_i^{j \rightarrow 0} = \left(\frac{V_j}{V_0} \right)^p t_i^j \quad (4-24)$$

前文提到，此处的连接方程可以替换为其他任何形式的加速模型关系表达式，实际上也可通过细化参数的方式将连接方程扩展成更一般的形式进行研究，如式（4-24）可以扩展为：

$$t_i^{j \rightarrow 0} = A \left(\frac{V_j}{V_0} \right)^B t_i^j + C$$

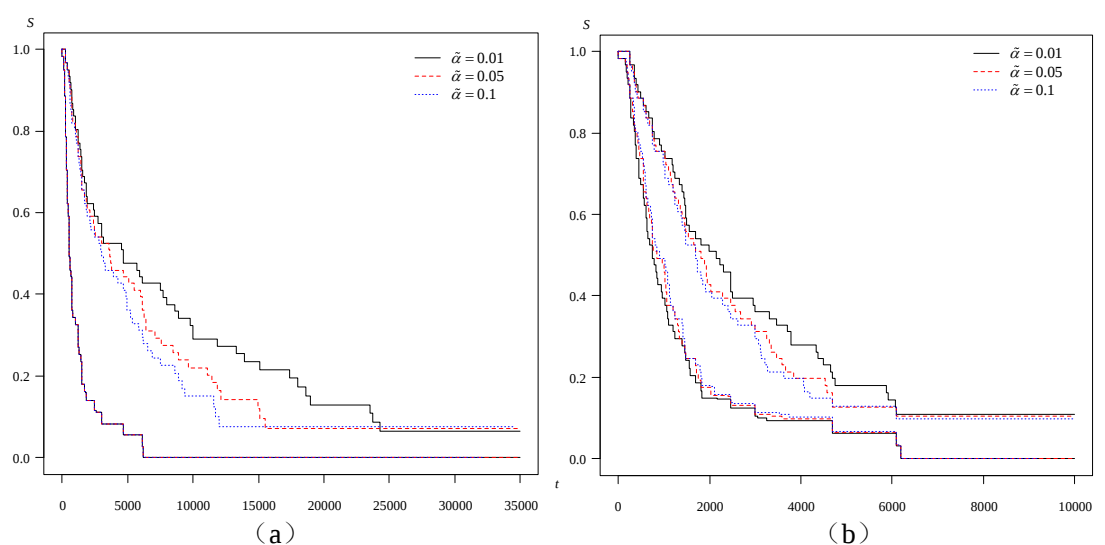
其中, A 、 B 、 C 均为待定参数。由于本文主要用逆幂率模型进行加速寿命试验数据的预测分析, 这里用式 (4-24) 这种简单形式的连接方程。若连接方程能够准确反应不同应力水平间数据的真实关系, 那么将转换数据 $t_i^{j \rightarrow 0}$ 与正常应力水平下真实数据 t_i^0 组合在一起时彼此应该不可区分, 即可认为二者融合情况良好或在统计意义上相等。

算例 4-3: 用算例 3-1 中 Lawless^[154]的数据进行计算 (表 3-1)。用卡方检验自由度将对数秩检验扩展到三组数据间比较的情形, 通过对数秩检验分别寻找 $V_1 V_0$ 、 $V_2 V_0$ 和 $V_2 V_1 V_0$ 三种情况下各自数据融合情况良好对应的连接参数区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ 。根据零假设 H_0 , 若 P 值大于显著性水平 $\tilde{\alpha}$, 则 H_0 不能被拒绝, 即可认为来自不同应力水平的数据融合情况良好。分别在显著性水平 $\tilde{\alpha}$ 取 0.01、0.05、0.1 的情况下进行比较, 对应的结果见表 4-5。

表 4-5 对数秩检验接受 H_0 对应的连接参数区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$

显著性水平	$\tilde{\alpha} = 0.01$		$\tilde{\alpha} = 0.05$		$\tilde{\alpha} = 0.1$	
应力水平	$\underline{p}$	$\bar{p}$	$\underline{p}$	$\bar{p}$	$\underline{p}$	$\bar{p}$
$V_1 V_0$	0	38.783	0	33.828	0	31.027
$V_2 V_0$	4.736	23.533	6.927	20.691	7.848	19.460
$V_2 V_1 V_0$	1.037	24.990	3.779	23.400	4.805	21.381

$V_1 V_0$ 、 $V_2 V_0$ 和 $V_2 V_1 V_0$ 三种情况下连接参数区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ 对应的上下限生存函数如图 4-5。



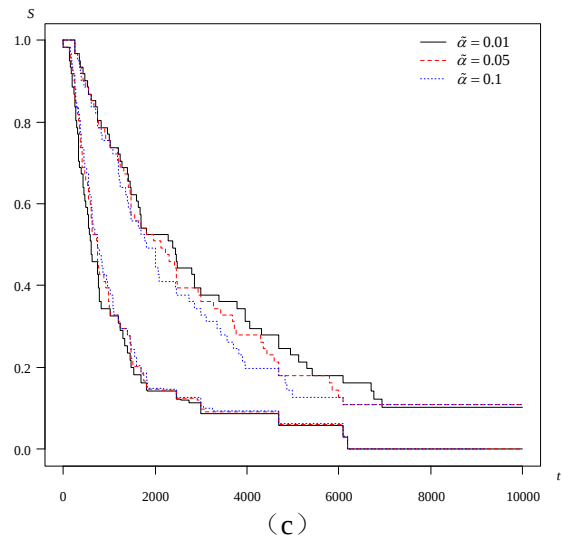


图 4-5 接受区间 $[p, \bar{p}]$ 对应的上下限生存函数。(a) $V_1 V_0$ ；(b) $V_2 V_0$ ；(c) $V_2 V_1 V_0$

从图 4-5 中可看出，显著性水平 $\tilde{\alpha}$ 越大，上下限生存函数之间越窄。另一个有趣现象是，在特定情况下显著性水平 $\tilde{\alpha}$ 较大的上限生存函数的终止点会高于显著性水平 $\tilde{\alpha}$ 较小的终止点，如图 4-5 (c) 中 $\tilde{\alpha} = 0.1$ 与 $\tilde{\alpha} = 0.01$ ，这与前文中提到的生存函数单调性一致稍微有点不符。这种情况是由于在不同显著性水平下的数据转换会使删失数据的顺序不同而造成的。根据图 4-5 (c)，将 $V_2 V_1 V_0$ 情况下的上限（对应 $\bar{p}$ ）和下限（对应 $\underline{p}$ ）生存函数的转换数据排序后分别列入表 4-6 和表 4-7 中进行比较。

对上限生存函数来说，表 4-6 中可以清楚看到来自显著性水平 $\tilde{\alpha} = 0.01$ 的右删失数据 6200⁺的失效顺序明显早于另外两组（ $\tilde{\alpha} = 0.05$ ， $\tilde{\alpha} = 0.1$ ），且与下一个右删失数据间隔 3 个非删失数据。

表 4-6 $V_2 V_1 V_0$ 上限生存函数对应转换数据

显著性水平	转换数据（min）
$\tilde{\alpha} = 0.01$	245.00, 246.00, 350.00, 364.58, 422.14, 460.52, 518.08, 550.00 600.00, 709.96, 740.00, 745.00, 825.09, 959.41, 997.79, 1010.00, 1190.00, 1225.00, 1266.42, 1390.00, 1419.93, 1458.00, 1480.00, 1592.62, 1631.65, 1662.98, 1689.93, 1690.00,
	1805.00, 2272.66, 2382.53, 2447.48, 2450.00, 2468.88, 2797.12, 2797.12, 2855.39, 3000.00, 3379.85, 3787.77, 3962.59, 3965.56, 4048.71, 4312.23, 4681.92, 4690.00,
	4953.23, 5128.05, 5302.87, 5419.42, 5564.57 ⁺ , 6095.00, 6200.00 ⁺ , 6701.43,
	6759.70, 6934.52, 7803.19 ⁺ , 8314.88 ⁺ , 8741.00, 9712.22 ⁺

续表 4-6 $V_2 V_1 V_0$ 上限生存函数对应转换数据

显著性水平	转换数据 (min)
$\tilde{\alpha} = 0.05$	245.00, 246.00, 338.58, 350.00, 392.04, 427.68, 481.14, 550.00, 600.00, 659.34, 740.00, 745.00, 766.26, 891.01, 926.65, 1010.00, 1176.13, 1190.00, 1225.00, 1318.69, 1390.00, 1411.92, 1458.00, 1462.34, 1479.07, 1480.00, 1544.41, 1690.00, 1805.00, 1966.60, 2117.88, 2212.66, 2292.85, 2420.43, 2420.43, 2450.00, 2470.85, 2924.69, 3000.00, 3277.66, 3428.94, 3682.82, 3731.49, 3760.04, 4286.18, 4348.11, 4437.45, 4588.73, 4689.58, 4690.00, 5167.83 ⁺ , 5798.94, 5849.37, 6000.65, 6095.00, 6200.00 ⁺ , 7246.85 ⁺ , 7563.84 ⁺ , 7722.05 ⁺ , 8404.27 ⁺
$\tilde{\alpha} = 0.1$	245.00, 246.00, 308.23, 350.00, 356.90, 389.34, 438.01, 550.00, 600.00, 600.24, 697.57, 740.00, 745.00, 811.13, 843.57, 1010.00, 1070.69, 1175.01, 1190.00, 1200.47, 1216.97, 1225.00, 1346.47, 1390.00, 1405.96, 1458.00, 1480.00, 1636.62, 1690.00, 1762.51, 1805.00, 2014.30, 2014.30, 2014.30, 2056.27, 2087.30, 2433.95, 2450.00, 2727.70, 2853.59, 3000.00, 3105.38, 3352.67, 3422.96, 3566.99, 3692.89, 3818.78, 3902.71, 3958.31, 4690.00, 4704.55 ⁺ , 4825.93, 4867.90, 4993.79, 6095.00, 6200.00 ⁺ , 6294.69 ⁺ , 6597.18 ⁺ , 6994.10 ⁺ , 7029.78 ⁺

表 4-7 $V_2 V_1 V_0$ 下限生存函数对应转换数据

显著性水平	转换数据 (min)
$\tilde{\alpha} = 0.01$	119.63, 138.52, 151.12, 170.01, 184.62, 191.21, 232.97, 245.00, 246.00, 257.15, 270.75, 276.93, 314.83, 316.49, 316.49, 323.09, 327.42, 350.00, 382.43, 415.57, 428.58, 448.36, 465.94, 487.93, 522.61, 545.70, 550.00, 560.45, 580.24, 600.00, 600.02, 613.20, 740.00, 745.00, 758.26, 764.86, 781.82, 784.64, 810.16, 989.04 ⁺ , 1010.00, 1098.93 ⁺ , 1190.00, 1225.00, 1301.29, 1328.57, 1390.00, 1458.00, 1480.00, 1536.36, 1690.00, 1805.00, 1826.00 ⁺ , 2450.00, 2560.59 ⁺ , 2728.50 ⁺ , 3000.00, 4690.00, 6095.00, 6200.00 ⁺
$\tilde{\alpha} = 0.05$	135.91, 157.37, 171.68, 193.14, 236.93, 245.00, 245.39, 246.00, 264.67, 307.59, 330.00, 350.00, 355.39, 357.66, 371.97, 406.16, 406.16, 414.62, 472.11, 490.77, 529.34, 550.00, 550.01, 575.39, 593.71, 600.00, 619.94, 626.16, 719.24, 740.00, 744.62, 745.00, 770.01, 786.93, 888.19, 920.38, 973.09, 981.55, 1006.93, 1010.00, 1190.00, 1225.00, 1269.24 ⁺ , 1390.00, 1410.27 ⁺ , 1458.00, 1478.33, 1480.00, 1509.32, 1690.00, 1745.38, 1805.00, 2074.43 ⁺ , 2450.00, 2908.96 ⁺ , 3000.00, 3099.72 ⁺ , 4690.00, 6095.00, 6200.00 ⁺

续表 4-7 $V_2 V_1 V_0$ 下限生存函数对应转换数据

显著性水平	转换数据 (min)
$\tilde{\alpha} = 0.1$	142.55, 165.06, 180.07, 202.58, 245.00, 246.00, 260.10, 269.39, 277.61, 322.62, 350.00, 362.29, 375.14, 390.15, 390.16, 445.89, 445.89, 455.18, 495.19, 538.79, 550.00, 555.21, 600.00, 603.81, 622.74, 631.68, 650.25, 687.42, 740.00, 745.00, 789.60, 817.47, 845.34, 863.92, 931.61, 965.37, 1010.00, 1068.29, 1077.58, 1105.44, 1190.00, 1225.00, 1390.00, 1393.42 ⁺ , 1458.00, 1480.00, 1548.24 ⁺ , 1550.60, 1583.11, 1690.00, 1805.00, 1830.70, 2175.84 ⁺ , 2450.00, 3000.00, 3051.17 ⁺ , 3251.25 ⁺ , 4690.00, 6095.00, 6200.00 ⁺

作为对比，在 $V_2 V_1 V_0$ 情况下去掉每个应力水平下最大的 3 个数据（包含所有右删失数据），形成非删失数据组，再进行同样的处理过程，得到的上下限生存函数如图 4-6。可以看出，在三个不同显著性水平下生存函数的终止点最后处于同一位置。工程实际中可以根据具体情况选择显著性水平 $\tilde{\alpha}$ ，从而确定上下限生存函数的不精确度。

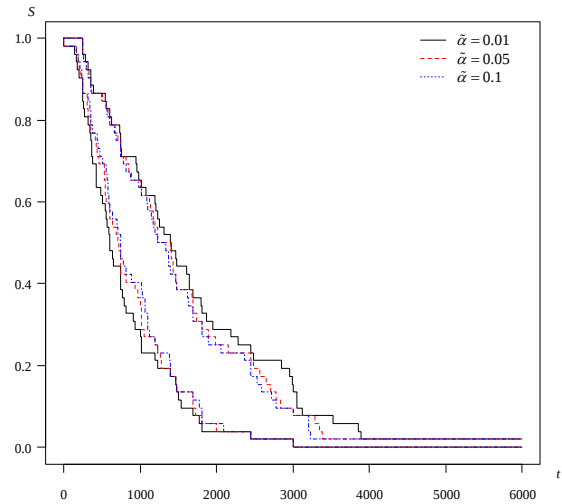


图 4-6 非删失数据组的上下限生存函数

对于给定的显著性水平 $\tilde{\alpha} = 0.05$ ，在 $V_1 V_0$ 、 $V_2 V_0$ 和 $V_2 V_1 V_0$ 三种情况进行生存分析，上下限生存函数如图 4-7。从图中可以看出， $V_2 V_0$ 的上下限生存函数比 $V_1 V_0$ 更狭窄，这说明两组数据对比时，加速应力水平越大，等效转换结果的不精确性就越小。值得注意的是 $V_2 V_1 V_0$ 连接参数 p 的接受区间小于 $V_1 V_0$ 的接受区间，但大于 $V_2 V_0$ 的接受区间，图中 $V_2 V_1 V_0$ 的生存函数处于 $V_1 V_0$ 和 $V_2 V_0$ 的生存函数之间反应了这个现象。显然在 $V_2 V_0$ 下的 p 接受区间的取值不会被 $V_1 V_0$ 拒绝，但用对数秩检

验得到 $V_2 V_1 V_0$ 情况下的 p 接受区间要稍大于 $V_2 V_0$ ，相关问题将在 4.4 节中对数据进行进一步分析。实际应用中可根据对预测结果的保守情况选择 p 接受区间。

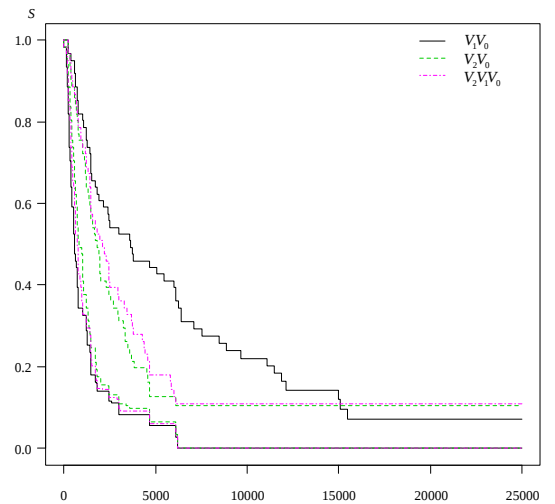


图 4-7 显著性水平 $\tilde{\alpha} = 0.05$ 的上下限生存函数

4.4 算例分析

4.4.1 模拟分析

算例 4-4：用 3.6.1 节中相同的方法进行模拟分析，设置威布尔分布尺度参数 $\alpha=1500$ ，连接参数 $p=10$ 以及应力水平 $V_0=50$ ， $V_1=80$ ， $V_2=120$ ，每个应力水平下的样本数 $n=20$ ，分别用不同的形状参数 β ($\beta=1/1.5/3$) 生成不同模拟数据组（见表 4-8、表 4-9 和表 4-10）。

表 4-8 威布尔分布模拟数据 ($\alpha=1500$ ， $p=10$ ， $\beta=1$)

应力水平	模拟数据
$V_0=50$	12.1903, 85.3711, 144.4231, 160.7270, 377.6131, 392.3561, 497.7258, 563.0816, 621.4611, 695.1641, 835.6883, 1046.6390, 1435.2640, 1451.2372, 1482.7926, 1989.1617, 2370.0038, 2401.5951, 2601.1694, 4176.1111
$V_1=80$	0.9212, 1.9047, 2.5852, 3.1428, 4.4115, 5.4947, 5.8418, 6.9788, 9.6336, 9.9541, 12.1212, 12.9824, 13.1147, 14.7036, 18.0036, 21.1525, 22.9307, 28.3082, 30.3700, 58.8428
$V_2=120$	0.0353, 0.0467, 0.0560, 0.0579, 0.0737, 0.0869, 0.0976, 0.1030, 0.1401, 0.1503, 0.1553, 0.1748, 0.1750, 0.1953, 0.2128, 0.2723, 0.3329, 0.5460, 0.6268, 0.8891

表 4-9 威布尔分布模拟数据 ($\alpha=1500$, $p=10$, $\beta=1.5$)

应力水平	模拟数据
$V_0=50$	60.6325, 221.9410, 315.1047, 338.3943, 598.0376, 613.5039, 718.9364, 780.5690, 833.6295, 898.3012, 1015.6092, 1180.0354, 1456.5261, 1467.3127, 1488.5064, 1810.5498, 2034.8377, 2052.8802, 2165.0911, 2968.5551
$V_1=80$	2.2622, 3.6716, 4.5009, 5.1267, 6.4272, 7.4404, 7.7505, 8.7260, 10.8182, 11.0569, 12.6084, 13.1988, 13.2883, 14.3410, 16.4136, 18.2756, 19.2860, 22.1941, 23.2592, 36.1487
$V_2=120$	0.0666, 0.0802, 0.0905, 0.0926, 0.1087, 0.1213, 0.1311, 0.1359, 0.1669, 0.1749, 0.1787, 0.1934, 0.1935, 0.2082, 0.2204, 0.2599, 0.2971, 0.4132, 0.4530, 0.5718

表 4-10 威布尔分布模拟数据 ($\alpha=1500$, $p=10$, $\beta=3$)

应力水平	模拟数据
$V_0=50$	301.5772, 576.9848, 687.5006, 712.4545, 947.1306, 959.2997, 1038.4626, 1082.0599, 1118.2326, 1160.7979, 1234.2665, 1330.4334, 1478.1032, 1483.5663, 1494.2421, 1647.9760, 1747.0709, 1754.7992, 1802.1200, 2110.1736
$V_1=80$	5.5553, 7.0773, 7.8359, 8.3630, 9.3638, 10.0749, 10.2827, 10.9107, 12.1485, 12.2817, 13.1152, 13.4187, 13.4642, 13.9873, 14.9640, 15.7899, 16.2205, 17.4006, 17.8132, 22.2071
$V_2=120$	0.1255, 0.1377, 0.1463, 0.1479, 0.1603, 0.1693, 0.1761, 0.1793, 0.1986, 0.2033, 0.2056, 0.2138, 0.2139, 0.2219, 0.2283, 0.2479, 0.2651, 0.3126, 0.3273, 0.3678

通过对数秩检验确定各组数据在 $V_2 V_1 V_0$ 情况下的连接参数的接受区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$, 分别选取显著性水平 $\tilde{\alpha}$ 为 0.05 和 0.1 作为参考对比。模拟结果见表 4-11。

表 4-11 不同模拟设置的连接参数接受区间

显著性水平	$\tilde{\alpha}=0.05$		$\tilde{\alpha}=0.1$	
应力水平 $V_2 V_1 V_0$	$\underline{p}$	$\bar{p}$	$\underline{p}$	$\bar{p}$
$\alpha=1500$, $p=10$, $\beta=1$	8.995	10.658	9.026	10.547
$\alpha=1500$, $p=10$, $\beta=1.5$	9.330	10.439	9.351	10.365
$\alpha=1500$, $p=10$, $\beta=3$	9.665	10.219	9.676	10.182

对比表 4-5 中算例数据和表 4-11 中模拟数据的结果可以看出, 前者连接参数的接受区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ 范围明显大于后者, 这表示其对应的生存函数上下限更宽。这是由于不同应力水平的差别不大时, 所有数据之间的重叠度很高, 导致不精确方法的不确定性随之增加。对于威布尔分布来说, 表 4-11 说明形状参数 β 越大, 对应的生存函数越窄。这是由于随着 β 增大, 每个应力水平下生成的模拟数据更加集中, 不同应力水平间的数据重叠度降低, 导致连接参数的接受区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ 变窄。也就是说本文提出的模型方法更适用于加速寿命试验中应力水平明显高于正常应力水平的情况, 预测分析的结果可以过滤掉数据偏差或模型差异, 又不会使结果的不确定性太大而导致无法应用于工程实际。

用模拟设置 ($\alpha=1500$, $p=10$, $\beta=3$) 进行模型的鲁棒性分析, 仍用 3.6.1 节中同样的方法在 V_0 下生成一个新的未来观测值并研究其落入的区间, 重复 10000 次, 并用显著性水平 $\tilde{\alpha}=0.05$ 下的接受区间 $[\underline{p}, \bar{p}]=[9.665, 10.219]$ 作为生存函数的上下限, 模拟结果如图 4-8。从图中可以看出, 连接参数接受区间 $[\underline{p}, \bar{p}]=[9.665, 10.219]$ 的上下限生存函数基本可以涵盖 10000 次模拟中未来观测值的分布情况, 说明所提出的模型方法在基于少量基础假设的情况下能够较好地处理加速寿命试验样本数据的等效转换并进行预测分析。

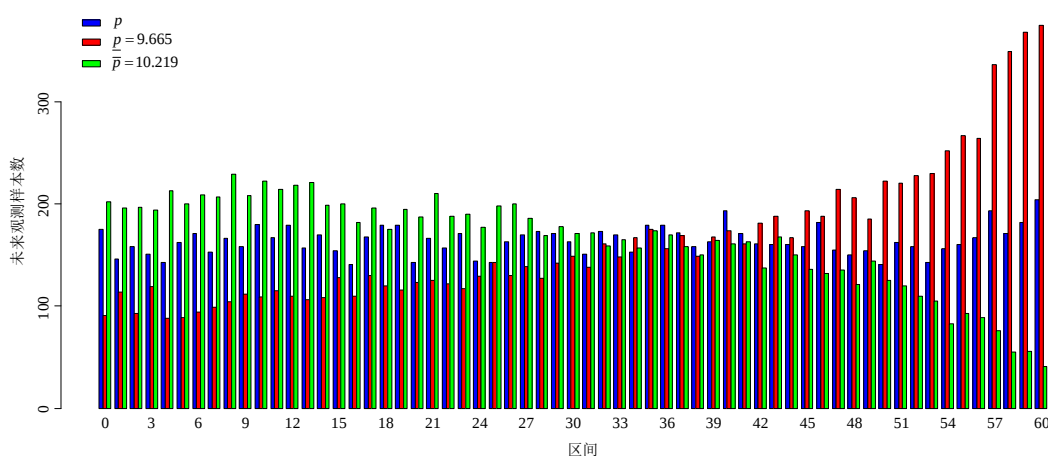


图 4-8 显著性水平 $\tilde{\alpha}=0.05$ 下的模型鲁棒性

在此模拟算例的基础上, 也进行了一些模型错误设定的分析。将表 4-10 中的模拟数据作为原数据组, 把应力水平 $V_1=80$ 下的数据分别扩大至 1.1 和 1.2 倍, 形成两组错误数据组 1 和 2 (见表 4-12 和表 4-13), 再用对数秩检验进行分析, 设显著性水平 $\tilde{\alpha}=0.05$, 在 $V_1 V_0$ 、 $V_2 V_0$ 和 $V_2 V_1 V_0$ 三种情况下的对应结果见表 4-14。可以发现, 由于数据的错误设定, $V_1 V_0$ 情况下的接受区间向左发生了一些偏移, 且不再将 $V_2 V_0$ 的接受区间完全包含在内, $V_2 V_1 V_0$ 的接受区间也不再介于二者之间。错误数据组 1 的上下限生存函数 (图 4-9) 清楚地反应了这些情况。显然, 在用非

参数预测推断方法分析时, 选取三种情况下最大的区间 $[\underline{p}, \bar{p}] = [9.151, 10.195]$ 进行预测能够提供大量的不精确性, 从而使模型有较高的鲁棒性。从错误数据组 2 的分析结果可以看出, 随着数据偏差的增大, $V_1 V_0$ 和 $V_2 V_0$ 的接受区间的重叠部分减小, 二者分离程度变大。在同时检验 $V_2 V_1 V_0$ 的数据转换时甚至没有能被接受的连接参数区间, 即每一个连接参数值都不能满足 P 值 $> \tilde{\alpha}$ 。这说明当数据偏差到达一定程度时, 通过模型分析方法无法找到合适的连接参数 p 使等效转换数据与原始观测数据完全融合, 即假定的逆幂-威布尔模型不适用于此组数据的分析, 应根据实际情况, 重新假设该组数据的寿命分布或加速寿命模型。

表 4-12 错误数据组 1

应力水平	模拟数据
$V_0 = 50$	301.5772, 576.9848, 687.5006, 712.4545, 947.1306, 959.2997, 1038.4626, 1082.0599, 1118.2326, 1160.7979, 1234.2665, 1330.4334, 1478.1032, 1483.5663, 1494.2421, 1647.9760, 1747.0709, 1754.7992, 1802.1200, 2110.1736
$V_1 = 80$ ($1.1 \times t$)	6.1108, 7.7850, 8.6195, 9.1993, 10.3002, 11.0824, 11.3110, 12.0018, 13.3633, 13.5099, 14.4267, 14.7606, 14.8106, 15.3860, 16.4604, 17.3689, 17.8426, 19.1406, 19.5945, 24.4278
$V_2 = 120$	0.1255, 0.1377, 0.1463, 0.1479, 0.1603, 0.1693, 0.1761, 0.1793, 0.1986, 0.2033, 0.2056, 0.2138, 0.2139, 0.2219, 0.2283, 0.2479, 0.2651, 0.3126, 0.3273, 0.3678

表 4-13 错误数据组 2

应力水平	模拟数据
$V_0 = 50$	301.5772, 576.9848, 687.5006, 712.4545, 947.1306, 959.2997, 1038.4626, 1082.0599, 1118.2326, 1160.7979, 1234.2665, 1330.4334, 1478.1032, 1483.5663, 1494.2421, 1647.9760, 1747.0709, 1754.7992, 1802.1200, 2110.1736
$V_1 = 80$ ($1.2 \times t$)	6.6664, 8.4928, 9.4031, 10.0357, 11.2366, 12.0899, 12.3393, 13.0928, 14.5782, 14.7381, 15.7382, 16.1025, 16.1570, 16.7848, 17.9568, 18.9479, 19.4647, 20.8807, 21.3758, 26.6485
$V_2 = 120$	0.1255, 0.1377, 0.1463, 0.1479, 0.1603, 0.1693, 0.1761, 0.1793, 0.1986, 0.2033, 0.2056, 0.2138, 0.2139, 0.2219, 0.2283, 0.2479, 0.2651, 0.3126, 0.3273, 0.3678

表 4-14 错误设定的连接参数接受区间（ $\tilde{\alpha} = 0.05$ ）

$\tilde{\alpha} = 0.05$	原数据组		错误数据组 1		错误数据组 2	
应力水平	$\underline{p}$	$\bar{p}$	$\underline{p}$	$\bar{p}$	$\underline{p}$	$\bar{p}$
$V_1 V_0$	9.354	10.223	9.151	10.020	8.966	9.835
$V_2 V_0$	9.676	10.195	9.676	10.195	9.676	10.195
$V_2 V_1 V_0$	9.665	10.219	9.706	10.147	拒绝	拒绝

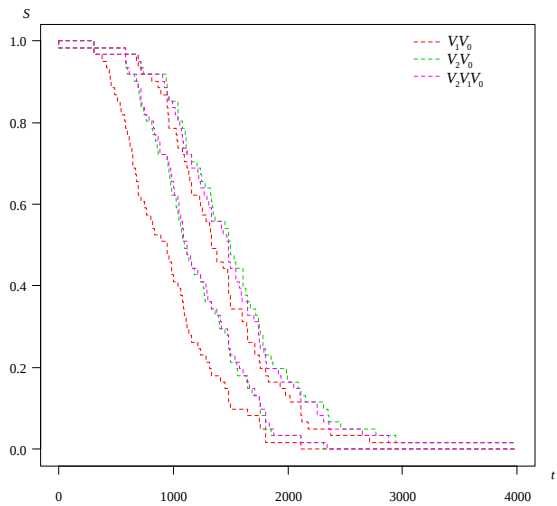


图 4-9 错误数据组 1 的上下限生存函数

4.4.2 实例分析

算例 4-5: 由于发射装置电控模块采用电压驱动，在加速寿命试验中采用电压作为加速应力不宜过大，否则容易引起样本失效模式的改变。根据工程经验将加速寿命试验的设计电压范围取为 12 至 24V（正常工作电压 $V_0=12V$ ），电控模块通电的试验数据见表 4-15。

表 4-15 电控模块的加速寿命试验数据

电压应力（V）	寿命数据（min）
$V_0=12$	1814, 4773, 6218, 6585, 10076, 10312, 11600, 12303, 12912, 13702, 14993, 16773, 19582, 19745, 19906, 23125, 25188, 25333, 26397, 33405
$V_1=15$	4025, 4621, 5001, 5102, 5722, 6274, 6639, 6780, 7908, 8215, 8328, 8830, 8869, 9330, 9788, 11056, 12174, 15628, 16706, 19889
$V_2=18$	2180, 2740, 2821, 2971, 3164, 3468, 3471, 3964, 4240, 5300, 5448, 5601, 5689, 6339, 7078, 7142, 7499, 8296, 8629, 10015

续表 4-15 电控模块的加速寿命试验数据

电压应力（V）	寿命数据（min）
$V_3 = 21$	365, 468, 1036, 2008, 2499, 2683, 2720, 2801, 2859, 2994, 3064, 3081, 3151, 3187, 3335, 4537, 4709, 4950, 5997, 6830
$V_4 = 24$	814, 836, 843, 909, 987, 1049, 1256, 1385, 1440, 1660, 1712, 1778, 2263, 2354, 2440, 2463, 2616, 2627, 2808, 4162

将 V_1 到 V_4 的所有寿命数据分别转换到正常应力水平 V_0 下，同时对比所有应力水平 $V_4 V_3 V_2 V_1 V_0$ 情况下的等效转换，选取显著性水平 $\tilde{\alpha}$ 为 0.05 和 0.1 进行对数秩检验，得到连接参数 p 的接受区间 $[\underline{p}, \bar{p}]$ 如表 4-16 所示。可以看出，只考虑两应力水平之间的转换时，随着应力的提高， V_1 到 V_4 转换至 V_0 的连接参数接受区间总体上不断变小，与模拟算例中的结果一致。

表 4-16 电控模块的连接参数接受区间

显著性水平	$\tilde{\alpha} = 0.05$		$\tilde{\alpha} = 0.1$	
应力水平	$\underline{p}$	$\bar{p}$	$\underline{p}$	$\bar{p}$
$V_1 V_0$	1.085	4.112	1.269	3.868
$V_2 V_0$	2.064	3.435	2.159	3.338
$V_3 V_0$	2.343	3.501	2.416	3.385
$V_4 V_0$	2.517	3.373	2.614	3.342
$V_4 V_3 V_2 V_1 V_0$	2.429	3.557	2.471	3.491

选择更为保守的估计结果对电控模块的可靠度进行估计，取显著性水平 $\tilde{\alpha} = 0.1$ 时各个应力水平等效转换下的接受区间，计算得到电控模块的上下限生存函数如图 4-10 所示。

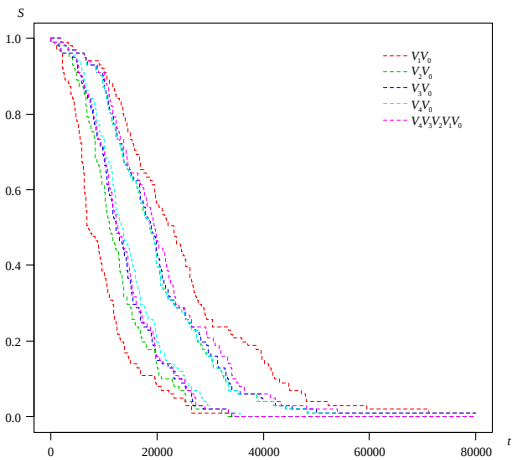


图 4-10 不同应力水平下电控模块的上下限生存函数（ $\tilde{\alpha} = 0.1$ ）

从图 4-10 中可以看到, 综合所有应力水平 $V_4 V_3 V_2 V_1 V_0$ 下等效转换的接受区间处于所有区间的中间位置, 与算例 4-3 的结论一致, 可根据实际情况选择连接参数 p 的接受区间。为保证等效转换的结果能够被所有应力水平接受, 根据本算例中 $\tilde{\alpha} = 0.1$ 下的接受区间, 选择最保守的区间 $[\underline{p}, \bar{p}] = [2.614, 3.338]$, 得到的上下限生存函数即为电控模块的可靠度函数, 如图 4-11。若用中位寿命作为电控模块的使用寿命, 则其使用寿命下限为 13606.608 min, 按照发射装置实际平均年化工作频率 (100 次) 及平均每次工作持续时间 4 min, 可推算出电控模块的使用寿命为 34.017 年。

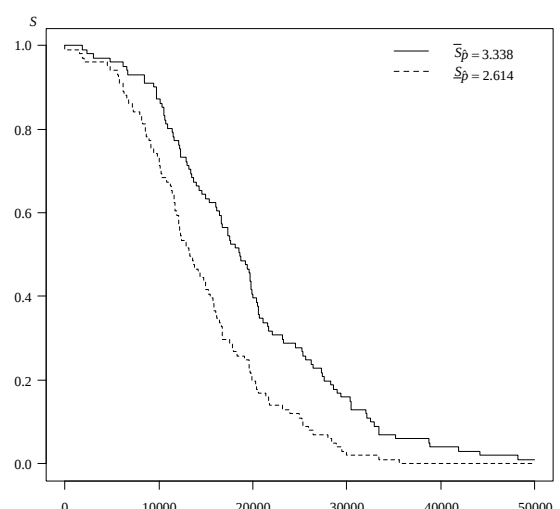


图 4-11 电控模块的可靠度函数

4.5 小结

本章将生存分析的对数秩检验方法引入非参数预测推断方法中, 提出了考虑不精确概率的加速寿命试验可靠性生存分析方法。通过比较等效转换数据和原始观测数据的生存函数, 结合不精确概率得到统计意义上等效的连接参数区间。再对比两组或多组数据的对数秩检验结果, 确定实际能被接受的连接参数上下限。最后结合第三章提出的非参数预测推断方法得出样本的上下限生存函数, 用于预测样本的可靠性。相关的模拟实际算例结果验证了方法在可靠性分析中的有着较高鲁棒性, 同时成功预计了发射装置电控模块的使用寿命, 也对如何选取符合实际的寿命分布和加速试验模型提供了判断条件。

第五章 基于无失效数据 E-Bayes 估计方法的发射装置可靠性分析

本章在对发射装置服役期间寿命规律深入研究的基础上,根据发射装置电控系统及装置整体试验数据的特点,分别建立正常应力水平下无失效数据的 E-Bayes 可靠性评估模型,实现加速寿命试验中失效数据不足情况下对关键有寿件及发射装置整体的可靠性分析及评定,完善加速寿命试验在正常应力水平下的对样本寿命的预测分析。

5.1 引言

对于发射装置这类高可靠长寿命的设备,在正常工作情况下通常很难在有限的时间内采集到其失效数据。对于装置中的关键有寿件,可以通过设计加速寿命试验,利用相关模型将加速应力水平下的失效数据外推到正常应力水平,从而预测其在正常工作情况下的可靠性及使用寿命。然而由于系统结构复杂、失效模式多样等原因,对于高可靠长寿命的设备整体,进行加速寿命模型的建模过程非常复杂,采用加速寿命试验的方法对系统进行整体的可靠性评估分析往往很困难。此外,在前两章对电控模块的研究工作中发现,要想得到尽量准确的预测结果,还必须采集试验样本在正常应力水平下的失效数据作为等效转换生存分析的对比基础。针对这两种情况,需要对发射装置在正常应力水平下的无失效数据进行建模分析。

早期的关于无失效数据的研究主要从使用试验时间作为平均寿命的估计值开始^[166],而这个值与实际相比显然过于保守。而后回归模型、加权最小二乘法和 Bayes 方法被用于无失效数据的处理中^[110,167,168]。在 Bayes 方法中,通常用假设先验分布的方法对无失效数据的失效率进行处理^[169],例如在样本失效时间呈指数分布时,用伽玛分布作为 Bayes 先验分布计算无失效数据的失效率^[110]。韩明首先提出了多层 Bayes 估计方法,而后加以改进提出了一种 E-Bayes 估计方法,并进一步研究了 E-Bayes 估计在指数寿命分布中的应用^[170-172]。在此基础上,本章对 E-Bayes 估计方法进行改进,针对电控系统及发射装置整体,分别建立无失效数据下指数分布和二项分布的 E-Bayes 评估模型。根据两种不同寿命分布情况分别对无失效数据进行处理,然后结合改进的 E-Bayes 估计方法对系统装置进行可靠性评估,最后用现场试验实例的分析结果对所提方法进行对比验证。

5.2 指数分布的 E-Bayes 估计

5.2.1 失效率服从指数分布的 E-Bayes 估计

指数分布广泛应用于电子产品的可靠性分析、产品抽验等，还用于描述大型复杂系统平均故障间隔时间的失效分布。同时，指数分布具有无“记忆”的特性，即产品或者零部件在工作一段时间后的寿命分布与初始状态下的寿命分布相同。也就是说，工作一段时间后的产品与新产品一样，对前面的工作“无记忆”，前面的工作时间不会影响产品的寿命。很显然，这与机械产品零件的疲劳、磨损等损伤过程不符。所以，指数分布不能作为机械零部件功能参数的分布规律。

但是，指数分布可以近似作为高可靠性复杂部件、机器或系统的失效分布模型，特别是在部件或机器的整机试验中得到了广泛的应用^[173]。指数分布适用于描述“冲击”类环境应力导致器件失效的情况。例如，当环境应力为某类型的“冲击”（如电应力、温度应力的“冲击”等）时，产品失效与否取决于“冲击”是否发生。电控系统可靠性试验的环境应力也可以认为是一种“冲击”，电控系统的寿命服从指数分布，其密度函数为：

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t) \quad (5-1)$$

其中， $t > 0, \lambda > 0$ ， λ 是指数分布的失效率。

韩明^[118]对 E-Bayes 估计作出如下定义。假设估计值 $\hat{\lambda}(t)$ 是一个定义在实数集内的连续函数，若 $\int_{\Omega} |\hat{\lambda}(t)| \pi(t) dt < \infty$ ，则 E-Bayes (Expected Bayes) 估计定义如下：

$$\hat{\lambda}_{EB} = \int_{\Omega} \hat{\lambda}(a) \pi(a) da \quad (5-2)$$

式中， Ω 是 a 的取值区间， $\pi(a)$ 是 Ω 上函数的密度， $\hat{\lambda}(a)$ 是 λ 的 Bayes 估计值。由 E-Bayes 估计的定义可以得到失效率 λ 的 E-Bayes 估计为：

$$\hat{\lambda}_{EB} = \int_{\Omega} \hat{\lambda}(a) \pi(a) da = E_a[\hat{\lambda}(a)] \quad (5-3)$$

可以看出， $\hat{\lambda}_{EB}$ 是 a 通过 E-Bayes 估计 $\hat{\lambda}(a)$ 计算出的数学期望值，即失效率 λ 的 E-Bayes 估计是对超参数的数学期望的 Bayes 估计。值得注意的是，E-Bayes 估计与多层 Bayes 估计不同，但实际上二者也有一些共同点，相关研究参见文献[171]和文献[118]。

5.2.2 无失效数据的假设

根据试验结束方式的不同，一般可以将加速寿命试验分为完全寿命试验和截

尾寿命试验两类。而截尾寿命试验（又称不完全寿命试验）又可以分为定时截尾和定数截尾两类寿命试验。对于定时截尾寿命试验，特别是在小样本的高可靠性产品的试验中，往往会采集到无失效数据。如何利用无失效数据对产品进行可靠性评估及寿命预测逐渐引起了学者的关注。通过以下假设在 E-Bayes 评估模型中引入无失效数据的信息。

在正常应力水平的寿命试验中，假设产品寿命 T 的分布函数为 $F(t)$ ，对样本的寿命数据进行如下处理：

(1) 将 n 个样本分为 m 组，第 i 组的样本数量为 n_i ， $i=1,2,3,\dots,m$ ， $\sum_{i=1}^m n_i = n$ 。

(2) 假设每组同时从时刻 0 开始进行试验，第 i 组在时刻 t_i 停止试验， $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_m$ ，并且在整个测试过程中没有任何样本失效，那么 (t_i, n_i) 为无失效数据。

所有 m 组样本均在时刻 0 开始试验，1 组在时刻 t_1 停止试验，2 组在时刻 t_2 停止试验， m 组在时刻 t_m 停止试验，此时所有试验均结束，则有：

$$s_j = \sum_{i=j}^m n_i, \quad j=1,2,3,\dots,m \quad (5-4)$$

在试验中没有任何失效或故障发生，从 t_j 时刻往后，仍有 s_j 个样品还在进行试验。因此可认为，有 s_j 个样品的寿命大于 t_j ， $j=1,2,\dots,m$ 。

综上所述，本文作出如下假设：

(1) 在可靠性寿命试验中，当试验时间 t 为 0 时，产品的失效率 λ 也为 0，即 $\lambda_0 = P(T \leq 0) = F(0) = 0$ ；

(2) $s_j = \sum_{i=j}^m n_i$ ， $j=1,2,3,\dots,m$ ，说明在时刻 t_j ，存在 s_j 个样品的寿命大于 t_j ， $j=1,2,\dots,m$ ；

(3) 时刻 t_j 的失效率为 $\lambda_j = P(T \leq t_j)$ ， $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_m$ ，因此产品在时刻 t_j 的可靠性为 $R(t_j) = 1 - \lambda_j = P(T > t_j)$ ， $\lambda_0 < \lambda_1 < \dots < \lambda_m$ 。

5.2.3 指数分布无失效数据的 E-Bayes 模型

以 Gamma 分布作为先验分布的已有众多研究成果^[172,174,175]，失效率 λ 一般在 $(0,1)$ 上取值，本文选用 Beta 分布为失效率 λ 的共轭先验分布^[126]，则密度函数为：

$$\pi(\lambda | a, b) = \frac{1}{B(a, b)} \lambda^{a-1} (1-\lambda)^{b-1} \quad (5-5)$$

式中， a 和 b 均为超参数，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $B(a, b) = \int_0^1 t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt$ 为 Beta 函数。

受试产品样本在寿命试验中没有失效数据，则自然可以认为其失效率大的可能性很低，失效率小的可能性很高。根据这个特性结合式 (5-5)，构造一个减函数作为失效率 λ 的先验分布，对密度函数 $\pi(\lambda|a,b)$ 求导，有：

$$\frac{d\pi(\lambda|a,b)}{d\lambda} = \frac{\lambda^{a-2}(1-\lambda)^{b-2}}{B(a,b)} [(a-1) + (2-a-b)\lambda] \quad (5-6)$$

由于 $0 < \lambda < 1$ 且靠近 0 的可能性较大，可以看出当 $0 < a < 1$ 且 $b > 1$ 时，先验分布 $\pi(\lambda|a,b)$ 是 λ 的一个减函数。实际上文献[176]对超参数 a 和 b 在小于 1、等于 1 和大于 1 的取值情况进行了搭配比较，将超参数取为 $a=1$ ， $b > 1$ ，并认为比取 $a < 1$ 更稳妥且合理。对于 Bayes 估计，当 $a=1$ 时超参数 b 的增大会使估计结果的稳健性降低，使失效率 λ 的估计失真^[177]。因此超参数 b 不宜取得过大，给其设置一个上限为 c ，则 b 的取值区间为 $1 < b < c$ (c 为任意常数)。取 b 的先验分布为均匀分布 $U(1,c)$ ，密度函数为：

$$\pi(b) = \frac{1}{c-1} \quad (1 < b < c) \quad (5-7)$$

在样本寿命服从指数分布的定时截尾试验中，假设在试验 i ($i=1,2,\dots,m$) 中有 r_i 个样本失效， i 是定时截尾试验的次数，失效的样本数 r_i 服从关于 t_i 、 n_i 和 λ 的泊松分布^[126]：

$$P(r_i) = \frac{(t_i n_i \lambda)^{r_i}}{(r_i)!} \exp(-t_i n_i \lambda) \quad (5-8)$$

式中， $r_i = 0, 1, \dots, n$ ，且 $i = 1, 2, \dots, m$ 。则失效率 λ 的似然函数为：

$$L(r_i | \lambda) = \prod_{i=1}^m P(r_i) = \left[\prod_{i=1}^m \frac{(t_i n_i \lambda)^{r_i}}{(r_i)!} \right] \exp(-N\lambda) \quad (5-9)$$

其中， $N = \sum_{i=1}^m t_i n_i$ ， (t_i, n_i) 是寿命试验中的无失效数据， $i = 1, 2, \dots, m$ 。在无失效情况下 $r_i = 0$ ， $i = 1, 2, \dots, m$ 。可以得出 $L(0 | \lambda) = \exp(-N\lambda)$ 。

若先验密度函数 $\pi(\lambda|a,b)$ 为式 (5-5) 且取 $a=1$ ，失效率 λ 的取值范围为 $(0,1)$ ，根据 Bayes 理论，失效率 λ 的后验密度函数为：

$$h(\lambda|0) = \frac{\pi(\lambda|b)L(0|\lambda)}{\int_0^1 \pi(\lambda|b)L(0|\lambda)d\lambda} \quad (5-10)$$

对于 $F(b,N) = \int_0^1 (1-\lambda)^{b-1} \exp(-N\lambda)d\lambda$ ，用变量 $x = \lambda N$ 替换有：

$$\begin{aligned}
 F(b, N) &= \int_0^1 (1-\lambda)^{b-1} \exp(-N\lambda) d\lambda \\
 &= \int_0^N \left(1 - \frac{x}{N}\right)^{b-1} \exp(-x) d\frac{x}{N} \\
 &= \frac{1}{N} \int_0^N \left(1 - \frac{x}{N}\right)^{b-1} \exp(-x) dx
 \end{aligned} \tag{5-11}$$

由于 N 比较大, 积分上限可取为 $N \rightarrow \infty$, 在 $b \ll N$ 时 $(1 - \frac{x}{N})^{b-1}$ 泰勒展开为 $1 - (b-1)\frac{x}{N}$, 则 $F(b, N)$ 可化简为:

$$F(b, N) = \frac{1}{N} \int_0^\infty \left(1 - (b-1)\frac{x}{N}\right) \exp(-x) dx = \frac{1}{N} - \frac{b-1}{N^2} = \frac{N-b+1}{N^2} \tag{5-12}$$

则失效率 λ 的后验密度函数为:

$$\begin{aligned}
 h(\lambda | 0) &= \frac{\pi(\lambda | b) L(0 | \lambda)}{\int_0^1 \pi(\lambda | b) L(0 | \lambda) d\lambda} = \frac{\frac{(1-\lambda)^{b-1}}{B(1, b)} \exp(-N\lambda)}{\int_0^1 \frac{(1-\lambda)^{b-1}}{B(1, b)} \exp(-N\lambda) d\lambda} \\
 &= \frac{(1-\lambda)^{b-1} \exp(-N\lambda)}{\int_0^1 (1-\lambda)^{b-1} \exp(-N\lambda) d\lambda} = \frac{N^2 (1-\lambda)^{b-1} \exp(-N\lambda)}{N-b+1}
 \end{aligned} \tag{5-13}$$

在平方损失情况下, λ 的 Bayes 估计值为:

$$\begin{aligned}
 \hat{\lambda}_B &= \int_0^1 \lambda h(\lambda | 0) d\lambda \\
 &= \int_0^1 \frac{\lambda N^2 (1-\lambda)^{b-1} \exp(-N\lambda)}{N-b+1} d\lambda \\
 &= \frac{N^2}{N-b+1} \int_0^1 \lambda (1-\lambda)^{b-1} \exp(-N\lambda) d\lambda
 \end{aligned} \tag{5-14}$$

对于 $\int_0^1 \lambda (1-\lambda)^{b-1} \exp(-N\lambda) d\lambda$ 作类似泰勒展开处理, 则有:

$$\hat{\lambda}_B = \frac{N^2}{N-b+1} \left(\frac{1}{N^2} - \frac{2(b-1)}{N^3} \right) = \frac{N-2(b-1)}{N(N-(b-1))} \tag{5-15}$$

可以得到失效率 λ 的 E-Bayes 估计为:

$$\hat{\lambda}_{EB} = \frac{1}{c-1} \int_1^c \frac{N-2(b-1)}{N(N-(b-1))} db = \frac{N \ln|c-1-N| - N \ln N + 2c-2}{N(c-1)} \tag{5-16}$$

式中, $N = \sum_{i=1}^m t_i n_i$, c 为任意常数。

失效率 λ 的 E-Bayes 估计不同于多层 Bayes 估计或其他的 Bayes 估计方法, 是

Bayes 估计对超参数的数学期望，可以看作对多层 Bayes 估计方法的改进。以下通过算例对 E-Bayes 估计和多层 Bayes 估计方法进行对比说明。

5.2.4 算例分析

算例 5-1: 某装置服从指数分布的无失效数据^[175]见表 5-1。

表 5-1 某装置寿命试验无失效数据

定时截尾试验次数 i	1	2	3	4	5	6	7
试验时间 t_i (s)	100.18	109.93	115.01	130.15	150.00	179.94	190.36
无失效数 n_i	3	21	2	1	3	8	1

定时截尾试验次数 i	8	9	10	11	12	13
试验时间 t_i (s)	250.15	783.03	849.94	870.03	909.77	1450.03
无失效数 n_i	1	4	3	1	1	2

根据表 5-1，可得 $N = \sum_{i=1}^{13} t_i n_i = 15661.07$ 。由式 (5-16)，取不同 c 值计算失效率的 E-Bayes 估计值 $\hat{\lambda}_{EB}$ ，并与以 Gamma 分布作为先验分布的 E-Bayes 估计值 $\hat{\lambda}_{EB-G}$ 及多层 Bayes 估计值 $\hat{\lambda}_{HB}$ ^[175]进行比较，结果见表 5-2 和图 5-1。

表 5-2 某装置的失效率 Bayes 估计值

c	300	500	1000	1500	2000	3000	4000	5000
$\hat{\lambda}_{EB}(10^{-5})$	6.3235	6.2813	6.1725	6.0587	5.9394	5.6826	5.3978	5.0793
$\hat{\lambda}_{EB-G}(10^{-5})$	6.3249	6.2854	6.1897	6.0977	6.0092	5.8421	5.6866	5.5415
$\hat{\lambda}_{HB}(10^{-5})$	6.3050	6.2529	6.1271	6.0075	5.8936	5.6811	5.4867	5.3080
$ \hat{\lambda}_{EB} - \hat{\lambda}_{HB} (10^{-5})$	0.0185	0.0284	0.0453	0.0511	0.0457	0.0015	0.0889	0.2287
$ \hat{\lambda}_{EB-G} - \hat{\lambda}_{HB} (10^{-5})$	0.0198	0.0325	0.0625	0.0901	0.1156	0.1609	0.1999	0.2334

从表 5-2 中可以看出，当 c 较小时选取 Beta 分布作为先验分布的 E-Bayes 估计结果 $\hat{\lambda}_{EB}$ 与选取 Gamma 分布作为先验分布的结果 $\hat{\lambda}_{EB-G}$ 差异不明显。当 $c < 5000$ 时， $\hat{\lambda}_{EB}$ 更接近多层 Bayes 估计值 $\hat{\lambda}_{HB}$ ，优于选取 Gamma 分布作为先验分布的 $\hat{\lambda}_{EB-G}$ ，在 $c=3000$ 左右时 $\hat{\lambda}_{EB}$ 与 $\hat{\lambda}_{HB}$ 已经基本相等。进一步研究发现， $\hat{\lambda}_{EB}$ 与 $\hat{\lambda}_{HB}$ 的差值在 $c=3023$ 附近达到最小值 2.5627×10^{-10} ，然后逐渐变大。 $c > 5000$ 以后 $\hat{\lambda}_{EB}$ 稳健性变差，与 $\hat{\lambda}_{HB}$ 差值大于 $\hat{\lambda}_{EB-G}$ 与 $\hat{\lambda}_{HB}$ 的差值。相关文献^[172,174,175]中只对 c 给出了专家经验的取值范围 ($300 < c < 6000$)，由于超参数 b 的上限 c 取值过大 ($c > 5000$) 会

使估计结果不稳健, 以多层 Bayes 估计 $\hat{\lambda}_{HB}$ 为基准, 通过比较不同 c 值下 $\hat{\lambda}_{EB}$ 与 $\hat{\lambda}_{HB}$ 的差值确定 c 的取值范围, 作为该方法在实际应用中的参考。多次研究后发现 c 值对估计结果稳健度的影响程度与 N 的取值有关, 具体表现为 $c > N/3$ 后估计结果 $\hat{\lambda}_{EB}$ 的稳健度明显降低, 这是在后验分布中引入无失效数据后修正先验分布, 使得先验分布中超参数 b 的取值不能过大的结果。

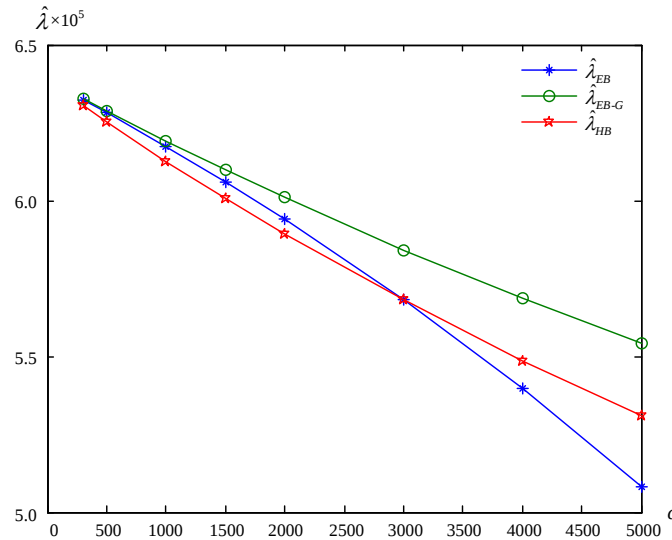


图 5-1 $\hat{\lambda}_{EB}$ 、 $\hat{\lambda}_{EB-G}$ 和 $\hat{\lambda}_{HB}$ 计算结果对比

根据表 5-2 可以得到装置的可靠度估计值 $\hat{R}_{EB}(t)$ 、 $\hat{R}_{EB-G}(t)$ 和 $\hat{R}_{HB}(t)$, 取 $t=1000s$, 计算结果见表 5-3。

表 5-3 某装置的可靠度 Bayes 估计值 ($t=1000s$)

c	300	500	1000	1500	2000	3000	4000	5000
$\hat{R}_{EB}(t)$	0.93872	0.93911	0.94014	0.94121	0.94233	0.94475	0.94745	0.95047
$\hat{R}_{EB-G}(t)$	0.93871	0.93908	0.93997	0.94084	0.94167	0.94325	0.94472	0.94609
$\hat{R}_{HB}(t)$	0.93889	0.93938	0.94056	0.94169	0.94276	0.94477	0.94661	0.94830
$ \hat{R}_{EB} - \hat{R}_{HB} $	0.00017	0.00027	0.00042	0.00048	0.00043	0.00002	0.00084	0.00217
$ \hat{R}_{EB-G} - \hat{R}_{HB} $	0.00018	0.00030	0.00059	0.00085	0.00109	0.00152	0.00189	0.00221

从表 5-2 与表 5-3 中可以看出, 对于不同的 c 值 $\hat{\lambda}_{EB}$ 、 $\hat{\lambda}_{EB-G}$ 与 $\hat{\lambda}_{HB}$ 是稳健的, $\hat{R}_{EB}(1000)$ 、 $\hat{R}_{EB-G}(1000)$ 和 $\hat{R}_{HB}(1000)$ 也是稳健的。根据专家经验建议 c 在 $(300, 6000)$ 的中点附近取值^[175], 本文中根据 E-Bayes 与多层 Bayes 方法的对比, 取 $\hat{\lambda}_{EB}$ 与 $\hat{\lambda}_{HB}$ 差值最小处附近的 c 值作为最优取值 ($c=3023$), 与专家经验给出的结果高度吻合。本算例中取 $c=3000$, 装置的可靠度 $\hat{R}_{EB}(t)$ 、 $\hat{R}_{EB-G}(t)$ 和 $\hat{R}_{HB}(t)$ 的计算

结果如图 5-2。

从图 5-2 可以看出, 当 $c=3000$ 时用先验分布为 Beta 分布的可靠度 E-Bayes 估计方法得到的 $\hat{R}_{EB}(t)$ 与多层 Bayes 估计得到的 $\hat{R}_{HB}(t)$ 差异很小, 且高于 Gamma 先验分布的 E-Bayes 估计 $\hat{R}_{EB-G}(t)$, 说明在 $c=3000$ 时 $\hat{R}_{EB-G}(t)$ 过于保守。因此, 与多层 Bayes 估计和选用 Gamma 先验分布的 Bayes 估计相比, 选用 Beta 分布作为 E-Bayes 估计的先验分布, 不仅简化了计算过程, 而且得到了更准确的估计结果。同时根据 c 与 N 的关系可以确定 c 的取值范围及最优取值, 不再需要借助专家经验, 一定程度上拓展了该方法在工程实际中的应用。

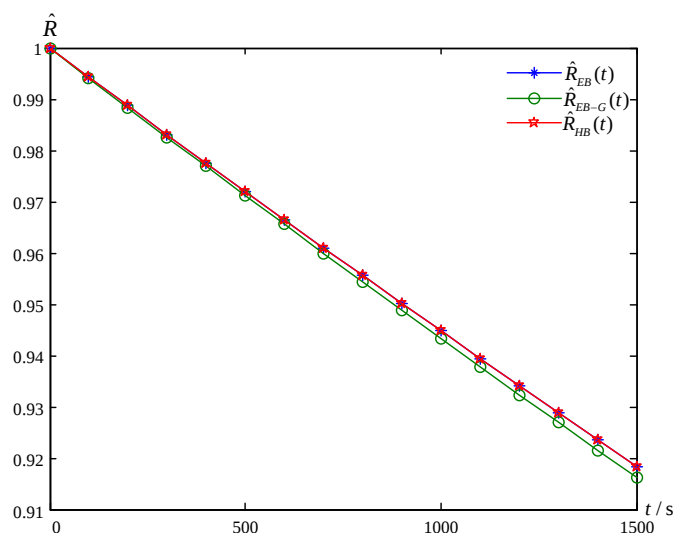


图 5-2 $\hat{R}_{EB}(t)$ 、 $\hat{R}_{EB-G}(t)$ 和 $\hat{R}_{HB}(t)$ 计算结果对比

算例 5-2: 以发射装置电控系统作为测试样本, 在不同的工作环境下进行通电寿命试验, 采集样本的寿命数据并用 Beta 先验分布的 E-Bayes 方法进行可靠性评估, 再与另外两种 Bayes 估计方法进行对比。

电控系统样本在可靠性增长试验及环境鉴定试验中通电工作时间统计如表 5-4 所示, 试验中所有样本均未发生失效。

表 5-4 电控系统可靠性试验通电时间统计

电控系统 样本数	整机环境应 力筛选 (h)	外场静态性能 试验 (h)	外场抗干扰 试验 (h)	可靠性增长 实验 (h)	其他测试 (h)
1	10	40	45	162	72
2	10	—	—	162	68
3	12	12	3	45	105
4	10	13	3	50	102

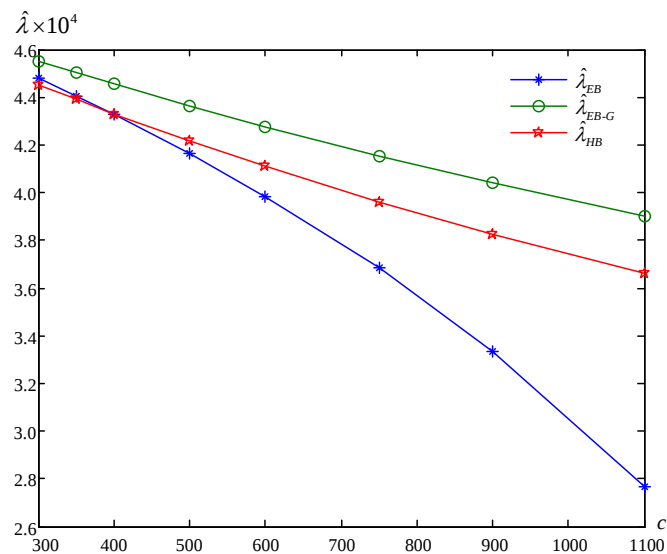
电控系统样本分别在不同的测试环境中进行测试, 由于测试环境严酷度不高且其核心部件为高可靠性的电子模块, 假设测试环境之间的差异对样本的寿命没有影响, 且所有的电控系统同时进行测试, 则可得到观测值的无失效工作时间数据, 如表 5-5 所示。容易得到 $N = \sum_{i=1}^m t_i n_i = 2051$, 假设 Beta 分布作为 E-Bayes 估计的先验分布, 在不同 c 值下得到的失效率 E-Bayes 估计值记为 $\hat{\lambda}_{EB}$, 同样与另外两种 Bayes 估计方法的估计值 $\hat{\lambda}_{EB-G}$ 和 $\hat{\lambda}_{HB}$ 进行比较, 结果见表 5-6 和图 5-3。

表 5-5 电控系统总通电时长无失效数据

定时截尾试验次数 i	失效数	截尾时间 t_i (h)	无失效数 n_i
1	0	177	4
2	0	178	3
3	0	240	2
4	0	329	1

表 5-6 电控系统的失效率 Bayes 估计值

c	300	350	400	500	600	750	900	1100
$\hat{\lambda}_{EB}(10^{-4})$	4.4815	4.4068	4.3293	4.1645	3.9853	3.6842	3.3350	2.7676
$\hat{\lambda}_{EB-G}(10^{-4})$	4.5504	4.5017	4.4542	4.3632	4.2768	4.1553	4.0424	3.9036
$\hat{\lambda}_{HB}(10^{-4})$	4.4515	4.3895	4.3296	4.2156	4.1088	3.9607	3.8251	3.6612
$ \hat{\lambda}_{EB} - \hat{\lambda}_{HB} (10^{-4})$	0.0300	0.0173	0.0003	0.0511	0.1235	0.2764	0.4901	0.8936
$ \hat{\lambda}_{EB-G} - \hat{\lambda}_{HB} (10^{-4})$	0.0989	0.1122	0.1246	0.1475	0.1620	0.1946	0.2172	0.2423

图 5-3 电控系统的失效率 $\hat{\lambda}_{EB}$ 、 $\hat{\lambda}_{EB-G}$ 和 $\hat{\lambda}_{HB}$ 对比

可以看出 $\hat{\lambda}_{EB}$ 的最优值在 $c=400$ 附近, 且 $c>600 \approx N/3$ 时估计值的稳健性明显降低, 当 $c>900$ 以后估计结果极差, 这时候若按专家经验 c 取 (300,6000) 肯定是不符合实际的。根据 $\hat{\lambda}_{EB}$ 与 $\hat{\lambda}_{HB}$ 的对比, 在实际应用中可根据 c 值与 N 的大小关系取 $c < N/3$ 。

取不同 c 值计算电控系统在 $t=100\text{h}$ 时 Bayes 估计方法的可靠度估计值 $\hat{R}_{EB}(100)$ 、 $\hat{R}_{EB-G}(100)$ 和 $\hat{R}_{HB}(100)$, 结果见表 5-7。

表 5-7 电控系统的可靠度 Bayes 估计值 ($t=100\text{h}$)

c	300	350	400	500	600	750	900	1100
$\hat{R}_{EB}(t)$	0.95617	0.95689	0.95763	0.95921	0.96093	0.96382	0.96719	0.97271
$\hat{R}_{EB-G}(t)$	0.95551	0.95598	0.95643	0.95731	0.95813	0.95929	0.96038	0.96171
$\hat{R}_{HB}(t)$	0.95646	0.95705	0.95762	0.95872	0.95974	0.96116	0.96247	0.96404
$ \hat{R}_{EB} - \hat{R}_{HB} $	0.00029	0.00016	0.00001	0.00049	0.00119	0.00266	0.00472	0.00865
$ \hat{R}_{EB-G} - \hat{R}_{HB} $	0.00095	0.00107	0.00119	0.00141	0.00161	0.00187	0.00209	0.00233

从表 5-7 可以看出 $c < 400$ 时, $\hat{R}_{EB}(100)$ 与 $\hat{R}_{HB}(100)$ 的差值随 c 增大而减小, 当 $c=400$ 时 $\hat{R}_{EB}(100)$ 与 $\hat{R}_{HB}(100)$ 基本相等, 均优于 $\hat{R}_{EB-G}(100)$ 。 $c > 400$ 时 $\hat{R}_{EB}(100)$ 与 $\hat{R}_{HB}(100)$ 的差值随 c 增大而增大, 且在 $c > 750$ 时超过了 $\hat{R}_{EB-G}(100)$ 与 $\hat{R}_{HB}(100)$ 的差值, 说明估计结果已经不够稳健。对 c 分别取 350, 400, 500 计算电控系统的指数分布可靠度 $\hat{R}_{EB}(t)$, 如图 5-4 所示。

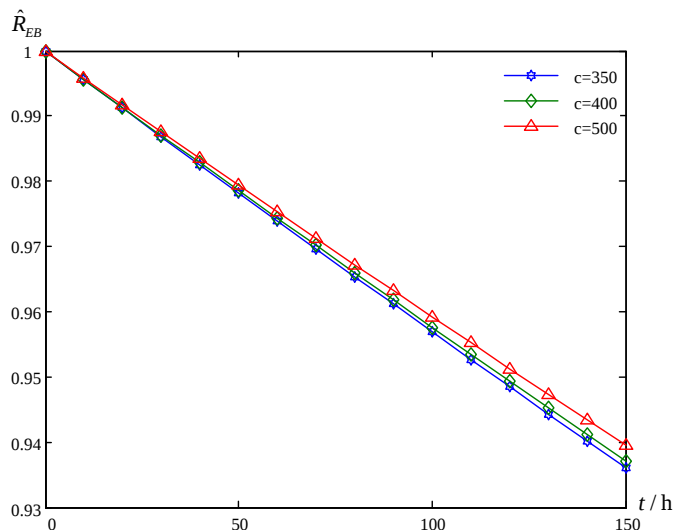


图 5-4 不同 c 值下的电控系统可靠度 $\hat{R}_{EB}(t)$

从图 5-4 可以看出, 可靠度的 E-Bayes 估计值 $\hat{R}_{EB}(t)$ 随 c 增大而增大, 而根据上文分析, c 取值过大 ($c > 600$) 时 $\hat{\lambda}_{EB}$ 不够稳健, 会使估计值 $\hat{R}_{EB}(t)$ 过于冒进从

而失去工程应用价值。这里取使 $\hat{R}_{EB}(t)$ 与 $\hat{R}_{HB}(t)$ 差异最小的 c 值 ($c=400$) 作为最优值, 计算得出寿命试验中无失效数据的电控系统在 $t=100\text{h}$ 的可靠度为 0.95763。

5.3 二项分布的 E-Bayes 估计

5.3.1 成败型无失效数据的等效失效理论

由于各种客观原因, 产品在进行可靠性试验时会得到一些成败型的无失效数据, 发射装置的环境可靠性试验就是如此。从数理统计的角度来看, 大量的无失效数据一般不带有随机性^[178], 因此这些数据很难作为样本应用于统计推断中。但这并不意味着无法处理这些无失效数据。事实上若采取适当的方法, 可以从无失效数据的可靠性试验中获得产品寿命信息和有益的结论^[179]。

张忠占和杨振海^[179]提出“等效失效数”这一概念并推广到一般寿命分布的情形。等效失效数 (Equivalent Number of Failures, ENF) 的公式由下式给出^[179]:

$$\text{ENF}(n, t) = \int_0^t n(t) \lambda(t) dt \quad (5-17)$$

其中, $n(t)$ 表示试验时间 t 时样本未失效的个数, $\lambda(t)$ 为样本在试验时间 t 时单位时间内的失效率。

对于发射装置的成败型试验数据 (n_i, r_i) 来说, 当试验中没有失效样本产生, 即 $r_i=0$ 时, 根据二项分布的定义, 样本的失效率为:

$$\lambda(r_i=0) = \binom{r_i}{n_i} p^{n_i-r_i} (1-p)^{r_i} = p^{n_i} \quad (5-18)$$

式中, n_i 为参与试验的样本数, r_i 为样本的失效数, p 为样本试验一次且试验失败的概率。由于样本未发生失效, 有 $n(t)=n_i$, 将式 (5-18) 代入式 (5-17) 可以得到二项分布的等效失效数 r'_i 为:

$$\begin{aligned} r'_i &= \int_0^1 n_i p(r_i=0) dp = \int_0^1 n_i p^{n_i} dp \\ &= \frac{n_i}{n_i+1} \end{aligned} \quad (5-19)$$

从式 (5-19) 中可以看出, 二项分布下的等效失效数实际上是对样本在成败型试验中无失效数据情况下失效率的期望进行估计, 可以看作是无失效数据的修正, 有一定的工程应用价值。关于成败型数据的等效失效数的可信度分析, 文献^[180]给出了与中华人民共和国国家标准 GB/T 4087-2009 《数据的统计处理和解释—二项分布可靠度单侧置信下限》的详细对比验证结果。

5.3.2 环境因子的数据融合

通常对于同一产品，在数据融合中，可以使用环境因子将环境 1 下的数据转换为环境 2 下的数据。这种等效转换的需要对样本在不同试验环境下做一些假设，对于发射装置，在成败型试验中有如下假设：

- (1) 在不同试验环境下，发射装置的失效机理保持不变；
- (2) 在不同实验环境下，发射装置的寿命分布类型相同；
- (3) 在整个成败型试验中，发射装置的剩余寿命与失效累积过程无关，只与装置当前的运行状态有关。

使用环境因子进行发射装置可靠性评估的步骤如下^[181]：

- (1) 利用发射装置的成败型试验数据计算在两种不同环境下数据融合的环境因子；
- (2) 根据环境因子将其他环境下的试验数据转换为某一环境下的等效试验数据，然后将等效数据与该环境下的试验数据进行融合；
- (3) 利用融合的成败型试验数据对发射装置进行可靠性评估。

文献[182]对成败型试验的环境因子作出定义，产品在环境 1 向环境 2 折合的环境因子是两种不同环境下不可靠度（即失效率）的比率，即

$$K_{12} = \frac{1 - R_2}{1 - R_1} \quad (5-20)$$

式中， K_{12} 表示两种不同环境下（环境 1 到环境 2）的环境因子， R_1 和 R_2 表示产品在环境 1 和环境 2 中的可靠度。

假设在成败型试验中，在环境（ $i=1,2,\dots$ ）下进行了 n_i 次试验， s_i 表示 n_i 次试验中成功的次数， r_i 表示失败的次数，可以得出 K_{12} 的点估计值为：

$$\hat{K}_{12} = \frac{1 - s_2/n_2}{1 - s_1/n_1} \quad (5-21)$$

发射装置的现场试验数据是成败型无失效数据，故 $r_1 = r_2 = 0$ ， $R_1 = R_2 = 1$ ， K_{12} 的值无意义。通过引入成败型无失效数据的等效失效数 r'_i ，可以解决此问题并得到环境因子的值 K_{12} ，然后再将环境 1 下的样本数据折合到环境 2 下可得到融合环境 1 数据后发射装置在环境 2 下的等效试验数据。

当试验样本在多个不同环境下进行测试时，可首先计算环境 1 和环境 2 下的环境因子，将试验数据折合到环境 2 后得到数据融合后的样本信息，再计算环境 2 和环境 3 的环境因子，然后将融合试验数据折合到环境 3，以此类推。这样依次融合各个环境下的试验数据，充分利用发射装置现场试验的数据信息，最后再用融

合所有环境的试验数据对装置进行可靠性评估。

对于用环境因子对两种不同环境下的试验数据进行折合, 可以通过对试验次数 n_i 进行折合, 失效数 (等效失效数) r_i 直接相加^[182], 表达式如下:

$$\begin{cases} r_{12} = r_2 + r_1 \\ n_{12} = n_2 + \frac{n_1}{K_{12}} \end{cases} \quad \begin{cases} r_{123} = r_3 + r_{12} \\ n_{123} = n_3 + \frac{n_{12}}{K_{123}} \end{cases} \quad (5-22)$$

式中, r_{12} , n_{12} 分别表示数据融合后在环境 2 下的样本失效数和试验次数。而经验方法通常忽略环境差异对受试样本的影响, 直接将样本失效数和试验次数叠加, 表达式如下:

$$\begin{cases} r_{12} = r_2 + r_1 \\ n_{12} = n_2 + n_1 \end{cases} \quad \begin{cases} r_{123} = r_3 + r_{12} = r_3 + r_2 + r_1 \\ n_{123} = n_3 + n_{12} = n_3 + n_2 + n_1 \end{cases} \quad (5-23)$$

本章将在算例中对引入等效失效数的数据融合方法和经验方法进行对比分析。

5.3.3 成败型数据可靠性的 E-Bayes 估计

发射装置的现场试验数据为成败型数据, 装置的使用寿命由发射成功的次数来衡量。对于这类数据常用二项分布这种寿命分布模型进行处理。假设样本在独立重复试验中, 每次试验成功的概率为 $\theta (0 < \theta < 1)$, 失败的概率为 $1 - \theta$, 进行 n 次试验其中失败 r 次, 则根据二项分布其概率为:

$$P[X = (n, r)] = C_{n-1}^r \theta^{n-r} (1 - \theta)^r \quad (5-24)$$

不对发射装置的寿命分布进行假设, 即在未知寿命分布类型的情况下进行 n 次重复的成败型试验, 且假设每次试验结果互相独立。若在试验时间内发生 $X = r$ 次失效, 则可认为 X 服从二项分布且有:

$$R(X = r) = C_n^r R^{n-r} (1 - R)^r \quad (r = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (5-25)$$

式中, R 是受试样本的可靠度。这样在发射装置寿命分布类型未知的情况下, 可以利用二项分布通过对式 (5-25) 中参数 R 进行分析来得到发射装置可靠度的参数估计。

对于可靠度 R ，也选用含超参数 a 和 b 的 Beta 分布作为其共轭先验分布，其密度函数见式 (5-5)。发射装置的可靠度在 0 和 1 之间，当采用 Bayes 方法进行可靠性评估时，可靠度 R 的先验分布通常是均匀分布 $U(0,1)$ ，但由于科学的发展和技术的进步，产品的质量和可靠性也在不断提高，特别是武器装备这类高质量高可靠性的设备，依据经验取均匀分布作为先验分布显然不够准确。所以对可靠度 R 的先验分布，可以采取构造一个增函数的方法^[183]。对超参数 a 和 b 选取合适的取值区间，使先验分布 $\pi(R|a,b) = R^{a-1}(1-R)^{b-1} / B(a,b)$ 成为增函数，满足无失效数据样本的可靠度高的可能性大，可靠度低的可能性小的特点。同样对 $\pi(R|a,b)$ 求导（见式 (5-6)）可以得到超参数的取值范围，在 $a > 1$ ， $0 < b \leq 1$ 时， R 的先验分布 $\pi(R|a,b)$ 为增函数。由于超参数不可观测，确定超参数的具体数值非常困难，同样给超参数 a 设置一个上限 c ，则 $1 < a < c$ 。取 $b=1$ ，在没有先验信息的条件下，为超参数 a 定义一个在其取值范围内均匀分布 $U(1,c)$ 作为先验分布， c 为任意常数，在此情况下先验分布 $\pi(R|a) = R^{a-1} / B(a,1)$ 仍为增函数。当 $b=1$ 时 Beta 密度函数图像的尾部会随 a 的增大而变细，而尾部过细的先验分布会使 Bayes 估计结果的稳健性变差，因此超参数 a 的上限 c 不能取得过大^[123]。所以 a 的密度函数为：

$$\pi(a) = \frac{1}{c-1} \quad (1 < a < c) \quad (5-26)$$

根据 Bayes 理论，发射装置可靠度 R 的后验密度函数为：

$$h(R|r) = \frac{\pi(R|a)L(r|R)}{\int_0^1 \pi(R|a)L(r|R)dR} \quad (5-27)$$

由于可靠度 R 的似然函数为 $L(r|R) = C_{n-1}^{r-1} R^{n-r} (1-R)^r$ ，且先验分布为 Beta 分布，则上式为^[184]：

$$\begin{aligned} h(R|r) &= \frac{\pi(R|a)L(r|R)}{\int_0^1 \pi(R|a)L(r|R)dR} = \frac{R^{n+a-r-1}(1-R)^r}{\int_0^1 R^{n+a-r-1}(1-R)^r dR} \\ &= \frac{R^{n+a-r-1}(1-R)^r}{B(n+a-r, r+1)} \end{aligned} \quad (5-28)$$

平方损失下 R 的 Bayes 估计为^[184]：

$$\begin{aligned} \hat{R}_B(a) &= \int_0^1 R h(R|r) dR = \frac{\int_0^1 R^{n+a-r} (1-R)^r dR}{B(n+a-r, r+1)} \\ &= \frac{B(n+a-r+1, r+1)}{B(n+a-r, r+1)} = \frac{n+a-r}{n+a+1} \end{aligned} \quad (5-29)$$

由于超参数 a 的先验分布为均匀分布 $U(1, c)$ ，根据 E-Bayes 估计的定义 (式 (5-2))，发射装置可靠度 R 的 E-Bayes 估计为^[184]：

$$\begin{aligned}\hat{R}_{EB}(a) &= \int_{\Omega} \hat{R}_B(a) \pi(a) da = \frac{1}{c-1} \int_1^c \frac{n+a-r}{n+a+1} da \\ &= 1 - \frac{(r+1)}{(c-1)} \ln \left(\frac{n+c+1}{n+2} \right)\end{aligned}\quad (5-30)$$

在以上方法的基础上进行改进，引入无失效情况下的后验分布，则可靠度 R 的似然函数为 $L(r=0|R) = C_{n-1}^{r-1} R^{n-r} (1-R)^r = R^n$ ，后验密度函数为：

$$\begin{aligned}h(R|0) &= \frac{\pi(R|a)L(r|R)}{\int_0^1 \pi(R|a)L(r|R) dR} = \frac{\frac{R^{a-1}}{B(a,1)} R^n}{\int_0^1 \frac{R^{a-1}}{B(a,1)} R^n dR} \\ &= \frac{R^{a-1} R^n}{\int_0^1 R^{a-1} R^n dR} = (a+n) R^{a+n-1}\end{aligned}\quad (5-31)$$

在平方损失情况下，无失效数据下的可靠度 R 的 Bayes 估计 $\hat{R}_B$ 为：

$$\begin{aligned}\hat{R}_B &= \int_0^1 R h(R|0) dR \\ &= \int_0^1 R(a+n) R^{a+n-1} dR \\ &= \frac{a+n}{a+n+1}\end{aligned}\quad (5-32)$$

则发射装置在引入无失效数据后验分布情况下可靠度 R 的 E-Bayes 估计为：

$$\begin{aligned}\hat{R}_{EB}(a) &= \int_{\Omega} \hat{R}_B(a) \pi(a) da = \frac{1}{c-1} \int_1^c \frac{a+n}{a+n+1} da \\ &= \frac{1}{c-1} \int_1^c \left(1 - \frac{1}{a+n+1} \right) da \\ &= 1 - \frac{1}{c-1} \ln \left(\frac{2n+2+c}{2n+3} \right)\end{aligned}\quad (5-33)$$

5.3.4 算例分析

某型发射装置分别在四种不同环境下进行水放发射和假弹发射两种发射模式的成败型试验，在所有试验环境下均发射成功，即现场试验采集的数据为成败型无失效数据。若四种不同环境条件用环境 1、环境 2、环境 3、环境 4 来表示，则发射装置的现场无失效试验数据见表 5-8。

表 5-8 发射装置水放发射和假弹发射试验数据

发射模式	水放发射		假弹发射	
试验环境条件	试验次数	失效次数	试验次数	失效次数
环境 1	17	0	14	0
环境 2	20	0	15	0
环境 3	32	0	18	0
环境 4	34	0	22	0

假设发射装置在水放发射和假弹发射两种模式下采集的成败型试验数据对其可靠性的评估无差别，即可将同一种环境下的两种发射模式相关试验数据直接相加进行融合。整理现场试验数据后再根据式 (5-19) 计算出各个环境下等效失效数，见表 5-9。

表 5-9 发射装置的等效失效数

试验环境条件	试验次数 n (融合)	失效次数 r	等效失效数 r'
环境 1	31	0	31/32
环境 2	35	0	35/36
环境 3	50	0	50/51
环境 4	56	0	56/57

由式 (5-22)，根据环境因子将数据从环境 1 到环境 2 进行折合，得到融合后的环境 12 试验数据再继续折合到环境 3，依次类推，最后得到融合各个环境的试验数据，见表 5-10。

表 5-10 环境因子的数据融合表

融合试验环境	等效试验次数 n'	等效失效数 r'	环境因子
环境 1	31	0.9688	—
环境 12	62.5556	1.9410	$K_{12} = 0.8889$
环境 123	89.5314	2.9214	$K_{123} = 0.6319$
环境 1234	104.1382	3.9038	$K_{1234} = 0.5377$

根据式 (5-30) 与式 (5-33)，采用环境因子数据融合方法，通过对超参数上限 c 取不同值计算发射装置在不同融合试验环境中的可靠度 E-Bayes 估计值。将引入二项分布的无失效数据作为后验分布的改进 E-Bayes 估计记为 $\hat{R}_{EB}$ ，未引入无失效数据的 E-Bayes 估计记为 $\hat{R}_{EB1}$ ，同时将文献[123]中的 E-Bayes 估计记为 $\hat{R}_{EB2}$ ，用

发射装置依次融合各试验环境下的无失效数据进行计算对比，结果见表 5-11。

表 5-11 发射装置在无失效数据下的可靠度 E-Bayes 估计

c	2			3		
融合可靠度	$\hat{R}_{EB}$	$\hat{R}_{EB1}$	$\hat{R}_{EB2}$	$\hat{R}_{EB}$	$\hat{R}_{EB1}$	$\hat{R}_{EB2}$
环境 1	0.98473	0.97014	0.98492	0.98484	0.97057	0.98514
环境 12	0.99222	0.98462	0.99227	0.99225	0.98474	0.99233
环境 123	0.99452	0.98913	0.99454	0.99453	0.98919	0.99457
环境 1234	0.99527	0.99062	0.99529	0.99528	0.99066	0.99531

c	4			5		
融合可靠度	$\hat{R}_{EB}$	$\hat{R}_{EB1}$	$\hat{R}_{EB2}$	$\hat{R}_{EB}$	$\hat{R}_{EB1}$	$\hat{R}_{EB2}$
环境 1	0.98495	0.97099	0.98535	0.98507	0.97139	0.98556
环境 12	0.99228	0.98485	0.99239	0.99231	0.98497	0.99244
环境 123	0.99455	0.98925	0.99460	0.99456	0.98930	0.99463
环境 1234	0.99530	0.99071	0.99534	0.99531	0.99075	0.99536

由于等效失效数是人为增加，实际上样本并未失效，直接用于可靠度估计会使假设的失效数随不同环境依次折合而增大，从而导致估计结果的误差变大。为保证方法估计结果的一致性，可以认为融合后环境下的试验数据仍为无失效数据（ $r=0$ ），仅将等效失效数用于计算环境因子，并用于融合各个环境下的无失效数据得到等效试验次数 n' （表 5-10）。从表 5-11 中可以看出，在同样用无失效数据（ $r=0$ ）的情况下对发射装置可靠度进行估计，改进的 E-Bayes 估计方法的结果 $\hat{R}_{EB}$ 高于未引入无失效数据时的 E-Bayes 估计结果 $\hat{R}_{EB1}$ ，说明原 E-Bayes 估计方法在处理成败型无失效数据时过于保守，同时 $\hat{R}_{EB}$ 与文献[123]中无失效数据的 E-Bayes 估计结果 $\hat{R}_{EB2}$ 十分相近，但 $\hat{R}_{EB2}$ 的计算过程十分复杂，改进后的 $\hat{R}_{EB}$ 在保证估计精度的情况下极大地提高了计算效率。其次可以看出，随着融合环境依次增加，三种方法对发射装置的可靠度估计值也不断提高。实际中样本在各个环境无失效发生的情况下，试验成功次数的增加反映了其可靠度高的可能性更大，这个估计结果是合理的。随着 c 取值的增大，三种 E-Bayes 估计方法可靠度估计值 $\hat{R}_{EB}$ 、 $\hat{R}_{EB1}$ 、 $\hat{R}_{EB2}$ 也逐渐增大，且越来越接近，这与文献[184]中 E-Bayes 估计与多层 Bayes 估计的对比结论一致，说明改进后的 E-Bayes 估计结果也是稳健的。

对于环境因子数据融合方法和经验方法，取 $c=2$ 计算在发射装置融合环境下的可靠度，对比改进的 E-Bayes 估计 $\hat{R}_{EB}$ 和未引入无失效数据时的 E-Bayes 估计

$\hat{R}_{EB1}$ ，结果见表 5-12。

表 5-12 环境因子融合方法和经验方法对比

数据融合方法	环境因子融合方法		经验方法	
融合可靠度	$\hat{R}_{EB}$	$\hat{R}_{EB1}$	$\hat{R}_{EB}$	$\hat{R}_{EB1}$
环境 1	0.98473	0.97014	0.98473	0.97014
环境 12	0.99222	0.98462	0.99261	0.98540
环境 123	0.99452	0.98913	0.99575	0.99156
环境 1234	0.99527	0.99062	0.99712	0.99427

表 5-12 中环境 1 为未融合状态下的可靠度，从融合环境 12 以后，可以看出不考虑不同环境之间差异的经验方法存在一定误差，导致在无失效情况下直接将试验数与失效数分别相加得出的可靠度估计结果偏高。为减小试验在不同环境下的误差，考虑环境差异和样本无失效信息的情况下用环境因子融合方法对数据进行融合计算，根据表 5-10 可以得出，进行数据融合后发射装置在等效发射成功次数 $n'=104.1382$ 时可靠度为 0.99527。本节提出的方法充分利用了发射装置样本在各个环境下的试验数据，一定程度上扩大了试验的样本量，尽可能地综合了样本试验的信息，得出的可靠度估计结果更可信。

5.4 小结

本章根据 E-Bayes 估计方法并加以改进，提出了适用于发射装置在无失效情况下的 E-Bayes 估计方法。对于指数分布的情况，选用 Beta 分布作为先验分布处理无失效数据下的失效率，对于二项分布的情况，采用环境因子对各个环境下的无失效信息进行融合，分别建立了正常应力水平下无失效数据的可靠性寿命评估模型。同时在实际应用中为 c 的取值提供了依据，简化了计算过程，提高了计算效率，实现了失效数据不足情况下的可靠性分析及评定。

第六章 总结与展望

6.1 全文总结

武器装备的可靠性水平是综合国力的重要标志之一，是我国国防实力的关键所在，对于推动我国国际地位的提升有着不可磨灭的贡献。随着科技水平不断提高，现代化建设不断加强，武器装备研发和制造水平也持续上升。与此同时，武器装备的可靠性工程也得到逐步发展。作为建设武器装备可靠性工程的一部分，本文的研究工作以发射装置的可靠性分析及寿命评估为主，针对其关键部件及装置整体的不同特点深入开展可靠性研究，取得了以下成果：

（1）基于加速寿命试验逆幂率模型，构建了高速叶轮在加速寿命试验下的寿命分布模型，同时结合相关国家标准验证了小样本寿命试验的可行性，并修正了小样本下的参数估计，弥补了高速叶轮样本数据不足导致可靠性评估难以实现的缺陷。在此基础上提出了适用于高速叶轮加速寿命试验的可靠性和寿命评估方法，设计并实施了适用于某型高速叶轮的步进应力高加速寿命试验，并通过现场试验及历史数据，完成了对小样本高可靠性的武器装备部件的可靠性及寿命评估，解决了试验时间有限、样本数据不足情形下的可靠性建模评估问题。

（2）提出了针对加速寿命试验的非参数预测推断方法，其中包括加速应力水平下数据等效转换模型以及上下限生存函数的非参数预测推断方法。在此基础上结合不精确概率，将预测推断结果扩展为区间，展示了该模型方法的鲁棒性。对于可靠性评估中存在的假设寿命分布带来的误差和模型错误设定产生的偏差，提出的推断方法能够较好地过滤掉这些错误信息对可靠性评估的影响，得到更合理的可靠性评估及寿命预测结果。基于少量假设基础上的不精确概率非参数预测推断方法可更广泛地应用于工程实际中，解决了传统参数方法中由于建模与真实情况之间的差异而导致的评估结果不准确的问题，拓展了现有加速寿命试验中可靠性统计分析及评估的方法体系。

（3）在第三章的基础上将生存分析的对数秩检验方法结合到非参数预测推断方法中，提出了不精确概率的加速寿命试验可靠性生存分析方法。通过两组或多组转换数据的对数秩检验，提出了统计意义上等效的连接参数上下限估计模型，从而得到在正常应力水平下用于样本可靠性评估及寿命预测的上下限生存函数。这些方法量化了不精确概率的区间，使其在实际应用中有严谨的理论依据支撑，是将非参数方法、不精确概率与生存分析应用于可靠性工程的一个成功案例，解决了在可靠性评估中如何判断选取的寿命分布和加速试验模型是否符合实际的问

题，最后通过加速寿命试验实现了对发射装置电控模块的可靠性及寿命分析。

(4) 提出了适用于无失效信息下指数型数据和成败型数据的可靠性分析 E-Bayes 估计方法。对于指数型数据，用 Beta 分布作为先验分布并结合无失效信息，提出了改进的失效率 E-Bayes 估计方法；对于成败型数据，提出用环境因子对各个环境下的无失效信息进行融合，构建了正常应力水平下无失效数据的 E-Bayes 可靠性评估模型。这些方法解决了在没有失效信息的条件下对发射装置进行可靠性分析的相关问题，对原有方法在实际应用中超参数的取值提供了依据，完善了加速寿命试验在正常应力水平下的寿命预测分析，建立了无失效数据的可靠性评估模型，实现了对发射装置的可靠性评定。

6.2 后续工作展望

本文在发射装置各关键有寿命件的可靠性建模与寿命预测方面进行了探索研究。随着武器装备不断向现代化、信息化、复杂化发展，准确评估其可靠性及寿命，保障其在各种环境下安全运行，对我国武器装备的建设和发展意义重大。针对武器装备在小样本、无失效数据和加速寿命试验这类特定条件下进行可靠性建模和分析还将面临着更大的挑战。本文将加速寿命试验、非参数方法和不精确概率等相关理论结合起来，力图解决在工程实际中特定情况下对象的可靠性分析及寿命评估问题，取得了初步的研究成果。为进一步降低武器装备试验成本，综合各种条件下的试验数据，拟开展的后续主要研究工作如下：

(1) 考虑序进应力加速寿命试验的可靠性分析模型

在对高速叶轮有寿命件进行步进应力高加速寿命试验中，每级应力的设置是根据工程经验选定的，高速叶轮实际工作极限及破坏极限与试验得到数据存在一定误差，造成预测结果过于保守。此外，在用步进应力进行分析时，没有考虑在低应力水平下施加的应力对高速叶轮寿命的影响。采用序进应力进行试验分析，重点研究加速寿命试验下的试验数据等效转换模型，不仅能更准确地确定高速叶轮的寿命极限，而且可以融合各阶段施加的加速应力对高速叶轮的累积失效信息，使针对高速叶轮的可靠性建模与分析更加准确，形成一套完整且实用的加速寿命试验威布尔分布可靠性评估方法。

(2) 正常应力水平下无失效信息的生存分析可靠性评估

针对高可靠性的产品，在正常应力水平下通常无法在有限的时间内得到其失效数据，也正是由于这个原因，加速寿命试验及相关理论才得到迅速发展。本文中提出的非参数预测推断方法的生存分析在实际应用时存在一定的局限性，在进行对数秩检验时需要以正常应力水平下的失效信息作为基础进行比对，而在工程

实际中在这种情况下采集的信息往往是无失效的。针对这个问题，下一步的工作重点在于如何对高可靠产品在加速寿命试验中正常应力水平下无失效信息的情况进行综合处理，通过融合加速应力水平下的失效信息并用不精确概率理论进行处理，得到符合实际的等效转换模型，从而拓展非参数预测推断方法的生存分析在实际可靠性评估中的应用。

（3）融合加速寿命试验失效数据对 E-Bayes 估计模型更新研究

对产品无失效数据的可靠性评估一直以来是可靠性工程领域的热点问题，特别是对发射装置这类可靠性要求高，工作环境严酷的武器装备来说，准确对其可靠性及使用寿命进行评估能最大程度地保证其成功完成任务。融合加速寿命试验的失效数据对 E-Bayes 估计模型进行更新，不仅能扩展现有的 E-Bayes 估计方法的体系，还能根据后续开展的现场试验数据，包括可靠性试验中可能出现的失效数据，对发射装置的可靠性评估模型进行持续更新，并在此基础上形成一套实时的可靠性评估算法，对武器装备从设计研制到投产使用的各个阶段提供可靠性保障。

致 谢

七年的硕博研究生生涯即将结束，回首七年来的学习、工作和生活点滴，以及在撰写论文过程中所经历过的困惑、停滞和不断修改直到现在终于完稿，我得到了很多人的帮助和支持，在此，向他们致以最诚挚的谢意。

首先，衷心感谢我的导师黄洪钟教授！七年前机缘巧合下我跨专业到您的团队学习研究可靠性工程。七年来，在您的悉心指导和倾力栽培下，我从一名可靠性领域的外行，通过不断学习，提升个人科研学术水平，逐渐锻炼成为一个独立自主敢于创新的可靠性专业博士。您对学术的严谨态度对我影响至深，每一次您对我的论文仔细修改和专业指导，对我都是极大的帮助和鼓舞，也为我指明了正确的方向。您不仅是我学术导师，同时也是我的人生导师。您学识渊博、治学严谨、为人谦和，在可靠性领域是一位令人尊敬的长者，却仍对自己要求极其严格，以身作则教导我要严于律己，要懂得感恩，要孝敬父母，这些都将成为我人生中宝贵的财富。在博士求学阶段即将画上圆满句号，学术、科研和事业即将开启新篇章之际，我要再次向我最尊敬的导师致以最崇高的敬意和最诚挚的感谢！

其次，我还要感谢国家留学基金委给我提供的公派联合培养的机会，感谢英国杜伦大学 Coolen 教授和 Tahani 女士在我留学期间对我学习和生活上给予的指导和帮助。Coolen 教授是不精确概率理论领域的专家，他教会我新的研究方法，并指导我完成学习、研究和论文发表。同时，感谢给予我帮助的朱顺鹏老师、凌丹老师、李彦锋老师、彭卫文老师和与我互勉互励的付国忠博士、张小强博士，感谢已毕业的刘剑峰硕士、杨静硕士、吴学海硕士，也感谢系统可靠性与安全性研究中心的其他老师和全体研究生，能在这样一个团结奋进、积极向上的团队中度过我最重要的七年，我感到十分荣幸。感谢在英国留学期间周也铃、何婷、冯赓、Nawapon Nakharutai、James Mccredmond 等朋友在异国他乡给予我的各种帮助。

我还要特别感谢我的父母和爱人。七年的硕博生涯中，在取得成就的同时，我也遇到过挫折，受到过打击，也曾被负能量压得喘不过气，是他们的理解、支持、包容和无怨无悔的付出，不断地给我力量，让我越挫越勇。感谢我的父母三十年来对我的养育之恩，感谢我的爱人蔡雪梅的爱与鼓励，因为有你们，我才能走完这坎坷的求学之路，从此也更有动力创造属于自己更好的未来。

最后，我要感谢参加我论文评审和答辩的教授和专家。感谢他们指出我工作中存在的不足，也为我将来的研究指明了方向，我将更加努力，以期能够取得更多成果回报社会。

参考文献

- [1] 唐雪梅, 李荣, 胡正东. 武器装备综合试验与评估[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013
- [2] 王佳奇, 尚俊超, 曲之政. 武器装备系统可靠性工程综述[J]. 农业开发与装备, 2016, (1): 40-40
- [3] 刘洋. 武器装备发展可靠性、维修性和保障性的相关讨论[J]. 中国新通信, 2017, 19(8): 120-120
- [4] 李克孚, 乔汝椿. 国外潜艇鱼雷发射装置的发展[J]. 鱼雷技术, 1998, (3): 61-68
- [5] 高兴. 某特种涡轮机高速叶轮的变形特性研究[D]. 北京: 中国舰船研究院, 2013
- [6] 姜同敏. 可靠性与寿命试验[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012
- [7] W. B. Nelson. Accelerated testing: statistical models, test plans, and data analysis[M]. New York: John Wiley & Sons, 2009
- [8] W. Q. Meeker, M. Hamada. Statistical tools for the rapid development and evaluation of high-reliability products[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1999, 44(2): 187-198
- [9] G. J. Levenbach. Accelerated life testing of capacitors[J]. IRE Transactions on Reliability and Quality Control, 1957: 9-20
- [10] W. Yurkowsky, R. E. Schafer, J. M. Finkelstein. Accelerated testing technology[R]. Fullerton: Hughes Aircraft Company, 1967
- [11] 茆诗松. 加速寿命试验的加速模型[J]. 质量与可靠性, 2003, (2): 15-17
- [12] M. M. Bugaighis. Exchange of censorship types and its impact on the estimation of parameters of a Weibull regression model[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1995, 44(3): 496-499
- [13] 茆诗松, 韩青. Weibull分布定时截尾样本下寿命试验与加速寿命试验的统计分布[J]. 应用概率统计, 1991, 7(1): 61-72
- [14] 张志华, 茆诗松. 恒加试验简单线性估计的改进[J]. 高校应用数学学报, 1997, (4): 417-424
- [15] 孙利民, 张志华. Weibull 分布下恒定应力加速寿命的试验分析[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2000, 21(4): 78-81
- [16] 张志华. 恒定应力加速寿命试验的非参数统计方法[J]. 海军工程大学学报, 2001, 13(2): 12-16
- [17] W. B. Nelson. Accelerated life testing-step-stress models and data analysis[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1980, 29(2): 103-108

- [18] N. Balakrishnan, Q. Xie. Exact inference for a simple step-stress model with Type-I hybrid censored data from the exponential distribution[J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2007, 137(11): 3268-3290
- [19] G. K. Bhattachargga, Z. Soejoeti. A tampered failure rate model for step-stress accelerated life test[J]. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 1989, 18(5): 1627-1643
- [20] L. C. Tang, Y. S. Sun, T. N. Goh, et al. Analysis of step-stress accelerated-life-test data: a new approach[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1996, 45(1): 69-74
- [21] O. I. Tyoskin, S. Y. Krivolapov. Nonparametric model for step-stress accelerated life testing[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1996, 45(2): 346-350
- [22] 李晓阳, 姜同敏, 李梅琨. 可修产品的步进应力加速寿命试验统计分析[J]. *北京航空航天大学学报*, 2007, 33(4): 459-462
- [23] S. L. Teng, K. P. Yeo. A least-squares approach to analyzing life-stress relationship in step-stress accelerated life tests[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2002, 51(2): 177-182
- [24] 费鹤良. 指数模型步进应力加速寿命试验的区间估计[J]. *应用概率统计*, 1995, (3): 297-304
- [25] W. B. Nelson. Residuals and their analyses for accelerated life tests with step and varying stress[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2008, 57(2): 360-368
- [26] B. X. Wang. Testing for the validity of the assumptions in the exponential step-stress accelerated life-testing model[J]. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2009, 53(7): 2702-2709
- [27] L. C. Tang, A. P. Tan, S. H. Ong. Planning accelerated life tests with three constant stress levels[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2002, 42(2-4): 439-446
- [28] E. A. Elsayed, H. Zhang. Design of PH-based accelerated life testing plans under multiple-stress-type[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2007, 92(3): 286-292
- [29] H. Liao, Z. Li. Multiobjective design of equivalent accelerated life testing plans[J]. *International Journal of Reliability Quality and Safety Engineering*, 2008, 15(6): 515-538
- [30] K. Chaloner, K. Larntz. Bayesian design for accelerated life testing[J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 1992, 33(2): 245-259
- [31] I. H. Khamis, J. J. Higgins. Optimum 3-step step-stress tests[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1996, 45(2): 341-345
- [32] I. H. Khamis. Optimum m-step, step-stress design with k stress variables[J]. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 1997, 26(4): 1301-1313

- [33] E. Gouno, N. Balakrishnan. Optimum step - stress for temperature accelerated life testing[J]. *Quality & Reliability Engineering International*, 2007, 23(8): 915-924
- [34] 汪亚顺, 张春华, 陈循. 仿真基加速寿命试验优化设计方法研究[J]. *宇航学报*, 2006, 27(4): 755-760
- [35] D. S. Bai, M. S. Cha, S. W. Chung. Optimum simple ramp-tests for the Weibull distribution and type-I censoring[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1992, 41(3): 407-413
- [36] 汪亚顺. 仿真基加速试验方案优化设计方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008
- [37] 汪亚顺, 张春华, 陈循. 步降应力加速寿命试验(续篇)—优化设计篇[J]. *兵工学报*, 2007, 28(6): 686-691
- [38] G. Boole. An investigation of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities[M]. New York: Dover Publication, 1854
- [39] J. M. Keynes. A treatise on probability[J]. *Diamond*, 1909, 3(2): 12
- [40] B. O. Koopman. The axioms and algebra of intuitive probability[J]. *Annals of Mathematics*, 1940: 269-292
- [41] B. O. Koopman. The bases of probability[J]. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 1940, 46(10): 763-774
- [42] B. O. Koopman. Intuitive probabilities and sequences[J]. *Annals of Mathematics*, 1941, 42(1): 169-187
- [43] P. Walley. Statistical reasoning with imprecise probabilities[M]. London: Chapman and Hall, 1991
- [44] K. Weichselberger. The theory of interval-probability as a unifying concept for uncertainty[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2000, 24(2): 149-170
- [45] P. Walley. Towards a unified theory of imprecise probability[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2000, 24(2): 125-148
- [46] I. O. Kozine, L. V. Utkin. Constructing imprecise probability distributions[J]. *International Journal of General Systems*, 2005, 34(4): 401-408
- [47] E. Miranda. A survey of the theory of coherent lower previsions[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2008, 48(2): 628-658
- [48] L. V. Utkin, I. Kozine. On new cautious structural reliability models in the framework of imprecise probabilities[J]. *Structural Safety*, 2010, 32(6): 411-416
- [49] F. P. A. Coolen. On Bayesian reliability analysis with informative priors and censoring[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 1996, 53(1): 91-98

- [50] L. V. Utkin, F. P. A. Coolen. Imprecise reliability: an introductory overview[M]. In Computational Intelligence in Reliability Engineering, Berlin, Heidelberg: Springer, 2007, 261-306
- [51] 刘征. 混合不确定性下的重型数控机床主轴系统可靠性建模与分析方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2016
- [52] L. V. Utkin. Imprecise reliability of cold standby systems[J]. International Journal of Quality & Reliability Management, 2003, 20(6): 722-739
- [53] 锁斌. 基于证据理论的不确定性量化方法及其在可靠性工程中的应用研究[D]. 绵阳: 中国工程物理研究院, 2012
- [54] 锁斌, 程永生, 曾超, 等. 非精确概率下基于证据理论的典型系统可靠性模型[J]. 系统仿真学报, 2013, 25(2): 317-321
- [55] L. V. Utkin. A new efficient algorithm for computing the imprecise reliability of monotone systems[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2004, 86(3): 179-190
- [56] L. V. Utkin, I. Kozine. Computing the reliability of complex systems[C]. Proceedings of the Second International Symposium on Imprecise Probabilities and Their Applications, Maastricht, 2001, 324-331
- [57] L. V. Utkin. Interval reliability of typical systems with partially known probabilities[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 153(3): 790-802
- [58] L. V. Utkin. Reliability models of m-out-of-n systems under incomplete information[J]. Computers & Operations Research, 2004, 31(10): 1681-1702
- [59] H. Zhang, L. Ha, Q. Li, et al. Imprecise probability analysis of steel structures subject to atmospheric corrosion[J]. Structural Safety, 2017, 67: 62-69
- [60] G. Muscolino, A. Sofi. Analysis of structures with random axial stiffness described by imprecise probability density functions[J]. Computers & Structures, 2017, 184: 1-13
- [61] S. Biswal, A. Ramaswamy. Finite element model updating of concrete structures based on imprecise probability[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 94: 165-179
- [62] 齐先军, 史新红, 丁明, 等. 电力系统元件稳态可用度的非精确统计推断[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(13): 2108-2115
- [63] L. V. Utkin, S. V. Gurov. Imprecise reliability for some new lifetime distribution classes[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2002, 105(1): 215-232
- [64] P. Walley. Inferences from multinomial data: learning about a bag of marbles[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1996, 58(1): 3-57

- [65] J. M. Bernard. An introduction to the imprecise Dirichlet model for multinomial data[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2005, 39(2-3): 123-150
- [66] 刁浩然. 基于非精确概率的电力设备运行可靠性评估方法研究[D]. 济南: 山东大学, 2017
- [67] 刁浩然, 杨明, 韩学山, 等. 电力设备停运概率的非精确条件估计[J]. *中国电机工程学报*, 2016, 36(19): 5134-5144
- [68] F. P. A. Coolen. An imprecise Dirichlet model for Bayesian analysis of failure data including right-censored observations[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 1997, 56(1): 61-68
- [69] E. Quaeghebeur, G. D. Cooman. Imprecise probability models for inference in exponential families[C]. *International Symposium on Imprecise Probabilities and Their Applications*, Pittsburgh, 2005, 287-296
- [70] K. Y. Cai, C. Y. Wen, M. L. Zhang. A critical review on software reliability modeling[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 1991, 32(3): 357-371
- [71] L. V. Utkin, S. V. Gurov, M. I. Shubinsky. A fuzzy software reliability model with multiple-error introduction and removal[J]. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 2002, 9(03): 215-227
- [72] L. Ekenberg, M. Boman, J. Linnerooth-Bayer, et al. Catastrophic risk evaluation[R]. Laxenburg: IIASA, 1997
- [73] S. Ferson, L. Ginzburg, V. Kreinovich, et al. Uncertainty in risk analysis: towards a general second-order approach combining interval, probabilistic, and fuzzy techniques[C]. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Silivri, 2002, 1342-1347
- [74] L. V. Utkin. Decision making with imprecise second-order probabilities[C]. *ISIPTA*, Lugano, 2003, 545-559
- [75] 王卓健, 虞健飞, 王礼沅, 等. 国内生存分析在可靠性数据分析中的应用进展[J]. *火力与指挥控制*, 2015, 40(1): 1-4
- [76] 陈家鼎. 生存分析与可靠性[M]. 北京: 北京大学出版社, 2005
- [77] 王启华. 生存数据统计分析[M]. 北京: 科学出版社, 2006
- [78] 黎子良, 郑祖康. 生存分析[M]. 杭州: 浙江科学技术出版社, 1993
- [79] A. P. Dempster, N. M. Laird, D. B. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm[J]. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1977, 39(1): 1-38
- [80] 彭非, 王伟. 生存分析[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2004
- [81] 程从华. 生存分析中删失数据统计推断及其应用[D]. 兰州: 兰州大学, 2011
- [82] 李海波, 张正平, 胡彦平, 等. 基于随机截尾数据下 Weibull 分布的参数极大似然估计与应用[J]. *强度与环境*, 2009, 36(4): 60-64

- [83] 顾伟骊, 周文委. 生存分析与水泵可靠性[J]. 中国农村水利水电, 2005, (3): 115-116
- [84] 刘金梅, 王建萍, 张力. 生存分析法在弹药贮存可靠性评估中的应用[J]. 弹箭与制导学报, 2004, 24(s8): 332-334
- [85] 王辉, 富宇平. 基于两种生存分析方法的部件可靠性研究[J]. 航空维修与工程, 2014, (6): 82-85
- [86] 马文·劳沙德, 郭强(译). 系统可靠性理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010
- [87] 胡思贵, 赵明. 指数分布区间型删失数据的可靠度最优置信下限[J]. 贵州大学学报(自然科学版), 2007, 24(6): 571-574
- [88] 董岩. 对数正态型元件贮备系统可靠性的置信下限[J]. 工程数学学报, 2009, 26(5): 845-854
- [89] 于晓红, 张来斌, 王朝晖, 等. 基于新的威布尔分布参数估计法的设备寿命可靠性分析[J]. 机械强度, 2007, 29(6): 932-936
- [90] 方华元, 胡昌华, 黄莹, 等. 提高可靠性数据分析精度的一种有效方法[J]. 电光与控制, 2006, 13(1): 78-80
- [91] 申桂香, 陈炳锬, 张英芝, 等. 基于熵值-模糊综合评判的可靠性模型优选[J]. 吉林大学学报(工), 2008, (s2)
- [92] 焦育洁. 航空发动机主轴轴承可靠性技术研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2004
- [93] 周海亮, 侯巍, 王延辉, 等. 水下滑翔机浮力驱动系统生存分析与试验[J]. 机械设计, 2015, (12): 1-5
- [94] 王辉, 由环家. 基于生存分析模型的发动机部件可靠性分析[J]. 航空维修与工程, 2014, (1): 51-53
- [95] 富宇平. 基于生存分析的航空发动机部附件可靠性研究[D]. 天津: 中国民航大学, 2015
- [96] 谢勇, 苑秉成, 谢辉. 生存分析理论在鱼雷贮存可靠性评估中的应用[J]. 鱼雷技术, 2013, 21(5): 332-336
- [97] 刘琴. 基于生存分析和似然理论的数控机床可靠性评估方法研究[D]. 天津: 天津职业技术师范大学, 2016
- [98] 刘天放, 吴进煌, 刘海波, 等. 导弹贮存可靠性试验中右删失数据的分布选择方法[J]. 兵器装备工程学报, 2015, 36(1): 91-94
- [99] 林静. 基于 MCMC 的贝叶斯生存分析理论及其在可靠性评估中的应用[D]. 南京: 南京理工大学, 2008
- [100] 郭兴翠. 半参数回归模型的估计方法和模拟分析[D]. 长沙: 中南大学, 2007
- [101] E. A. Gehan. A generalized Wilcoxon test for comparing arbitrarily singly-censored samples[J]. Biometrika, 1965, 52(1-2): 203-223

- [102]D. R. Cox. Regression models and life-tables[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1972, 34(2): 187-220
- [103]R. Peto, J. Peto. Asymptotically efficient rank invariant procedures[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1972, 135(2): 185-207
- [104]B. X. Wang, K. Yu, Z. Sheng. New inference for constant-stress accelerated life tests with Weibull distribution and progressively Type-II censoring[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2014, 63(3): 807-815
- [105]W. Q. Meeker, L. Escobar. Statistical methods for reliability data[M]. New York: John Wiley & Sons, 2014
- [106]W. Q. Meeker, G. Sarakakis, A. Gerokostopoulos. More pitfalls of accelerated tests[J]. Journal of Quality Technology, 2013, 45(3): 213-222
- [107]孙慧洋. 基于无失效数据的轴承可靠性研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2014
- [108]傅惠民, 王凭慧. 无失效数据的可靠性评估和寿命预测[J]. 机械强度, 2004, 26(3): 260-264
- [109]贾祥, 王小林, 郭波. 极少失效数据和无失效数据的可靠性评估[J]. 机械工程学报, 2016, 52(2): 182-188
- [110]H. F. Martz, R. A. Waller. A Bayesian Zero-Failure (BAZE) reliability demonstration testing procedure[J]. Journal of Quality Technology, 1979, 11(3): 128-138
- [111]何基报, 茆诗松. 对数正态分布场合无失效的 BAYES 验证试验方案[J]. 应用概率统计, 2000, 16(3): 239-248
- [112]韩明. 指数分布下无失效可靠性验证[C]. 全国可靠性学术会议, 承德, 1995
- [113]贾祥, 蒋平, 郭波. 威布尔分布场合无失效数据的失效概率估计方法[J]. 机械强度, 2015, (2): 288-294
- [114]茆诗松, 王玲玲, 濮晓龙. 威布尔分布场合无失效数据的可靠性分析[J]. 应用概率统计, 1996, (1): 94-107
- [115]倪中新, 费鹤良. 威布尔分布无失效数据的统计分析[J]. 应用数学学报, 2003, 26(3): 533-543
- [116]余文波, 任海平. 成败型试验中无失效数据的多层 Bayes 分析[J]. 南昌大学学报(理科版), 2009, 33(2): 130-132
- [117]高攀东, 沈雪瑾, 陈晓阳, 等. 无失效数据下航空轴承的可靠性分析[J]. 航空动力学报, 2015, 30(8): 1980-1987
- [118]韩明. 失效率的 E-Bayes 估计和多层 Bayes 估计[J]. 高校应用数学学报, 2008, 23(4): 399-407

- [119]韩明. 无失效数据下液体火箭发动机的 E-Bayes 可靠性分析[J]. 航空学报, 2011, 32(12): 2213-2219
- [120]蔡忠义, 陈云翔, 项华春, 等. 基于无失效数据的加权 E-Bayes 可靠性评估方法[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(1): 219-223
- [121]吴来林. 无失效数据可靠性参数的 E-Bayes 统计分析和改进[D]. 镇江: 江苏大学, 2009
- [122]蔡国梁, 吴来林, 唐晓芬. 双超参数无失效数据的 E-Bayes 可靠性分析[J]. 江苏大学学报 (自然科学版), 2010, 31(6): 736-739
- [123]蔡国梁, 赵树. 成败型试验中产品可靠度的 E-Bayes 估计[J]. 统计与决策, 2011, (9): 28-30
- [124]X. B. Wu. E-Bayesian estimation of failure probability under zero-failure data with double hyper parameters[J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 190: 977-981
- [125]E. A. Elsayed, 杨舟 (译). 可靠性工程[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013
- [126]茆诗松, 汤银才, 王玲玲. 可靠性统计[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008
- [127]张勇波, 傅惠民, 王治华. 恒定应力无失效加速寿命试验可靠性分析方法[J]. 航空动力学报, 2013, 28(3): 520-524
- [128]贺国芳. 可靠性数据的收集与分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003
- [129]W. Weibull. A statistical distribution function of wide applicability[J]. Journal of Applied Mechanics, 1951, 13(2): 293-297
- [130]雷刚. Weibull 分布寿命数据的参数估计[D]. 武汉: 华中科技大学, 2006
- [131]傅惠民, 张勇波. Weibull 分布定时无失效数据可靠性分析方法[J]. 航空动力学报, 2010, 25(12): 2807-2810
- [132]韩庆田, 杨兴根, 高晓燕, 等. 高加速寿命试验技术[J]. 强度与环境, 2003, 30(4): 54-58
- [133]林震, 张爱民, 沈朝晖, 等. 谈谈高加速寿命试验[J]. 环境技术, 2002, 20(4): 5-9
- [134]D. Han. Time and cost constrained optimal designs of constant-stress and step-stress accelerated life tests[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2015, 140: 1-14
- [135]E. A. Nasir, R. Pan. Simulation-based Bayesian optimal ALT designs for model discrimination[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2015, 134(2): 1-9
- [136]J. Mi, Y. F. Li, Y. J. Yang, et al. Reliability assessment of complex electromechanical systems under epistemic uncertainty[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2016, 152: 1-15
- [137]C. Mukhopadhyay, S. Roy. Bayesian accelerated life testing under competing log-location-scale family of causes of failure[J]. Computational Statistics, 2016, 31(1): 89-119
- [138]B. M. Hill. Posterior distribution of percentiles: Bayes' theorem for sampling from a population[J]. Publications of the American Statistical Association, 1968, 63(322): 677-691

- [139]T. Augustin, F. P. A. Coolen. Nonparametric predictive inference and interval probability[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2004, 124(2): 251-272
- [140]F. P. A. Coolen. On nonparametric predictive inference and objective Bayesianism[J]. Journal of Logic Language and Information, 2006, 15(1/2): 21-47
- [141]F. P. A. Coolen. Nonparametric predictive inference[M]. In International Encyclopedia of Statistical Science, Heidelberg: Springer, 2011, 968-970
- [142]B. De Finetti. Theory of probability: a critical introductory treatment[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1979, 138(1): 953-959
- [143]T. Augustin, F. P. A. Coolen, G. de Cooman, et al. Introduction to imprecise probabilities[M]. Chichester: John Wiley & Sons, 2014
- [144]F. P. A. Coolen, P. Coolen-Schrijner, K. J. Yan. Nonparametric predictive inference in reliability[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2002, 78(2): 185-193
- [145]F. P. A. Coolen, K. J. Yan. Nonparametric predictive inference with right-censored data[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2004, 126(1): 25-54
- [146]F. P. A. Coolen, K. J. Yan. Nonparametric predictive comparison of two groups of lifetime data[C]. ISIPTA, Lugano, 2003, 148-161
- [147]T. A. Maturi, P. Coolen-schrijner, F. P. A. Coolen. Nonparametric predictive inference for competing risks[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part O Journal of Risk & Reliability, 2010, 224(1): 11-26
- [148]B. M. Hill. Parametric models for a sub n: splitting processes and mixtures[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1993, 55(2): 423-433
- [149]T. A. Maturi. Nonparametric predictive inference for multiple comparisons[D]. Durham: Durham University, 2010
- [150]G. Shafer. A mathematical theory of evidence[M]. Princeton: Princeton University Press, 1976
- [151]E. L. Kaplan, P. Meier. Nonparametric estimation from incomplete observations[J]. Journal of the American Statistical Association, 1958, 53(282): 457-481
- [152]B. Efron. The two-sample problem with censored data[J]. Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 1967, 4: 831-853
- [153]R. Wilcox. Introduction to robust estimation and hypothesis testing[M]. Salt Lake City: Academic Press, 2011
- [154]J. F. Lawless. Statistical models and methods for lifetime data[M]. New York: John Wiley & Sons, 2011

- [155]D. G. Kleinbaum, M. Klein. Survival analysis:a self-learning text[M]. New York: Springer, 2012
- [156]E. T. Lee, J. W. Wang. Statistical methods for survival data analysis[M]. New York: John Wiley & Sons, 2013
- [157]赵宇. 可靠性数据分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011
- [158]何国伟. 可信性工程[M]. 北京: 中国标准出版社, 2008
- [159]杨为民, 屠庆慈, 贺国芳. 处理现场可靠性数据的一种方法——残存比率法[J]. 航空标准化与质量, 1983, (6): 23-27
- [160]F. Wilcoxon. Individual comparisons by ranking methods[J]. Biometrics Bulletin, 1945, 1(6): 80-83
- [161]H. B. Mann, D. R. Whitney. On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other[J]. Annals of Mathematical Statistics, 1947, 18(1): 50-60
- [162]N. Mantel. Evaluation of survival data and two new rank order statistics arising in its consideration[J]. Cancer Chemotherapy Reports, 1966, 50(3): 163-170
- [163]D. R. Cox. The analysis of exponentially distributed life-times with two types of failure[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1959, 21(2): 411-421
- [164]B. Altshuler. Theory for the measurement of competing risks in animal experiments[J]. Mathematical Biosciences, 1970, 6(6): 1-11
- [165]韩志霞, 张玲. P 值检验和假设检验[J]. 边疆经济与文化, 2006, (4): 62-63
- [166]D. J. Bartholomew. A problem in life testing[J]. Publications of the American Statistical Association, 1957, 52(279): 350-355
- [167]S. C. Chow, J. Shao. Estimating drug shelf-life with random batches[J]. Biometrics, 1991, 47(3): 1071-1079
- [168]S. C. Chow, J. Shao. Test for batch-to-batch variation in stability analysis[J]. Statistics in Medicine, 1992, 11(2): 269-70
- [169]K. W. Miller, L. J. Morell, R. E. Noonan, et al. Estimating the probability of failure when testing reveals no failures[J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 1992, 18(1): 33-43
- [170]M. Han, Y. Ding. Synthesized expected Bayesian method of parametric estimate[J]. Systems Science & Systems Engineering, 2004, 13(1): 98-111
- [171]M. Han. Expected Bayesian estimation of failure probability and its character[J]. Acta Mathematica Scientia, 2007, 27(3): 488-495
- [172]刘永峰. Bayes 方法在无失效数据可靠性中的若干应用[D]. 温州: 温州大学, 2011
- [173]刘春和, 陆祖建. 武器装备可靠性评定方法[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2009

- [174]徐天群, 刘焕彬, 陈跃鹏. 无失效数据情形失效率的综合 E-Bayes 估计[J]. 数理统计与管理, 2011, 30(4): 644-654
- [175]韩明. 无失效数据情形指数分布失效率的 E-Bayes 估计[J]. 数学的实践与认识, 2015, 45(5): 172-178
- [176]张继昌. 无失效数据的 Bayes 分析[J]. 高校应用数学学报, 1995, (1): 19-25
- [177]J. O. Berger. Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis[M]. New York: Springer, 2013
- [178]茆诗松, 罗朝斌. 无失效数据的可靠性分析[J]. 数理统计与应用概率, 1989, 4(4): 480-506
- [179]张忠占, 杨振海. 等效失效数在无失效数据分析中的应用[J]. 数理统计与应用概率, 1991, 6(3): 394-404
- [180]刘剑峰. 某装置发射阀的磨损加速寿命试验和可靠性评估[D]. 成都: 电子科技大学, 2014
- [181]刘天杰, 白广忱. 航空发动机系统可靠性评定的环境因子与信息熵综合方法[C]. 全国机械可靠性学术交流会, 2004
- [182]周源泉. 确定环境因子的数学方法[J]. 强度与环境, 1981, (4): 3-17
- [183]韩明. 多层先验分布的构造及其应用[J]. 运筹与管理, 1997, (3): 31-40
- [184]韩明. 产品可靠度的 E-Bayes 估计[J]. 大学数学, 2007, 23(3): 83-87

攻读博士学位期间参与的科研项目及取得的成果

一、在学期间参与的科研项目

- [1] 国家自然科学基金项目：基于混合不确定性信息处理的复杂分层系统健康评估（项目编号：U1330130）。
- [2] 中国人民解放军原总装备部十二五预研项目：XX 发射装置的使用寿命验证技术研究（项目编号：2014008289）。
- [3] 中国航天科技集团公司第七研究院项目：XX 导弹系统关键零部件的可靠性指标评估（项目编号：DZKD2015086）。
- [4] 工业与信息化部“高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项课题“重型机床可靠性评价与试验方法研究”（课题编号：2014ZX04014-011）子课题：重型机床电器控制与驱动系统可靠性技术研究（子课题编号：2014ZX04014-011-01）。

二、在学期间取得的成果

- [1] Y. C. Yin, F. P. A. Coolen, T. Coolen-Maturi. An imprecise statistical method for accelerated life testing using the power-Weibull model[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 167:158-167. (SCI 检索)
- [2] Y. C. Yin, H. Z. Huang, W. Peng, Y. F. Li, J. H. Mi. An E-Bayesian method for reliability analysis of exponentially distributed products with zero-failure data[J]. Eksploatacja I Niezawodnosc-Maintenance and Reliability, 2016, 18(3):445-449. (SCI 检索)
- [3] Y. C. Yin, H. Z. Huang, Z. Liu. Imprecise probability method with the power-normal model for accelerated life testing [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University. (EI 源刊)
- [4] Y. C. Yin, F. P. A. Coolen, T. Coolen-Maturi. Combining nonparametric predictive inference and power-law methods for accelerated life testing[C]. ESREL, Glasgow, 2016. (ISTP/CPCI 检索)
- [5] F. P. A. Coolen, Y. C. Yin, T. Coolen-Maturi. On imprecise statistical inference for accelerated life testing[C]. IPMU, Eindhoven, 2016. (EI 检索)
- [6] Y. C. Yin, C. G. Huang, Y. J. Yang, Y. Liu, H. Z. Huang. A life prediction method for high-speed impeller in accelerated life test[C]. The International Conference on Mathematical Methods in Reliability, Tokyo, 2015.
- [7] Y. C. Yin, J. F. Liu, G. Z. Fu, X. H. Wu. An E-Bayesian estimation for reliability assessment of a success-failure type device[C]. International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, Emeishan, 2013, 316-319. (EI 检索)

- [8] H. Li, H. Z. Huang, Y. C. Yin, K. Y. Zhang, P. Huang. Product quality evaluation method based on product gene theory[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2018, 23(3): 438-443. (EI 检索)
- [9] 米金华, 李彦锋, 黄洪钟, 朱顺鹏, 刘宇, 付国忠, 杨圆鉴, 殷毅超, 张小玲. 一种复杂机电系统使用寿命评估方法, 中国, 发明专利, 专利号: ZL2015 1 0088525.X.
- [10] 黄洪钟, 殷毅超, 朱顺鹏, 李彦锋, 黄承赓, 米金华, 郭骏宇. 一种基于加速寿命试验的高速叶轮寿命评估方法, 中国, 发明专利, 专利申请号: 201710240350.9.
- [11] 黄洪钟, 周勇, 李彦锋, 米金华, 郭骏宇, 殷毅超, 张凯延. 基于加速寿命评估的爆炸逻辑网络可靠性分析方法, 中国, 发明专利, 专利申请号: 201710432638.6.
- [12] 黄洪钟, 黄承赓, 郭来小, 李彦锋, 殷毅超, 郭骏宇, 米金华. 电子封装焊点疲劳寿命分析方法, 中国, 发明专利, 专利申请号: 201710073143.9.
- [13] 付国忠, 朱顺鹏, 杨圆鉴, 殷毅超, 米金华, 刘宇, 黄洪钟, 汪忠来, 何俐萍. 一种基于盐雾环境试验的印制电路板使用寿命评估方法, 中国, 发明专利, 专利申请号: 201510173745.2.