
电子科技大学

UNIVERSITY OF ELECTRONIC SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

博士学位论文

DOCTORAL DISSERTATION



论文题目

基于退化模型的机械产品

可靠性评估方法研究

学科专业

学号

作者姓名

指导教师

分类号 _____ 密级 _____

UDC _____

学 位 论 文

基于退化模型的机械产品

可靠性评估方法研究

指导教师

电子科技大学

成 都

申请学位级别 博士 学科专业 机械电子工程

提交论文日期 _____ 论文答辩日期 _____

学位授予单位和日期 电子科技大学

答辩委员会主席 _____

评阅人 _____

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

作者签名：_____ 日期： 年 月 日

论文使用授权

本学位论文作者完全了解电子科技大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权电子科技大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后应遵守此规定）

作者签名：_____ 导师签名：_____

日期： 年 月 日

摘要

《中国制造 2025》中明确要求：“加强可靠性设计、试验与验证技术开发应用。”可靠性评估是可靠性工程的核心研究内容之一，在产品的全寿命周期起着非常重要的作用，能为产品的设计和生产工艺改进，使用、贮存和维修策略的制定提供依据。开展针对机械产品的可靠性评估方法研究，具有重要的理论和现实意义。

随着产品可靠性水平的提高，大量高可靠长寿命机械产品被广泛使用。在有限的时间和成本内，很难通过传统的基于大样本寿命数据的评估方法对此类机械产品开展有效的可靠性评估。充分发掘产品在失效之前的退化阶段蕴藏的有效信息，利用退化模型对高可靠长寿命产品开展可靠性分析和评估工作已经成为一个研究热点。贝叶斯统计方法由于其在信息融合中的独特优势，在可靠性评估中的应用日益广泛。这些新理论、新方法多数是基于电子产品而出现和发展起来的，对于机械系统而言，相应的理论、方法还不十分成熟、有效。基于机械产品在可靠性评估中体现出的以退化型失效为主、寿命数据难获取、通用可靠性数据缺乏、样本数量少、不确定性和个体差异性显著、多元性能退化现象广泛存在、可靠性试验开展困难等特点，本文结合相关科研项目，开展基于退化模型的机械产品可靠性评估方法的研究，主要内容如下：

(1) 融合寿命数据和退化数据的可靠性评估研究。在介绍基于退化轨迹模型的基础上，归纳总结了采用基于曲线拟合的退化轨迹模型进行可靠性评估的流程。分析了多源可靠性信息对于可靠性评估的重要意义，提出了基于贝叶斯方法，融合退化数据和其他多源信息的可靠性评估框架。最后通过对数控机床的功能铣头开展可靠性评估工作，验证了利用贝叶斯方法融合多源可靠性信息开展可靠性评估方法的有效性。

(2) 考虑产品个体差异性的可靠性评估研究。介绍了常见的几种随机过程模型，分析说明了随机过程模型对于机械产品的适用性，通过将 Gamma 过程模型中的尺度参数随机化，引入产品的个体差异性，建立了考虑产品个体差异的基于 Gamma 过程的可靠性模型，通过引入退化速率相关的参数并将其随机化，建立了考虑产品个体差异性的逆高斯随机过程模型，并分别给出了基于贝叶斯理论的参数估计方法。通过滑阀密封可靠性评估的工程实例详细说明了如何运用考虑个体差异的 Gamma 过程模型，最后还利用某型砷化镓激光器的性能退化数据验证了考虑个体差异性的逆高斯过程模型和参数估计方法的有效性。

(3) 基于退化量分布的疲劳可靠性评估。介绍了传统的基于退化量分布的可

可靠性评估方法。结合疲劳累积损伤物理分析，对疲劳累积损伤进行了演化与概率化描述，将疲劳累积损伤值视为一个随机变量。通过引入基于退化量分布的模型，结合非线性疲劳累积损伤准则和概率密度函数转换技术，提出了疲劳可靠性评估方法。在恒幅载荷和变幅载荷两种情况下，分别对 45 号钢和 LZ50 钢材料进行疲劳可靠性评估，验证了方法的可行性。

(4) 基于多元性能退化的机械产品可靠性评估。介绍了基于一般多元性能退化模型的可靠性评估。将逆高斯过程引入到多元性能退化模型中，用 Copula 函数刻画不同逆高斯退化过程之间的相关性，并通过算例证实了模型的可用性。在机械产品多元性能退化实例分析的基础上，提出了一种基于非竞争关系的多元性能退化可靠性模型，并通过实例验证了该模型的可用性。

(5) 基于贝叶斯理论的退化试验优化设计方法。在以可靠性评估为目的的退化试验中，以可靠性评估精度作为优化目标，根据基于贝叶斯方法的可靠性评估的特点，以可靠度评估值的平均后验方差作为目标函数，以样本数量、试验成本为约束条件，建立了退化试验方案的优化设计模型。提出了基于贝叶斯理论的试验方案优化设计方法，结合方法流程图具体介绍了优化算法。以某型砷化镓激光器的退化试验设计为例，说明了试验方案优化设计方法的有效性。对比研究说明了先验分布选择的重要性，讨论了不同情况下先验分布选择的原则。

关键词：可靠性评估，退化模型，Gamma 过程，逆高斯过程，多元性能退化，贝叶斯方法

ABSTRACT

Reliability evaluation is fundamental technique in reliability engineering, and plays an important role in the product life cycle, including the stages of R & D, production, storage, use and maintenance. The traditional modellings and methods of reliability evaluation are mainly based on the classical statistics method which often utilizes lots of failure data.

The development of new technology on design for reliability has greatly enhanced reliability and quality of mechanical products. It will take an extremely long time for a mechanical product to fail, even if it is operated under severe conditions. The traditional methods of reliability evaluation can hardly be used for high-reliability and long-life mechanical products. A promising way for reliability modelling of highly reliable products is to make use of degradation data that reflects the health conditions of a product. Bayesian approach has a notable advantage in the field of information fusion, and has been widely used in reliability engineering in recent years. Most of the new methods based on degradation models and Bayesian theory are developed based on electronic products. So, they may not very suitable or effective for mechanical products. Thus, in this dissertation, some relevant work has been done on the problem of researching on the reliability evaluation methods for mechanical products based on the degradation models, and the main contents and achievements of this dissertation are summarized as follows:

(1) Reliability assessment of mechanical products is suffered from the difficulty induced by no failure data and small sample size. The general degradation path model is used to generate to deal with the problem of no failure data. The Bayesian method is implemented to construct the reliability assessment framework by fusing the available field data, expert information and pseudo-lifetime data. Finally, reliability assessment is carried out based on this Bayesian model. To illustrate the approach, an application to a milling head of a gantry machining center is investigated.

(2) The basic Wiener process degradation model, gamma process degradation model and inverse Gaussian degradation process are introduced. Heterogeneity among different samples is studied and handled by introducing unit-specific random effects into the gamma process degradation model and inverse Gaussian process model. The method

of estimating parameters for the two extended stochastic process models are proposed based on Bayesian approach. Then, the extended gamma process is adopted to describe the internal structure degradation of a spool valve based on the failure mechanism analysis. A classic example of a GaAs Laser device is presented to demonstrate the applicability of the extended inverse Gaussian process model and the Bayesian method of estimating parameters.

(3) Combining a nonlinear damage accumulation model, a probabilistic $S-N$ curve, and a one-to-one probability density functions transformation technique, a general probabilistic methodology for modeling damage accumulation is developed to analyze the time-dependent fatigue reliability. The damage accumulation is characterized as a distribution in a general degradation path, which captures a nonlinear damage accumulation phenomenon under variable-amplitude loading conditions; its mean and variability change with time. The proposed methodology is then validated by experimental data obtained for a railway axle (45 steel and LZ50 steel). The time-dependent fatigue reliability is analyzed and demonstrated through probabilistic modeling of cumulative fatigue damage, and good agreement between the predicted results and the experimental measurements under different variable amplitude loadings is obtained.

(4) A general approach for reliability evaluation based on degradation modeling, considering multiple degradation measures is introduced in this paper. Inverse Gaussian process model is incorporated with Copula function to construct a new general multiple degradation process model. Previous research of multiple degradation analysis based on competing risk model. However, the competing risk model is not always suitable for mechanical products. This paper presents a new reliability model for multiple degradation processes analysis to handle this non-competing relationship. The proposed models and methods are validated through the illustrative examples.

(5) A Bayesian approach for the optimal design of degradation test is proposed in this paper. Other than an optimal design with pre-estimated planning values of model parameters, we handle the situation with uncertainty in the planning values using the Bayesian method. An average pre-posterior variance of reliability is used as the optimization criterion. A trade-off between sample size and number of degradation observations is investigated in the degradation test planning. The effects of priors on the optimal designs and the value of prior information are also investigated and quantified. Based on the inverse Gaussian process model, an application to the degradation test

planning of a GaAs Laser device is used to demonstrate the proposed method.

Keywords: reliability evaluation, degradation model, gamma process, Inverse Gaussian process, multiple degradation model, Bayesian approach

目 录

第一章 绪 论	1
1.1 选题背景与意义	1
1.2 研究现状及发展趋势	2
1.2.1 可靠性评估.....	2
1.2.2 机械产品的可靠性评估工作的特点.....	5
1.2.3 基于退化数据的可靠性模型.....	7
1.2.4 贝叶斯统计理论在可靠性评估中的应用.....	11
1.2.5 问题提出.....	12
1.3 论文的研究内容和结构.....	13
1.3.1 论文的研究内容	13
1.3.2 论文的主要结构	14
第二章 融合寿命数据与退化数据的可靠性评估	16
2.1 引言	16
2.2 退化轨迹模型	16
2.3 基于退化轨迹模型的可靠性评估	18
2.4 基于贝叶斯方法的寿命数据与伪寿命数据的融合	21
2.5 实例：加工中心功能铣头可靠性评估	24
2.5.1 故障机理分析及退化试验	25
2.5.2 退化数据分析及寿命模型确定	27
2.5.3 基于信息融合的贝叶斯可靠性评估	29
2.6 本章小结	31
第三章 考虑产品个体差异的可靠性评估	32
3.1 引言	32
3.2 随机过程模型	32
3.2.1 Wiener 过程模型	33
3.2.2 Gamma 过程模型	34
3.2.3 逆高斯过程模型.....	36
3.3 考虑产品个体差异的 Gamma 过程模型.....	38
3.3.1 模型描述.....	38
3.3.2 基于贝叶斯理论参数估计方法.....	39

3.4 考虑产品个体差异的逆高斯过程模型	40
3.4.1 模型描述	40
3.4.2 基于贝叶斯理论的参数估计方法	41
3.5 实例 1: 考虑个体差异的滑阀密封可靠性评估	43
3.5.1 失效机理分析及可靠性建模	43
3.5.2 考虑个体差异的滑阀密封可靠性模型	45
3.5.3 退化试验设计	46
3.5.4 试验数据分析及模型参数估计	47
3.6 实例 2: 考虑个体差异的砷化镓激光器可靠性评估	50
3.7 本章小结	52
第四章 基于退化量分布的疲劳可靠性评估	53
4.1 引言	53
4.2 基于退化量分布的可靠性评估	54
4.3 基于退化量分布的疲劳可靠性评估	56
4.3.1 疲劳累积损伤分析	57
4.3.2 疲劳累积损伤分布	58
4.3.3 疲劳累积损伤的差异性及其趋势分析	60
4.3.4 疲劳可靠性评估	61
4.4 算例分析	62
4.4.1 试验描述与材料属性	62
4.4.2 恒幅载荷作用下的疲劳可靠性分析	63
4.4.3 变幅载荷作用下的疲劳可靠性分析	65
4.5 本章小结	66
第五章 基于多元性能退化的机械产品可靠性评估	67
5.1 引言	67
5.2 基于一般多元性能退化模型的可靠性评估	68
5.3 基于逆高斯过程多元退化可靠性评估	71
5.3.1 Copula 函数基本理论	71
5.3.2 基于 Copula 函数多元退化模型	74
5.3.3 算例	76
5.4 非竞争关系条件下的多元退化可靠性评估	78
5.4.1 非竞争关系的多元退化可靠性模型	78
5.4.2 算例	81

5.5 本章小结	84
第六章 基于贝叶斯理论的退化试验优化设计方法	85
6.1 引言	85
6.2 退化试验方案的优化设计模型	86
6.2.1 约束条件	86
6.2.2 优化目标	87
6.2.3 优化模型	88
6.3 基于贝叶斯理论的退化试验优化设计方法	88
6.4 应用示例	90
6.5 本章小结	98
第七章 全文总结与展望	99
7.1 总结	99
7.2 后续工作展望	100
致 谢	102
参考文献	103
攻读博士学位期间发表的学术论文	117

图目录

图 1-1 可靠性评估的一般流程.....	4
图 1-2 突发失效	7
图 1-3 退化失效	7
图 1-4 全文框架	15
图 2-1 产品退化轨迹类型	17
图 2-2 基于伪寿命的退化轨迹模型的可靠性评估流程	19
图 2-3 退化轨迹模型各要素之间的关系	21
图 2-4 多源可靠性信息	22
图 2-5 基于信息融合的可靠性评估流程.....	24
图 2-6 功能铣头的试验实测温升数据	25
图 2-7 等效温升数据及拟合曲线.....	28
图 2-8 基于信息融合的功能铣头贝叶斯可靠性评估模型框架	30
图 3-1 基于逆高斯过程的退化可靠性模型	37
图 3-2 普通逆高斯过程模型和考虑个体差异的逆高斯过程模型比较	41
图 3-3 二位三通滑阀工作原理示意图	43
图 3-4 滑阀密封间隙示意图	44
图 3-5 滑阀磨损退化试验原理图	46
图 3-6 试验平台	47
图 3-7 滑阀磨损退化轨迹	48
图 3-8 某型滑阀可靠度曲线	49
图 3-9 砷化镓激光器的可靠性度曲线	51
图 4-1 退化轨迹与退化量分布的关系	54
图 4-2 基于退化量分布模型的可靠性评估流程	55
图 4-3 疲劳累积路径示例	56
图 4-4 循环加载条件下的概率密度函数转换示意图	59
图 4-5 加载寿命方差的变化率示意图	60
图 4-6 45 号钢在不同加载应力水平下的可靠度曲线	64
图 4-7 LZ50 钢在不同应力水平下的可靠度曲线	64
图 4-8 45 号钢试样的疲劳可靠性计算值与试验数据的对比	65
图 5-1 某型转轴的腐蚀和磨损退化数据	76

图 5-2 参数的后验概率密度分布函数	77
图 5-3 艉轴承衬和艉轴磨损退化轨迹	82
图 5-4 船舶艉轴承的可靠度	83
图 6-1 基于贝叶斯理论的试验方案优化设计流程图	89
图 6-2 无信息先验条件下的设计曲面	92
图 6-3 设计变量部分固定情况下的评估精度	94
图 6-4 从历史数据从获取先验分布时的设计曲面	95
图 6-5 从正确专家信息从获取先验分布时的设计曲面	96
图 6-6 从错误专家信息从获取先验分布时的设计曲面	96

表目录

表 1-1 产品全寿命周期的可靠性评估	3
表 2-1 退化量数据形式	20
表 2-2 功能铣头现场运行寿命数据	29
表 2-3 寿命模型估计结果	29
表 3-1 滑阀磨损退化数据	47
表 3-2 参数估计结果	49
表 3-3 某型砷化镓激光器性能退化数据	50
表 3-4 参数估计结果和所采用的先验分布	51
表 4-1 恒幅载荷作用下试验材料的疲劳寿命统计特征	62
表 4-2 变幅载荷作用下的 45 号钢的试验描述	65
表 5-1 模型参数估计结果	77
表 5-2 Copula 函数的参数估计结果	78
表 5-4 参数估计结果	83
表 6-1 某型砷化镓激光器性能退化数据	91
表 6-2 模型参数的概率分布	92
表 6-3 不同试验成本限制下最优设计方案	93
表 6-4 贝叶斯分析中选取的不同先验分布	95
表 6-5 贝叶斯分析中选取的不同先验分布	97

主要符号及缩略语

T	故障发生时间的随机变量
ΔT	故障时间间隔的随机变量
M	模型变量
$\lambda(t)$	故障率函数
$\omega(t)$	故障强度函数
$F(t)$	不可靠度函数
$R(t)$	可靠度函数
$f(t)$	故障概率密度函数
θ	广义模型参数的集合
\mathbf{D}	广义的数据集
$L(\mathbf{D} \theta)$	数据集对应的似然函数
$\pi(M)$	模型的先验分布
$p(M \mathbf{D})$	模型的后验分布
$\pi(\theta)$	模型参数的先验分布
$p(\theta \mathbf{D})$	模型参数的后验分布
D^{Deg}	退化型数据
D_c	失效阈值
$Y(t)$	性能退化过程
$\Delta Y(t)$	退化增量
$r(t)$	退化速率函数
$\Lambda(t)$	逆高斯过程模型的退化均值函数
\mathbf{Y}	性能退化数据
T^{RUL}	剩余寿命
$B(\bullet)$	标准的布朗运动过程
$\phi(\bullet)$	标准正态分布的概率密度函数
$\text{Pr}(\bullet)$	事件的概率
a	累积损伤指数
k	模型参数
m	$S-N$ 曲线斜率
n	加载循环数

r_σ	加载循环数的标准差的变化率
C	疲劳强度系数
D_0	初始损伤值
MCMC	Markov Chain Monte Carlo

第一章 绪论

1.1 选题背景与意义

可靠性是产品的重要属性之一，表征产品在规定的条件下和规定的时间内完成规定功能的能力。无论是军工产品还是民用产品，可靠性都是产品竞争的焦点，甚至在很多领域，对于高可靠性的追求已经超过了对性能的要求。Apollo-11 成功登月后，美国国家航天局把可靠性工程列为三大科技成就之一。“中国制造”最辉煌的成就“两弹一星”工程的重要经验之一就是高度重视可靠性工作^[1,2]。在 2015 年 5 月由国务院发布的《中国制造 2025》中明确要求：“加强可靠性设计、试验与验证技术开发应用”、“提升基础产品的质量、可靠性和寿命”、“大力提高国防装备质量可靠性，增强国防装备实战能力。”毋庸讳言，我国机械产品的可靠性与国际先进水平还有一定的差距，可靠性问题已经成为制约我国从“制造大国”走向“制造强国”的瓶颈之一^[3]。我国政府制定的《国家中长期科学和技术发展规划纲要(2006-2020 年)》，将重大装备、复杂系统和重大设施的可靠性、安全性和寿命预测技术列为重要研究方向，可靠性的重要性不言而喻。

在产品设计研发、生产、贮存、使用和维修等全寿命周期的不同阶段，通过可靠性评估准确掌握产品的可靠性这一内在属性，具有重要的意义。其主要目的是分析产品的可靠性是否满足全寿命周期各阶段的可靠性目标；检验产品的设计是否合理、工艺是否正确、使用是否得当；为产品设计的改进，生产工艺的优化，贮存、使用和维修保障策略的合理制定，以及产品可靠性的增长提供技术和信息支撑。可靠性评估是可靠性工程的核心研究内容之一。传统的可靠性评估方法是基于寿命数据的，即失效时间的，通常通过寿命试验获取充足的寿命数据，或通过大量收集的产品在实际使用过程中或者模拟使用环境中的失效数据，然后采用经典统计方法来实现可靠性评估。

但是，随着产品可靠性水平的提高，大量高可靠长寿命机械产品被广泛使用，比如电液伺服阀、陀螺仪、太阳翼展开机构和姿控飞轮等。对于此类高可靠长寿命产品，在有限的研制时间和成本内，很难通过寿命试验或者加速寿命试验获取足够的寿命数据以支持足够精度的可靠性评估工作。然而，此类产品往往在系统中扮演着极为重要的角色，也是我们开展可靠性评估研究的重点对象，这就在客观上要求可靠性评估方法不断发展改进以解决长寿命、高可靠、小样本产品可靠性评估困难的问题。

产品的失效通常可以划分为突发型失效和退化型失效两大类。突发型失效是指产品在服役期的某个时刻突然发生某项功能的丧失。退化型失效是指产品的某项性能随着服役时间而逐渐下降，直到超过一定的阈值则失效发生。如元器件电性能的衰退、机械元件磨损、绝缘材料老化等。产品的退化过程中蕴藏了丰富的可靠性信息，利用产品的这些退化信息开展可靠性评估被证明是解决上述难题的有效方法之一^[4-7]。

目前对基于退化可靠性模型的可靠性评估理论、方法和应用研究较多，但是这些新理论和新方法多是以电子产品作为研究背景而展开的。这一方面是由于可靠性工程发展的历史原因，可靠性工程技术发源于对电子产品的可靠性研究，针对电子产品的可靠性理论方法一直领先于其他应用领域；另一方面是由于机械产品的可靠性问题通常较电子产品更为复杂，包括可靠性数据缺乏、产品个体之间差异明显、应力环境复杂、失效模式及功能状态多样、系统失效与零件失效之间的关系复杂（非独立）、失效影响因素众多和机械产品可靠性试验成本高等。因此，对于机械产品而言，基于退化模型的可靠性评估理论、方法还不成熟和有效。如果在可靠性评估中，做出不合理的假设，错误的套用固定的方法和模型，则可能导致可靠性评估失去应用价值，甚至得到错误的结论^[8]。因此，从提高机械产品可靠性评估水平的角度，有必要改进现有的或者探索新的可靠性评估理论、方法，以满足机械产品可靠性评估的工程应用需要。

本论文就在这样的政策背景、工程需求下，依托电子科技大学可靠性工程研究所承担的“高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项子课题“重型数控机床可靠性评价共性技术研究与应用”、总装备部预研项目“某型发射装置使用寿命验证技术研究”等相关科研项目，根据机械产品以退化型失效为主的特点，针对寿命数据难以获取、小样本、不确定性和个体差异广泛存在、可靠性试验开展困难等，尝试有效的开展机械产品可靠性评估工作。本论文提出和完善的相关方法和模型可以应用到其他机械产品的可靠性评估，为其他机械产品可靠性评估工作提供技术基础和应用示例。

1.2 研究现状及发展趋势

1.2.1 可靠性评估

可靠性工程起源于 20 世纪 50 年代初美国对电子设备的可靠性研究。1957 年，美国 AGREE（Advisory Group on Reliability of Electronic Equipment，电子设备可靠性咨询委员会）发表的题为“军用电子设备的可靠性”的著名报告是可靠性理论和方法的奠基性文件^[9, 10]。在过去 60 多年的时间里，可靠性工程已经发展成为一

个普通适用性的学科，在航空、航天、兵器工业和核工业中取得巨大发展的同时也广泛的应用到民用工业的各个领域。

可靠性评估作为可靠性工程的重要组成部分，是用于验证、评价产品可靠性，促进产品可靠性增长的理论与方法。可靠性评估通常是指根据产品的可靠性模型和可靠性数据，使用概率统计方法对产品的可靠性指标进行统计推断的过程^[11, 12]。可靠性评估的对象也随着可靠性工程的发展而不断扩大，由电子产品扩展到机械等非电子产品，从零部件级产品扩展到系统级产品，由单一失效模式的产品扩展到多种失效模式共存的产品。如表 1-1 所示，可靠性评估工作意义重大且贯穿产品的全寿命周期。

表 1-1 产品全寿命周期的可靠性评估

	评估对象	评估目的和意义
产品研发阶段	样品	判定产品是否符合设计要求 提出产品设计改进意见
产品生产阶段	抽样产品	检验产品质量是否符合要求 检验生产工艺是否稳定
产品贮存阶段	抽样产品	评估产品的贮存可靠性 提出设计改进或者贮存改善意见
产品使用阶段	使用中产品	实时评估产品可靠性 为使用决策、维修决策提供依据
产品维修阶段	维修后产品	评估维修效果 评估产品维修后的可靠性

如图 1-1 所示，可靠性评估的主要步骤包括：明确可靠性指标要求，确定故障模式，建立可靠性模型，收集可靠性信息及数据，选择适当的数据分析方法，得到可靠性评估结论。再根据可靠性评估结果，提出产品可靠性增长建议，为产品的设计和生产工艺改进，使用、贮存和维修策略的制定提供依据。

可靠性模型的选择和可靠性数据的收集是可靠性评估工作最重要的环节，两者相互影响和制约。可靠性模型决定需要收集的可靠性数据类型，可靠性数据的特性（数据类型、样本大小、获得数据的难易程度等）又制约着可靠性模型的选择。

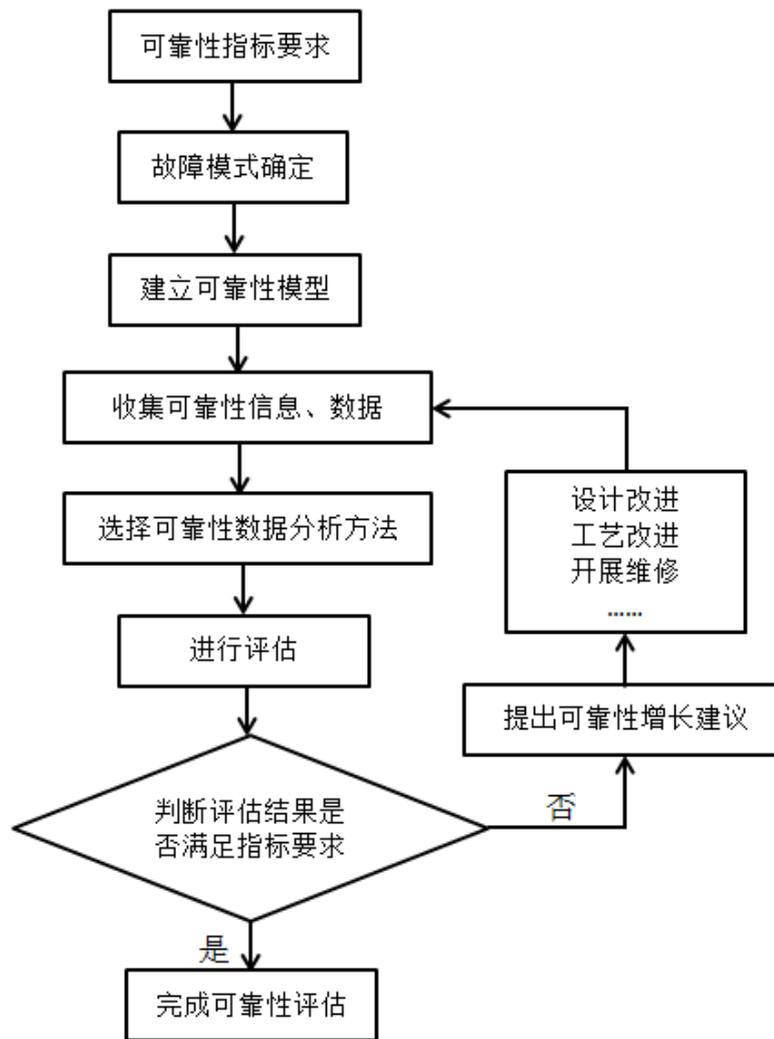


图 1-1 可靠性评估的一般流程

工程中常见的可靠性评估模型、理论通常是基于成败型和寿命型数据的。基于成败型的可靠性评估通常用于产品的批检、可靠性验证等，一般采用基于离散分布（包括二项分布、泊松分布、超几何分布等）的参数估计方法。基于寿命型数据的可靠性评估方法，通常是根据产品特性选取适当的寿命分布（包括指数分布、威布尔分布、对数正态分布等），再利用寿命数据确定寿命分布的相关参数从而实现可靠性评估。

寿命数据通常来源于以下三个方面：研究对象在使用工程中的实际寿命数据，模拟使用环境开展寿命试验得到的寿命数据，以及在保证失效机理一致性前提下开展的加速寿命试验得到的伪寿命数据。国内外有大量的相关研究，已经形成了相关的工程技术标准，如：美国的 MIL-HDBK-217F、MIL-HDBK-781A 等，我国的 GB2689、GJB889 等。近年来，随着大量高可靠、长寿命产品的研发和运用，

产品很难在可以接受的试验时间或者观测时间内发生失效，充足的寿命数据越来越难以获得，开展准确可靠性评估的难度增加^[13]。基于传统的可靠性评估方法理论，针对无法获取失效数据的工程实际，Martz 和 Waller^[14]、茆诗松等^[15, 16]、郭金龙^[17]、韩明等^[18-20]采用无失效可靠性抽样检验方法、最优置信限法、配分布曲线法、修正似然函数法、等效失效数法和参数综合估计法等开展了很多有益的探索，总结出很多有用的结论，但是这些方法仍然难以摆脱寿命数据导致的局限，在解决实际问题时还存在一些困难^[21]。在这样的情况下，充分关注产品使用过程中性能参数的退化过程，利用退化数据进行可靠性评估成为可靠性工程领域的一个热点问题。

1.2.2 机械产品的可靠性评估工作的特点

随着可靠性研究和实践工作逐渐从电子行业推广到包括机械在内的各工业部门，基于电子产品而发展起来的传统可靠性理论和方法也遇到一些挑战。美国罗马航空发展中心 (RADC, Rome Air Development Center, 现已并入美国空军研究实验室 Air Force Research Laboratory) 在调查非电子设备可靠性应用情况后，在其报告中明确指出：基于电子产品的相关可靠性理论方法不完全适用于以损耗为主要失效原因的非电子产品。

伴随着现代机械产品（机电一体化产品）的精密化、自动化发展趋势，产品结构日趋复杂，性能参数越来越高，产品的工作环境也更加严酷，对机械产品的可靠性要求也不断提高。贯穿全寿命周期的可靠性评估工作，对产品设计和生产工艺的改进、使用策略和维修方案的制定都具有重要意义。机械产品的可靠性评估较电子产品通常更为复杂，主要体现在以下几个方面：

(1) 退化型失效为主。在可靠性工程领域，通常将失效形式分为以下两类：突发型失效（硬失效）和退化型失效（软失效）。机械产品的失效主要由于损耗导致，如疲劳、老化、磨损、腐蚀和强度退化，因此以突变来描述机械产品从完全正常状态到完全失效状态的转变通常是不准确的，机械产品的失效以退化型失效为主。机械产品的退化失效过程是指其在工作或者贮存过程之中，性能随着服役时间而逐渐劣化达到失效阈值的过程。失效阈值也就是退化失效标准，一般是根据产品特性及使用环境而预先设定的作为判断标准的临界值。如阀门的密封失效，在使用过程中其内漏量随着阀芯和阀套的磨损逐渐增大，当内漏量达到最大允许内漏量，即判定该阀门失效。

(2) 难获取寿命数据。在现代航空、航天、军事装备等领域，大量高可靠长寿命机械产品被广泛使用，如电液伺服阀、陀螺仪、太阳翼展开机构、姿控飞轮

等。此类产品往往在系统中扮演着极为重要的角色，也是进行可靠性评估研究的重点对象。对于此类高可靠长寿命产品，在有限的研制时间里，很难通过寿命试验获得相关数据。同时，由于失效机理和应力环境较复杂，也很难选取合适的加速应力和准确的加速方程进行加速寿命试验。

(3) 小样本。机械产品可靠性评估受经济成本和时间成本的限制，通常会遇到小样本问题。一方面是由于机械产品可靠性评估关注往往是重要产品、核心部件，样本本身会比较昂贵，导致样本数量不可能太大；更重要的是由于试验平台的限制，因为机械产品的应力加载往往比电子产品更复杂，一套试验平台通常只能对一个样品进行试验，而电子产品通常可以实现一个试验平台同时对多个样本进行试验，展开大样本的可靠性试验则需要多套试验平台的支持或者花费较长试验时间。

(4) 不确定性、产品个体差异性显著存在。由于设计公差、材料强度、制造工艺水平、应力环境等原因，机械产品可靠性评估中需要处理的不确定性因素很多，同一型号的机械产品也存在较大的个体差异性。这些不确定性、个体差异性会影响可靠性评估的精度，增大可靠性评估的难度。

(5) 多元性能退化广泛存在。随着现代机械产品的结构日趋复杂，许多高可靠长寿命的机械产品在产品寿命周期中，往往存在多个性能指标同时出现退化的情况，即多元性能退化。而且，这些退化过程之间通常不是独立的。

(6) 通用可靠性信息缺乏。可靠性评估工作关注的机械产品或部件，往往是特定用途设计、小批量生产的产品，通用性不强。而电子产品有很多通用元器件，容易积累通用可靠性信息，简化可靠性评估工作。

1.2.3 基于退化数据的可靠性模型

产品的失效类型通常可以分为突发失效和退化失效。

突发失效，又称硬失效。是指产品在服役期其特定功能在某一时刻突然丧失，比如电路短路、材料断裂等。如图 1-2 所示，某项功能的可靠性状态一直是正常状态（记作：1），突然在 T 时刻出现失效，进入失效状态（记作：0）。我们就认为该产品的失效时间是 T ，也即是该产品的寿命。

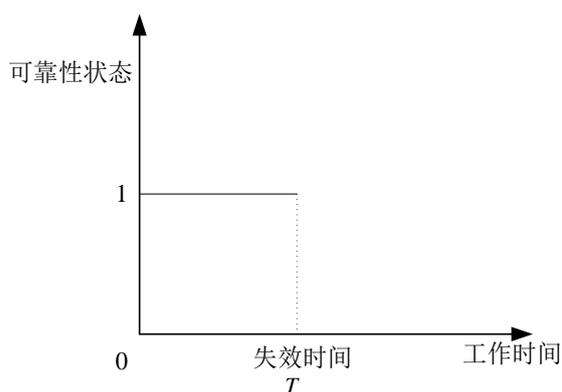


图 1-2 突发失效

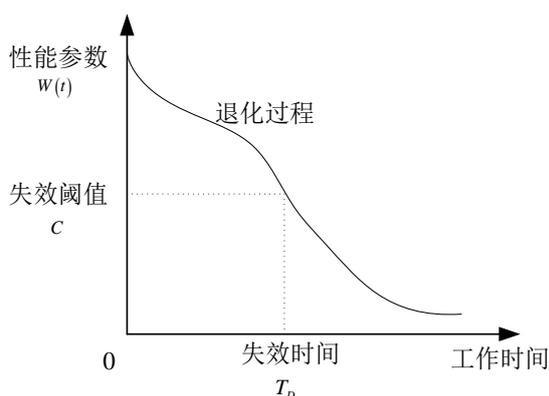


图 1-3 退化失效

退化失效，又称软失效。退化是指产品的性能参数随着时间（可以是工作时间，也可以是贮存时间）出现下降的过程，如电子产品性能衰退、机械产品的磨损等。对这个性能参数进行监测得到的数据，称为退化数据。如图 1-3 所示，产品的某项性能参数 $w(t)$ 随着工作时间逐渐下降，在 T_D 时刻，达到退化阈值 c ，产品无法正常完成规定的功能，产品进入失效状态，我们则认为该产品的失效时间是 T_D ，也即该产品的寿命。

在传统基于寿命数据的可靠性评估中，无论是对突发失效的产品还是退化失效的产品，我们都只关注产品从正常状态转变为失效状态的那个时间点，即失效时间。根据失效数据组成的寿命数据集，结合合适的寿命分布模型即可完成可靠性评估工作，这样的方法对于突发失效是合适的。对于退化型失效的产品，如果能获取足够多的寿命数据，工程中也可以忽略产品退化的过程，在大样本条件下利用寿命数据开展可靠性评估工作。

随着制造业水平的发展，大量高可靠、长寿命产品被广泛使用，很难在可以接受的试验时间和允许的经济成本内通过寿命试验获取足够的寿命数据用以进行可靠性评估。为了能获取高可靠产品的寿命数据，基于加速寿命试验的可靠性评估方法得到了发展^[22-25]。加速寿命试验是一种在合理工程假设的基础上，利用相关统计模型，对在加速应力环境下获得的寿命信息进行转换，进而确定试验对象在正常应力环境下的寿命特征的试验方法。开展加速寿命试验的基本前提是产品在高应力条件下失效机理与在正常应力条件下的失效机理相同。然而在工程实际中，高应力可能会引入正常使用条件下不会发生的新的失效模式，即失效机理不变的前提条件很难满足。蒋仁言曾在 2012 年全国机械行业可靠性技术学术交流会暨第四届可靠性工程分会中撰文专题讨论了这个问题^[26]。同时，加速寿命试验与传统的寿命试验一样，不对退化过程进行信息的挖掘，仅是用高应力条件下获得

的伪寿命数据代替普通的寿命数据，一个样本依然对应一个寿命数据，对样本数量的需求依然巨大。黄洪钟对常规可靠性理论的基本假设进行了剖析，指出在大样本条件下的概率重复性假设在实际工程问题中所存在的不合理性^[27]。因此，加速寿命试验并不能完全解决高可靠、长寿命产品的可靠性评估难题。

通常认为前苏联学者 Gertsbakh 和 Kordonskiy 在上世纪 60 年代后期首次在可靠性工程领域使用了基于退化数据的可靠性模型，他们利用了一种简单的具有随机性截距和斜率的线性退化轨迹模型进行产品的寿命预测^[28-30]。之后，学术界和工业界开展了大量基于退化模型的可靠性评估理论研究和工程应用工作，常见的退化可靠性模型有：基于退化轨迹的可靠性模型、基于退化量分布的可靠性模型、基于随机过程的可靠性模型等。

退化轨迹模型是最早建立的退化可靠性模型。建立退化轨迹一般可采用两种方式，一是依据产品的失效机理，根据产品发生的导致产品失效的物理反应过程和化学反应过程得到退化轨迹模型。Lu 和 Meeker^[4]使用经典的疲劳失效模型 Pairs 模型建立退化轨迹模型，并以此预测产品寿命；Meeker 和 Luvalle^[31]基于物理化学反应规律建立了某印制电路板绝缘材料尖效的退化轨迹函数；Place^[32]等也利用该疲劳模型对直升机传动系统进行了可靠性评估。更多退化轨迹模型的相关研究是基于经验回归的，通过对退化数据进行统计分析，采用回归曲线拟合生成产品的退化轨迹。Cui 等^[33]基于退化数据对金属氧化物半导体场效应晶体管开展了可靠性评估研究；Crk^[34]在总结前人研究的基础上，使用多元、多重回归分析方法处理退化轨迹模型中的参数，并给出了通用性较强的分析、计算步骤；Chiao 和 Hamada^[35]利用非线性随机系数模型对 LED 的性能退化进行了回归分析；Yuan 和 Pandey^[36]提出了一种非线性的混合效应模型对核能管理系统开展了可靠性分析；Lu 和 Park 等^[37]通过研究 MOS 场效应晶体管在不同时刻跨导百分比退化数据预测其寿命分布；庄东辰和茆诗松^[38, 39]在加速应力条件下和变动失效阈值情况下，研究了基于回归模型的退化数据分析方法。

早期的退化可靠性研究主要是基于退化轨迹模型展开，但是随着研究的深入，基于退化轨迹的可靠性模型在描述和解决退化数据的随机性方面表现出不足。Ye 和 Xie^[40]指出产品性能退化数据的随机性通常由三部分组成。第一部分是由每个样本自身固有的随机性导致，如材料的晶粒、制造工艺的不确定性；第二部分是由退化数据的测量误差导致，这部分随着测量设备精度的提高可以减少，但有的情况测量误差依然不能被忽略，如在使用声发射技术进行结构检测时的测量误差；第三部分是由产品使用环境的随机性导致，如振动、温度、湿度、变幅载荷等。退化轨迹模型在处理这些随机性问题的时候，可能会存在过于简化的问题^[40]。在

这样的情况下，通过研究退化量和退化增量的随机分布特性，就分别出现了基于退化量分布和随机过程的可靠性模型。

不同样本在同一时刻的退化量服从一定的概率分布，是基于退化量分布模型。Yang 和 Xue^[41]用正态分布来描述退化量的分布特征，然后运用最小二乘法进行了参数估计；Huang 和 Dietrich^[42]、Zuo 和 Jiang 等^[43]都采用威布尔分布模型来描述退化量的分布规律，但是采用了不同的方法实现参数估计；Sun^[44]等在研究金属膜脉冲电容器的退化失效时，提出一种高斯-泊松联合分布描述电容器退化量的分布特征，并通过对比研究表明其与威布尔分布相比具有更高的评估精度；Jayaram 等^[45]基于指数分布建立了一般性的基于退化量分布的可靠性模型；Jiang 和 Jardine^[46]研究了退化量在不同退化阶段服从不同概率分布情况下的退化失效，采用逆威布尔分布描述产品初期的退化量分布特征，用威布尔分布描述产品后期的退化量分布特征，并通过极大似然法进行模型参数估计。王立和李晓阳^[47]等从退化量分布角度出发，提出样本均值和样本方差时序的非平稳时序分析方法。

在可靠性工程领域，Wiener 过程和 Gamma 过程是最常见的用于描述产品退化过程的随机过程模型，逆高斯过程则是近年来才被引入可靠性工程进行退化可靠性建模的随机过程模型。通过研究退化量增量的概率分布特征，利用随机过程描述产品的退化过程，建立基于随机过程的可靠性模型。一般认为，Doksum 和 Hoyland^[48]较早将 Wiener 过程用于描述产品退化过程，之后，Wiener 过程被广泛的用于可靠性工程领域，相关研究在国内外广泛展开，其中比较有代表性的研究包括：Whitmore^[49]研究了考虑退化数据测量误差时的基于 Wiener 过程的可靠性建模；Park 和 Padgett 等^[50, 51]在加速条件下用 Wiener 过程进行了退化可靠性建模；Peng 和 Tseng^[52]首次将个体间的差异视为随机影响引入到基于 Wiener 过程的退化可靠性模型中，他们认为不同个体拥有相同的波动参数，但是每个产品对应的漂移参数各不相同并服从正态分布，以此表示产品间的个体差异性，并将模型运用到 Meeker 和 Escobar^[53]关于 GaAs 激光装置的研究数据里，Si 等^[54, 55]和 Wang 等^[56]运用这个模型开展了陀螺仪的剩余寿命预测、2017-T4 铝合金的疲劳裂纹扩展等可靠性相关研究，Bian 和 Gebraeel^[57, 58]，Liao 和 Tian^[59]将贝叶斯方法引入这个模型进行了拓展性研究。李晓阳和姜同敏^[60]基于 Wiener 过程研究了卫星组件的可靠性评估问题；王小林和郭波等^[61]基于 Wiener 过程研究了融合多源信息的产品可靠性评估问题；刘震宇和赵宇^[62]等利用带有非线性漂移项的 Wiener 过程开展了贮存可靠性评估研究；潘正强和周经伦等^[63]、孙权和冯静等^[64]研究了基于 Wiener 过程的退化试验的方案优化设计研究，赵建印^[21]运用 Wiener 过程模型开展了金属化膜脉冲电容器的寿命预测研究；彭宝华^[65]基于 Wiener 过程模型研究退化型失效和突

发型失效的竞争失效问题。

Wiener 过程的增量服从正态分布, 可能为负值。对于机械产品而言, 其退化原因可能是由于磨损、疲劳等, 此时的退化量具有明显的单调性。因此 Wiener 过程不适合用于对这类失效模式进行退化过程的描述和建模。而 Gamma 过程和逆高斯过程 (Inverse Gaussian Process) 增量分别服从 Gamma 分布和逆高斯分布, 具有非负性。

通常认为 Abdel-Hameed 和 Mohamed^[66]首次将 Gamma 过程引入到可靠性工程领域。比较有代表性的研究包括: Lawless 和 Crowder^[67]利用带协变量和随机影响的 Gamma 过程进行退化可靠性建模; Park 和 Padgett^[50]进行加速条件下用 Gamma 过程进行可靠性建模; Tseng 和 Tsai 等^[68, 69]研究了基于 Gamma 过程的退化试验方案的优化问题; Van Noortwijk^[70]对 2009 年以前的基于 Gamma 过程的可靠性研究进行了很好的总结; 潘正强和 Balakrishnan^[71]提出了基于 Gamma 过程的二元退化模型, 利用二维 BS 分布及其边际分布建立产品的可靠性模型; 李常有和张义民等^[72]针对强度退化和承载动态载荷的机械零部件提出了动态与渐变耦合可靠性分析方法; 赵志草和宋保维等^[73]研究了单元服从 Gamma 退化过程的共载表决系统可靠性问题; 管强和汤银才等^[74]研究了基于 Gamma 过程的恒定应力加速退化试验的优化设计问题。

2010 年, Wang 和 Xu^[75]首次将逆高斯过程运用在可靠性工程领域, 用以描述产品的退化过程, 丰富了基于退化数据的可靠性模型。近年来, 逆高斯过程在可靠性工程领域的相关研究逐渐展开, Zhang 等^[76]利用逆高斯过程描述和预测能源管道的腐蚀过程, 用于进行管道的可靠性评估工作; Ye 和 Chen^[77]将随机影响引入到基于逆高斯过程的退化可靠性模型; Peng 等^[78]利用贝叶斯方法对逆高斯过程模型进行参数估计和分析。逆高斯过程和 Gamma 过程类型, 也具备非负的退化增量, 适合用于描述具有单调性的机械产品的退化过程。相较于 Wiener 过程和 Gamma 过程在可靠性工程领域的应用, 基于逆高斯过程的可靠性模型的相关研究还很少。

除以上介绍的模型外, 在相关研究和应用中还有一些其他的退化可靠性模型: 基于连续时间马尔科夫的退化可靠性模型^[79-81]、基于泊松冲击的退化可靠性模型等^[82-84]。由于本文未采用这些可靠性模型, 因此就不再对这些退化可靠性模型展开叙述。

1.2.4 贝叶斯统计理论在可靠性评估中的应用

贝叶斯统计理论是由英国数学家 Thomas Bayes 于 18 世纪提出并逐步完善的统计学理论。贝叶斯统计理论和经典统计理论（频率学派）是统计学中最主要的两个学派。基于总体信息和样本信息的统计推断被称为经典统计学，经典统计理论是工程中应用最多也最为成熟的统计推断方法，在样本量充足时经典统计学简单实用。贝叶斯统计学在经典统计学的基础上加入了先验信息来进行统计推断，基于总体信息、样本信息和先验信息的统计推断被称为贝叶斯统计方法。

传统的可靠性评估方法通常是建立在大样本的基础上，因为只有在在大样本的情况下，“失效频率”才能准确的代替“失效概率”。然而，大样本这个前提条件，在可靠性评估的工程实际中经常过于苛刻。当样本量非常大时，贝叶斯方法几乎永远与经典大样本方法等价；而对于中等特别是小样本量，贝叶斯方法显得更加合理。贝叶斯方法可以通过先验信息考虑样本信息以外的专家信息、相似产品信息、物理化学原理、现场数据等多源可靠性信息^[85, 86]。通过贝叶斯理论，可以将这些多源可靠性信息有效的融入可靠性评估工作，提高评估精度和效率。

Martz 和 Waller^[87]较早的从贝叶斯理论的角度系统的讨论可靠性工程的相关问题，近年来随着 MCMC(马尔科夫链蒙特卡洛方法)的提出和运用^[88, 89]，以及 WinBUGS、OpenBUGS、R 和 YADAS 等软件的开发和应用，贝叶斯统计理论在可靠性工程的各领域得到了广泛的运用。下面简单介绍一下国内外的代表性研究。

Hamada 和 Graves 等^[90-93]运用贝叶斯方法对多源、多层次的可靠性信息进行融合、开展可靠性评估工作；Pan^[94]运用贝叶斯方法融合了加速寿命试验数据和现场失效数据进行产品的可靠性评估；Anderson-Cook^[95]等运用贝叶斯方法构建融合可靠性试验数据与产品保修数据的可靠性评估模型，解决产品可靠性试验数据不足的问题。Jackson 和 Mosleh^[96]提出了多源层次信息集中存在信息相互覆盖情形时的可靠性建模与评估方法；Guo 和 Wilson^[97]等进一步将多源信息融合的方法拓展到多种信息来源、多种数据类型共存条件下的可靠性评估工作中；Pan 和 Balakrishnan^[71]利用贝叶斯方法融合多元退化信息进行可靠性评估；Zhang 和 Meeker^[98]、Tseng^[68]等利用贝叶斯方法解决可靠性评估试验方案设计中的模型参数不确定问题。

国内的可靠性工程学者也依托相关科研项目开展了大量基于贝叶斯统计理论的可靠性评估研究。西北工业大学的宋保维和毛绍勇等^[99-102]利用多源可靠性信息针对鱼雷的可靠性评估开展了大量工作；北京航空航天大学的王立志等^[103, 104]开展了融合加速试验及外场使用信息的寿命评估方法的研究；电子科技大学的黄洪钟等^[105]利用贝叶斯方法分析了模糊寿命数据；国防科技大学的冯静^[106]、张士

峰^[107]、张湘平^[108]、刘琦^[109]等运用贝叶斯方法通过融合多源可靠性信息开展了武器系统可靠性评估研究。

1.2.5 问题提出

我国机械产品的可靠性与国际先进水平还有一定的差距，可靠性问题已经成为制约我国从“制造大国”走向“制造强国”的瓶颈之一^[3]。《中国制造 2025》中明确要求：“加强可靠性设计、试验与验证技术开发应用”。可靠性评估贯穿产品的全寿命周期，能为产品的设计和生产工艺改进，使用、贮存和维修策略的制定提供依据。发展和改进针对机械产品的可靠性评估方法，从而更好的开展机械产品可靠性评估工作具有重要的理论和现实意义。

传统的基于大样本寿命数据的可靠性评估方法不能完全适用于机械产品。目前在可靠性评估领域出现了一些新理论探索和应用尝试，充分发掘产品在失效之前的退化阶段蕴藏的有效信息，利用退化模型开展可靠性分析和评估工作已经成为研究热点^[6, 40, 110-114]，贝叶斯统计理论在可靠性评估中的应用日益广泛。但一些可靠性评估的新理论、新方法对于机械产品而言，还不十分成熟、有效，例如基于逆高斯过程模型是近年才出现的新可靠性评估模型，其针对机械产品的个体差异性明显、多失效模式等特点的相关研究并未完全展开。

基于机械产品在可靠性评估体现出的退化型失效为主、寿命数据难获取、通用可靠性数据缺乏、样本数量少、不确定性和个体差异性显著、多种性能退化、多种失效模式、可靠性试验开展困难等特点，结合可靠性评估理论、方法的发展趋势，提出以下几个问题：

(1) 对于长寿命、高可靠的现代机械产品，小样本问题突出、通用可靠性数据缺乏，在可以接受的时间内不发生失效，导致收集寿命数据困难。单纯的利用退化数据产品可靠性评估，可能会由于样本数量小、退化量检测频率不够高等因素导致参数估计的误差较大，进而影响可靠性评估精度。针对机械产品，如何使用基于退化轨迹模型，合理的利用退化数据、寿命数据和专家信息等多源可靠性信息开展可靠性评估？

(2) 在机械产品的性能退化过程中，不同的样本或者个体之间都存在着异质性。同型号同批次的产品虽然在结构和功能方面具有共同的特点，但是由于材料、生产工艺和应力环境的不确定性，产品实际表现出来的性能退化特性往往存在一定的个体差异性，表现为退化特性、轨迹不完全相同。如何在随机过程模型中描述这些个体差异性？如何对考虑了个体差异性的随机过程模型进行参数估计？

(3) 机械产品在可靠性评估中存在大量的不确定性问题，疲劳可靠性评估尤

为显著，疲劳损伤累积的随机性主要是由以下两方面因素造成的：一是材料疲劳强度的物理不确定性；二是结构所承受载荷的随机性。如何在疲劳可靠性评估模型中量化这些不确定性？如何利用基于退化量分布的可靠性模型对疲劳可靠性进行概率建模？如何简单有效的从疲劳寿命数据中得出疲劳可靠性模型中的相关参数？

(4) 机械产品的多元性能退化现象广泛存在，且多个退化过程之间存在相关性。其相关性一方面体现为退化数据的统计相关性；另一方面体现为不同退化过程之间的关系，现有的多元性能退化研究主要基于竞争关系展开，而机械产品的多个性能退化过程之间不是竞争而是“合作”的情况。如何更好的描述机械产品的多元性能退化过程？

(5) 退化试验是获取退化数据的重要手段。受成本、试验平台的限制，机械产品的退化试验开展较为困难。退化试验的方案设计也比寿命试验更为复杂。在样本数量、试验预算的限制下，如何确定最优的试验方案？最优试验方案的标准是什么？如何建立试验方案设计的优化模型？

1.3 论文的研究内容和结构

1.3.1 论文的研究内容

如上节所述，机械产品可靠性评估领域中存在诸多问题与挑战。本文拟依托“高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项子课题“重型数控机床可靠性评价共性技术研究与应用”、总装备部预研项目“某型发射装置使用寿命验证技术研究”等相关科研项目，充分利用机械产品以退化失效为主的特点，以退化可靠性模型为基础，充分利用贝叶斯统计理论在信息融合上的优势，在机械产品可靠性评估领域开展如下研究：

(1) 融合寿命数据和退化数据的可靠性评估研究。在分析说明机械产品评估中较难通过失效机理确定退化量与时间的函数关系的基础上，介绍采用基于曲线拟合的退化轨迹模型进行可靠性评估的流程。分析多源可靠性信息在可靠性评估工作中的作用，提出基于贝叶斯理论融合寿命数据、退化数据和其他可靠性信息的可靠性评估框架。对加工中心的功能铣头开展可靠性评估，同时说明模型方法的可行性。

(2) 考虑产品个体差异性的可靠性评估研究。在介绍 Wiener 过程模型、Gamma 过程模型和逆高斯过程模型的基础上，分析这三类随机过程模型对机械产品的适用性。建立考虑个体差异性的 Gamma 过程模型和逆高斯过程模型，提出基于贝叶斯理论参数估计方法。利用考虑个体差异性的随机过程模型，开展滑阀密封可

可靠性的评估，并结合其他算例说明模型和方法的有效性。

(3) 基于退化量分布的疲劳可靠性评估。在疲劳累积损伤分析的基础上，通过引入基于退化量分布的可靠性模型，结合非线性疲劳累积损伤准则和概率密度函数转换技术，建立疲劳累积损伤概率模型，提出损伤累积概率建模方法和框架。利用累积损伤概率模型对 45 号钢和 LZ50 材料进行疲劳可靠性评估。

(4) 基于多元性能退化的机械产品可靠性评估。在介绍多元性能退化的一般模型之后，针对机械产品的特点，将逆高斯过程引入多元性能退化模型，并用 Copula 函数描述退化过程之间的统计相关性。提出一种基于非竞争关系的多元性能退化的可靠性模型，并对这些模型和方法进行示例验证。

(5) 退化试验优化设计方法研究。以可靠性评估精度作为优化目标，以样本数量、试验成本为约束条件，建立退化试验方案的优化设计模型，利用基于贝叶斯的试验方案优化设计方法对试验方案进行优化设计。以某型砷化镓激光器的退化试验设计为例，证明试验方案优化设计方法的有效性。

1.3.2 论文的主要结构

本论文共分为七章，围绕如何更好的利用退化可靠性模型对机械产品进行可靠性评估这个核心问题展开研究，本论文的总体框架如图 1-4 所示。

各章的具体内容概述如下：

第一章为绪论，主要介绍研究的背景、意义和现状，并概要描述论文的研究内容和基本结构。

第二章针对退化量分布模型展开，研究融合寿命数据和退化数据的可靠性评估方法，解决机械产品可靠性评估中的小样本问题。

第三章针对随机过程模型展开，运用考虑产品个体差异性的随机过程模型来提高机械产品可靠性评估的精度。

第四章针对退化量分布模型展开，提出疲劳损伤累积概率建模方法，实现对机械产品的疲劳可靠性评估。

第五章针对基于机械产品的多元性能退化展开，建立一种新的基于非竞争关系多元性能退化模型；在用逆高斯过程描述性能退化过程的基础上，用 Copula 函数刻画退化过程之间的统计相关性。

第六章针对退化试验设计展开，针对方案中模型参数不确定问题，提出基于贝叶斯理论的试验方案优化设计方法。

第七章总结全文，并概要展望以后的研究工作。

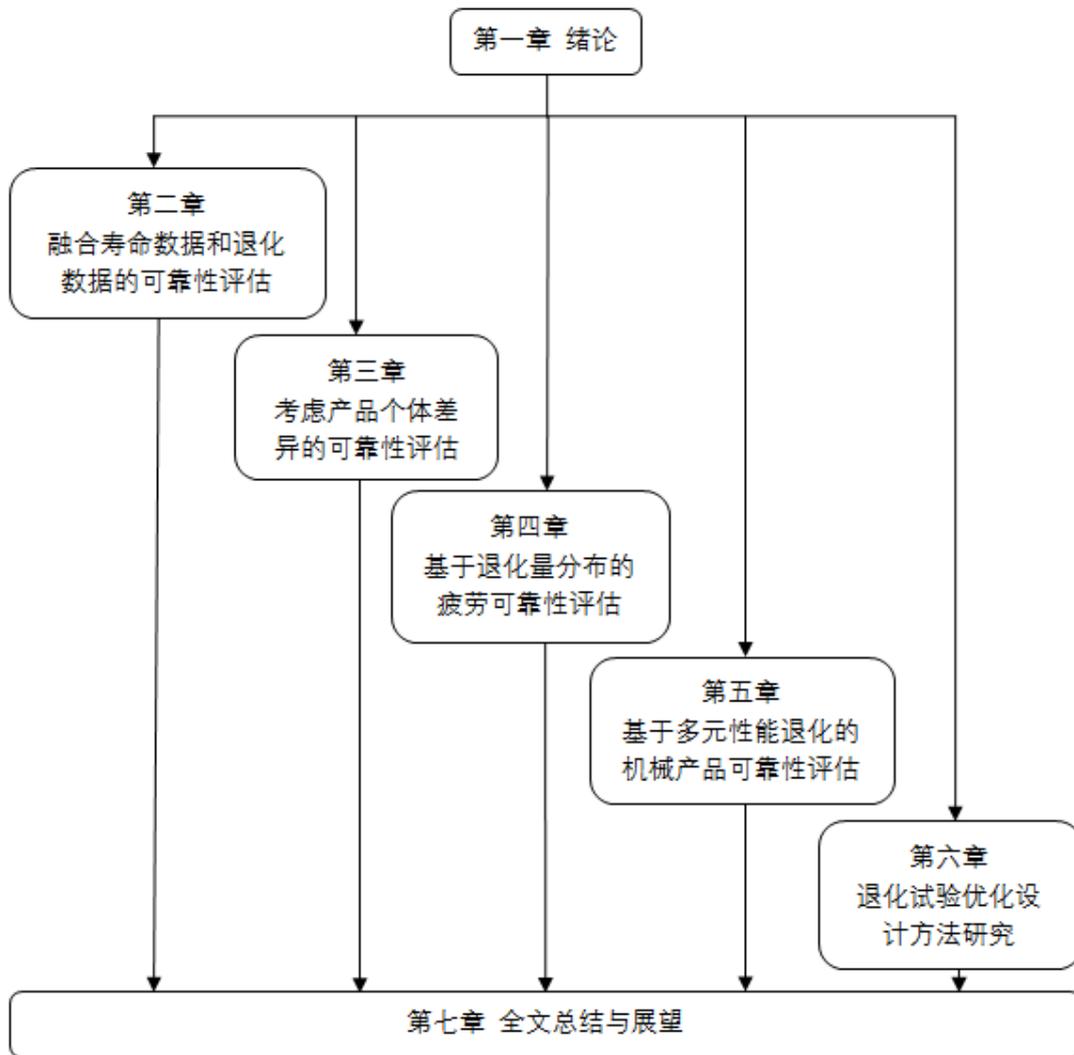


图 1-4 全文框架

第二章 融合寿命数据与退化数据的可靠性评估

2.1 引言

《中国制造 2025》中明确要求：“加强可靠性设计、试验与验证技术开发应用”。可靠性评估是贯穿产品全寿命周期的开展可靠性验证的重要手段。在长寿命、高可靠产品大量应用的今天，基于寿命数据的传统可靠性评估方法遭遇了严重的挑战。基于退化数据的可靠性评估被认为是解决长寿命、高可靠产品可靠性评估难题的重要方法之一。

退化轨迹模型是最先被提出的退化可靠性模型，能够解决寿命数据的有无问题，但是不能解决样本数量的多少问题。受试验成本、试验周期的限制，可靠性评估工作经常遇到小样本的问题。尤其是对于一些小批量生产的长寿命、高可靠机械产品，受样本量和试验平台的限制，可靠性试验数据缺乏。如何在小样本条件下实现较高精度的可靠性评估，一种重要的思路就是以已有的小样本试验数据为基础，融合其他可靠性信息，即充分利用和产品相关的多源可靠性信息。在这样的背景下，融合多源可靠性信息的可靠性评估方法研究，已成为可靠性工程领域的一个热点问题。除专家基于工程经验给出的主观信息以外，最常见的可靠性信息也是最有价值的信息是产品、相似产品以及历史型号产品在使用过程中留下的现场数据，这类数据通常是以寿命数据的形式存在的。本章在介绍如何利用退化轨迹获取伪寿命数据后，提出基于贝叶斯方法的寿命数据和其他一些可靠性信息，以解决机械产品可靠性评估中的小样本问题。

2.2 退化轨迹模型

退化轨迹模型是提出最早、应用最广泛的退化可靠性模型。如图 2-1 所示，与产品性能相关的某个特征量随着产品服役时间而逐渐增加，这个特征量就被称为退化量。当退化量达到失效阈值时，就认为产品发生了软失效，这个失效阈值通常由实际工况或者相关标准决定。对退化量进行测定，就可以得到退化数据，对同一个样本的退化数据可以用以时间为自变量的某种曲线进行拟合，从而得到如图 2-1 中所示的退化轨迹。根据退化量随时间增大的速度，可以分为线性退化轨迹（轨迹 1）、凹形退化轨迹（轨迹 2）和凸形退化轨迹（轨迹 3）。线性退化轨迹对应的曲线函数是线性函数，二阶导数为零，表明其退化速度恒定；凹形退化轨迹对应的曲线函数的二阶导数为正数，表明其退化率随着时间增加而增大；凸形退化轨迹对应的曲线函数的二阶导数为负数，表明其退化率随着时间增加而变小。

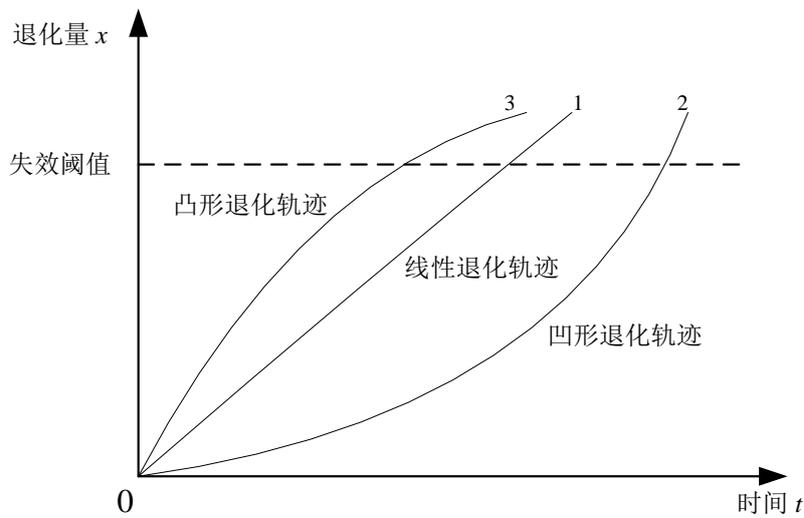


图 2-1 产品退化轨迹类型

通常认为同一总体内不同样本的退化轨迹，可以用同一类曲线来拟合，该类曲线对应的曲线方程记为：

$$x_i = f(t, \beta_i) \quad (2-1)$$

式中， x_i 表示第 i 个样本的退化量， β_i 为第 i 个样本对应的退化轨迹方程的参数向量。

退化轨迹方程可以来源于物理失效机理，也可以使用经验回归曲线。常见的退化轨迹模型有：

线性模型：

$$x = \omega t + \lambda \quad (2-2)$$

指数模型：

$$x = \lambda e^{\omega t} \quad (2-3)$$

幂模型：

$$x = \lambda e^{\omega t} \quad (2-4)$$

自然对数模型：

$$x = \omega \ln(t) + \lambda \quad (2-5)$$

Lloyd-Lipow 模型：

$$x = \lambda - \frac{\omega}{t} \quad (2-6)$$

2.3 基于退化轨迹模型的可靠性评估

基于退化轨迹模型的可靠性评估方法是最先被提出且被实践证明的有效方法。如绪论中介绍，基于退化轨迹的可靠性评估方法一般可以分为两类，一类是基于对失效机理的探究，根据物理或者化学反应方程来确定退化轨迹；另一类则是基于回归模型的，利用拟合回归曲线的方法确定退化轨迹。两种方法都是首先确定每个样本的退化轨迹，再通过退化轨迹在时间轴上的外推，结合最大允许的退化量（失效阈值），从而判定该样本的失效时间，这个推定的失效时间就是伪寿命数据。

对于机械产品的退化过程，其退化失效原因虽然通常很明确，如磨损、腐蚀、疲劳等。但是，有时候却很难通过失效机理来确定退化轨迹模型，因为机械产品通常在复杂应力环境下工作，理论模型中的参数存在较大的不确定性。下面以磨损失效说明这个问题。磨损是导致机械产品失效的最常见原因之一，式(2-7)中所示的 Rhee 方程被用于描述滑动摩擦情况下的磨损情况，是工程中最常用的磨损方程之一。

$$\Delta W = KP^a V^b T^c \quad (2-7)$$

式(2-7)中， ΔW 表示磨损量， K 为摩擦因子， V 是滑动速度， T 是滑动时间， a ， b ， c 分别是 P ， V ， T 的参数。

Rhee 方程中的变量较多，且参数也是随着时间、温度等因素变化的，很难通过有限的退化数据进行确定。另外，产品在 t 时刻的可靠度 $R(t)$ 中的时间变量 t 和滑动时间 T 通常不是同一变量，因为产品的工作时间不能完全等同于摩擦时间。因此，直接通过失效机制建立退化量与时间的函数关系，从而确定退化轨迹，在进行机械产品可靠性评估时，不容易实现。

下面介绍机械产品可靠性评估中常用的，基于曲线拟合的退化轨迹模型方法。该方法是用拟合方法得到的回归曲线来直观描述产品的退化过程，这个曲线就是退化轨迹。

基于伪寿命的退化轨迹模型进行可靠性评估的一般流程如图 2-2 所示。下面结合流程图简要介绍该可靠性评估方法。

(1) 对产品开展故障模式影响及危害度分析 (FMECA)，确定故障模式，选定退化量、确定失效阈值。

退化量可以直接表征产品性能，反映产品完成规定功能能力的物理量，如电压、力矩、压力、泄漏量等，也可以是间接表征产品性能的物理量，如磨损量等。退化量必须可以直接或者间接作为判定产品是否是失效的标准，具备明确的物理

意义，能够进行测定。同时，根据有关标准或者工况要求，确定所选定退化量对应的失效阈值。

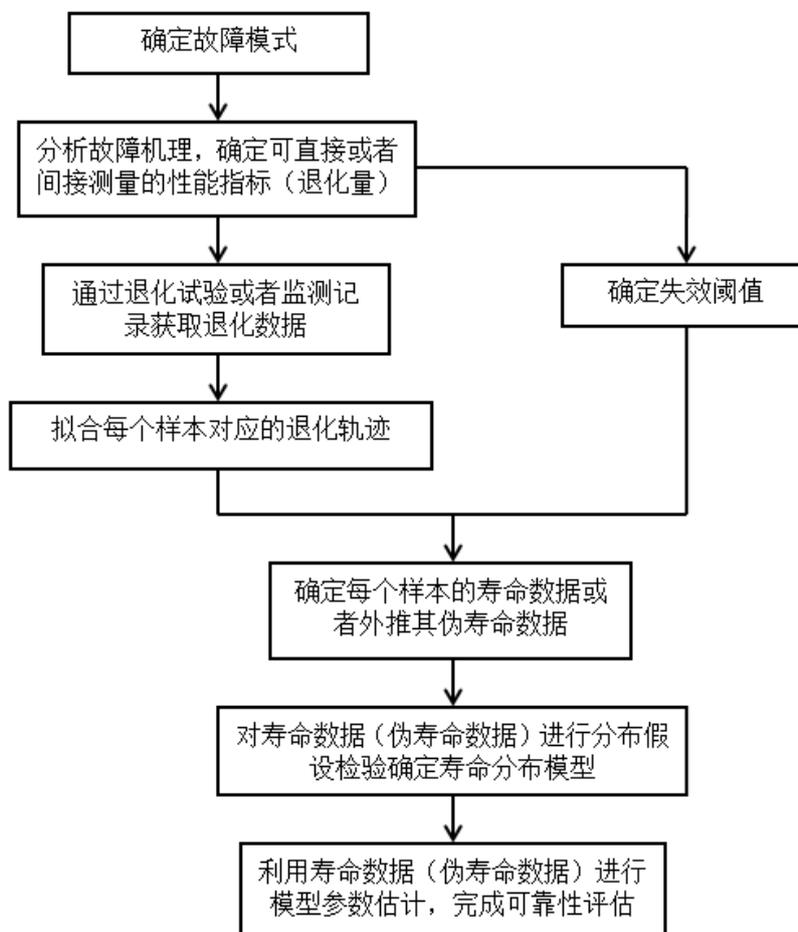


图 2-2 基于伪寿命的退化轨迹模型的可靠性评估流程

(2) 设计退化试验，获取退化数据。需要特别指出的是退化数据不仅可以通
过退化试验获得，也可以通过正常工作的产品进行监测获得。

假设共有 n 个受测样本，对第 i 个样本在 t_1, t_2, \dots, t_m 时刻进行 m 次退化量测定，
则可以得到 $m \times n$ 个如表 2-1 所示的退化量数据， $x_{i,j}$ 表示第 i 个样本在第 j 次测定
时的退化量 $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ 。

表 2-1 退化量数据形式

样本序号	测定时间与退化量			
	t_1	t_2	...	t_m
1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$...	$x_{1,m}$
2	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$...	$x_{2,m}$
...
n	$x_{n,1}$	$x_{n,2}$		$x_{n,m}$

(3) 确定每个样本的退化轨迹，一般认为同一型产品的不同个体可以使用相同形式的曲线方程来描述其退化轨迹，这个曲线方程就是退化轨迹模型，其可以是线性模型，或通过某种变化成为线性模型，也可以是非线性模型。对于第 i 个样本，其退化轨迹模型记为：

$$x_i = f(t, \boldsymbol{\beta}_i) \quad (2-8)$$

式中， $\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots, \beta_{ik})$ ，是第 i 个样本对应的参数向量， $i = 1, 2, \dots, n$ 。

根据退化数据和退化轨迹模型，利用最小二乘法、最大似然法、矩法、图形法等方法可以对 $\boldsymbol{\beta}_i$ 进行参数估计，得到每个样本对应的退化轨迹方程：

$$x_i \approx f(t, \hat{\boldsymbol{\beta}}_i) \quad (2-9)$$

式中， $\hat{\boldsymbol{\beta}}_i = (\hat{\beta}_{i1}, \hat{\beta}_{i2}, \dots, \hat{\beta}_{ik})$ ，是第 i 个样本对应的参数向量的估计值， $i = 1, 2, \dots, n$ 。

(4) 根据之前确定的退化阈值 C 和式 (2-9)，确定各样本的伪寿命 (T_1, T_2, \dots, T_n) 。

$$T_i = f^{-1}(C, \hat{\boldsymbol{\beta}}_i) \quad (2-10)$$

式中， f^{-1} 是 f 的反函数，如果 f^{-1} 无解析式，可以利用牛顿迭代法求得 T_i 。

(5) 回到常规的基于寿命数据的可靠性评估方法，选用适当的分布类型检验方法对伪寿命 (T_1, T_2, \dots, T_n) 进行分布假设检验，并确定合适的寿命分布模型，并对寿命分布模型进行参数估计。根据确定了参数的寿命模型，就可完成可靠性特征值的计算，完成可靠性评估工作。

通过确定样本的退化轨迹，再通过退化轨迹在时间轴上外推，可以推定样本的伪寿命数据，从而解决了高可靠、长寿命产品较难获取寿命数据的问题。基于伪寿命的可靠性评估的实质是在各个退化轨迹确定的基础上，通过失效阈值来确定产品的伪寿命，进而将退化数据转换为寿命数据进行可靠性评估。基于退化的核心是依据合理的物理模型或统计信息来确定退化轨迹函数。

退化轨迹、失效阈值、伪寿命、寿命分布等各要素的关系如图 2-3 所示。

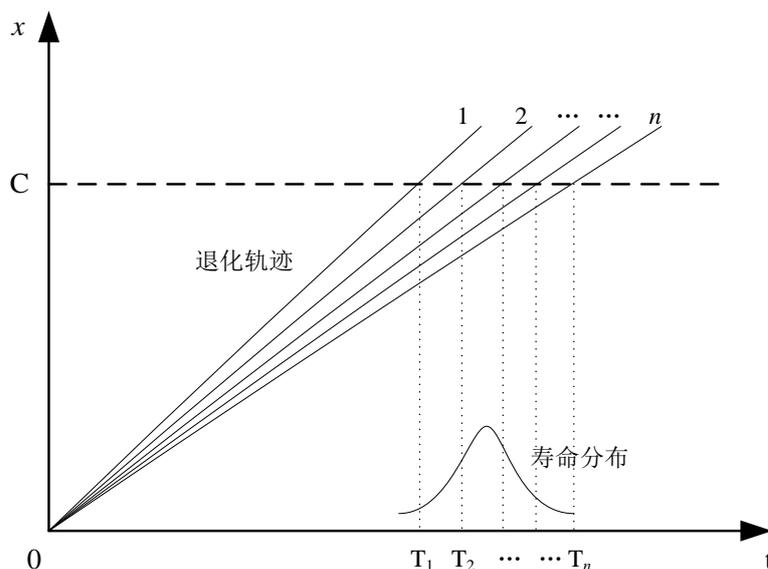


图 2-3 退化轨迹模型各要素之间的关系

但是，需要特别说明的是，如图 2-3 所示，每个样本的退化数据对应一条退化轨迹，也只能外推出一个伪寿命数据。基于退化轨迹模型可以解决寿命数据的有无问题，但是不能解决由于小样本带来的寿命数据少的问题，即对于实际的机械产品可靠性评估工作，通常很难得到足够多的伪寿命数据去高精度的拟合出一个合理的寿命分布。在这样的情况下，通过信息融合方法，有效融合除伪寿命数据以外其他的可靠性信息，从而提高可靠性评估精度是一个重要的思路，也是对基于退化轨迹模型的可靠性评估方法的重要补充。

2.4 基于贝叶斯方法的寿命数据与伪寿命数据的融合

狭义的可靠性信息是指在各项可靠性工作中所产生的有关产品可靠性水平及状况的各种相关信息，它们可以是数字、图表、符号或者文字等多种形式。广义的可靠性信息是指和可靠性、维修性、安全性、测试性以及保障性相关的一切产品信息，其反映产品或者系统在不同寿命阶段的可靠性状况和可靠性变化规律。可靠性信息是一切可靠性工作的基础，根据其来源至少可以分为：现场失效数据、专家经验数据、相似产品参考信息、维修数据和可靠性试验数据等^[115]，如图 2-4 所示。

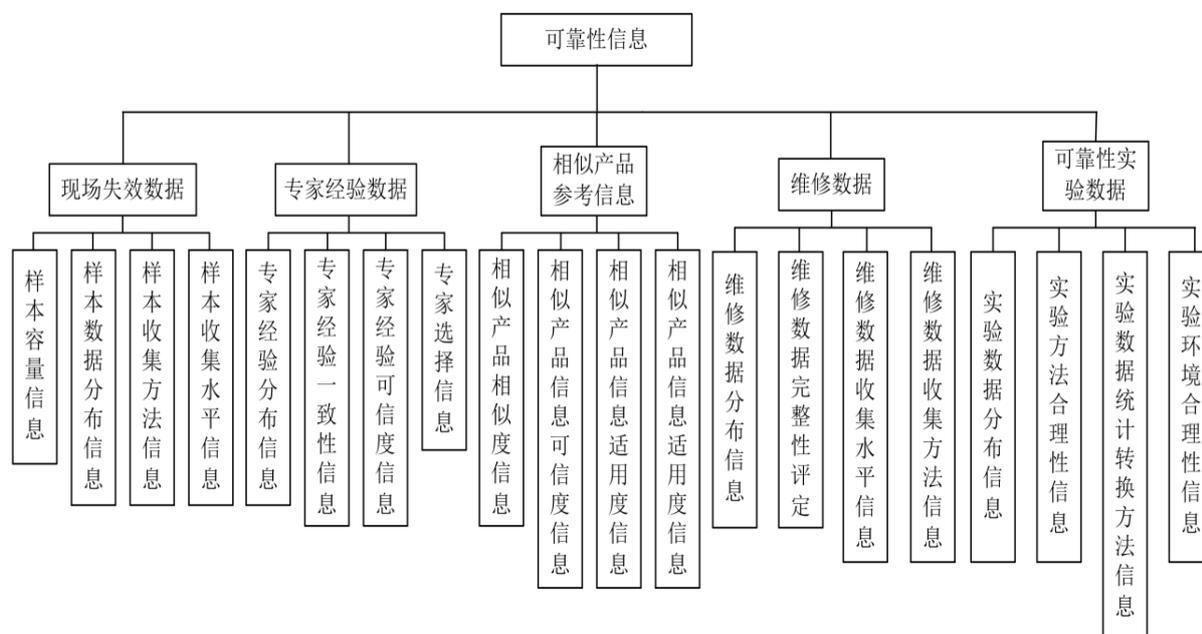


图 2-4 多源可靠性信息

可靠性评估工作中遇到的小样本问题在客观上要求可靠性评估工作中需要融合多源可靠性信息来解决高可靠、长寿命可靠性评估中遇到的样本量不足的瓶颈问题，并提高评估精度。可靠性工程领域的学者借鉴其他领域中应用的开展信息融合研究的思想和技术手段，运用了多种理论和方法开展了可靠性信息融合研究，包括：贝叶斯理论、模糊理论、证据理论和神经网络方法等。这些方法中，基于贝叶斯理论的多源可靠性信息融合方法是发展得最早、研究得最深入和广泛的方法。

贝叶斯方法的核心可概括为三项工作：先验分布的获取、后验分布的推导（贝叶斯公式）和对应损失函数下贝叶斯解的计算，据此可以对贝叶斯方法进行以下描述^[116]：

(1) 确定总体的概率密度函数 $f(x)$ ，提取总体概率密度函数中的未知参数，并获取可用样本数据 t_1, t_2, \dots, t_n ，记为 D 。

(2) 将未知参数看成随机变量，记为 θ ，其取值空间为参数空间，记为 Θ ，并设法获取先验分布 $\pi(\theta)$ 。先验分布的获取是决定贝叶斯方法应用成败的关键，较多文献^[116-120]对先验分布的获取方法进行了详细的说明和比较，常用的先验分布有贝叶斯假设（无信息先验）、一般先验和共轭先验。

(3) 样本 D 对 θ 的条件联合分布密度，记为 $l(D|\theta)$ ，利用先验分布和条件联合分布即可得出似然函数 $L(D|\theta)$ 和样本的边缘概率密度 $m(t)$ ：

$$L(\theta|D) = l(D|\theta)\pi(\theta) \quad (2-11)$$

$$m(t) = \int_{\Theta} l(D|\theta)\pi(\theta)d\theta \quad (2-12)$$

利用贝叶斯公式，求得参数后验分布 $p(\theta|D)$ ：

$$p(\theta|D) = \frac{L(\theta|D)}{m(t)} = \frac{l(D|\theta)\pi(\theta)}{\int_{\Theta} l(D|\theta)\pi(\theta)d\theta} \quad (2-13)$$

式中， θ 为待估计的模型参数， Θ 为 θ 的论域， D 为观测到的样本信息， $l(D|\theta)$ 为密度函数； $\pi(\theta)$ 为先验分布； $p(\theta|D)$ 为后验分布； $L(D|\theta)$ 为似然函数； $m(t)$ 是样本的边缘概率密度函数。

(4) 利用后验分布 $p(\theta|D)$ ，在相应的损失函数下即可对 θ 进行推断。不同的损失函数对应了不同的贝叶斯推断结果，损失函数的选取关系到贝叶斯统计结果的精确性和指向性，相关文献^[96, 116]对损失函数的选取进行了详细描述。工程中常用的损失函数为平方损失函数 $S(\theta, a)$ ：

$$S(\theta, a) = (\theta - a)^2 \quad (2-14)$$

式中： θ 为变量原始状态的真值； a 为 θ 的估计值；平方损失函数下的贝叶斯估计实际上是“最小二乘”意义下的贝叶斯估计。

在平方损失函数下，贝叶斯点估计 $\hat{\theta}$ 为 θ 对 t 的条件期望： $E\{p(\theta, a)\}$ 。

$$\theta_i = E\{p(\theta_i, a)\} = \frac{\int_{\Theta} \theta_i l(t|\theta)\pi(\theta)d\theta}{\int_{\Theta} l(t|\theta)\pi(\theta)d\theta}, i=1, 2, L, m \quad (2-15)$$

在机械产品可靠性评估中，由于退化模型的复杂性，后验分布一般比较复杂，要直接求出后验分布的均值或众数比较难。马氏链蒙特卡罗(MCMC)方法是非常有效获得后验样本的方法，又以基于 Gibbs 方法开发的计算软件较为成熟，如 WinBUGS、OpenBUGSG^[121-123]，本论文中涉及的贝叶斯统计分析均是在 OpenBUGS 软件中完成的。

如上节所述，利用退化轨迹模型求得样本伪寿命数据能解决高可靠、长寿命机械产品很难获得寿命数据的困难，但是由于样本和伪寿命数据之间一一对应的关系，基于退化轨迹模型的方法并不能解决机械产品可靠性评估中遇到的样本数少的问题。合理利用其他可靠性信息是解决小样本可靠性评估的重要手段。在基于退化数据的机械产品可靠性评估中，最容易被有效利用的其他可靠性信息是专家信息和以寿命数据形式存在产品、相似产品以及历史型号产品在使用过程中留

下的寿命数据。

下面提出一种基于贝叶斯方法的融合多源可靠性信息的可靠性评估方法，其流程图如图 2-5 所示。

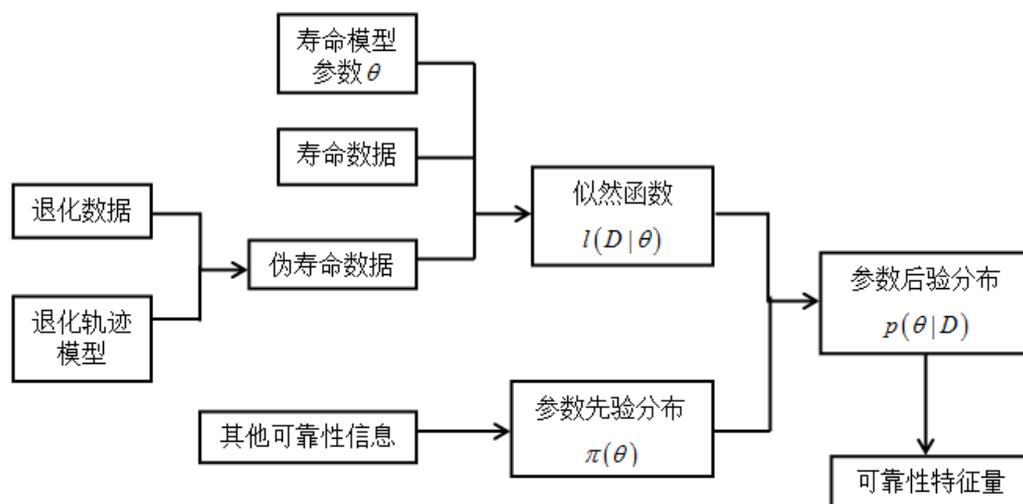


图 2-5 基于信息融合的可靠性评估流程

贝叶斯方法的优势在于能较好的融合多源可靠性信息。首先利用退化数据和退化轨迹模型得到伪寿命数据，然后将其他寿命数据与伪寿命数据一起组成一个新的样本，记为 D 。 $\pi(\theta)$ 概括了除退化数据和寿命数据以外的其他可靠性信息（包括专家信息），其表征在获取数据 D 之前对评估对象可靠性的认知程度，如何将专家信息等其他可靠性信息转换为模型参数的概率分布参见相关论著^[117-119]。最后利用模型参数后验分布 $p(\theta|D)$ 计算寿命、可靠度、失效率等可靠性特征量，从而完成可靠性评估工作。具体的方法实现，将在下节结合工程实际详细介绍。

2.5 实例：加工中心功能铣头可靠性评估

功能铣头是加工中心的关键子系统，具有使用寿命相对较长、制造成本高等特点。无法在大样本条件下的，根据充足的寿命数据完成对功能铣头的可靠性评估。在可以接受的试验时间和允许的经济成本内对功能铣头进行有效的可靠性评估，具有较大的工程意义。

本节内容是根据项目实际需要，在对功能铣头进行故障机理分析的基础上，对功能铣头开展退化试验，采集试验数据、选择适当的寿命模型，再对试验获得的性能退化数据和使用记录中的寿命数据进行融合，最终完成对功能铣头的可靠性评估工作。

2.5.1 故障机理分析及退化试验

对可靠性评估对象开展故障模式、影响和危害性分析（FMECA）是可靠性评估的基础。对功能铣头进行 FMECA 分析知：功能铣头主要故障模式为主传动锥齿轮的齿面磨损。主传动锥齿轮的磨损量随服役时间而逐渐增大，从而使齿廓改变，侧隙加大，进而影响功能铣头的精度，是典型的退化型失效。

对于主传动锥齿轮的齿面磨损，无法通过拆卸主传动锥齿轮后直接测量的方式获取磨损量。由摩擦磨损理论可知，单位时间的磨损量与摩擦面的相对速度和摩擦面的压力成幂率关系^[124]。考虑到持续摩擦可以直接导致温度升高，温度的升高即能够直接监测，因此选择温度的升高量作为性能退化数据进行数据的采集。本研究对 2 台加工中心的功能铣头开展退化试验，使用红外测温仪（TI110L）测量铣头拉刀锥孔末端热平衡后的温度升高数据进行测定。

在本退化试验中，设备转速设定为 2000 rpm；功能铣头连续运转 120 h，试验测得的两台功能铣头的温度升高数据如图 2-6 所示。

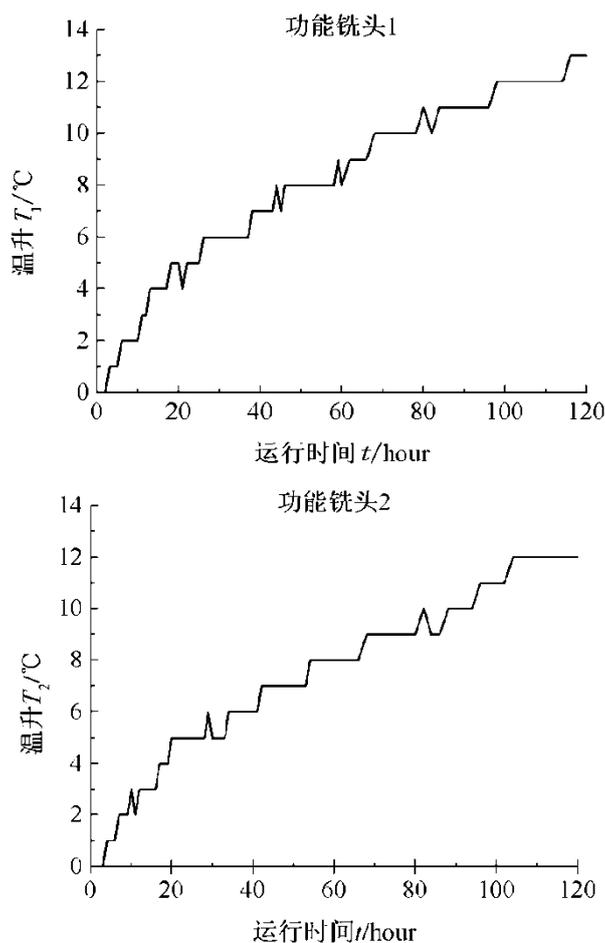


图 2-6 功能铣头的试验实测温升数据

在摩擦过程中，磨损量往往和摩擦速度直接相关。许多材料的模量、硬度等力学性能都将随着界面温升而退化，从而影响其摩擦学行为^[125, 126]。从宏观摩擦学的角度来看，摩擦过程中的温度升高量 T 与磨损量 H 直接相关，磨损率 γ 主要取决于摩擦表面的压力 p 和相对滑动速度 v ，即

$$\gamma = \frac{dH}{dt} = Kp^m v^n \quad (2-16)$$

式(2-16)中， K 是工况条件系数，其取值和摩擦副的润滑状态、材料类型等因素有关； m 为表面压力对磨损率的影响系数； n 是相对滑动速度对磨损率的影响系数。影响系数 m 、 n 的取值范围通常是为：0.6~1.2。

根据式(2-16)可知，可以得到磨损量 H 的计算公式：

$$H = \gamma \times t = Kp^m v^n t \quad (2-17)$$

由式(2-17)可知，在不同工况条件下磨损量 H_i 和 H_j 之间的关系为：

$$\frac{H_i}{H_j} = \frac{K_i}{K_j} \left(\frac{p_i}{p_j} \right)^m \left(\frac{v_i}{v_j} \right)^n \frac{t_i}{t_j} \quad (2-18)$$

式中， i, j 下标的各参数在两种不同工况条件下，式(2-17)中对应的参数。

因此，可将试验工况条件下的磨损量根据式(2-18)换算为实际工况条件下的磨损量。本试验设定转速为 2000 rpm，实际工况的转速为 800 rpm，其他参数均与实际工况保持一致。各参数的取值为：

$$\begin{aligned} K_{\text{test}} &= K_{\text{norm}} & m_{\text{test}} &= m_{\text{norm}} = 0.6 & n_{\text{test}} &= n_{\text{norm}} = 1.2 \\ p_{\text{test}} &= 2p_{\text{norm}} & v_{\text{test}} &= 800 & v_{\text{test}} &= 2\ 000 \end{aligned} \quad (2-19)$$

由式(2-18)可知，要达到相同的磨损量，也就是达到相同的温升，设备在实际工况中的运行时间 t_{norm} 与试验运行时间 t_{test} 之间关系式为：

$$\frac{t_{\text{norm}}}{t_{\text{test}}} = \left(\frac{K_{\text{norm}}}{K_{\text{test}}} \left(\frac{p_{\text{norm}}}{p_{\text{test}}} \right)^m \left(\frac{v_{\text{norm}}}{v_{\text{test}}} \right)^n \right)^{-1} \quad (2-20)$$

代入式(2-18)，则有：

$$t_{\text{norm}} = t_{\text{test}} \times \left(2^{0.6} \left(\frac{800}{2\ 000} \right)^{1.6} \right)^{-1} = t_{\text{test}} \times 2.8582 \quad (2-21)$$

2.5.2 退化数据分析及寿命模型确定

根据故障机理分析，我们假定温升曲线 $T(t)$ 与故障率曲线 $h(t)$ 具有相同的曲

线形式，且其特性参数具有相关性，即：

$$h(t) \leftrightarrow T(t) \quad (2-22)$$

本文选择两参数威布尔分布对功能铣头进行可靠性建模，两参数威布尔分布是常用的机械产品寿命分布模型之一，有：

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t^\beta), \beta, \lambda > 0 \quad (2-23)$$

$$f(t) = \lambda \beta t^{\beta-1} \exp(-\lambda t^\beta) \quad (2-24)$$

$$h(t) = \lambda \beta t^{\beta-1} \quad (2-25)$$

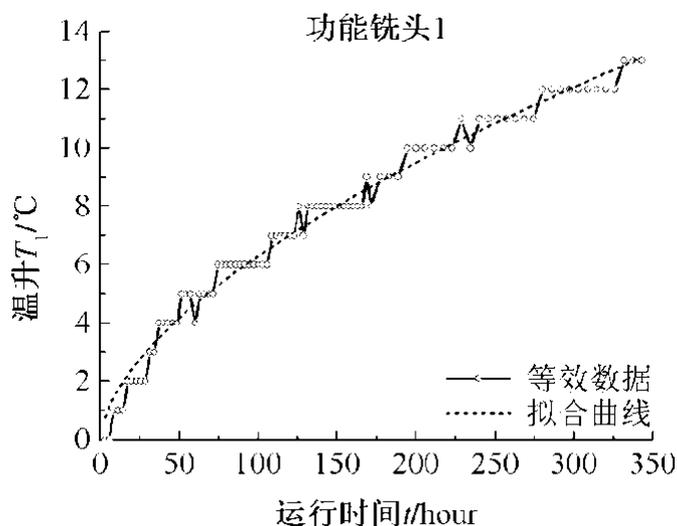
式中， $F(t)$ 是不可靠度函数、 $f(t)$ 是故障概率密度函数、 $h(t)$ 是故障率函数。

2台功能铣头的温升数据如图2-6所示，根据式(2-22)和式(2-25)可以用以下曲线形式对等效温升数据进行建模：

$$h(t) \leftrightarrow T(t) = \lambda_T \beta_T t^{\beta_T-1} \quad (2-26)$$

将图2-6中的时间数据，根据式(2-21)进行转换，就可以得到2台功能铣头在实际工况条件下的等效温升数据，并利用最小二乘法拟合得到退化轨迹，如图2-7所示，其退化轨迹方程为：

$$\begin{aligned} T_1(t) &= 0.4088 \times t^{0.5939} & \lambda_{T1} &= 0.2565 & \beta_{T1} &= 1.5939 \\ T_2(t) &= 0.3244 \times t^{0.6230} & \lambda_{T2} &= 0.1999 & \beta_{T2} &= 1.6230 \end{aligned} \quad (2-27)$$



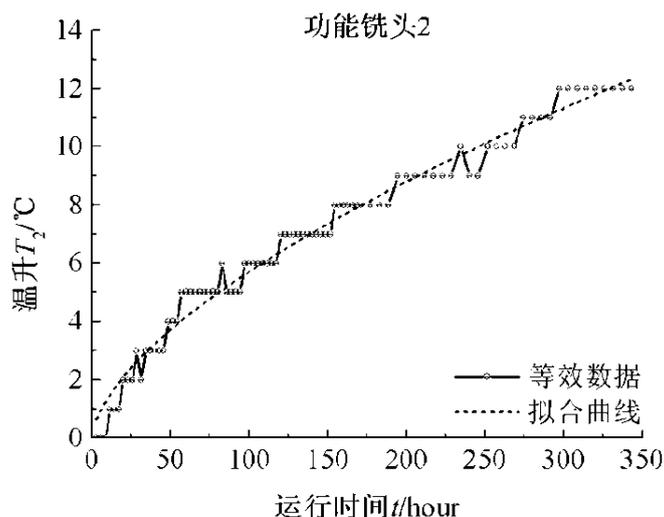


图 2-7 等效温升数据及拟合曲线

由温升曲线所反映出的性能退化的特性可作为寿命分析的先验信息，也就是寿命分布的形状参数 β 的先验信息可以从温升曲线中获取。

根据失效阈值 $T(t)=30$ ，令式(2-27)中的 $T_1(t)=T_2(t)=30$ ，则得到两台功能铣头的伪寿命数据：

$$t_1^E = 1\ 384.0 \quad t_2^E = 1\ 430.2 \quad (2-28)$$

通过对故障机理的分析并结合退化数据的分析得到了：温升曲线的形状参数、寿命模型和伪寿命数据。

2.5.3 基于信息融合的贝叶斯可靠性评估

利用上小节中的退化试验，结合基于退化轨迹的可靠性模型，可以获取样本的伪寿命数据和一定的先验信息。基于退化轨迹的可靠性模型可以解决寿命数据的有无问题，但是不能解决样本多少的问题，一个样本通常只对应了一个伪寿命数据，在小样本情况下，难以完成高置信水平的可靠性评估。因此，本节在性能退化试验数据分析的基础上，根据 2.4 节介绍的方法开展基于退化数据和现场寿命数据的信息融合，进而完成该功能铣头的可靠性评估工作。可靠性评估框架如图 2-8 所示。

根据功能铣头的运行和维修记录，可得到功能铣头的现场运行的寿命数据如表 2-2 所示。

表 2-2 功能铣头现场运行寿命数据

功能铣头故障间隔时间 (h)							
124	286	303.5	578	770	851	904	954

根据图 2-8 所描述的流程将现场寿命数据和伪寿命数据进行融合,同时运用贝叶斯方法对的寿命模型中的参数进行估计。

功能铣头的寿命模型假定为上节所述的两参数威布尔分布,根据贝叶斯公式,寿命模型中参数的后验分布可表示为:

$$p(\eta, \beta | \mathbf{t}) = \frac{\pi(\eta, \beta) L(\mathbf{t} | \eta, \beta)}{\iint_{\eta, \beta} \pi(\eta, \beta) L(\mathbf{t} | \eta, \beta) d\eta d\beta} \quad (2-29)$$

式中, $\pi(\eta, \beta)$ 为尺度参数和形状参数的先验分布;

$L(\mathbf{t} | \eta, \beta) = \prod_{i=1}^{10} (\beta \eta^{-\beta} t_i^{\beta-1} \exp(-\eta^{-\beta} t_i^{\beta}))$ 为观测值的似然函数,该观测值由式(2-28)

所示的伪寿命数据和表 2-2 中的现场寿命数据所组成。

由于参数 η 没有相关先验信息,因此采用无信息情况下的大区间均匀分布作为其先验分布:

$$\pi(\eta) \sim \text{Uniform}(0, 10\ 000) \quad (2-30)$$

将式(2-27)中提取的形状参数进行正态分布拟合可得参数 β 的先验分布:

$$\pi(\beta) \sim \text{Normal}(1.608\ 4, 0.020\ 6) \quad (2-31)$$

将式(2-29)、式(2-30)、式(2-31)和表 2-2 中的数据代入式(2-29),应用 OpenBUGS^[121-123]软件对参数的后验分布进行 MCMC 抽样,并通过对后验样本进行分布拟合完成参数估计,结果如表 2-3 所示。

表 2-3 寿命模型估计结果

参数	均值	标准差	置信区间下界 (2.5%)	置信区间上界 (97.5%)
MTBF	821.2	180.1	550.7	1251.0
β	1.609	0.020 61	1.57	1.65
η	916.2	201.0	614.5	1 396.0

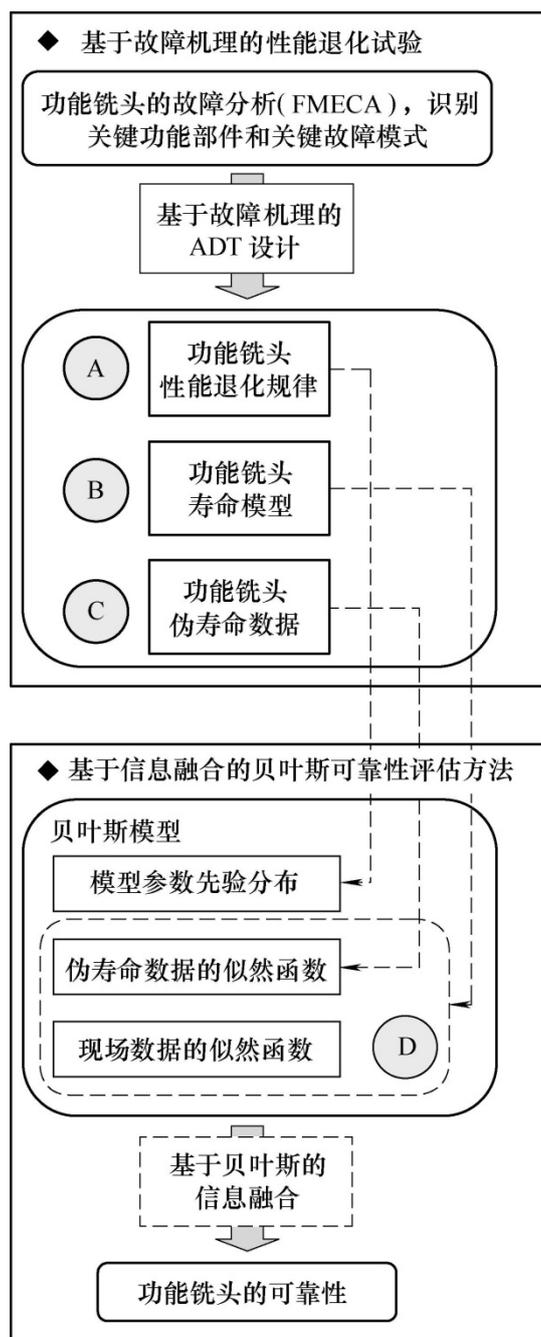


图 2-8 基于信息融合的功能铣头贝叶斯可靠性评估模型框架

取表 2-3 中的均值作为各参数的估计值，则可以得到功能铣头的不可靠度函数为：

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{916.2}\right)^{-1.609}\right) \quad (2-32)$$

2.6 本章小结

本章首先介绍了基于退化轨迹的可靠性模型，归纳出基于退化轨迹进行可靠性评估的一般流程，并结合流程图简要介绍，通过对退化轨迹模型中各要素的分析，得出了退化轨迹模型可以解决寿命数据的有无问题，而无法解决样本量大小的问题。为了在小样本、实验室可靠性数据缺乏的情况下，进行高精度和高可信度的机械产品可靠性评估，融合多源的可靠性信息就是一个重要的思路。本章还提出了基于贝叶斯理论的融合退化数据和多源可靠性信息的可靠性评估框架。根据对加工中心功能铣头开展的可靠性评估的实例，说明了如何对机械产品开展基于退化轨迹和多源信息融合的可靠性评估。

第三章 考虑产品个体差异的可靠性评估

3.1 引言

2010 年中国工程院发布的《提高我们制造业产品质量途径的研究报告》中明确指出：“产品的稳定性、寿命、可靠性以及一致性差等问题普遍存在。”由于设计公差、制造工艺水平等原因，同一型号的机械产品很难保证产品的绝对一致性。同时，国务院发布的《中国制造 2025》规划中明确要求：“加强可靠性设计、试验与验证技术开发应用”。因此，在对生产工艺不是很成熟的新产品或者小批量生产的特种装备开展的基于退化数据的可靠性评估工作中，如何将产品个体差异性考虑进评估过程中，以得到更准确的可靠性评估结果，具有重大的理论价值和工程意义。

Lu 和 Meeker^[4]首次将产品个体间的差异性引入到退化轨迹模型中，他们在一般退化轨迹模型中引入一个新的随机变量来描述个体差异性，并利用蒙特卡罗法进行模型中的参数估计。Peng 和 Tseng^[52]首次将个体间的差异视为随机影响引入到基于 Wiener 过程的退化可靠性模型中，他们认为不同个体拥有相同的波动参数，但是每个产品对应的漂移参数各不相同并服从于一个正态分布，以此来表示产品间的个体差异性。之后，将产品的个体差异作为一种随机影响，以随机变量的形式引入可靠性模型来描述个体差异性成为一种常见的方法^[127]。但针对 Gamma 过程和逆高斯过程模型的考虑个体差异性的研究却很少，本章在 Lawless 和 Ye 等^[67, 77]研究的基础上，结合机械产品可靠性评估的特点，提出考虑产品个体差异性的 Gamma 过程和逆高斯过程的退化可靠性模型。

本章首先简单介绍常见三种随机过程模型，并分析其对机械产品的适用性。然后提出考虑产品个体差异性的 Gamma 过程模型和逆高斯过程模型，并提出基于贝叶斯理论的参数估计方法，以便在模型使用中融入多源可靠性信息。本章还通过一个工程实例详细说明如何运用基于考虑个体差异的 Gamma 过程模型开展可靠性评估工作，并通过一个算例验证了考虑个体差异的基于逆高斯过程模型的适用性。

3.2 随机过程模型

在基于退化数据的可靠性评估领域，被最广泛研究和应用的随机过程模型是 Wiener 过程和 Gamma 过程模型。逆高斯过程模型则是近年来才被引入可靠性工

程领域的新模型，是一个新兴的研究热点。基于随机过程的可靠性模型把退化增量看做随机变量，把产品的退化过程视为一连串随机事件，用随机过程来对这一连串的随机事件（退化过程）进行定量描述。下面简要介绍这三类随机过程模型。

3.2.1 Wiener 过程模型

记随机过程 $\{Y(t), t \geq 0\}$ ，如果其具备以下三点性质，则该随机过程是 Wiener 过程。

(1) $Y(0) = 0$ 。

(2) 增量服从正态分布： $Y(\tau) - Y(t) \sim N(\mu\Delta\beta(t), \sigma^2\Delta\beta(t)), \forall \tau > t \geq 0$ ， $\Delta\beta(t) = \beta(\tau) - \beta(t)$ 。

(3) $Y(t)$ 是独立增量过程。

其中， $\beta(t)$ 为描述性能退化轨迹非线性特性的单调递增函数或称为时间尺度变换函数（Time Scale Function）。

用 Wiener 过程描述产品的退化过程，可以记为：

$$Y(t) = \mu\tau(t) + \sigma B(\beta(t)) \quad (3-1)$$

式中， μ 为描述性能退化速率的参数，称为漂移参数（Drift Parameter）； σ 为描述性能退化过程时间波动性的参数，称为扩散参数（Volatility Parameter）； $B(\bullet)$ 为标准的布朗运动过程。

此时，性能退化增量 $\Delta Y(t)$ 的概率密度函数可表示为：

$$f(\Delta y(t) | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi\Delta\beta(t)}} \exp\left[-\frac{(\Delta y(t) - \mu\Delta\beta(t))^2}{2\sigma^2\Delta\beta(t)}\right] \quad (3-2)$$

当给定性能退化过程的失效阈值为 D 时，基于性能退化过程 $Y(t)$ 的寿命时间 T 定义为：

$$T = \inf(t : Y(t) \geq D) \quad (3-3)$$

这意味着当产品的性能退化过程 $Y(t)$ 首次达到给定的失效阈值 D 时即判定为产品失效。失效阈值 D 往往是根据产品的功能特性和工况要求预先给定的固定值。基于性能退化过程 $Y(t)$ 所得到的寿命时间 T 也可称为性能退化过程 $Y(t)$ 的首次穿越时间。

根据 Wiener 过程模型的性质和寿命 T 的定义可得到 T 在经过时间尺度函数 $\beta(t)$ 变换之后服从逆高斯分布，即 $\beta(T) \sim \text{IG}(D/\mu, D^2/\sigma^2)$ 。当 $\beta(T) = T$ 时，即当 $Y(t)$ 服从线性退化轨迹的 Wiener 过程模型时，产品寿命 $T \sim \text{IG}(D/\mu, D^2/\sigma^2)$ 且

其对应的故障概率密度函数和可靠度函数可分别描述为：

$$f(t|\mu, \sigma) = \frac{D}{\sqrt{2\pi t \sigma}} \exp\left[-\frac{(\mu t - D)^2}{2\sigma^2 t}\right] \quad (3-4)$$

$$R(t|\mu, \sigma) = \Phi\left(\frac{D - \mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right) + \exp\left(\frac{2\mu D}{\sigma^2}\right) \Phi\left(\frac{D + \mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right) \quad (3-5)$$

当 $\beta(T)$ 对 T 可导时，寿命的概率密度函数可描述为：

$$f(t|\mu, \sigma) = \frac{D}{\sqrt{2\pi\sigma^2\beta(t)^3}} \exp\left[-\frac{(\mu\beta(t) - D)^2}{2\sigma^2\beta(t)}\right] \left|\frac{\partial\beta(t)}{\partial t}\right| \quad (3-6)$$

式中， $|\cdot|$ 为绝对值运算， $\partial\beta(t)/\partial t$ 为 $\beta(t)$ 对 t 的导数。

Wiener 过程模型主要用来描述退化轨迹非单调递增的性能退化过程。由于其模型参数的物理意义较为明显，寿命的概率密度有解析表达，随机效应和协变量引入方便等原因，使得其在性能退化过程建模的研究和应用中得到了广泛的关注。

3.2.2 Gamma 过程模型

在介绍 Gamma 过程之前，先简单介绍 Gamma 分布。Gamma 分布是一种重要的连续概率分布，记为 $Ga(\alpha, \lambda)$ ， α 为形状参数， λ 为尺度参数，两个参数均为正数，其概率密度函数为：

$$g(x|\alpha, \lambda) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x} I_{X(0, \infty)}(x) \quad (3-7)$$

式中， $\Gamma(\bullet)$ 为 Gamma 函数， $\Gamma(a) = \int_0^\infty z^{a-1} e^{-z} dz$ 。 $I_{X(0, \infty)}(x)$ 是示性函数，当 $x \in (0, \infty)$ 时， $I_{X(0, \infty)}(x) = 1$ ；当 $x \notin (0, \infty)$ 时， $I_{X(0, \infty)}(x) = 0$ 。

记随机过程 $\{X(t), t \geq 0\}$ ，如果其满足以下三个条件，则这个随机过程称为 Gamma 过程^[70]。

- (1) $X(0) = 0$ 。
- (2) 增量服从 Gamma 分布： $X(\tau) - X(t) \sim Ga(\alpha(\tau) - \alpha(t), \lambda), \forall \tau > t \geq 0$ 。
- (3) $X(t)$ 是独立增量过程。

式中， $\alpha(\bullet)$ 为形状参数， $\alpha(\bullet)$ 是一个在 $[0, \infty)$ 内右连续的非递减函数，且 $\alpha(0) = 0$ ， λ 为尺度参数。当 $\alpha(t) = Ct$ ， C 为常数，即 $\alpha(\bullet)$ 为线性函数时，Gamma 过程是平稳随机过程；当 $\alpha(\bullet)$ 为非线性函数时，Gamma 过程是非平稳随机过程。

根据以上定义可知，Gamma 过程 $\{X(t), t \geq 0\}$ 的概率密度函数为：

$$g_{X(t)}(x|\alpha(t), \lambda) = \frac{\lambda^{\alpha(t)}}{\Gamma(\alpha(t))} x^{\alpha(t)-1} e^{-\lambda x} I_{X(0, \infty)}(x) \quad (3-8)$$

其均值和方差为:

$$E(X(t)) = \frac{\alpha(t)}{\lambda} \quad (3-9)$$

$$\text{Var}(X(t)) = \frac{\alpha(t)}{\lambda^2} \quad (3-10)$$

1975年, Abdel-Hameed 和 Mohamed^[66]首次将 Gamma 过程引入到可靠性工程, 其论文标题为: 一种 Gamma 磨损过程 (A gamma wear process)。磨损是机械产品出现退化失效的重要原因之一, 因此, 有学者认为 Gamma 过程对机械产品进行可靠性建模具有天然的优势^[40, 70]。

通过采用不同形状参数函数 $\alpha(\bullet)$, Gamma 过程被用来描述不同形式的具有单调性的退化过程。记 Gamma 过程为 $\{X(t), t \geq 0\}$, 记退化阈值为 C , 则描述产品或者系统的寿命 T 定义为退化量首次到达退化阈值的时间:

$$T = \inf \{t | X(t) \geq C\} \quad (3-11)$$

产品或者系统在 t 时刻的可靠度 $R(t)$ 可表示为:

$$R(t) = \Pr \left\{ \sup_{s \leq t} (X(s)) \leq C \right\} \quad (3-12)$$

由于 Gamma 过程单调递增的特性, 结合式(3-8), 式(3-12)可表示为:

$$\begin{aligned} R(t) &= \Pr \{T \geq t\} \\ &= \Pr \{X(t) < C\} \\ &= \int_0^C g_{X(t)}(x|\alpha(t), \lambda) dx \\ &= \frac{\int_0^{C\lambda} u^{\alpha(t)-1} e^{-u} du}{\Gamma(\alpha(t))} \end{aligned} \quad (3-13)$$

产品或者系统的寿命 T 分布函数和概率密度函数分别为:

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - \frac{\int_0^{C\lambda} u^{\alpha(t)-1} e^{-u} du}{\Gamma(\alpha(t))} \quad (3-14)$$

$$f(t) = \frac{\alpha'(t)}{\Gamma(\alpha(t))} \int_{C\lambda}^{\infty} \{\log(u) - \psi(\alpha(t))\} u^{\alpha(t)-1} e^{-u} du \quad (3-15)$$

式中, $\alpha'(t)$ 为 $\alpha(t)$ 对 t 的导数, $\psi(\alpha(t))$ 为 $\log(\Gamma(\alpha(t)))$ 的对 $\alpha(t)$ 的导数。

3.2.3 逆高斯过程模型

与介绍 Gamma 过程类似, 在介绍逆高斯过程之前先简单介绍逆高斯分布。逆高斯分布是一种重要的连续概率分布, 记为 $y \sim IG(a, b)$, 两个参数均为正数, 均值为 a , 方差为 a^3/b , 其概率密度函数 (PDF) 为^[128]:

$$f(y|a, b) = \sqrt{\frac{b}{2\pi y^3}} \exp\left[-\frac{b(y-a)^2}{2a^2 y}\right], y > 0, \quad (3-16)$$

其累积概率分布函数 (CDF) 为:

$$F(y|a, b) = \Phi\left[\sqrt{\frac{b}{y}}\left(\frac{y}{a}-1\right)\right] + \exp\left(\frac{2b}{a}\right) \Phi\left[-\sqrt{\frac{b}{y}}\left(\frac{y}{a}+1\right)\right] \quad (3-17)$$

式中, $\Phi(\bullet)$ 是标准正态分布的分布函数。

记随机过程 $\{Y(t); t > 0\}$, 若其满足以下三个条件, 则该随机过程为逆高斯过程:

- (1) $Y(0) = 0$ 。
- (2) 增量服从逆高斯分布, 记为: $\Delta Y(t) \sim IG\left(\Delta\Lambda(t), \eta[\Delta\Lambda(t)]^2\right)$ 。
- (3) $Y(t)$ 是独立增量过程。

其中, $\Delta Y(t) = Y(t + \Delta t) - Y(t)$, $\Delta\Lambda(t) = \Lambda(t + \Delta t) - \Lambda(t)$, $IG(\Delta\Lambda(t), \eta[\Delta\Lambda(t)]^2)$ 表示均值为 $\Delta\Lambda(t)$, 方差为 $\Delta\Lambda(t)/\eta$ 的逆高斯分布。 $\Lambda(t)$ 为参数函数, 是一个非负的右连续非递减函数, 且 $\Lambda(0) = 0$ 。当 $\Lambda(t)$ 是一个线性函数时, 逆高斯过程是一个平稳随机过程, 当 $\Lambda(t)$ 是一个非线性函数时, 对应的逆高斯过程是一个非平稳随机过程。

根据式(3-16), 容易知, $\Delta Y(t)$ 和 $Y(t)$ 的概率密度函数可分别表示为:

$$f(\Delta y(t)|\Lambda(t), \eta) = \sqrt{\frac{\eta\Delta\Lambda(t)^2}{2\pi\Delta y(t)^3}} \exp\left[-\frac{\eta(\Delta y(t) - \Delta\Lambda(t))^2}{2\Delta y(t)}\right] \quad (3-18)$$

$$f(y(t)|\Lambda(t), \eta) = \sqrt{\frac{\eta\Lambda(t)^2}{2\pi y(t)^3}} \exp\left[-\frac{\eta(y(t) - \Lambda(t))^2}{2y(t)}\right] \quad (3-19)$$

尽管基于 Wiener 过程和 Gamma 过程的退化可靠性模型被广泛使用, 但是工程实际中并不是所有的退化过程都能被这两种随机过程很好的拟合或者描述。针对这样的情况, Wang 和 Xu^[75]首次将逆高斯过程用于描述产品的性能退化过程和可靠性建模, 并用最大似然法对逆高斯过程模型进行了参数估计。逆高斯过程模型为基于随机过程的退化可靠性建模提供了一种新的选择。

逆高斯除了与 Gamma 过程一样具有非负增量的性质外，其参数的物理意义很明确，在工程运用中便于融入其他物理模型。因此，基于逆高斯过程的可靠性模型在机械产品的可靠性评估工作中具有较为广泛的应用前景。

用逆高斯过程 $Y(t)$ 描述产品的性能退化过程，假设产品的失效阈值为 Y_D ，则产品的寿命可以定义为：

$$T = \inf \{t | Y(t) \geq Y_D\} \quad (3-20)$$

产品的可靠度可以表示为：

$$\begin{aligned} R(t | \Lambda(t), \eta) &= P(T > t | \Lambda(t), \eta) \\ &= P(Y(t) < Y_D | \Lambda(t), \eta) \\ &= \Phi \left[\sqrt{\frac{\eta}{Y_D}} (Y_D - \Lambda(t)) \right] + \exp(2\eta\Lambda(t)) \Phi \left[-\sqrt{\frac{\eta}{Y_D}} (Y_D + \Lambda(t)) \right] \end{aligned} \quad (3-21)$$

式中， $\Phi(\bullet)$ 是标准正态分布的分布函数。

图 3-1 给出了当失效阈值 $Y_D=40$ 时，参数取值为 $\eta=5$ ， $\Lambda(t) = t^2 / 2$ 所对应的基于逆高斯过程的退化可靠性模型的图示。

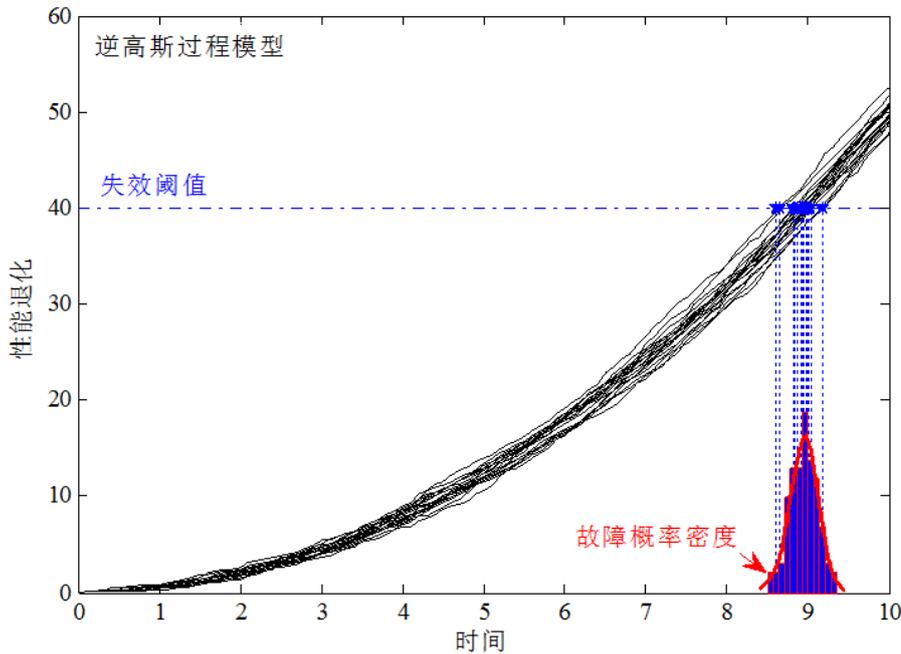


图 3-1 基于逆高斯过程的退化可靠性模型

在可靠性工程领域，将随机过程用于描述产品或者系统的退化过程，进行可靠性建模的研究和运用中，Wiener 过程和 Gamma 过程最为常见 [6, 40, 70, 129]，逆高斯过程是近年才被引入可靠性工程领域。根据前面的介绍，我们知道 Wiener 过程

的退化增量服从正态分布，则可能出现负值，即出现所谓的“逆退化”。而 Gamma 过程和逆高斯过程的增量具有非负的特性。考虑到机械产品发生退化失效的原因通常为磨损、腐蚀、疲劳等，不会出现“逆退化”的现象，也就是机械产品的性能退化增量是非负的。因此，Gamma 过程和逆高斯相较于 Wiener 过程，更适合用于描述机械产品的退化过程，本章考虑产品个体差异性的可靠性评估方法研究也将基于 Gamma 过程模型和逆高斯过程模型而展开。

3.3 考虑产品个体差异的 Gamma 过程模型

3.3.1 模型描述

记一个 Gamma 过程为 $\{X(t), t \geq 0\}$ ，其形状参数函数为 $\alpha(t) = \eta t$ ，尺度参数为 ν^{-1} 。根据上一章 3.2.2 关于 Gamma 过程的定义：其在 Δt 时间内的增量服从 Gamma 分布： $\Delta X(t) \sim Ga(\eta \Delta t, \nu^{-1})$ ，其中， $\Delta X(t) = X(t + \Delta t) - X(t)$ ， $\eta \Delta t = \alpha(t + \Delta t) - \alpha(t)$ 。

假定产品的个体差异影响尺度参数，而不影响形状参数。也就是说，我们用 Gamma 过程来描述相同产品的不同个体的退化过程时，其表现出相同的形状参数，不同的尺度参数。不同个体退化过程的尺度参数 ν^{-1} 服从一个形状参数为 δ ，尺度参数为 γ^{-1} 的 Gamma 分布： $\nu \sim Ga(\delta, \gamma^{-1})$ 。

由于 $X(t)$ 在时间域严格单调递增， $\delta X(t) / (\gamma \eta t)$ 服从 F 分布，记为： $F_{2\eta t, 2\delta}(x)$ ，则退化过程在 T 时间累积密度函数可以表示为^[69]：

$$\begin{aligned}
 F_0(t) &= P(T \leq t) \\
 &= P(X(t) \geq X(T)) \\
 &= 1 - F_{2\eta t, 2\delta} \left(\frac{\delta X(T)}{\gamma \eta t} \right) \\
 &= \frac{B \left(\frac{X(T)}{X(T) + \gamma}; \eta t, \delta \right)}{B(\eta t, \delta)}
 \end{aligned} \tag{3-22}$$

式中， $B(x; a, b) = \int_x^1 z^{a-1} (1-z)^{b-1} dz$ 为不完全贝塔函数； $B(a, b)$ 是完全贝塔函数。

当我们用这个随机过程描述一个退化过程并用于可靠性建模，当退化量达到失效阈值 C 的时刻该产品失效，失效时间记为 T_c ，则该系统在 t 时刻的可靠度可以表示为：

$$\begin{aligned}
 R(t) &= P(t < T_c) \\
 &= P(X(t) < C) \\
 &= 1 - P(T_c \leq t) \\
 &= 1 - P(X(t) \geq C) \\
 &= 1 - \frac{B\left(\frac{C}{C+\gamma}; \eta t, \delta\right)}{B(\eta t, \delta)}
 \end{aligned} \tag{3-23}$$

3.3.2 基于贝叶斯理论参数估计方法

假设有 N 个样本，样本序号为 $i, i=1, \dots, N$ ，对每个样本进行 M 次的退化量测定，序号为 $j, j=1, \dots, M$ 。记 $D(t_{ij})$ 是第 i 个样本在第 j 次测定时刻的退化量，此时的时刻记为 t_{ij} ， $D(t_{i0})$ 为第 i 个样本的初始退化增量，通常设定为 0。则第 i 个样本的退化增量表示为：

$$d_{ij} = D(t_{ij}) - D(t_{i,j-1}) \tag{3-24}$$

根据本文 3.2.1 中可靠性模型描述这些样本的退化过程，则 d_{ij} 服从记为 $Ga(\eta \Delta t_{ij}, \nu_i^{-1})$ 的 Gamma 分布， $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i,j-1}$ 。假定退化过程的尺度参数服从另一个记为 $Ga(\delta, \gamma^{-1})$ 的 Gamma 分布，即 $\nu_i \sim Ga(\delta, \gamma^{-1})$ 。记 D 表示观测的所有样本信息，基于 D 的似然函数则为：

$$\begin{aligned}
 L(D, \mathbf{v} | \eta, \delta, \gamma) &= \prod_{i=1}^N g(\nu_i | \delta, \gamma^{-1}) \prod_{j=2}^M g(\Delta d_{ij} | \eta \Delta t_{ij}, \nu_i^{-1}) \\
 &= \prod_{i=1}^N \frac{\nu_i^{\delta-1} \gamma^\delta}{\Gamma(\delta)} \exp(-\gamma \nu_i) \prod_{j=2}^M \frac{(\Delta d_{ij})^{\eta \Delta t_{ij}-1} \nu_i^{\eta \Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \exp(-\nu_i \Delta d_{ij})
 \end{aligned} \tag{3-25}$$

式中， $d_{ij} = D(t_{ij}) - D(t_{i,j-1})$ ； $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i,j-1}$ ； $\mathbf{v} = (\nu_1, \dots, \nu_N)$ 表示每一个样本各自的尺度参数。 $g(\bullet)$ 为式(3-7)所示的概率密度函数。

根据式(2-13)有：

$$\begin{aligned}
 p(\eta, \delta, \gamma, \mathbf{v}) &\propto \pi(\boldsymbol{\theta}) L(D, \mathbf{v} | \boldsymbol{\theta}) = \pi(\eta, \delta, \gamma) L(D, \mathbf{v} | \eta, \delta, \gamma) \\
 &= \pi(\eta, \delta, \gamma) \prod_{i=1}^N \frac{\nu_i^{\delta-1} \gamma^\delta}{\Gamma(\delta)} \exp(-\gamma \nu_i) \prod_{j=2}^M \frac{(\Delta d_{ij})^{\eta \Delta t_{ij}-1} \nu_i^{\eta \Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \exp(-\nu_i \Delta d_{ij})
 \end{aligned} \tag{3-26}$$

式中， $\pi(\boldsymbol{\theta}) = \pi(\eta, \delta, r)$ 是相关参数的联合先验分布， $p(\eta, \delta, \gamma, \mathbf{v})$ 是相关参数的联合后验分布。

根据式(3-25)和式(3-26)，可以给出基于联合后验分布的可靠度的表达式为：

$$R(n|D) = \int_{\eta, \delta, \gamma > 0} p(\eta, \delta, \gamma | D) \frac{B\left(\frac{D_M}{D_M + \gamma}; \eta n, \delta\right)}{B(\eta n, \delta)} d\eta d\delta d\gamma \quad (3-27)$$

由于式(3-26)和式(3-27)的解析表达式难以获得，因此基于联合后验分布的核函数，采用马尔科夫链蒙特卡洛仿真的方法抽取后验分布中模型参数的样本值^[88, 89]，然后根据抽取的模型参数后验分布的样本值，即可获得模型参数的点估计、区间估计和近似的概率分布。在实际工程应用中，该方法可以通过 OpenBUGS 软件实现。

3.4 考虑产品个体差异的逆高斯过程模型

3.4.1 模型描述

记一个逆高斯过程为： $\{Y(t), t \geq 0\}$ ，模型参数分别为 $\mu\Lambda(t), \lambda\Lambda^2(t)$ 。根据 3.2.3 中关于逆高斯过程的定义，其在 Δt 时间内的增量服从逆高斯分布： $\Delta Y(t) \sim IG(\mu\Delta\Lambda(t), \lambda\Delta\Lambda^2(t))$ ， $\mu, \lambda > 0$ ，其中， $\Delta Y(t) = Y(t + \Delta t) - Y(t)$ ， $\Delta\Lambda(t) = \Lambda(t + \Delta t) - \Lambda(t)$ 。

根据 3.2.3 中介绍的基于逆高斯过程模型的性质，可知该逆高斯过程模型的概率密度函数和可靠性度函数为：

$$f_s(y | \mu, \Lambda(t), \lambda) = \sqrt{\frac{\lambda\Lambda^2(t)}{2\pi y^3}} \exp\left[-\frac{\lambda(y - \mu\Lambda(t))^2}{2y}\right] \quad (3-28)$$

$$\begin{aligned} R_s(t | \mu, \Lambda(t), \lambda) &= P(Y_s(t) - Y_s(0) < D | \mu, \Lambda(t), \lambda) \\ &= \Phi\left[\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\left(\frac{D}{\mu} - \Lambda(t)\right)\right] + \exp\left(\frac{2\lambda\Lambda(t)}{\mu}\right) \Phi\left[-\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\left(\frac{D}{\mu} + \Lambda(t)\right)\right] \end{aligned} \quad (3-29)$$

参考其他模型中将参数随机化从而实现对个体差异进行描述的方法，令与退化速率相关的模型参数为一个随机变量： $\mu \sim TN(\omega, \kappa^{-2})$ ，构建考虑产品个体差异性因素的逆高斯过程性能退化模型。

截尾正态分布 $TN(\omega, \kappa^{-2})$ 的概率密度函数为：

$$g_\mu(\mu | \omega, \kappa^{-2}) = \frac{\kappa\phi[\kappa(\mu - \omega)]}{1 - \Phi(-\kappa\omega)}, \mu > 0, \kappa > 0 \quad (3-30)$$

将式(3-28)、式(3-29)对参数 μ 取期望，可以得到考虑个体差异性的逆高斯过程模型的概率密度函数和可靠度函数：

根据模型的定义, y_{ij} 独立且服从逆高斯分布, 记为: $y_{ij} \sim IG(\mu_i \Lambda_{ij}, \lambda \Lambda_{ij}^2)$, 其中: $\Lambda_{ij} = \Lambda(t_{im_j}) - \Lambda(t_{im_{j-1}})$ 。为了便于说明, 本节设定该逆高斯过程模型的参数函数为 $\Lambda(t) = t^q$, 则该逆高斯过程模型的参数向量为: $\boldsymbol{\theta} = (\omega, \kappa, q, \lambda)$ 。

对于产品退化数据以外的其他可靠性信息, 可以通过在模型参数 $\boldsymbol{\theta} = (\omega, \kappa, q, \lambda)$ 中引入对应的先验分布进行融合。本文选用以下先验分布作为模型参数的先验分布:

$$\begin{aligned} \omega &\sim TN(a_\omega, b_\omega^{-2}), \kappa \sim TN(a_\kappa, b_\kappa^{-2}) \\ q &\sim Uniform(a_q, b_q), \lambda \sim Gamma(\delta, \gamma) \end{aligned} \quad (3-33)$$

参数 ω 和 κ 是表征产品个体差异性随机变量的参数: $\mu_i \sim TN(\omega, \kappa^{-2})$, 不同的样本则具有不同的退化速率 μ_i 。将参数 ω 和 κ 的先验分布都选定为结尾正态分布, 主要是考虑到这两个分别对应着退化速率 μ_i 的均值及标准差, 通过截尾正态分布中模型参数的物理意义较为明确的特点, 可以便于对专家信息等主观信息进行合理的量化。参数 λ 的先验分布的选取, 则是为了不增大计算复杂度, 同时考虑到伽马分布的非对称性在主观信息量化中有一定的极作用。参数 q 的先验分布的选取, 考虑其物理意义不够明确, 难以获取充足的先验信息, 因而采用大区间的均匀分布作为其先验分布。

对于退化数据集 Y_{RD} 所包含的可靠性信息, 通过似然函数进行描述。根据式(3-16)得到似然函数为:

$$L_{RD}(Y_{RD} | \omega, \kappa, q, \lambda) = \prod_{i=1}^n \int_{\mu_i > 0} g_\mu(\mu_i | \omega, \kappa^{-2}) \prod_{j=1}^{m_i} f(y_{ij} | \mu_i \Lambda_{ij}, \lambda \Lambda_{ij}^2) d\mu_i \quad (3-34)$$

根据贝叶斯公式, 结合式(3-33)和式(3-34)可获得考虑产品个体差异性的逆高斯过程模型中参数的联合后验分布:

$$\begin{aligned} p(\omega, \kappa, q, \lambda | Y_{RD}) &\propto \pi(\omega) \pi(\kappa) \pi(q) \pi(\lambda) L_{RD}(Y_{RD} | \omega, \kappa, q, \lambda) \\ &\propto \phi[b_\omega(\omega - a_\omega)] \phi[b_\kappa(\kappa - a_\kappa)] \lambda^{\delta-1} \exp(-\gamma\lambda) \times \\ &\quad \prod_{i=1}^n \int_{\mu_i > 0} \frac{\kappa \phi[\kappa(\mu_i - \omega)]}{1 - \Phi(-\kappa\omega)} \prod_{j=1}^{m_i} \sqrt{\lambda \Lambda_{ij}^2} \exp\left[-\frac{\lambda(y_{ij} - \mu_i \Lambda_{ij})^2}{2\mu_i^2 y_{ij}^2}\right] d\mu_i \end{aligned} \quad (3-35)$$

由于式(3-35)的解析表达式无法获取, 与 3.3.2 中内容相似, 采用马尔科夫链蒙特卡洛仿真的方法对参数进行样本抽样, 在对所抽样的样本进行分布拟合, 即可获得模型参数的点估计、区间估计和近似的概率分布。具体参数估计过程可以通过软件 OpenBUGS 来实现。

在模型参数联合后验分布的基础上，可获得该模型下可靠性指标评价和性能退化量预测的计算公式如下：

$$R_{RD}(t|Y_{RD}) = \int_{\theta} R_{RD}(t|\omega, \kappa, \Lambda(t), \lambda) p(\theta|Y_{RD}) d\theta \quad (3-36)$$

$$f_{RD,m+1}(y|Y_{RD,m}) = \int_{\theta} f_{RD,m+1}(y|\omega, \kappa, \Lambda(t_{m+1}), \lambda) p(\theta|Y_{RD}) d\theta \quad (3-37)$$

式中， $\theta = (\omega, \kappa, q, \lambda)$ ， $f_{RD,m+1}(y|Y_{RD,m})$ 为性能退化量在时刻 $t_{i,m+1}$ 的概率密度函数。

对于式(3-36)和 (3-37)的计算可采用基于蒙特卡洛的积分方法，通过分别计算 $R_{RD}(t|\tilde{\omega}, \tilde{\kappa}, \tilde{q}, \tilde{\lambda})$ 和 $f_{RD,m+1}(y|\tilde{\omega}, \tilde{\kappa}, \tilde{\Lambda}(t_{m+1}), \tilde{\lambda})$ 在每一个基于MCMC方法抽取的联合后验分布的样本 $\tilde{\theta} = (\tilde{\omega}, \tilde{\kappa}, \tilde{q}, \tilde{\lambda})$ 处的函数值，然后在此基础上获得各指标和退化量的均值、方差、分位点等统计特征量。

3.5 实例 1：考虑个体差异的滑阀密封可靠性评估

本节采用的工程实例依托于总装备部预研项目“某型发射装置使用寿命验证技术研究”，对该型发射装置中电液伺服阀的重要零部件某型特制滑阀开展基于退化数据的可靠性评估研究，同时验证考虑个体差异性的 Gamma 过程模型和参数估计方法的有效性。

3.5.1 失效机理分析及可靠性建模

滑阀是一种依靠圆柱形阀芯在阀套内作轴向滑动而打开或关闭阀口的液压控制阀。滑阀通常采用间隙式密封，间隙的存在降低了摩擦力，提高了阀门的动态性能，具备高速响应、高可靠和长寿命的特点，因此在电液伺服系统被广泛使用^[130, 131]。本研究的可靠性评估对象是某型小批量生产的特制二位二通滑阀，图 3-3 给出了其结构和工作原理示意图，当阀芯处于左端时，滑阀处于关闭状态；当阀芯在电液伺服阀的执行机构驱动下，从左移向右时，滑阀处于开启状态，液压油从 P 口流向 A 口。

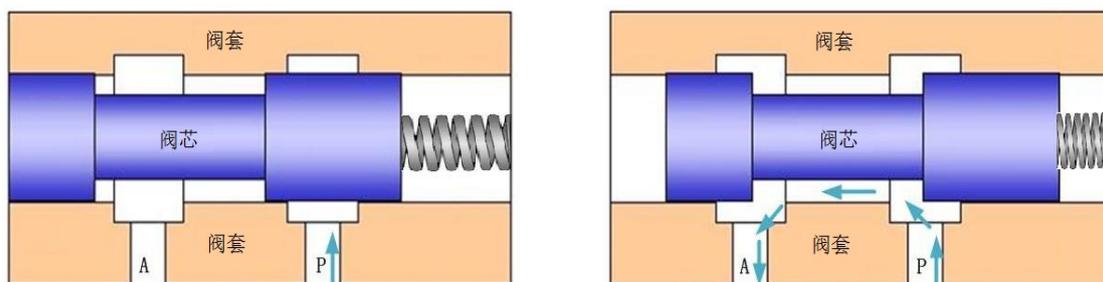


图 3-3 二位二通滑阀工作原理示意图

大量研究表明导致滑阀密封失效的原因是内漏。对于该型滑阀，就是阀芯位于右侧时，仍有液压油通过阀门^[132-135]。滑阀出现内漏是由于其间隙式密封方式决定的。如图 3-4 所示，在阀芯和阀套之间的间隙客观存在，因而不能保证绝对密封，在阀门处于关闭状态时的内漏量称为零位泄漏。一定量的零位泄漏在工程中是允许的，美国的 ANSI/FCI 70-2-2006，欧盟的 European standard 1349-2008，国际电工委员会的 IEC 60534-4-2006 3.0 以及我国的 GB/T 17213.4-2005 等标准，根据阀门的通径大小和密封等级的高低规定了最大允许内漏量。对于特制的专用滑阀，也可以根据其实际工况的需要，确定其允许的最大内漏量。

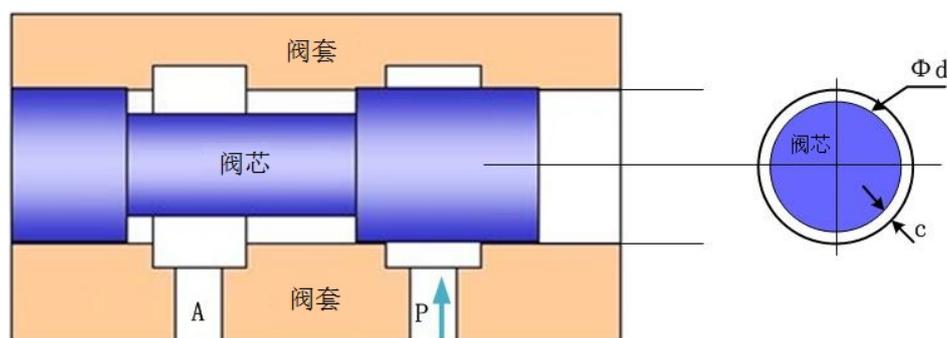


图 3-4 滑阀密封间隙示意图

在阀门两端压力差的驱动下，液压油通过间隙，形成内漏流量。对于如图 3-4 所示的间隙，如果我们将阀芯和阀套的密封面视为理想的圆柱面，由于间隙的高度 c 足够小，可以将内漏流量视为层流，其流量可以通过下式进行计算^[136, 137]：

$$Q = \Delta P \frac{\pi d c^3}{12 \mu L} \quad (3-38)$$

式中， c 代表经过间隙的内漏流量， ΔP 是阀门两端的压力差， d 代表阀门的通径， c 是间隙的高度， μ 是出现内漏流体（液压油）的动力粘度， L 也就是密封面的长度， π 是圆周率。

ΔP 和 μ 由工况决定，阀芯相对于阀套做往复的滑动，不可避免的会造成磨损，这个磨损会导致阀芯和阀套之间的间隙扩大。也就是说，式(3-38)右端的各参数，在工况不变的情况下，随着滑阀使用，仅 c 会出现变化，且由于 Q 和 c 的三次方成正比，因此磨损造成的 c 的增大会显著的增加内漏流量。因此，滑阀出现密封失效的机理是：由于阀芯在阀体内的往复运动导致的磨损会造成密封间隙扩大，从而导致零位泄漏量增大，当内漏流量超过一定的限额，滑阀被认为出现密封失效的情况。

显然，滑阀的密封失效是典型的由于磨损导致的退化型失效，滑阀的密封失

效的阈值就是最大允许内漏量。当内漏量不便于测定的时候，我们可以根据相关标准规定的最大允许内漏量（或者具体工况决定的最大允许内漏量）和式(3-38)求解出最大允许的密封间隙高度。把间隙高度作为退化量，以最大允许的间隙高度作为失效阈值。

虽然由于摩擦磨损导致间隙扩大，并最终导致密封失效的失效机理很清楚。但是却很难通过摩擦磨损方程确定磨损量从而确定阀芯和阀套之间的间隙高度。因此，本章将选用 Gamma 过程来描述产品的磨损过程，也就是产品的密封性能的退化过程。

3.5.2 考虑个体差异的滑阀密封可靠性模型

该型滑阀是小批量生产的特制产品，由于生产装配工艺不稳定、零部件存在个体差异等原因，在评估滑阀的密封可靠性的时候，产品的个体差异应当充分的考虑，因此选用本章 3.3 节建立的模型对该型滑阀进行可靠性建模。

式(3-23)中 $R(t)$ 的时间参数 t ，既可以是真实的时间，也可以是里程数、任务完成数量等。这里，记 $R_{se}(n)$ 为该型滑阀在执行 n 次后开启关闭的密封可靠性；记 $D(n)$ 是滑阀执行 n 次后开启关闭密封间隙的增量， $D(0)=0$ ，最大允许密封间隙增量为 D_M ，其可以通过 3.4.1 节介绍的方法计算出最大允许间隙量，减去滑阀的密封间隙初始量得到。基于退化模型，滑阀的密封可靠度可以表示为：

$$R_{se}(n) = P(D(n) < D_M) \quad (3-39)$$

利用 3.3.1 节中考虑个体差异性的 Gamma 过程来描述滑阀的退化过程，则其磨损增量服从 Gamma 分布：

$$\Delta D(n) \sim Ga(\eta \Delta n, \nu^{-1}) \quad (3-40)$$

式中， $\Delta D(n) = D(n + \Delta n) - D(n)$ ， $Ga(\eta \Delta n, \nu^{-1})$ 表示一个形状参数是 $\eta \Delta n$ 、尺度参数是 ν^{-1} 的 Gamma 分布。

如上节介绍，假设 ν 服从一个 Gamma 分布： $Ga(\delta, \gamma^{-1})$ ，其概率密度函数为：

$$g(\nu) = \frac{\nu^{\delta-1} \gamma^\delta e^{-\gamma \nu}}{\Gamma(\delta)}, \nu > 0 \quad (3-41)$$

式中， $\Gamma(\bullet)$ 为 Gamma 函数。

根据式(3-23)，滑阀的密封可靠性可以表示为：

$$R_{se}(n) = 1 - \frac{B\left(\frac{D_M}{D_M + \gamma}; \eta n, \delta\right)}{B(\eta n, \delta)} \quad (3-42)$$

式中， $B(x;a,b) = \int_x^1 z^{a-1} (1-z)^{b-1} dz$ 为不完全贝塔函数； $B(a,b)$ 是完全贝塔函数。

3.5.3 退化试验设计

为获取开展可靠性评估所需的退化数据，本研究设计并开展了滑阀的磨损退化试验，试验原理图如图 3-5 所示。本实验是在中船重工 705 研究所的支持下开展的。

如图 3-5 所示，整个试验装置的液压回路由受试滑阀、压力泵、过滤装置、冷凝器、液压油贮存装置、必要的阀件和监控试验中液压油状态的温度和压力传感器组成。电动马达、减速器和一个凸轮连杆机构联合组成了试验的动力部分，用来代替电磁阀的执行机构驱动重复的执行关闭、开启的动作。

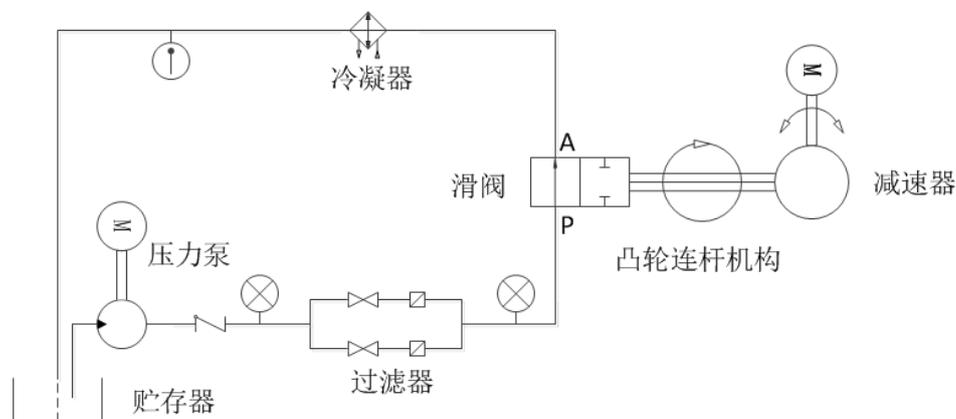


图 3-5 滑阀磨损退化试验原理图

试验中，液压回路中的试验设备根据滑阀的实际工况设定工作参数，压力泵提供 10 MPa 的恒定压力源，过滤器采用实际工况中的同型号过滤器，冷凝器和温度传感器确保试验中液压油温不超过 80 摄氏度。电动马达的工作频率是 1200 rpm，减速比是 3，即滑阀在凸轮的带动下每分钟完成 400 次开启、关闭动作。试验每进行 125 分钟，即滑阀没执行 50000 次动作后，暂停试验，拆卸滑阀，用数显千分尺对阀芯外径进行测量后，重新组装滑阀，继续进行试验。图 3-6 为试验平台图片。



图 3-6 试验平台

3.5.4 试验数据分析及模型参数估计

基于数据保密的要求，这里仅提供一组仿真数据进行参数估计方法的说明和验证。表 3-1 所示是一组样本数为 4，每个样本进行 16 次测量的退化数据，设定退化阈值为 40。

表 3-1 滑阀磨损退化数据

样本序号	滑阀执行动作数(单位：万次)/磨损量（单位：微米）															
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
样本 1	1	2	9	10	10	10	11	11	15	15	16	17	19	20	21	21
样本 2	4	4	7	17	22	25	25	27	31	31	31	31	32	32	32	35
样本 3	0	7	8	8	18	21	22	22	22	25	25	25	25	25	35	46
样本 4	1	5	8	8	9	9	12	16	17	18	34	41				

根据表 3-1 的退化数据，绘出样本的磨损退化轨迹，以直观说明其退化情况，如图 3-7 所示。

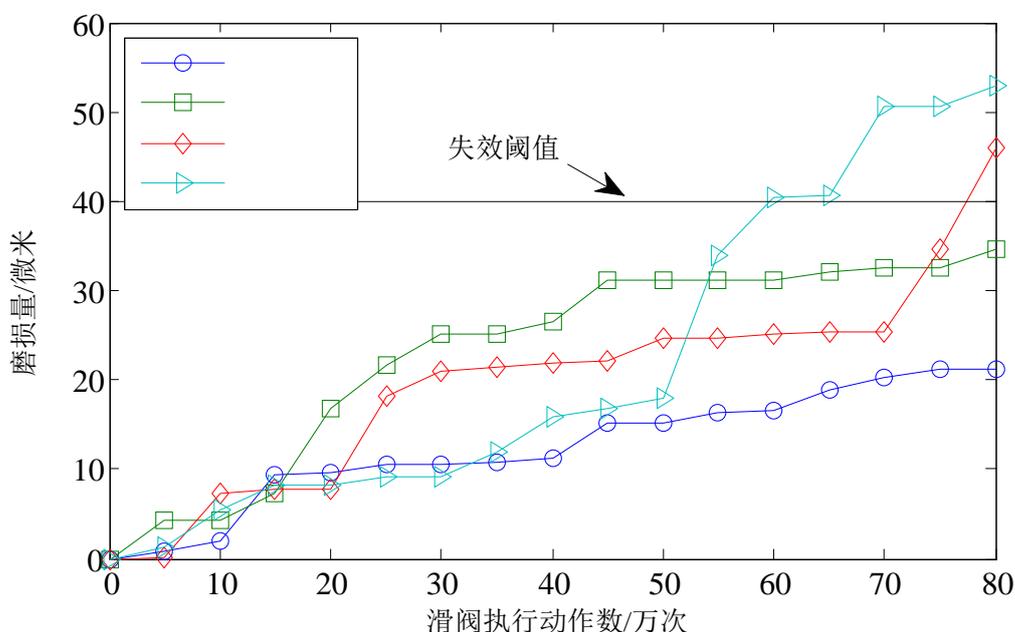


图 3-7 滑阀磨损退化轨迹

根据 3.3.2 节介绍的方法进行参数估计。具体来说，根据表 3-1 的数据，得到 64 个退化增量数据，即 $d_{ij} = D(n_{ij}) - D(n_{i,j-1})$ ， $i = 1, \dots, 4$ 表示样本编号， $j = 1, \dots, 16$ 表示测量的序号，由模型定义知， $d_{ij} \sim Ga(\eta \Delta n_{ij}, \nu_i^{-1})$ ，其中 $\Delta n_{ij} = 5$ ， $\nu_i \sim Ga(\delta, \gamma^{-1})$ 。待估计的三个参数的先验分布为： $\delta \sim Ga(64, 1)$ ， $\gamma \sim Ga(64, 512)$ ， $\eta \sim U(0, 10)$ 。这三个先验分布来源于相关型号产品的历史数据和专家经验，具体确定概率化的方法不在此论文详细论述，请参见相关文献^[118, 119]。

根据式(3-26)，综合似然函数，模型参数的后验分布写为：

$$\begin{aligned}
 p(\eta, \delta, \gamma, \mathbf{v}) &\propto \pi(\eta, \delta, \gamma) L(D, \mathbf{v} | \eta, \delta, \gamma) \\
 &\propto \delta^{63} \exp(-\delta) \gamma^{63} \exp(-512\gamma) \times \\
 &\quad \prod_{i=1}^4 \frac{\nu_i^{\delta-1} \gamma^\delta}{\Gamma(\delta)} \exp(-\gamma \nu_i) \prod_{j=2}^{16} \frac{(d_{ij})^{4\eta} \nu_i^{5\eta}}{\Gamma(5\eta)} \exp(-\nu_i d_{ij})
 \end{aligned} \tag{3-43}$$

本研究运用 OpenBUGS 软件实现基于马尔科夫链的蒙特卡洛仿真方法，生成模型参数的后验样本。共生成 30000 个模型参数后验分布的样本，其中第一批 10000 个样本用于马尔科夫蒙特卡洛链的训练以保证马尔科夫蒙特卡洛链收敛，基于后

验样本获得的模型参数估计结果如表 3-2 所示。

表 3-2 参数估计结果

	η	δ	γ	ν_1	ν_2	ν_3	ν_4
均值	0.07547	61.89	8.3126	7.072	7.290	7.460	7.573
置信区间下界 (2.5%)	0.05788	48.29	6.6667	4.622	4.87	5.035	5.171
置信区间上界 (97.5%)	0.09592	77.31	10.557	10.19	10.44	10.6	10.72

根据均值和式(3-42)，得出该型滑阀密封可靠性的评估结果如图 3-8 所示。

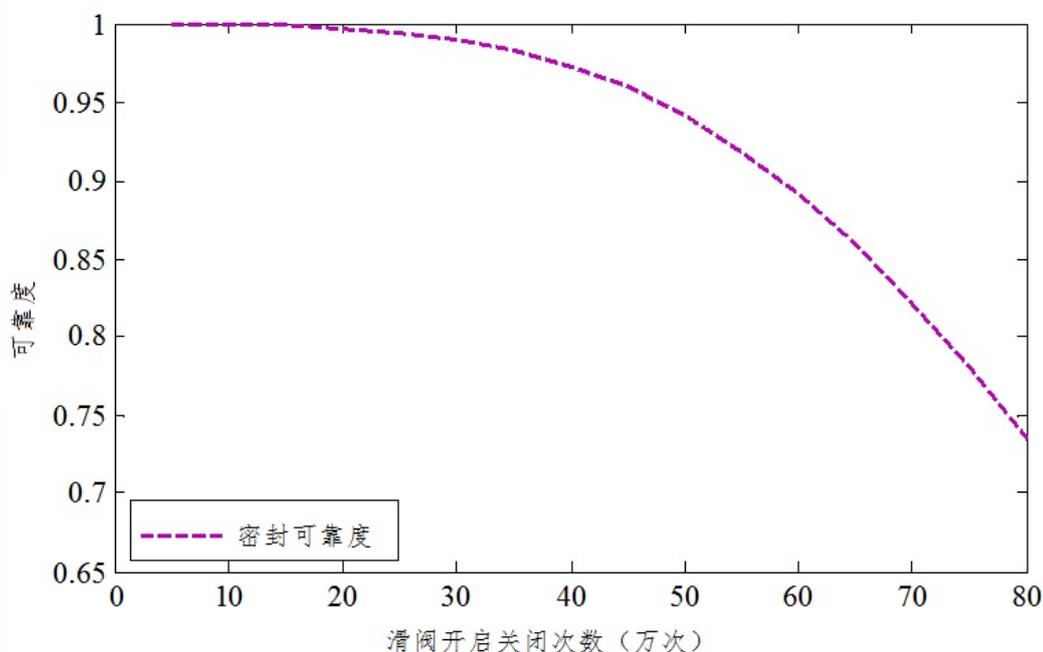


图 3-8 某型滑阀可靠度曲线

3.6 实例 2：考虑个体差异的砷化镓激光器可靠性评估

对于本文所建立的针对随机影响逆高斯过程性能退化模型的贝叶斯分析方法，采用 Meeker 和 Escobar^[53]著作中的表 C.17 中的砷化镓激光器 (GaAs laser) 的性能退化数据予以说明。

砷化镓激光器的性能会随着工作时间逐渐退化，体现为输出亮度的逐渐降低。为了维持输出亮度的恒定，砷化镓激光器的工作电流会逐渐升高以补充性能退化导致的亮度下降。在其研究中，15 台砷化镓激光器的工作电流随着设备工作时间而增加的百分比数据，被视为设备性能的退化数据，如表 3-3 所示。该退化数据可

以表示为 $\{Y_i, T_j\}, i=1, \dots, n, j=1, \dots, m$, 其中 n 是样本数量, $n=15$; T_j 是检测退化数据的时间点, $T_j = \{250, 500, 750, \dots, 3500, 3750, 4000\}$, 单位是 h, 采样检测频率 $f = 250 \text{ h}$, $m=16$ 。该数据被 Wang 和 Xu^[75]、Ye 和 Chen^[77] 的研究分别证实是适合采用逆高斯过程进行可靠性建模的。

表 3-3 某型砷化镓激光器性能退化数据

时间/h \ 样本号	0	250	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500	2750	3000	3250	3500	3750	4000
1	0	0.47	0.93	2.11	2.72	3.51	4.34	4.91	5.48	5.99	6.72	7.13	8.00	8.92	9.49	9.87	10.94
2	0	0.71	1.22	1.90	2.30	2.87	3.75	4.42	4.99	5.51	6.07	6.64	7.16	7.78	8.42	8.91	9.28
3	0	0.71	1.17	1.73	1.99	2.53	2.97	3.30	3.94	4.16	4.45	4.89	5.27	5.69	6.02	6.45	6.88
4	0	0.36	0.62	1.36	1.95	2.30	2.95	3.39	3.79	4.11	4.50	4.72	4.98	5.28	5.61	5.95	6.14
5	0	0.27	0.61	1.11	1.77	2.06	2.58	2.99	3.38	4.05	4.63	5.24	5.62	6.04	6.32	7.10	7.59
6	0	0.36	1.39	1.95	2.86	3.46	3.81	4.53	5.35	5.92	6.71	7.70	8.61	9.15	9.95	10.49	11.01
7	0	0.36	0.92	1.21	1.46	1.93	2.39	2.68	2.94	3.42	4.09	4.58	4.84	5.11	5.57	6.11	7.17
8	0	0.46	1.07	1.42	1.77	2.11	2.40	2.78	3.02	3.29	3.75	4.16	4.76	5.16	5.46	5.81	6.24
9	0	0.51	0.93	1.57	1.96	2.59	3.29	3.61	4.11	4.60	4.91	5.34	5.84	6.40	6.84	7.20	7.88
10	0	0.41	1.49	2.38	3.00	3.84	4.50	5.25	6.26	7.05	7.80	8.32	8.93	9.55	10.45	11.28	12.21
11	0	0.44	1.00	1.57	1.96	2.51	2.84	3.47	4.01	4.51	4.80	5.20	5.66	6.20	6.54	6.96	7.42
12	0	0.39	0.80	1.35	1.74	2.98	3.59	4.03	4.44	4.79	5.22	5.48	5.96	6.23	6.99	7.37	7.88
13	0	0.30	0.74	1.52	1.85	2.39	2.95	3.51	3.92	5.03	5.47	5.84	6.50	6.94	7.39	7.85	8.09
14	0	0.44	0.70	1.05	1.35	1.80	2.55	2.83	3.39	3.72	4.09	4.83	5.41	5.76	6.14	6.51	6.88
15	0	0.50	0.83	1.29	1.52	1.91	2.27	2.78	4.42	3.78	4.11	4.38	4.63	5.38	5.84	6.16	6.62

在算例的分析中, 采用无先验信息情况下的大区间均匀分布作为模型参数的先验分布, 具体所采用均匀分布的区间如表 3-4 中所示。将先验分布和退化数据代入式(3-35), 然后在 OpenBUGS 中进行数据分析, 抽取 100000 个联合后验分布的样本, 得到模型参数的估计结果如表 3-4 所示。

表 3-4 参数估计结果和所采用的先验分布

参数	均值	2.5%	97.5%	无信息先验分布区间
ω	2.153	1.848	2.488	[0,100]
κ	2.401	1.416	3.759	[0,100]
q	0.9698	0.9128	1.027	[0,20]
λ	80.55	60.74	103.0	[0,1000]

在模型参数联合后验分布样本的基础上，根据式(3-36)计算得到砷化镓激光器在不同的失效阈值（6%、7%、8%和 9%）下的可靠度指标的评估值。结果如图 3-9 所示。

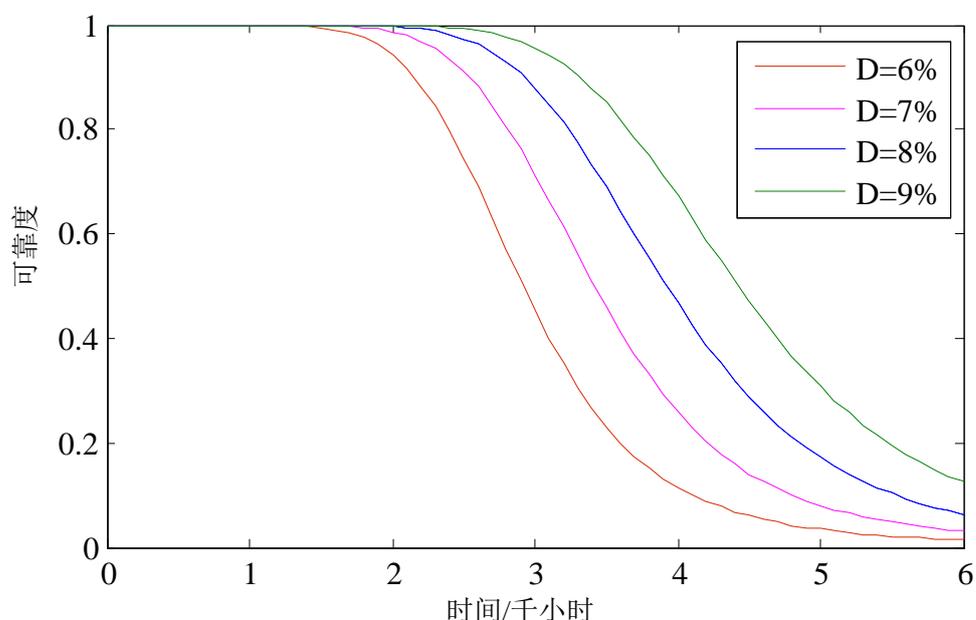


图 3-9 砷化镓激光器的可靠性度曲线

3.7 本章小结

本章首先用形状参数相同、尺度参数不同但服从同一随机分布的 Gamma 过程来描述同一总体中不同样本的性能退化过程，通过尺度参数的随机化来表征不同产品个体之间的差异性，以此建立考虑个体差异性的基于 Gamma 过程的退化可靠性模型，并从便于多源可靠性信息融合的角度出发，介绍了基于贝叶斯理论的参数估计方法。然后，采用类似的思路，将逆高斯过程模型中与退化速率相关的参

数随机化，建立了考虑产品个体差异性的逆高斯过程模型，并同样给出基于贝叶斯理论的参数估计方法。本章还通过滑阀密封可靠性评估的工程实例详细说明了如何运用考虑个体差异的 Gamma 过程模型，最后利用 Meeker 和 Escobar^[53]研究中的某型砷化镓激光器的性能退化数据，验证了考虑个体差异性的逆高斯过程模型和参数估计方法的有效性。本章从理论上拓展了 Gamma 过程模型和逆高斯过程模型，使其能在可靠性评估工作中更好的描述产品中的个体差异性，提高评估精度。

第四章 基于退化量分布模型的疲劳可靠性评估

4.1 引言

疲劳是机械产品失效的重要原因之一。机械产品的关键部件一旦出现疲劳断裂,将对机械产品乃至更大系统产生重大的影响,在机械产品的可靠性评估领域,针对机械疲劳失效展开的寿命预测和可靠性评估一直是研究热点^[138-141]。实际工程中疲劳的累积损伤过程是一个随机的过程。疲劳损伤累积的随机性主要是由以下两方面因素造成的:一是材料疲劳强度的物理不确定性;另一个是结构所承受载荷的随机性^[142]。考虑不确定性的疲劳损伤分析,目前常用方法是基于 Miner 法则和确定性 $S-N$ 曲线给出其等效应力范围并进行分析,其缺点主要是缺乏考虑诸多不确定因素、加载次序以及载荷间相互作用效应。由于试验数据的统计不确定性和材料属性的物理不确定性的影响,变幅载荷作用下的疲劳寿命分布、损伤累积计算及其概率寿命预测等问题仍是当前国内外学者的主要关注热点^[142-147]。在疲劳损伤的概率建模分析方面,通过考虑加载过程和材料疲劳强度的随机性,Shen^[142]提出了一个随机加载条件下的疲劳损伤的概率分布模型。结合非线性疲劳累积损伤准则和概率 $S-N$ 曲线,Liu 和 Mahadevan^[145, 146]提出了一种概率疲劳寿命预测的广义方法,并进行了疲劳时变可靠性分析,该方法的不足主要是需要通过额外的试验来获得模型参数且忽略了外部载荷下的不确定性。通过将 Weibull 模型广义化,Castillo^[144]提出了一种不同应力水平下的疲劳寿命预测广义模型。Zerbst 和 Beretta 等^[148-150]探讨了基于损伤容限理论的机车轮轴轻量化设计,并结合定期检测技术分析影响了其剩余寿命的因素。Beretta 等^[143, 151-155]提出了变幅载荷作用下的疲劳裂纹扩展的概率公式,并分析了腐蚀对其寿命的影响。Rathod^[147]结合 Miner 法则和概率 $S-N$ 曲线,提出了一种疲劳累积损伤的概率建模方法,该方法将损伤累积过程视为一个线性的过程,这与实际情况不符,尤其是在诸多不确定因素的影响下。

疲劳累积损伤的概率建模包含以下两方面的主要内容:基于物理的累积损伤模型和准确的不确定性表征技术。针对现有不确定性建模过程中含有的高维积分运算难求解问题,本章通过探讨量化疲劳累积损伤建模中不确定性的简化方法,从退化失效的角度出发,将累积疲劳损伤视为退化量,损伤临界值则为失效阈值。采用基于退化量分布的可靠性模型对疲劳可靠性进行建模,通过材料疲劳寿命的统计特征值确定退化量分布(疲劳累积损伤分布)模型中参数,进而实现疲劳可

可靠性评估。最后利用两种常用的机车轮轴材料（45号钢和 LZ50 钢）的疲劳寿命数据，实现恒幅和变幅载荷作用下对这两种材料的疲劳可靠性评估，验证了本章所提出方法的可行性。

4.2 基于退化量分布模型的可靠性评估

在基于退化量分布的可靠性模型中，不同的样本在同一时刻测量的退化数据，存在一定的分布特征，服从某一概率分布。如图4-1所示，第*i*个样本在第*j*次退化量测定中测得的退化数据为 y_{ij} ，则退化数据集 $(y_{1j}, y_{2j}, y_{3j}, \dots, y_{ij})$ 服从某个概率分布，该分布的参数向量记为 θ_{t_j} ，通常认为不同时刻的退化数据集服从相同类型的随机分布，但是参数 θ_{t_j} 随着检测时间变化而变化。通过获取参数与时间之间的函数关系，就可以确定任一时刻的退化量所服从分布的参数，进而实现对任一时刻的可靠性评估。

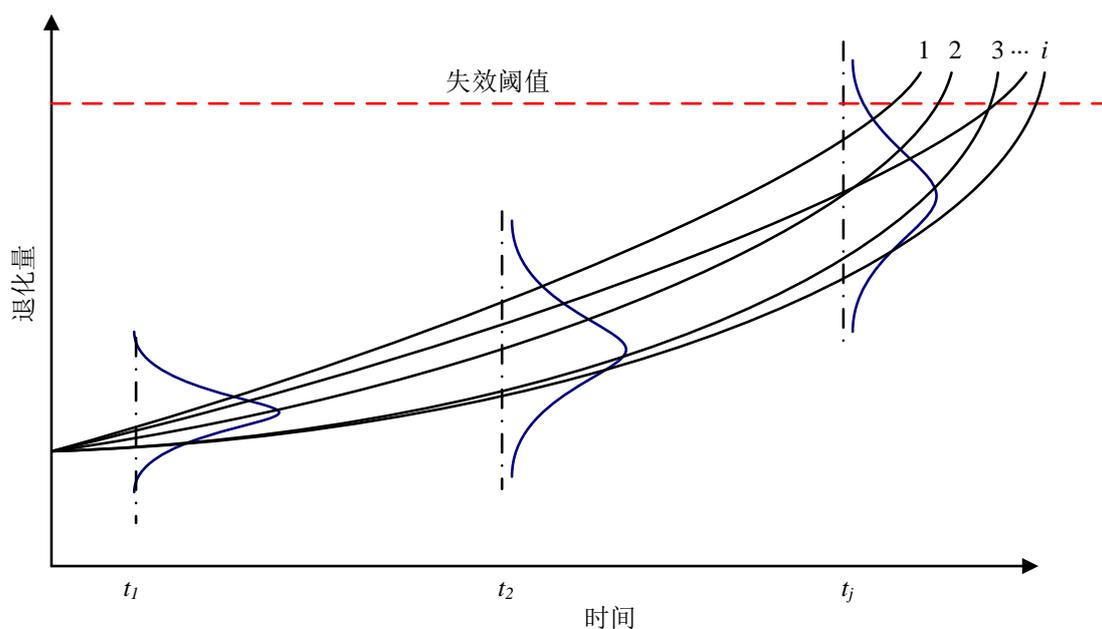


图 4-1 退化轨迹与退化量分布的关系

常见的用于退化量分布模型分布有：正态分布、威布尔分布等。

当退化量服从正态分布时， t 时刻的退化量 $y(t)$ 所服从的正态分布的参数记为： $\theta_t = (\mu_t, \sigma_t^2)$ 。则 t 时刻的可靠度为：

$$\begin{aligned} R(t) &= \Pr[y(t) < D_c] \\ &= \Phi\left(\frac{D_c - \mu_t}{\sigma_t}\right) \end{aligned} \quad (4-1)$$

当退化量 $y(t)$ 服从尺度参数 η_t 、形状参数 m_t 的两参数威布尔分布时， t 时刻的可靠度为：

$$\begin{aligned} R(t) &= \Pr[y(t) < D_c] \\ &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{D_c}{\eta_t}\right)^{m_t}\right] \end{aligned} \quad (4-2)$$

为了能使用以上表达式计算产品 t 时刻的可靠度，必须知道此时参数向量 θ_t 的值。通常将参数作为时间的函数。利用基于退化量的可靠性模型可靠性评估的一般流程如图 4-2 所示。

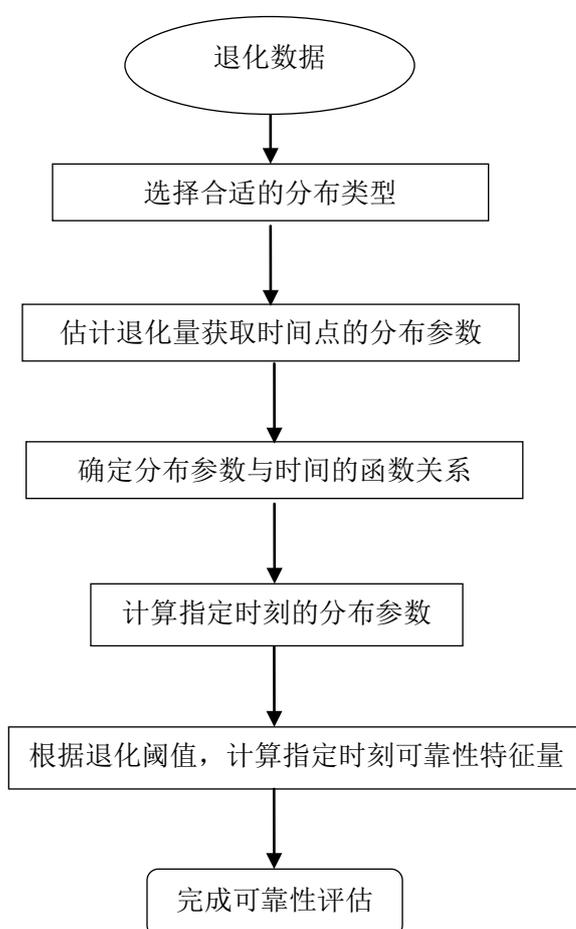


图 4-2 基于退化量分布模型的可靠性评估流程

第一步：选定 i 个样本，在 t_1, t_2, \dots, t_j 时刻对每个样本进行退化数据测定，共得 j 个数据集，记第 j 次退化量测定中测得的退化数据集为 $(y_{1j}, y_{2j}, y_{3j}, \dots, y_{ij})$ ，对每一次检测得到的退化数据集进行分布假设检验，选择合适的分布类型以描述退化量的分布特征。

第二步：利用最大似然估计等参数估计方法，对每次检测得到的退化数据集

$(y_{1j}, y_{2j}, y_{3j}, L, y_{ij})$ 所服从的概率分布分别进行分布参数估计, 得到 j 个参数向量: $\hat{\theta}_{t_1}, \hat{\theta}_{t_2}, L, \hat{\theta}_{t_j}$ 。

第三步: 选择合适的函数描述 (t_1, t_2, L, t_j) 与 $(\hat{\theta}_{t_1}, \hat{\theta}_{t_2}, L, \hat{\theta}_{t_j})$ 之间的关系, 记为 $\theta_t = f(t, \Theta)$, 通常基于回归分析确定参数向量 Θ 。

第四步: 根据上步得到的 $\theta_t = f(t, \Theta)$, 就能获得任意 t 时刻退化量所服从的概率分布的参数。

第五步: 根据任意时刻的参数估计值, 结合退化阈值, 利用退化量与可靠性特征量的关系, 即可完成任意时刻可靠性特征量的计算。

4.3 基于退化量分布模型的疲劳可靠性评估

疲劳是机械产品最主要的失效原因之一, 疲劳累积损伤是一个不可逆的损伤累积过程, 且在达到临界值时发生断裂失效^[138, 156]。同时, 材料的疲劳失效过程是一个随机的过程, 其随机性主要体现在两个方面: 一是材料疲劳强度的物理不确定性; 另一个是结构所承受载荷的随机性。疲劳的累积损伤路径如图 4-3 所示。

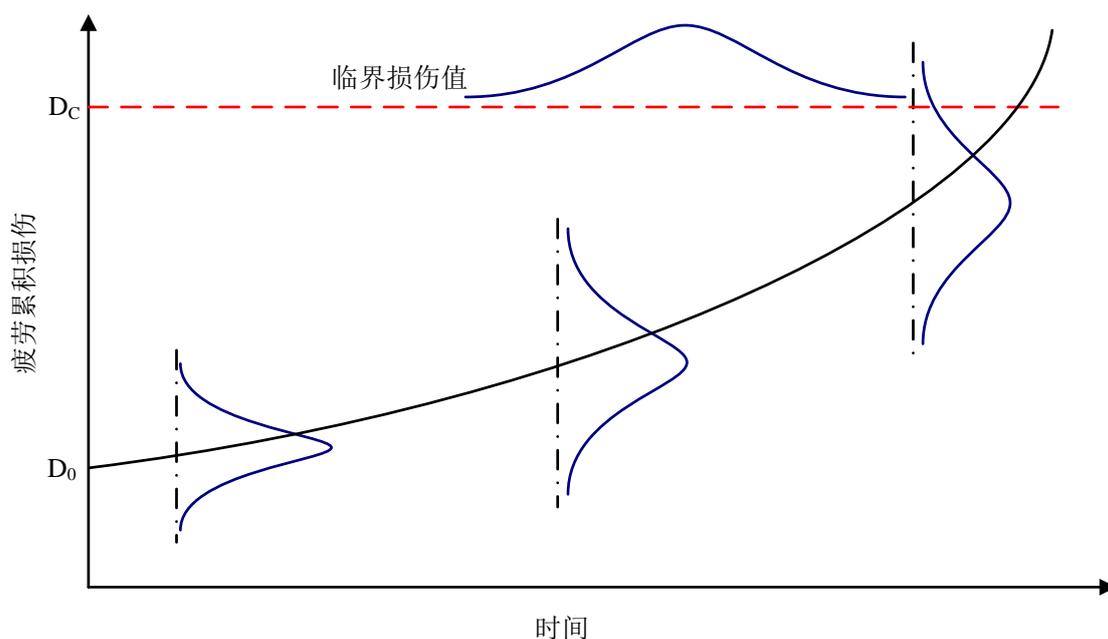


图 4-3 疲劳累积路径示例

在图 4-3 所示疲劳损伤的累积路径中, D_0 为初始损伤, D_c 为疲劳失效发生时的临界损伤值。

从基于退化模型的可靠性理论的观点, 疲劳累积损伤可以视为一种退化度量, 由于载荷的不确定性, 在任一给出的测量点均可视作一个随机变量, 并服从拥有平均值随时间增加的概率分布, 这样就实现了对于载荷不确定的表达, 图 4-3 中所

示的一条疲劳累积路径自然可以视为图 4-1 中的一条退化轨迹。同时，将疲劳失效发生时的临界损伤值视为另一个随机变量，以表达不同样本之间疲劳强度的物理不确定性。

当观测到大量分散性疲劳数据时，任何给定应力水平的疲劳寿命均可视为服从正态分布和对数正态分布的随机变量^[157, 158]。疲劳累积损伤作为一个随机变量，且为加载时间的函数，它可从疲劳寿命的分布中推导得出。

利用基于退化量分布的模型进行可靠性评估的关键是获取分布的参数，上节介绍的是一种数据驱动的统计方法获取分布参数与时间的函数关系。本节拟提出一个疲劳累积损伤的概率建模方法，从基于物理的角度出发，由疲劳寿命的分布中推导出疲劳累积损伤的分布，并最小化其计算复杂度，以此开展机械产品的疲劳可靠性评估。

4.3.1 疲劳累积损伤分析

循环加载次数为 n 时的疲劳累积损伤为 $D(n)$ （初始损伤值等于 D_0 ），且随着加载次数的增多而单调递增。如果忽略环境和频率对 $D(n)$ 的影响，则疲劳累积损伤速率与 D_0 、临界损伤 D_c 和加载应力水平 S 有关。尽管在一定加载条件下，将疲劳累积损伤与加载循环数之间的关系视为线性的，但就实际工程构件而言，非线性关系更适用于表征疲劳累积损伤的过程。基于此，图 4-3 中的疲劳累积损伤的广义曲线形式可表达为：

$$D(n) = D_0 + f(S, D_0, D_c) n^a \quad (4-3)$$

式中， $f(S, D_0, D_c)$ 为表征与循环加载相关的累积损伤速率， a 为疲劳累积损伤指数，其值取决于加载应力的幅值。函数 $f(S, D_0, D_c)$ 可由边界条件和失效准则获得，当疲劳累积损伤 $D(n)$ 等于临界损伤值 D_c 时，则发生疲劳失效，此时对应的加载循环数 n 即为疲劳寿命 N_f 。综合上述边界条件，有：

$$f(S, D_0, D_c) = \frac{D_c - D_0}{N_f^a} \quad (4-4)$$

将式(4-4)代入式(4-3)，有：

$$D(n) = D_0 + (D_c - D_0) \left(\frac{n}{N_f} \right)^a \quad (4-5)$$

传统 $S-N$ 曲线的幂函数形式为：

$$N_f S^m = C \quad (4-6)$$

式中, C 为疲劳强度系数, m 为 $S-N$ 曲线的斜率。

综合式(4-5), 式(4-6)可表达为:

$$D(n) = D_0 + (D_C - D_0) \left(\frac{S^m}{C} \right)^a n^a \quad (4-7)$$

值得注意的是, 式(4-7)满足文献[159]中所述的两个基本物理条件。图 4-3 中的累积损伤曲线可用式(4-7)来描述, 且累积损伤曲线起始于初始损伤点 D_0 , 在疲劳失效时满足 $D(N_f) = D_C$ 。当疲劳试样没有初始损伤时, $D_0 = 0$, 且在总累积损伤 $D_C = 1$ 和 $a = 1$ 时, 式(4-5)退化为 Marco-Starkey 模型^[160]、Corten-Dolan 模型^[161]和 Miner 法则^[162]。式(4-7)即为恒幅应力作用下的广义累积损伤模型。同理, 在无初始损伤时, 式(4-7)延伸至变幅载荷作用下的累积损伤为:

$$D = \sum_{i=1}^j D_i = \sum_{i=1}^j D_C \left(\frac{S_i^m}{C} \right)^{a_i} n_i^{a_i} \quad (4-8)$$

利用式(4-7)和式(4-8)可分别计算恒幅/变幅载荷作用下的疲劳累积损伤均值。针对工程构件的疲劳累积损伤是一个随机的过程, 将疲劳累积损伤过程视为一个随机的过程则显得尤为必要。

4.3.2 疲劳累积损伤分布

恒幅/变幅载荷作用下疲劳损伤随着加载次数的增多而逐渐累积。现有大多数研究主要集中在确定性的疲劳累积损伤准则, 而实际机械结构疲劳累积损伤行为是一个随机的过程, 且可以用概率分布进行描述, 如图 4-3 中的疲劳累积损伤分布, 这就需要对该分布进行建模和计算。通过将疲劳寿命视为一个随机变量, 且服从一定的分布, 则疲劳累积损伤的分布可利用概率密度函数转换技术(one-to-one PDF transformation technique) 获得^[151]。疲劳累积损伤广义曲线的概率描述如图 4-4 所示。该图示意了如何基于已知的某级应力水平下的疲劳寿命概率密度函数给出累积损伤的概率密度函数。

图 4-4 中, c_1 曲线为应力水平 S 下由式(4-7)给出的累积损伤均值增长趋势, 该曲线表征了累积损伤与加载次数之间的非线性关系。在初始寿命处方差为 0 且随着加载次数增加而增加。当假设机械结构或材料没有初始损伤时, 式(4-7)可简化为:

$$D(n) = kn^a \quad (4-9)$$

式中, $k = D_C (S^m / C)^a$ 。

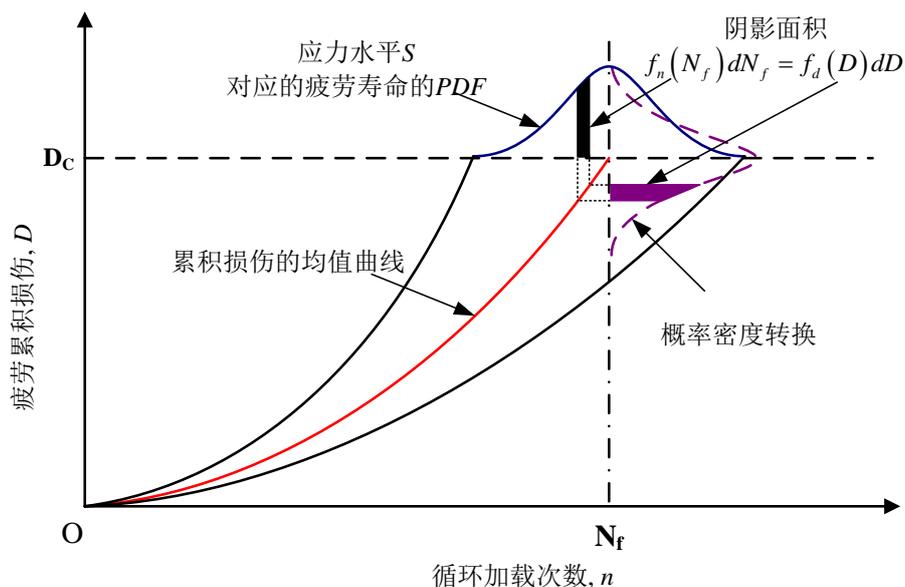


图 4-4 循环加载条件下的概率密度函数转换示意图

结合图 4-4 中的概率密度函数转换技术^[151]，累积损伤 D 分布的确定需要：

- (1) 准确的累积损伤与加载次数之间的关系模型，如本章中的式(4-9)。
- (2) 已知的加载寿命的概率密度函数。

如前所述，疲劳寿命 N_f 的变异性可以用一个对数正态分布来描述，其均值为 μ_{N_f} ，标准差为 σ_{N_f} ，则对数正态下的疲劳寿命 N_f 的概率密度函数为：

$$f_n(N_f) = \frac{1}{N_f \sigma_{N_f} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln N_f - \mu_{N_f}}{\sigma_{N_f}}\right)^2\right), N_f \sim LN(\mu_{N_f}, \sigma_{N_f}) \quad (4-10)$$

为获得累积损伤 D 的概率密度函数，需先获得其累积分布函数。因此，根据概率密度函数转换技术，累积损伤分布的概率密度函数与疲劳寿命的概率密度函数之间的关系为：

$$f_d(D)dD = f_n(N_f)dN_f \quad (4-11)$$

将式(4-9)和式(4-10)代入式(4-11)，可得累积损伤 D 的概率密度函数为：

$$f_d(D) = \frac{1}{Da\sigma_{N_f} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln D - \ln k - a\mu_{N_f}}{a\sigma_{N_f}}\right)^2\right) \quad (4-12)$$

由式(4-12)可知，累积损伤的分布服从对数正态分布，且可表达为：

$$D \sim LN(a\mu_{N_f} + \ln k, a\sigma_{N_f}) \quad (4-13)$$

式中，累积损伤 D 的标准差为 $\sigma_D = a\sigma_{N_f}$ 。

4.3.3 疲劳累积损伤的差异性及其趋势分析

如式(4-9)所示，机械结构或材料中累积损伤随着加载次数的增加而呈非线性地增加。现有研究表明^[147, 163, 164]，累积损伤的方差随着加载次数的增加而单调地增加，而疲劳寿命的方差随着应力水平的降低而增加。

本章假设在初始寿命处的方差为 0，且该值随着加载次数的增加而单调连续地增加，并在其疲劳寿命处等于一个临界损伤值。基于几何推理技术（geometric reasoning technique）^[147]，加载寿命方差的变化率可用图 4-5 表示。

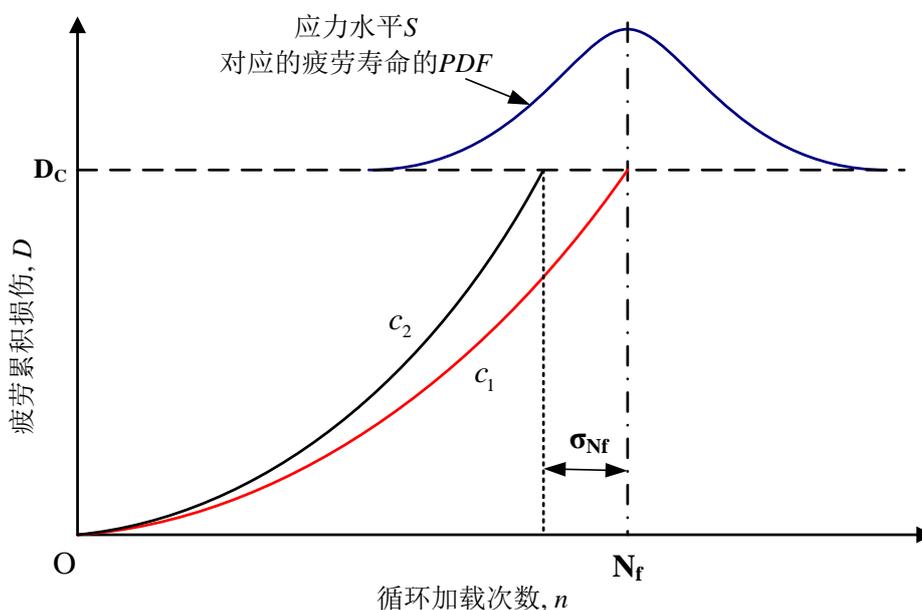


图 4-5 加载寿命方差的变化率示意图

在图 4-5 中， c_1 曲线为累积损伤平均值趋势曲线， c_2 曲线为疲劳寿命分布 1- σ 曲线。同理，将图 4-5 中的坐标系转换为双对数坐标系，加载寿命的标准差的变化率 r_σ 可由下式计算：

$$r_\sigma = \frac{\sigma_{N_f}}{\ln N_f} \quad (4-14)$$

给定寿命 n 处的标准差为：

$$\sigma_n = \left(\frac{\sigma_{N_f}}{\ln N_f} \right) \ln n \quad (4-15)$$

综合式(4-13)和式(4-15)，累积损伤 D 的标准差为：

$$\sigma_D = a \left(\frac{\sigma_{N_f}}{\ln N_f} \right) \ln n \quad (4-16)$$

式(4-16)可用于计算恒幅载荷作用下的累积损伤方差。同理，将式(4-16)延伸至变幅载荷作用下的疲劳寿命处累积损伤方差计算公式为：

$$\sigma_D = \sqrt{\sum_{i=1}^j \left(a_i \left(\frac{\sigma_{N_{fi}}}{\ln N_{fi}} \right) \ln n_i \right)^2} \quad (4-17)$$

式中， i 为变幅载荷作用下的应力级数。

4.3.4 疲劳可靠性评估

根据疲劳过程的边界条件，疲劳失效发生在其累积损伤 D 等于其临界损伤值 D_c ，且有 $E(D_c)=1$ 。此外，基于如下假设：

- (1) 临界损伤与累积损伤具有相同分布；
- (2) 在疲劳寿命处 $n = N_f$ ，临界损伤的方差 $D_c(\sigma_{D_c}^2)$ 与累积损伤的方差相等，且随着其加载次数越多而增大。

通过将累积损伤视为一个随机变量，且其分布为对数正态分布，其均值和方差可分别由式(4-7)和式(4-15)求得。

疲劳发生在随机累积损伤 D 大于临界损伤 D_c 时，对应极限状态函数 $G(n)$ 为：

$$G(n) = D_c - D(n) \quad (4-18)$$

式中， $G(n)=0$ 时即为极限状态，是安全域 ($G(n)>0$) 和失效域 ($G(n)<0$) 的边界。

基于疲劳累积损伤服从对数正态分布的假设，当给定 $D(n)$ 时，广义损伤累积曲线下计算可靠度的公式为：

$$\begin{aligned} R &= \Pr[G(n) > 0] \\ &= 1 - \Phi \left(- \frac{\mu_{D_c} - \mu_D}{\sqrt{\sigma_{D_c}^2 + \sigma_D^2}} \right) \end{aligned} \quad (4-19)$$

将式(4-8)和式(4-17)代入式(4-19)，有：

$$R = 1 - \Phi \left(- \frac{\mu_{D_c} - \sum_{i=1}^j D_c \left(\frac{S_i^m}{C} \right)^{a_i} n_i^{a_i}}{\sqrt{\sigma_{D_c}^2 + \sum_{i=1}^j \left(a_i \left(\frac{\sigma_{N_{fi}}}{\ln N_{fi}} \right) \ln n_i \right)^2}} \right) \quad (4-20)$$

4.4 算例分析

为验证本章所提出的疲劳可靠性评估方法的可行性和准确性，分别采用式(4-13)和式(4-17)，结合恒幅载荷和变幅载荷作用下的材料试验数据对机车车辆关键件进行可靠性评估。

4.4.1 试验描述与材料属性

45 号钢和 LZ50 钢是机车车轴常用的两种材料。本章算例采用的 45 号钢和 LZ50 材料试验数据的相关统计特性如表 4-1 所示，45 号钢的数据来源于文献^[165, 166]；LZ50 材料的数据来源于文献^[167, 168]。主要包括其加载幅值及其对应下的疲劳寿命均值和方差，且其在恒幅载荷加载下的寿命假设服从对数正态分布。

表 4-1 恒幅载荷作用下试验材料的疲劳寿命统计特征

材料	应力幅值 (S_i/MPa)	疲劳寿命的统计特性 ($\ln N_f$)	
		均值	标准差
45 号钢	525	5.33	0.32
	500	5.50	0.34
	475	5.59	0.29
	450	5.82	0.35
	400	6.15	0.26
	750	4.49	0.15
	650	5.00	0.14
	630	5.04	0.12
	590	5.24	0.10
	520	5.65	0.24
LZ50	320	10.48	0.36
	305	11.62	0.26
	290	12.40	0.37
	280	13.08	0.36
	275	13.44	0.83

4.4.2 恒幅载荷作用下的疲劳可靠性分析

疲劳可靠性分析的目标旨在预测机械结构在不同加载条件下的寿命和可靠性。针对此,首先需要机械结构在疲劳寿命处临界损伤的方差 $\sigma_{D_c}^2$ 和不同时刻的疲劳累积损伤的方差进行估计。利用式(4-16)和表 4-1 中所列的参数和相关统计特性,疲劳寿命处临界损伤的方差可以由下式计算获得,且假设有 $\sigma_{D_c}=\sigma_D$,

$$\sigma_{D_c}=a\left(\frac{\sigma_{N_f}}{\ln N_f}\right)\ln n \quad (4-21)$$

如前所述,广义损伤累积曲线表明累积损伤和加载次数之间的关系为非线性。同理,在不同加载循环处累积损伤的方差也可获得。为评估机车车辆结构在不同载荷加载下时的可靠性,首先需要估计疲劳寿命处临界损伤的方差。利用式(4-21),任意应力水平下的 σ_{D_c} 可计算获得。损伤累积指数 a 可由额外试验获得,且为一个应力幅的函数,表征其加载次序效应。

结合表 4-1 中的试验数据,45 号钢的模型参数可由最小二乘法拟合获得:

$$m=2.43604; C=9.85123\times 10^8 \quad (4-22)$$

应用本章所提出的累积损伤概率建模方法,基于表 4-1 中 $S-N$ 曲线的相关统计特性,基于式(4-20),不同应力水平作用下所对应的可靠度为:

$$R=1-\Phi\left(\frac{1-(1.0151\times 10^{-9}S^{2.43604})^a n^a}{\sqrt{\sigma_{D_c}^2+a\left(\frac{\sigma_{N_f}}{\ln N_f}\right)\ln n}}\right) \quad (4-23)$$

式(4-23)表征了累积损伤与加载次数之间的关系。45 号钢材料试样在不同应力水平下的可靠度曲线如图 4-6 所示。

同理,基于式(4-20)和式(4-21),LZ50 钢试样在不同应力水平下的可靠度曲线如图 4-7 所示。

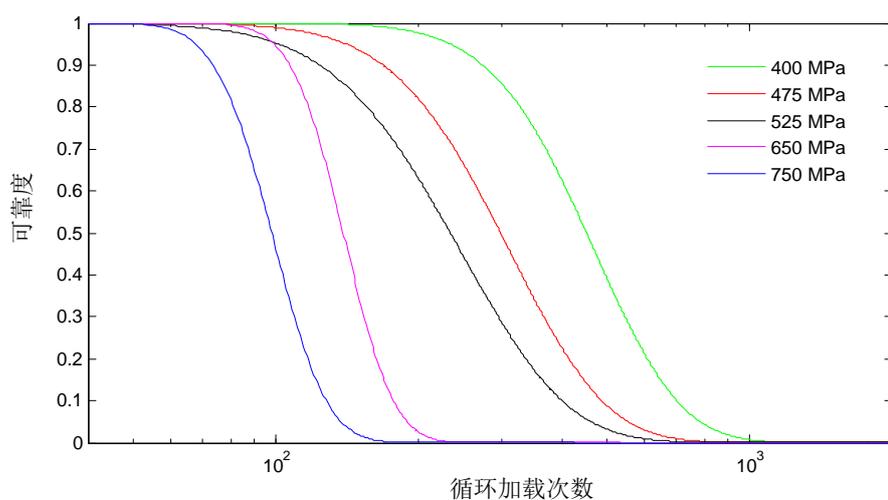


图 4-6 45 号钢在不同加载应力水平下的可靠度曲线

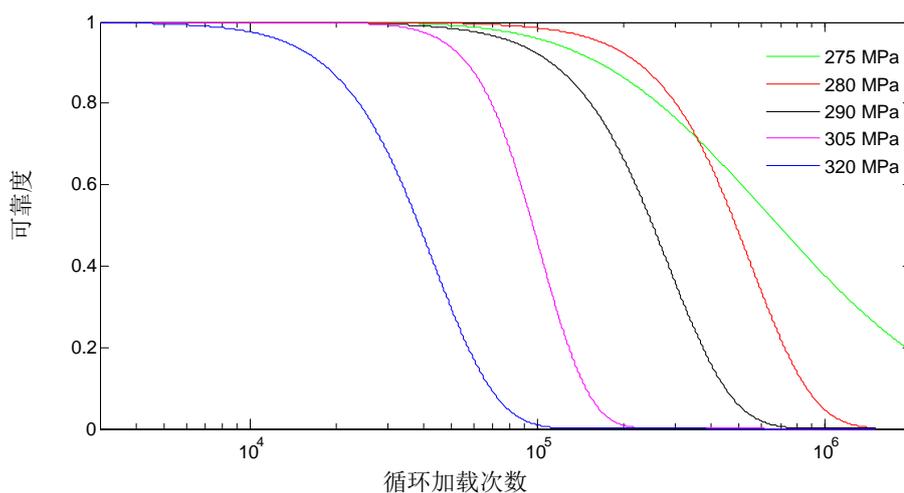


图 4-7 LZ50 钢在不同应力水平下的可靠度曲线

由图 4-6 和图 4-7 可知，同一材料试样在不同应力水平下的寿命是不同的，且其可靠度随着使用时间或加载次数的增加而降低。材料试样在寿命初始阶段处于高可靠度水平，随着加载次数增加，其可靠度逐渐降低，这也分别对应着疲劳裂纹的形成与扩展阶段。在高可靠度和稳定阶段对应着裂纹形成阶段，而在可靠度递减时则对应着其裂纹扩展阶段。加载应力越高，其裂纹形成周期则越短。越快的可靠度递减阶段则对应着材料中正在发生更快的性能退化或高速率的损伤累积阶段。

4.4.3 变幅载荷作用下的疲劳可靠性分析

机械产品通常承受着随机性-变幅载荷的交互作用。概率疲劳失效建模和可靠性分析主要旨在预测机械结构在服役后某一时刻下的疲劳可靠度和剩余寿命。为评估车辆轮轴在变幅载荷作用下的可靠度，本节结合表 4-2 中的试验数据和式 (4-17)，计算疲劳寿命处的临界损伤的方差。同理，在结构服役后某一时刻的累积损伤的方差亦可获得。变幅加载试验相关情况见表 4-2。

表 4-2 变幅载荷作用下的 45 号钢的试验描述

材料	加载类型	变幅加载 ^a
45 号钢	1	240(10 ⁵) → 350(8×10 ⁴) → 400(2.5×10 ⁴) → 500(10 ⁴) → 400(2.5×10 ⁴) → 350(8×10 ⁴) → 240(10 ⁵)
	2	500(1.5×10 ⁴) → 590(4×10 ³) → 626.6(5×10 ³) → 590(4×10 ³) → 500(1.5×10 ⁴)

^a应力水平 S_i /MPa (加载次数 n_i)

在获得不同使用寿命处的累积损伤方差和临界损伤的方差，45 号钢在变幅载荷作用下的可靠度可由式(4-20)计算获得。通过将计算可靠度与试验数据相比较，其对比结果如图 4-8 所示。

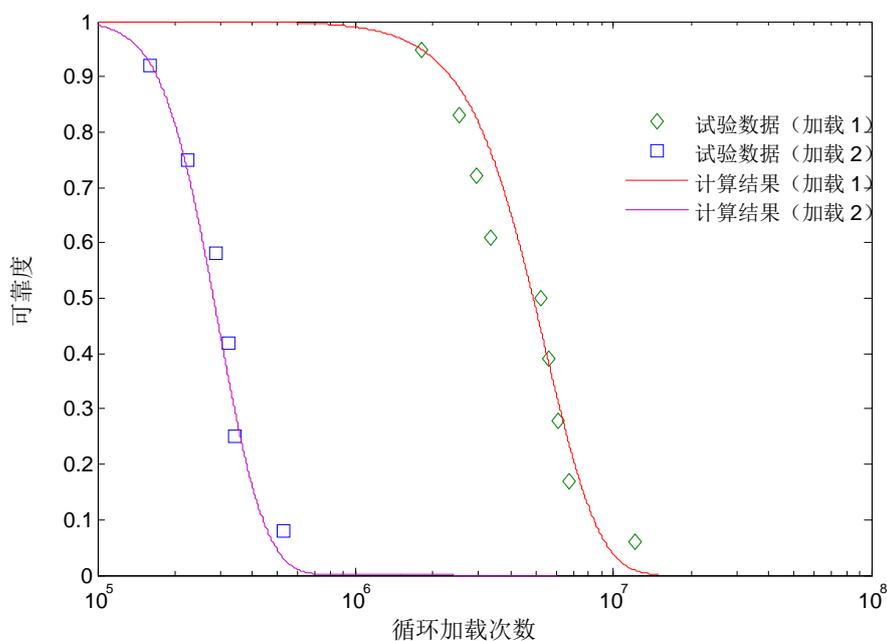


图 4-8 45 号钢试样的疲劳可靠性计算值与试验数据的对比

由图 4-8 知，45 号钢在两种加载条件下的疲劳可靠度计算结果与试验数据的一致性良好。

4.5 本章小结

本章在介绍传统的基于退化量分布的可靠性模型的基础上，结合传统疲劳累积损伤分析，通过引入退化模型及概率建模方法，对机械构件的疲劳累积损伤进行了演化与分布描述。通过结合非线性疲劳累积损伤准则和概率密度函数转换技术，提出了疲劳损伤累积概率建模方法和框架，为机械结构的疲劳可靠性分析提供了理论基础。该方法考虑了载荷和损伤的分散性和随机性对其疲劳寿命和疲劳特性的影响，通过对临界损伤值的概率化表达描述了材料强度的不确定性。该方法的核心在于疲劳累积损伤演化的准确估计和疲劳累积损伤的概率分布分析。最后从 45 号钢和 LZ50 钢材料的疲劳寿命数据出发，实现了对两种材料的疲劳可靠性评估，证明了该方法适用于恒幅载荷或者变幅载荷作用下的机械结构抗疲劳设计、机械结构健康诊断、可靠性分析和安全性评估。该方法也可延伸至不同失效机理下的累积损伤概率建模。

第五章 基于多元性能退化的机械产品可靠性评估

5.1 引言

随着退化模型在可靠性评估领域的发展和应用, Crk^[34]、Wang 和 Coit^[169]、Xu 和 Zhao^[170]等较早地开展多元性能退化的相关研究。机械产品中存在大量的多元性能退化现象, 例如发动机转轴较常见的疲劳失效、磨损失效、腐蚀失效和变形失效等四类故障模式, 分别对应了裂纹长度、磨损程度、腐蚀深度和变形尺寸这四类退化量数据^[171]。如何对这种多元性能退化进行合理的描述和可靠性建模对机械产品的可靠性评估具有重要意义。

在涉及多元性能退化的问题中, 处理多元退化量之间的相关性是一个难点。Copula 函数又称为连接函数, 是把多元随机变量的联合分布用其一元边缘分布连接起来的函数, 由 Sklar 最早提出, 其主要特点是能够有效地搭建联合分布函数与边缘分布之间的相关性, 具有很强的实用性^[172]。如今, 在金融、风险管理、生物统计学等多个领域, Copula 函数被广泛的用于描述变量之间的相关性。近年来, 在基于退化模型的可靠性评估研究中, Copula 函数也受到越来越多的关注。Sari^[173]在其博士学位论文里对多性能退化产品开展了可靠性评估研究, Copula 函数被用来描述多元性能退化之间的相关性。潘正强和 Balakrishnan^[174, 175]等在基于 Wiener 过程模型的二元退化可靠性评估问题中, 利用 Copula 函数描述两个 Wiener 过程之间的相关性。Wang 和 Pham^[176]在考虑多元退化和随机冲击下的竞争失效可靠性模型中, 利用 Copula 函数表征退化过程之间的相关性; 唐家银等^[171]讨论了基于退化量分布的多元性能退化模型中, 如何用 Copula 函数描述多元性能退化之间的相关性。张建勋和胡昌华等^[177]利用 Copula 函数描述陀螺仪的多个性能退化量之间的相关性, 并对其进行了剩余寿命预测。

传统的多元性能退化都是基于竞争关系的, 任何一个退化量达到其对应的失效阈值就判定为产品失效, 也就是多元的性能退化通常对应着产品的多失效模式。虽然机械产品中存在大量的多元性能退化对应多失效模式的情况, 比如机械产品同时出现疲劳、磨损和腐蚀的情况, 但是机械产品中还存在一些不适合用竞争描述其关系的多元退化过程。例如, 在摩擦副里, 由于材料的不同, 两个摩擦面的磨损退化过程有着各自的特点, 是一个典型的二元性能退化, 但是这两个性能退化量往往只导致同一个磨损失效, 这样的情况就不能用基于竞争关系多元退化模型建模。因此, 建立一个基于非竞争关系的多元退化模型对机械产品可靠性

评估有其必要性。

本章首先介绍基于一般多元退化模型的可靠性评估，分析其在机械产品可靠性评估中的问题，然后将逆高斯过程模型引入到多元性能退化模型中，并利用 Copula 函数表征不同退化过程之间的相关性。同时，针对机械产品的特点，引入基于非竞争关系的多元性能退化可靠性模型。

5.2 基于一般多元性能退化模型的可靠性评估

若产品的性能退化过程由 l 个退化量组成，则产品在 t 时刻的退化量数据 $X(t)$ 由 l 个退化变量组成，可以表示为： $X(t)=(X_1(t), X_2(t), \dots, X_l(t))$ 。一般的多元性能退化模型是基于竞争关系假设的，也就是假设 l 个退化变量各自有一个对应退化失效阈值，记为 (C_1, C_2, \dots, C_l) ，当任一退化量变量达到其对应退化阈值时则产品失效。基于竞争关系假设的产品在 t 时刻的可靠度为：

$$R(t) = \Pr\{X_1(t) < C_1, X_2(t) < C_2, \dots, X_l(t) < C_l\} \quad (5-1)$$

如果这 l 个退化变量之间相互独立，则有：

$$\begin{aligned} R(t) &= \Pr\{X_1(t) < C_1, X_2(t) < C_2, \dots, X_l(t) < C_l\} \\ &= \prod_1^l \Pr\{X_i(t) < C_i\} \\ &= \prod_1^l \int_0^{C_i} f(x_{it}) dx_{it} \end{aligned} \quad (5-2)$$

式中， $f(x_{it})$ 是第 i 个退化量 $X_i(t)$ 在 t 时刻的概率密度函数，其中 $i=(1, 2, \dots, l)$ 。

若这 l 个退化变量之间不相互独立，则有：

$$\begin{aligned} R(t) &= \Pr\{X_1(t) < C_1, X_2(t) < C_2, \dots, X_l(t) < C_l\} \\ &= \int_0^{C_1} \dots \int_0^{C_l} f(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{lt}) dx_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{lt} \end{aligned} \quad (5-3)$$

式中， $f(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{lt})$ 是退化量 $X(t)=(X_1(t), X_2(t), \dots, X_l(t))$ 在 t 时刻的联合概率密度函数，如果能从退化数据中估算出这个联合概率密度函数，就可以根据式 (5-3) 进行产品的可靠度估算。

l 个退化变量在 t 时刻相互独立与否，可以通过式 (5-4) 所示的方差-协方差矩阵进行判断。

其中第二步中的参数可以根据下式进行参数估计：

$$\begin{aligned}\mu_i &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \hat{X}_n^{(i)}(t) \\ \sigma_i^2 &= \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N \left(\hat{X}_n^{(i)}(t) - \bar{X}^{(i)}(t) \right)^2\end{aligned}\quad (5-8)$$

式中， $\bar{X}^{(i)}(t)$ 是第 i 个退化变量在 t 时刻的均值， $\bar{X}^{(i)}(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \hat{X}_n^{(i)}(t)$ 。

第五步：利用式(5-3)在相关情况下进行任一 t 时刻可靠度计算，实现可靠性评估。

假设 t 时刻的多元退化量服从某个多元概率分布，利用第三步的数据确定其联合概率分布函数。下面以多元正态分布为例说明。 t 时刻退化量服从 l 维的多元正态部分的联合概率密度函数为：

$$f(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{lt}) = (2\pi)^{-\frac{l}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right] \quad (5-9)$$

式中， $\mathbf{x} = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{lt})^T$ ； $\boldsymbol{\mu} = (\mu_{1t}, \mu_{2t}, \dots, \mu_{lt})^T$ 是 t 时刻退化量的均值向量，每个均值可以用式(5-8)进行估算； Σ 是协方差矩阵， Σ^{-1} 是协方差矩阵的逆矩阵， $|\Sigma|$ 是 Σ 的行列式， t 时刻任意两个退化量的协方差估计值为：

$$C\hat{o}v(x_{it}, x_{jt}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\hat{X}_n^{(i)}(t) - \bar{X}^{(i)}(t) \right) \left(\hat{X}_n^{(j)}(t) - \bar{X}^{(j)}(t) \right) \quad (5-10)$$

式中， $\bar{X}^{(i)}(t)$ 是第 i 个退化变量在 t 时刻的均值， $\bar{X}^{(i)}(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \hat{X}_n^{(i)}(t)$ 。

通过以上基于一般多元性能退化模型的可靠性评估流程来看，其思路是将多元性能退化问题转化为多元随机概率分布问题，具有方便快捷的特点，能够满足一定精度下的可靠性评估工作的需要。但是，不同检测时刻得到各组退化数据满足同一族的多元随机概率分布簇这一隐含在模型中的假设对于机械产品而言过于苛刻，因为机械产品在工作中的不确定性因素太多，当各时刻的多元性能退化数据不满足任何已知的分布特征，或者不同时刻的退化量所服从的分布簇不同时，本节所述的可靠性评估方法则难以实施。在这样的情况下，利用基于随机过程来描述的多元性能退化过程，通过寻找退化增量的分布特征，找出退化数据的统计规律，进行可靠性建模和可靠性评估成为一个研究热点，潘正强和 Balakrishnan^[174, 175] 等将 Wiener 过程模型引入多元性能退化模型中，本章的后两节将基于逆高斯过程模型和 Gamma 过程模型开展多元性能退化的可靠性评估。同

时，多元性能退化的一般模型中的竞争性假设也不一定符合机械产品的实际情况，本章的最后将提出一种新的基于非竞争关系的多元退化可靠性模型。

5.3 基于逆高斯过程多元退化可靠性评估

Copula 函数是一种连接一元的边缘分布函数和其对应的多元联合分布函数的特殊函数。也就是说，多元联合分布可以通过各边缘分布和其对应的 Copula 函数来确定，这就为多元性能退化问题中联合分布确定困难的问题提供了一种良好的解决思路。考虑到逆高斯过程模型是一种较新的退化可靠性模型，本节拟在基于逆高斯过程模型的多元性能退化可靠性模型中利用 Copula 函数描述不同退化过程之间的相关性，进而实现可靠性评估。

5.3.1 Copula 函数基本理论

(1) Copula 函数的定义

二维 Copula 函数是一个函数 $C: I^2 = [0,1]^2 \rightarrow I = [0,1]$ ，并且满足以下条件：

i. 对于任意的 $u, v \in [0,1]$ 有：

$$C(u, 0) = C(0, v) = 0 \quad (5-11)$$

ii. 对于任意的 $u, v \in [0,1]$

$$\begin{aligned} C(u, 1) &= u \\ C(1, v) &= v \end{aligned} \quad (5-12)$$

iii. 对于任意的 $u_1, u_2, v_1, v_2 \in [0,1]$ ，如果 $u_1 \leq u_2$ ， $v_1 \leq v_2$ ，有：

$$C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0 \quad (5-13)$$

推广到 n 维， n 维 Copula 函数是一个函数 $C_n: I^n = [0,1]^n \rightarrow I = [0,1]$ ，并且满足以下条件：

i. 对于 n 维向量 $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ ，若任意分量 $u_i = 0$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ ，有：

$$C_n(\mathbf{u}) = 0 \quad (5-14)$$

ii. 对于 n 维向量 $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ ，如果除 u_k ， $k = 1, 2, \dots, n$ 外的其他分量都等于 1，则：

$$C_n(\mathbf{u}) = C_n(1, \dots, 1, u_k, 1, \dots, 1) = u_k \quad (5-15)$$

iii. 对于两个 n 维向量 $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ ， $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ ，如果对于任意的 j 有 $a_j \leq b_j$ ， $j = 1, 2, \dots, n$ ，则：

$$V_{C_n}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \geq 0 \quad (5-16)$$

(2) Sklar 定理

设 (X, Y) 是一个二维随机向量, 如果其边缘分布函数存在且为连续函数, 分别记为 $F(x)$, $G(x)$, 那么存在唯一的二维 Copula 函数 $C_{XY}(u, v)$, 使得对任意的 $x, y \in \mathbf{R}$, 有:

$$P(X \leq x, Y \leq y) = C_{XY}(F(x), G(y)) \quad (5-17)$$

推广到 n 维随机变量, 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 是 n 维随机变量, 其具有边缘分布函数: $F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)$, 如果边缘分布函数连续, 则存在唯一的 n 维 Copula 函数 $C_n(u_1, u_2, \dots, u_n)$, 对于任意的 $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbf{R}$, 有:

$$P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n) = C_n(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n))$$

Sklar 定理提供了一种利用 Copula 函数和边缘分布来构造多维联合分布的方法, Copula 函数则包含了多维变量之间的相关性。

(3) 相关性度量

相关性度量指相关随机变量之间相关性的量化指标。在概率统计中, 常用线性相关系数 ρ 来量化两个随机变量 (X, Y) 之间的相关性:

$$\rho(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} \quad (5-18)$$

式中, $\text{Var}(X)$ 和 $\text{Var}(Y)$ 分别表示两个变量 X 和 Y 的方差, $\text{Cov}(X, Y) = E(X, Y) - E(X)E(Y)$ 表示这两个变量的协方差。

线性相关系数能较好的表征变量之间的线性相关性, 但是却不能对非线性相关性进行较好的刻画。下面介绍 Kendall 秩相关系数 ρ_K 和 Spearman 秩相关系数 ρ_S , 并给出由 Copula 函数导出的表达式, 这两种相关性度量在严格单调增变化下不会发生改变, 能度量更为广义的的相关性, 能有效的对非线性相关性进行描述。

假设随机变量 X 和 Y 之间存在相关性, 其对应的边缘分布函数表示为 $F(x)$ 和 $G(y)$, Copula 函数为 $C(u, v)$, 其中 $u = F(x), v = G(x)$, (X_1, Y_1) 、 (X_2, Y_2) 和 (X_3, Y_3) 是独立同分布的随机向量。

Kendall 秩相关系数 ρ_K 定义为:

$$\begin{aligned} \rho_K &= P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0] \\ &= 4 \int_{[0,1]^2} C(u, v) du dv - 1 \end{aligned} \quad (5-19)$$

Spearman 秩相关系数 ρ_S 定义为:

$$\begin{aligned}\rho_s &= 3P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_3) > 0] - 3P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_3) < 0] \\ &= 12 \int_{[0,1]^2} C(u, v) du dv - 3\end{aligned}\quad (5-20)$$

(4) 常见的 Copula 函数

许多学者针对 Copula 函数参数模型进行了大量研究，常见的 Copula 函数有椭圆族的 Copula 函数：Gauss Copula 函数、 t -Copula 函数；阿基米德族的 Copula 函数：Gumbel Copula 函数、Clayton Copula 函数和 Frank Copula 函数等。下面就几种参数族 Copula 函数进行介绍。

Gauss Copula 函数定义为：

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n; \rho) = \Phi_\rho(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2), \dots, \Phi^{-1}(u_n)) \quad (5-21)$$

其密度函数为：

$$c(u_1, u_2, \dots, u_n) = |\rho|^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \zeta^T (\rho^{-1} - I) \zeta\right) \quad (5-22)$$

式中， ρ 是对角线上的元素为 1 的对称正定矩阵； Φ_ρ 是相关性系数矩阵是 ρ 的标准多元正态分布； $\Phi^{-1}(\bullet)$ 是标准正态分布分布函数的逆函数， $\zeta_n = \Phi^{-1}(u_n)$ ； I 是单位矩阵。

t -Copula 函数定义为：

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n; \rho, v) = T_{\rho, v}(t_v^{-1}(u_1), t_v^{-1}(u_2), \dots, t_v^{-1}(u_n)) \quad (5-23)$$

密度函数为：

$$c(u_1, u_2, \dots, u_n; \rho, v) = |\rho|^{\frac{1}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{v+n}{2}\right) \left[\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\right]^n \left(1 + \frac{1}{v} \zeta^{-1} \rho^{-1} \zeta\right)^{-\frac{v+n}{2}}}{\left[\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)\right]^n \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\zeta_i^2}{v}\right)^{-\frac{v+2}{2}}} \quad (5-24)$$

式中， ρ 是对角线上的元素为 1 的对称正定矩阵； $T_{\rho, v}$ 表示相关性系数矩阵是 ρ ，自由度是 v 的标准多元 t 分布； $t_v^{-1}(\bullet)$ 表示自由度是 v 的一元 t 分布的逆函数 $\zeta_n = t_v^{-1}(u_n)$ 。

以上两个椭圆族 Copula 函数中的参数 ρ 反应了变量间的线性相关，它与 Kendall 秩相关系数 ρ_K 的关系为：

$$\rho_K = \frac{2}{\pi} \arcsin(\rho) \quad (5-25)$$

Gumbel Copula 函数定义为：

$$\Delta Y_{n,m}^{(i)} \sim \text{IG}\left(\mu_i \Delta t_m, \lambda_i [\mu_i \Delta t_m]^2\right) \quad (5-31)$$

根据逆高斯分布的性质， $\Delta Y_{n,m}^{(i)}$ 的概率密度函数和分布函数为：

$$f\left(\Delta Y_{n,m}^{(i)} \mid \mu_i, t_m, \lambda_i\right) = \mu_i t_m \sqrt{\frac{\lambda_i}{2\pi \Delta(Y_{n,m}^{(i)})^3}} \exp\left[-\frac{\lambda_i \left(\Delta Y_{n,m}^{(i)} - \mu_i^2 t_m\right)^2}{2\Delta Y_{n,m}^{(i)}}\right] \quad (5-32)$$

$$F_i\left(\Delta Y_{n,m}^{(i)} \mid \mu_i, t_m, \lambda_i\right) = \Phi\left[\mu_i t_m \sqrt{\frac{\lambda}{\Delta Y_{n,m}^{(i)}}} \frac{\Delta Y_{n,m}^{(i)}}{\mu_i t_m} (-1)\right] + \exp(2\mu_i t_m \lambda_i) \Phi\left[-\mu_i t_m \sqrt{\frac{\lambda}{\Delta Y_{n,m}^{(i)}}} \left(\frac{\Delta Y_{n,m}^{(i)}}{\mu_i t_m} + 1\right)\right] \quad (5-33)$$

式中， $\Phi(\bullet)$ 是标准正态分布的分布函数。

由随机过程的定义知，同一个退化过程中的增量之间相互独立，即：当 $m \neq m'$ 时， $\Delta Y_{n,m}^{(i)}$ 与 $\Delta Y_{n,m'}^{(i)}$ 相互独立。因此两个用随机过程描述的退化过程的相关性，是指同一段时间间隔内的两个退化过程的增量相关，不同时间间隔的不同退化增量相互独立，即：当 $m \neq m'$ 时， $\Delta Y_{n,m}^{(1)}, \Delta Y_{n,m}^{(2)}, \dots, \Delta Y_{n,m}^{(l)}$ 相互独立。根据 Sklar 定理，存在一个 l 维 Copula 函数 $C(u_1, u_2, \dots, u_l; \theta_c)$ 使得 l 个相关退化增量的联合分布函数 $H(\Delta Y_{n,m}^{(1)}, \Delta Y_{n,m}^{(2)}, \dots, \Delta Y_{n,m}^{(l)})$ 可以表示为：

$$H(\Delta Y_{n,m}^{(1)}, \Delta Y_{n,m}^{(2)}, \dots, \Delta Y_{n,m}^{(l)}) = C\left(F_1(\Delta Y_{n,m}^{(1)}), F_2(\Delta Y_{n,m}^{(2)}), \dots, F_l(\Delta Y_{n,m}^{(l)}); \theta_c\right) \quad (5-34)$$

式中， θ_c 为 Copula 函数的参数， $F_i(\bullet)$ ， $i=1, 2, \dots, l$ 是第 i 个退化衡量在时间 t 处的分布函数。

设 $Y^{(1)}(t), Y^{(2)}(t), \dots, Y^{(l)}(t)$ 各自对应退化失效阈值记为 (C_1, C_2, \dots, C_l) ，基于竞争关系假设的产品在在 t 时刻可靠度为：

$$\begin{aligned} R(t) &= \Pr\{Y_1(t) < C_1, Y_2(t) < C_2, \dots, Y_l(t) < C_l\} \\ &= C_l(F_1(C_1), F_2(C_2), \dots, F_l(C_l)) \end{aligned} \quad (5-35)$$

记 Copula 函数 C 的密度函数为： $c(F(\Delta Y_{n,m}^{(1)}), F(\Delta Y_{n,m}^{(2)}); \theta_c)$ ，则对于 N 个样本，每个样本均在相同的时间开展 M 次的退化数据测定得到的退化数据的似然函数为：

$$L(\theta) = \prod_{n=1}^N \prod_{m=1}^M \left[c\left(F_1(\Delta Y_{n,m}^{(1)}), F_2(\Delta Y_{n,m}^{(2)}), \dots, F_l(\Delta Y_{n,m}^{(l)}); \theta_c\right) \prod_{i=1}^l f\left(\Delta Y_{n,m}^{(i)} \mid \mu_i, t_m, \lambda_i\right) \right] \quad (5-36)$$

式中， $\theta = (\mu_i, \lambda_i, \theta_c), i=1, 2, \dots, l$ ，是模型的参数向量。

在选择适当的 Copula 函数，确定其对应的密度函数后，就可以通过联立式(5-32)

和式(5-36)得到似然函数的表达式，进而可以开展多种方法的参数估计。考虑到似然函数的复杂性，由于 Copula 函数可以将联合分布的边缘分布函数及其相关结构分开来研究，因此一般采取两步估计的策略。

第一步：利用退化数据对各边缘分布进行参数估计。

第二步：在边缘分布估计值的基础上对 Copula 函数的参数进行估计。

5.3.3 算例

某型转轴在高温腐蚀环境中工作，其磨损程度和腐蚀程度是两个可以测定的退化量。每工作 1000h，进行一次退化数据检测，共进行 50 次退化数据测定，其中第一次为初始数据测定，共有 5 台设备参与退化量的测定，得到如图 5-1 所示的退化数据。

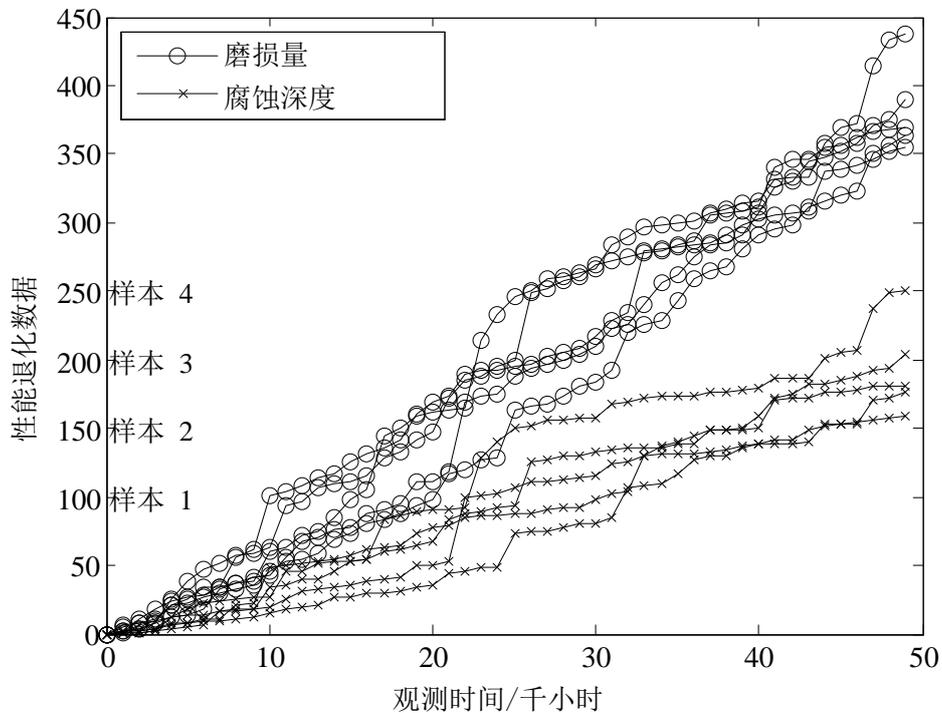


图 5-1 某型转轴的腐蚀和磨损退化数据

由于磨损退化过程和腐蚀退化过程的增量具有明显的非负性，因此选择用逆高斯过程描述其退化过程，分别记为： $Y^{(1)}(t)$ 和 $Y^{(2)}(t)$ 。第 n 个样本在第 m 次测量中得到第 i 个退化过程的数据记为 $Y_{n,m}^{(i)}(t_m)$ ，测量时的时间记为 t_m ，其中， $i=1,2$ ； $n=1,2,3,4,5$ ； $m=1,2,\dots,50$ 。假定两个退化过程对应的失效阈值分别是： $C_1=600$ 和 $C_2=300$ 。

按照两步参数估计的策略,先估计 $\Delta Y_{n,m}^{(1)}$ 和 $\Delta Y_{n,m}^{(2)}$ 的边缘分布函数参数,分别记为 (μ_1, λ_1) 和 (μ_2, λ_2) 。利用 OpenBUGS 软件来对模型参数进行贝叶斯参数估计。四个参数采用大区间上的均匀分布形式的无信息先验分布。表 5-1 给出了参数模型的结果,图 5-2 给出了参数的后验概率密度分布函数。

表 5-1 模型参数估计结果

模型参数	统计特征值		置信区间	
	均值	标准差	2.5%	97.5%
μ_1	4.006	0.4391	3.284	5.006
μ_2	7.868	0.6024	6.824	9.199
λ_1	0.09571	0.02164	0.09443	0.1416
λ_2	0.09603	0.01673	0.09526	0.1306

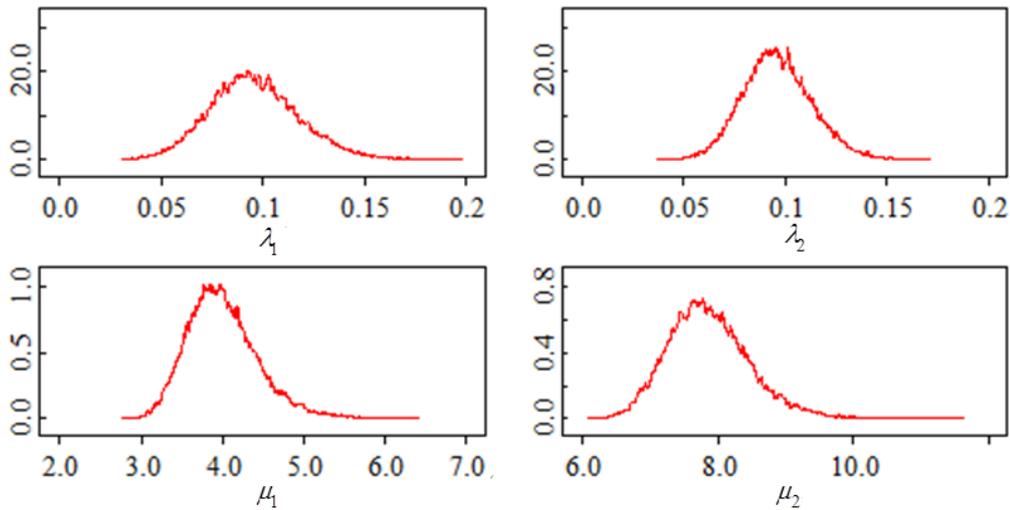


图 5-2 参数的后验概率密度分布函数

在获得退化增量边缘分布的模型参数的估计值后,即可得到其对应的累积概率分布函数值 $(F_1(\Delta Y_{n,m}^{(1)}), F_2(\Delta Y_{n,m}^{(2)}))$, $n=1,2,3,4,5$; $m=1,2,\dots,50$ 。这些分布函数的取值就是第二步估计 Copula 函数中参数的“观测值”。参数估计前,先选定合适的 Copula 函数,常见的选择方法有: AIC 准则、BIC 准则和最小距离法等^[172],本文不对 Copula 函数的选择进行展开研究,选用 Gauss Copula 函数进行示例说明。将式(5-22)所示的 Gauss Copula 函数的密度函数带入式(5-36),根据上一步获取的边缘分布的函数值,依旧采用贝叶斯估计得到如表 5-2 所示结果。

表 5-2 Copula 函数的参数估计结果

模型参数	统计特征值		置信区间	
	均值	标准差	2.5%	97.5%
ρ	0.9563	0.0138	0.9376	0.9683

利用表 5-1 和表 5-2 的参数估计结果就可以进行可靠度、剩余寿命等可靠性特征量的评估计算。

5.4 非竞争关系条件下的多元退化可靠性评估

5.4.1 非竞争关系的多元退化可靠性模型

如上节所述，现有的多元退化模型主要建立在竞争关系上的，即假设各退化过程之间是竞争关系。但是在机械产品中，还较广泛的存在一种不是竞争关系的多元退化情形，且不同的退化过程之间也不能从系统可靠性的角度用串联、并联、冗余等模型进行描述。在这样的情形下，各个退化量共同导致同一失效模式的发生。

例如，船舶艏轴承是船舶动力装置的主要组成部分，艏轴承间隙是船舶运行中需要重点关注的对象。船舶艏轴承间隙只有保持在允许的范围内，才能有效润滑与冷却螺旋桨轴和艏轴承的摩擦部位。如果间隙过大会影响整个轴系的工作轴线，严重情况下导致轴颈和轴承之间发生接触磨损，进而引发重大事故^[178-180]。交通运输部规范指南《钢质海船入级规范》也明确要求对艏轴承间隙进行测定。因此，为了确保艏轴承间隙在允许的范围以内，进行艏轴检验或者坞检时都会进行艏轴承衬磨损量和艏轴直径磨损量的测定，这两个磨损量之和就是艏轴承间隙的增量，具体的测定方法见相关文献及船舶技术文件^[181]。

据此分析，船舶艏轴承由于磨损导致轴承间隙增大直至超过间隙允许范围这个过程可以视为磨损失效过程。若不考虑中途检修和调整间隙的因素，即可用退化过程来描述这个磨损失效过程，船舶艏轴承有两个性能退化量，分别是艏轴承衬磨损量，记为 $D_1(t)$ ；艏轴直径磨损量，记为 $D_2(t)$ 。这个二元退化过程显然不能以竞争关系按照式 (5-1) 进行可靠性建模，他们分别具有有效阈值，只有当两个退化量之和达到失效阈值 C 的时候，也就是两个两个磨损量之和达到了允许的间隙最大值时，失效发生。

$$R(t) = \Pr \{D_1(t) + D_2(t) < C\} \quad (5-37)$$

推广至一般情况，建立一个更广义的基于非竞争关系的多元退化可靠性模型。若一个机械产品有 l 个性能参数随着服役时间而退化，它们在 t 时刻的退化量分别记为 $D_1(t), D_2(t), \dots, D_l(t), i=1, \dots, l$ ，且这 l 个退化量为相同的物理量，它们具有累积效应，当它们的和达到失效阈值 C 的时候，产品就发生退化失效。则这种基于累积效应的非竞争关系的多元退化模型的可靠度为：

$$R(t) = \Pr\{D_1(t) + D_2(t) + \dots + D_l(t) < C\}, i=1, \dots, l \quad (5-38)$$

基于随机过程的可靠性模型目前已经成为性能退化研究中的主流模型，下面将依托最常见的 Wiener 过程和 Gamma 过程模型将上述模型展开，并给出相应的可靠性特征量的表达式。

(1) 基于 Wiener 过程的非竞争关系多元退化模型

假设 l 个性能之间相互独立，且 $D_i(t), i=1, \dots, l$ 分别服从漂移参数为 μ_i 、扩散参数为 σ_i 、时间尺度变换函数为 t 的维纳过程，即性能退化 $D_i(t)$ 的退化增量服从正态分布：

$$\Delta D_i(t) \sim N(\mu_i \Delta t, \sigma_i^2 \Delta t) \quad (5-39)$$

由于独立正态分布具有可加性，则有：

$$\sum_{i=1}^l \Delta D_i(t) \sim N\left(\sum_{i=1}^l \mu_i \Delta t, \sum_{i=1}^l \sigma_i^2 \Delta t\right) \quad (5-40)$$

根据 3.2.1 节中对 Wiener 过程的定义可知： $(D_1(t) + D_2(t) + \dots + D_l(t))$ 服从一个新的 Wiener 过程，其漂移参数为 $\sum_{i=1}^l \mu_i$ 、扩散参数为 $\sqrt{\sum_{i=1}^l \sigma_i^2}$ 、时间尺度变换函数为 t 。

基于 3.2.1 节中介绍的 Wiener 过程模型，根据式(3-5)和式(5-14)，可以得到基于 Wiener 过程的非竞争关系多元退化模型的可靠度为：

$$R(t) = \Phi\left(\frac{C - \sum_{i=1}^l \mu_i t}{\sqrt{\sum_{i=1}^l \sigma_i^2} \sqrt{t}}\right) + \exp\left(\frac{2 \sum_{i=1}^l \mu_i C}{\sum_{i=1}^l \sigma_i^2}\right) \Phi\left(\frac{C + \sum_{i=1}^l \mu_i t}{\sqrt{\sum_{i=1}^l \sigma_i^2} \sqrt{t}}\right) \quad (5-41)$$

(2) 基于 Gamma 过程的非竞争关系多元退化模型

受独立正态分布的可加性的启发，下面首先证明独立 Gamma 分布的可加性。

Gamma 分布的可加性：设 $X \sim Ga(\alpha_1, \lambda)$ ， $Y \sim Ga(\alpha_2, \lambda)$ ，若 X 和 Y 相互独立，则有：

$$Z = X + Y \sim Ga(\alpha_1 + \alpha_2, \lambda)。$$

证明：由 Gamma 分布的性质 X 的概率密度函数为：

$$g_X(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} x^{\alpha_1-1} e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases} \quad (5-42)$$

显然当 $Z < 0$ ， Z 的概率密度函数 $g_Z(z) = 0$ ，

当 $Z > 0$ 时，可用卷积公式 $g_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_X(z-y)g_Y(y)dy$ ，将式(5-15) 带入卷积公式有：

$$\begin{aligned} g_Z(z) &= \frac{\lambda^{\alpha_1+\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)} \int_0^z (z-y)e^{-\lambda(z-y)} y^{\alpha_2-1} e^{-\lambda y} dy \\ &= \frac{\lambda^{\alpha_1+\alpha_2} e^{-\lambda z}}{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)} \int_0^z (z-y)e^{\alpha_1-1} y^{\alpha_2-1} dy \\ &= \frac{\lambda^{\alpha_1+\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)} z^{\alpha_1+\alpha_2-1} \int_0^1 (1-t)^{\alpha_1-1} t^{\alpha_2-1} dt \end{aligned} \quad (5-43)$$

最后积分部分是一个贝塔函数，等于 $\frac{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)}{\Gamma(\alpha_1+\alpha_2)}$ ，带入上式有：

$$g_Z(z) = \frac{\lambda^{\alpha_1+\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_1+\alpha_2)} \sigma_X^{\alpha_1+\alpha_2-1} e^{-\lambda z} \quad (5-44)$$

式(5-44)正是形状参数为 $\alpha_1 + \alpha_2$ 、尺度参数为 λ 的由 Gamma 分布的概率密度函数，即得证：

$$Z = X + Y \sim Ga(\alpha_1 + \alpha_2, \lambda)。$$

假设 l 个性能之间相互独立，且 $D_i(t), i=1, \dots, l$ 分别服从形状参数函数为 $\alpha_i(t)$ 、尺度参数为 λ 的 Gamma 过程，若形状参数函数 $\alpha_i(t) = \alpha_i t$ ，则性能退化 $D_i(t)$ 的退化增量服从如下 Gamma 分布：

$$\Delta D_i \sim Gamma(\alpha_i \Delta t, \lambda) \quad (5-45)$$

根据上文证明的 Gamma 分布的可加性，有：

$$\sum_{i=1}^l \Delta D_i(t) \sim Gamma\left(\sum_{i=1}^l \alpha_i \Delta t, \lambda\right) \quad (5-46)$$

根据 3.2.2 节描述的 Gamma 过程的定义可知： $(D_1(t) + D_2(t) + \dots + D_l(t))$ 服从一个新的 Gamma 过程，尺度参数是 λ 、形状参数函数 $\alpha(t) = \sum_{i=1}^l \alpha_i t$ 。

根据 3.2.1 节介绍的基本的 Gamma 过程模型的性质，有：

$$R(t) = \frac{\int_0^{c\lambda} u^{\sum_{i=1}^l \alpha_i t^{-1}} e^{-\lambda u} du}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^l \alpha_i t\right)} \quad (5-47)$$

5.4.2 算例

本小节结合工程中的具体算例，在说明基于 Gamma 过程的非竞争关系多元退化模型的同时，介绍一种基于贝叶斯理论的参数估计方法。

回到船舶艏轴承间隙磨损失效的实例中， $D_1(t)$ 为艏轴承衬磨损量， $D_2(t)$ 为艏轴直径磨损量。从某研究所得到的某型船舶的艏轴承衬磨损数据和艏轴直径磨损数据，由于本小节仅作为模型和参数方法的示例性说明，出于项目信息的保护，本节所采用的数据是对原有数据进行适当处理后的仿真数据，但是保留了数据的统计特性。具体仿真磨损数据见表 5-3，表中记录了 6 艘同型船舶，每服役运行一个月后测得的艏轴承衬磨损量 D_1 和艏轴直接磨损量 D_2 ，其单位均为 10^{-4}m 。

表 5-3 艏轴承衬磨损数据和艏轴直接磨损数据（单位： 10^{-4}m ）

样本	运行时间/单位：月																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	D_1	7	9	19	22	28	34	37	39	45	46	50	54	58	64	69	74	76	81	83	86
	D_2	4	6	8	13	14	18	19	21	22	24	27	30	32	34	37	39	46	49	52	55
2	D_1	6	9	13	16	17	20	24	27	30	35	38	39	43	48	51	53	58	60	66	68
	D_2	3	4	12	12	14	15	17	18	19	21	23	24	26	28	30	32	34	36	38	45
3	D_1	4	8	12	16	20	25	28	31	35	37	41	44	47	50	56	59	63	65	66	70
	D_2	1	2	5	8	10	14	16	20	23	26	27	32	33	35	37	40	41	43	47	49
4	D_1	1	5	9	13	15	17	21	25	28	32	34	37	41	41	45	49	54	55	60	63
	D_2	5	7	9	10	11	13	17	18	21	25	29	33	33	36	39	43	45	46	47	50
5	D_1	2	4	8	9	12	17	19	22	25	29	32	34	37	46	48	50	52	54	57	60
	D_2	1	2	9	11	13	16	22	24	29	31	32	35	35	37	41	43	44	46	47	51
6	D_1	6	8	11	13	18	24	29	30	35	37	40	42	44	47	48	53	58	60	63	68
	D_2	4	7	8	11	16	19	20	24	26	28	30	32	33	35	36	38	41	43	45	47

根据上表可以得到如图 5-3 所示的 6 个样本的艏轴承衬磨损和艏轴磨损退化轨迹图。

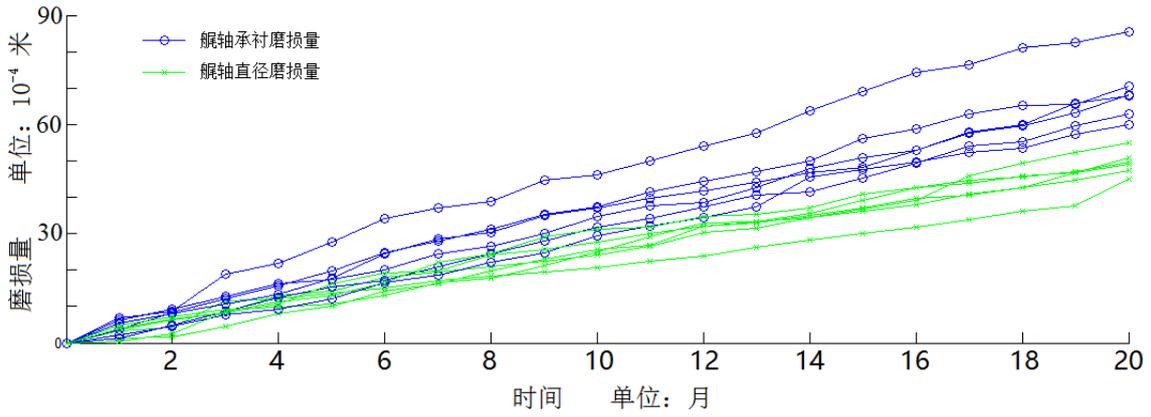


图 5-3 艹轴承衬和艹轴磨损退化轨迹

记 $D_1(t_{ij})$ 和 $D_2(t_{ij})$, $i=1,2,\dots,6$, $j=1,2,\dots,20$ 分别表示第 i 个样本在第 j 次检测中得到的艹轴承衬和艹轴的磨损数据。令 $d_{ij} = D_1(t_{ij}) - D_1(t_{i,j-1})$, 得到艹轴承衬磨损退化量的增量, 令 $d'_{ij} = D_2(t_{ij}) - D_2(t_{i,j-1})$, 得到艹轴直径磨损退化量的增量。艹轴承衬磨损过程和艹轴磨损过程都用 Gamma 过程来描述, 由于其在同一传动系统, 假定他们具有相同的尺度参数, 则两个磨损过程的增量都服从 Gamma 分布, 记为:

$$d_{ij} \sim Ga(\alpha_1 \Delta t, \lambda) \quad (5-48)$$

$$d'_{ij} \sim Ga(\alpha_2 \Delta t, \lambda) \quad (5-49)$$

式中, $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i,j-1}$, $i=1,2,\dots,6$; $j=1,2,\dots,20$ 。将所得到的退化数据记为 D , 所需要估计的参数向量为 $\mathbf{v} = (\alpha_1, \alpha_2, \lambda)$ 。则似然函数为:

$$L(D, \mathbf{v} | \alpha_1, \alpha_2, \lambda) = \prod_{i=1}^6 \prod_{j=2}^{20} g(\Delta d_{ij} | \alpha_1, \lambda) g(\Delta d'_{ij} | \alpha_2, \lambda) \quad (5-50)$$

式中, $g(\bullet)$ 是如式(3-7)所示的 Gamma 分布的概率密度函数。将其带如上式有:

$$\begin{aligned} L(D, \mathbf{v} | \alpha_1, \alpha_2, \lambda) &= \prod_{i=1}^6 \prod_{j=2}^{20} g(\Delta d_{ij} | \alpha_1, \lambda) g(\Delta d'_{ij} | \alpha_2, \lambda) \\ &= \prod_{i=1}^6 \prod_{j=2}^{20} \frac{\lambda^{\alpha_1 \Delta n_{ij}}}{\Gamma(\alpha_1 \Delta n_{ij})} \Delta d_{ij}^{\alpha_1 \Delta n_{ij} - 1} e^{-\lambda \Delta d_{ij}} \frac{\lambda^{\alpha_2 \Delta n_{ij}}}{\Gamma(\alpha_2 \Delta n_{ij})} \Delta d'_{ij}^{\alpha_2 \Delta n_{ij} - 1} e^{-\lambda \Delta d'_{ij}} \end{aligned} \quad (5-51)$$

记参数的联合先验分布为 $\pi(\boldsymbol{\theta}) = \pi(\alpha_1, \alpha_2, \lambda)$, 根据贝叶斯公式则有参数的联合后验分布为:

$$\begin{aligned}
p(\alpha_1, \alpha_2, \lambda, \mathbf{v}) &\propto \pi(\boldsymbol{\theta}) L(D, \mathbf{v} | \boldsymbol{\theta}) \\
&= \pi(\alpha_1, \alpha_2, \lambda) L(D, \mathbf{v} | \alpha_1, \alpha_2, \lambda) \\
&= \pi(\boldsymbol{\theta}) \prod_{i=1}^6 \prod_{j=2}^{20} \frac{\lambda^{\alpha_1 \Delta n_{ij}}}{\Gamma(\alpha_1 \Delta n_{ij})} \Delta d_{ij}^{\alpha_1 \Delta n_{ij} - 1} e^{-\lambda \Delta d_{ij}} \frac{\lambda^{\alpha_2 \Delta n_{ij}}}{\Gamma(\alpha_2 \Delta n_{ij})} \Delta d'_{ij}{}^{\alpha_2 \Delta n_{ij} - 1} e^{-\lambda \Delta d'_{ij}}
\end{aligned} \tag{5-52}$$

式中， $p(\alpha_1, \alpha_2, \lambda, \mathbf{v})$ 为模型参数的联合后验分布。本例选择大区间的均匀分布作为无信息先验情况下的大区间均匀分布为模型参数的先验分布，进行贝叶斯估计。

$$\alpha_1 \sim U(0, 100), \alpha_2 \sim U(0, 100), \lambda \sim U(0, 100) \tag{5-53}$$

通过 OpenBUGS 软件实现对模型参数的后验分布的 MCMC 抽样，基于后验样本得到的模型参数估计结果如表 5-4 所示。

表 5-4 参数估计结果

参数	均值	2.5%	97.5%
α_1	0.938	0.7745	1.113
α_2	0.663	0.5477	0.7878
λ	1.351	1.113	1.606

假定该型船舶的艉轴承间隙的最大允许值为 12mm，即可通过式(5-47)进行由于艉轴承间隙过大导致的磨损失效的可靠度评估，如图 5-4 所示。

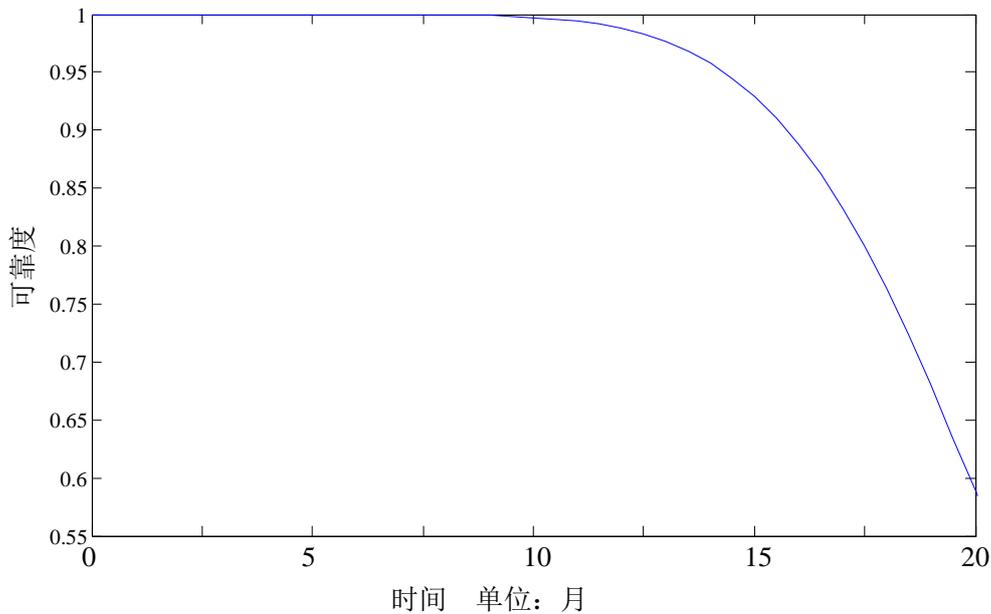


图 5-4 船舶艉轴承的可靠度

5.5 本章小结

本章首先介绍了基于一般多元性能退化模型的可靠性评估，针对一般模型中假设条件过强的问题，针对机械产品的退化增量非负的特性，选择用逆高斯过程描述退化过程。在基于逆高斯过程的多元性能退化模型中，用 Copula 函数刻画不同逆高斯退化过程之间的相关性，并通过算例证实了模型的可用性。然后，针对目前的多元性能退化研究都是基于竞争性假设的问题，在机械产品多元性能退化实例的分析基础上，提出了一种基于非竞争关系的多元性能退化可靠性模型，并通过实例验证了该模型的可用性。

第六章 基于贝叶斯理论的退化试验优化设计方法

6.1 引言

可靠性试验是可靠性评估工作最重要的信息来源。如何在一定试验成本条件下,更合理的开展可靠性试验,完成更高精度的完成可靠性评估,极具研究价值。在基于寿命数据的传统可靠性评估领域,寿命试验及加速寿命试验的优化设计也一直是研究的热点之一^[24]。随着大量高可靠、长寿命的产品出现,通过传统的寿命试验甚至加速试验,在可接受的试验成本及试验时间内,已经无法获取足够的寿命数据进行可靠性评估。退化试验也随着退化模型的发展,逐渐成为一类重要的可靠性试验,但是退化试验相对传统的寿命试验,其方案设计变量更多、优化问题也更为复杂。

早期关于退化试验方案设计的研究主要基于退化轨迹的可靠性模型。Tseng 和 Yu^[182]以 LED 产品为工程实例,研究了在评估精度确定的情况下如何确定退化试验的结束时间,他们还在后续研究^[183]中同时考虑了样本数量、检测频率和试验时间;Shi 和 Meeker^[184, 185]等研究破坏性加速退化试验的优化设计问题;汪亚顺和张春华等^[186, 187]基于混合效应的退化轨迹模型,利用蒙特卡罗仿真开展了退化试验方案的优化设计。随着基于随机过程的可靠性建模方法的发展和应用,与其对应的试验方案优化设计也成为研究热点。Wiener 过程和 Gamma 过程是被使用得最多的两类随机过程模型,因此相关的试验方法设计研究也可以据此分为两类。一类是基于 Wiener 过程的相关研究:Tang 等^[188]以试验成本为优化目标,在步进应力退化试验方案设计中,研究了样本数量选择、应力选择、退化数据测定总次数的确定原则;Liao 和 Tseng^[189]将试验总成本作为约束条件,以最小化产品寿命分布 p 分位点的渐进方差为优化目标,介绍了退化试验方案的优化设计问题;Lim 和 Yum^[190]研究了基于 Wiener 过程的加速退化试验的优化设计问题;潘正强和周经伦等^[63]研究了基于 Wiener 过程的多应力加速退化试验的方案设计问题;孙权和冯静等^[64]基于平均寿命的均方误差研究了步进应力加速退化试验优化设计。另一类则是基于 Gamma 过程的相关研究:Tseng 和 Tsai 等^[68, 69]研究了基于 Gamma 过程的退化试验方案的优化问题,并对方案的灵敏性和稳定性进行了分析;管强和汤银才等^[74]研究了基于 Gamma 过程恒定应力加速退化试验的优化设计问题,确定了试验最优应力和各个应力下所分配的最优比例数;潘正强等^[175]研究了加速应力条件下的二元退化可靠性建模及其试验设计方法。

在进行退化试验方案设计时,相关模型参数的不确定性是一个棘手的问题。

因为在方案设计阶段, 优化设计需要使用相关模型及其参数, 然而试验尚未开展, 模型参数并不能确定。为解决这个问题, 通常大家根据历史数据或者预备试验预设相关参数的值, 再通过敏感性分析来解决由于预设参数值带来的不确定问题。这种方法可能会使最后的优化结果带来不希望的较大误差, 导致试验方案并非最优^[98]。Zhang 和 Meeker^[98]、Liu 和 Tang^[191]以及 Yuan 等^[192]利用贝叶斯方法解决实验方案设计中模型参数的不确定问题, 取得较好的效果, 他们将模型参数视为随机变量, 用模型参数的联合先验概率分布来描述参数的不确定性。本章在总结他们研究的基础上, 提出一种基于贝叶斯理论的试验方案优化设计框架, 并运用在以逆高斯过程模型为退化模型的试验设计示例中。

6.2 退化试验方案的优化设计模型

根据试验的类型和目的不同, 其试验方案进行优化设计的内容和目标也不相同。对于退化试验而言, 试验样本数量、退化数据检测频率、试验时间和试验评估结果的精度是试验方案中最主要的要素。对于加速退化试验, 试验者还需要考虑应力大小、应力水平数、各应力水平下的样本分配等问题。对于机械产品而言, 应力环境较为复杂, 加速应力及加速方程难以确定, 因此本章不考虑加速条件下的退化模型及退化试验。对于以进行可靠性评估为目的的退化试验, 可靠性评估的精度通常是试验者最关心的问题, 本文也将其作为实验方案设计的优化目标。当然, 试验其它要素所决定的经济、时间等成本因素也是试验者需要考虑的问题, 这些客观存在的条件限制, 在本实验方案设计中被视为作为约束条件。

6.2.1 约束条件

预算限制通常是约束条件中需要首要考虑的问题, 假设有 n 个样本参与退化试验, 每个样本进行 m 次退化数据的检测, 对于某一确定的试验方案 $D = \{n, m\}$, 其试验总费用可以用下式进行计算:

$$TC(n, m) = C_{sa}n + C_{me}nm \quad (6-1)$$

式中, C_{sa} 是每个样本的成本, C_{me} 为每进行一次退化数据测定的成本。

在可靠性评估中, 退化试验总时长通常是有限制的, 当采取均匀采样策略, 每次检测之间的时间间隔相同, 采样频率为 f 。在本章研究中 f 设定为已知的固定值, 则退化数据检测的次数即决定试验时间, 试验时间的最长限制也转换为了每个样本的最多检测次数。记 (M_L, M_U) 为每个样本观测次数的边界条件, 也就是 m 的取值范围。同样, 参与退化试验的样本数量通常存在边界条件, 也就是 n 的取值范围, 记为 (N_L, N_U) 。

6.2.2 优化目标

退化试验方案优化设计的目标通常有：可靠性指标的渐进方差、均方误差和置信区间宽度等。这些指标计算中都需要使用退化模型中的参数，而这些参数通常都是未知的，通常预设相关参数的值，最后通过敏感性分析来解决由于预设参数值带来的不确定问题。基于贝叶斯理论的试验方案优化设计方法，不预先设定参数的值，而是把未知的参数设定为服从某一个分布的随机变量。在基于贝叶斯理论的试验方案优化设计中，通常用可靠性指标的平均后验方差作为优化目标函数^[191, 192]，用以描述试验方案和评估精度之间的关系，平均后验方差越小则可靠性评估的结果越精确。下面以可靠度的平均后验方差为例，说明其计算方法。

对于一个给定的试验方案 $D = \{n, m\}$ ，记其所对应的退化数据为 \mathbf{Y} ，根据贝叶斯理论，退化模型中的参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ 的联合后验概率分布为：

$$p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{Y}, D) = \frac{\pi(\boldsymbol{\theta})L(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\theta}, D)}{f_Y(\mathbf{Y} | D)} \quad (6-2)$$

式中， $\boldsymbol{\theta}$ 为退化模型的参数向量， $\pi(\boldsymbol{\theta})$ 是模型参数的先验分布， $L(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\theta}, D)$ 是基于这个方案所得试验数据的似然函数， $f_Y(\mathbf{Y} | D)$ 是退化数据 \mathbf{Y} 的后验边缘分布，其定义为：

$$f_Y(\mathbf{Y} | D) = \int_{\Theta} \pi(\boldsymbol{\theta})L(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\theta}, D) d\boldsymbol{\theta} \quad (6-3)$$

依托模型的参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ ，基于给定的试验方案及所对应的试验数据，产品在某一特定工作时间 t_m 时的可靠度 $R_m(\boldsymbol{\theta})$ 的后验方差为：

$$\text{Var}(R_m(\boldsymbol{\theta}) | \mathbf{Y}, D) = \text{Var}(R(t_m | \boldsymbol{\theta}) \times p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{Y}, D)) \quad (6-4)$$

显然，上式没有解析表达式，但是可以用数值积分的方法获得 $R_m(\boldsymbol{\theta})$ 的后验方差。根据模型参数服从的概率分布可以生成模型参数的先验样本 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ ，就可以通过具体的退化模型，如式(3-5)、式(3-13)和式(3-21)，得到基于这个特定参数样本 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ 所对应任意时刻的可靠度的值 $R(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 。然后，基于这个参数样本，仿真生成一组给定试验方案下退化数据，再按照常规的贝叶斯分析方法，通过模型参数的先验分布，得到基于仿真试验数据的可靠度评估值，从而该参数样本条件下的某一特定时刻可靠性估计值的方差 $\text{Var}(R_m(\boldsymbol{\theta}) | \mathbf{Y}, D)$ ，根据某一试验方案下所有的参数样本的 $\text{Var}(R_m(\boldsymbol{\theta}) | \mathbf{Y}, D)$ ，就可以得到该试验方案下的平均后验方差：

$$A\text{-Var}(R_m(\boldsymbol{\theta}) | D) = \int_{\mathbf{Y}|D} \text{Var}(R(t_m | \boldsymbol{\theta}) \cdot p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{Y}, D)) f_Y(\mathbf{Y} | D) d\mathbf{Y} \quad (6-5)$$

6.2.3 优化模型

根据之前确定的约束条件和优化目标，给出退化试验方案的优化模型如下：

Minimize

$$A\text{-Var}(R_m(\boldsymbol{\theta})|D)$$

subject to

$$TC(n, m) \leq C_D$$

$$N_L \leq n \leq N_U$$

$$M_L \leq m \leq M_U$$

(6-6)

6.3 基于贝叶斯理论的退化试验优化设计方法

基于贝叶斯理论的退化试验优化设计方法的流程图如图 6-1 所示。分为试验设计信息预处理、平均后验方差计算和试验方案优选三个大的步骤。在试验设计信息预处理和平均后验方差计算中都会应用贝叶斯方法。

(1) 试验设计信息预处理

常规的试验方案设计中通过试验设计信息预处理确定模型参数的预先设定值，在基于贝叶斯理论的退化试验优化设计方法中，通过同型号或者类似型号产品的历史数据和专家信息确定参数服从的概率分布。

如果存在试验对象的同型号产品或者类似型号的产品的历史退化数据，则可以用类似 3.3.2 节或者 3.4.2 节介绍的贝叶斯分析方法，得到模型参数的后验概率分布，这个后验概率分布就可以作为试验方案设计中参数服从的概率分布。

此外，也可以从专家信息中获取模型参数服从的概率分布，下面以逆高斯过程模型为例进行简单介绍。根据 3.2.3 节中的模型介绍，随机过程 $Y(t)$ 是服从均值为 t^q ，方差为 t^q / η 的逆高斯过程 $IG(t^q, \eta t^{2q})$ 。对于退化过程，专家信息通常表现为专家对于某时刻退化量的预测，因此可以通过专家信息获取退化过程在 t 时刻退化量的均值 M_t^E 和方差 V_t^E 。然后将这些退化量表示为 M_t^E 和 V_t^E 的联合概率分布： $f_{M,V}(M_t^E, V_t^E) = f_M(M_t^E) \cdot f_V(V_t^E)$ 。通过利用逆高斯过程模型参数向量 $\boldsymbol{\theta} = \{q, \eta\}$ 与退化均值 M_t^E 和方差 V_t^E 的关系，即 $M_t^E = t^q$ 和 $V_t^E = t^q / \eta$ ，将随机变量 M_t^E 和 V_t^E 转化为 q 和 η 的多元随机变量，模型参数的联合概率分布就可以获得。具体方法可参考相关文献^[118, 193, 194]。也可以利用贝叶斯方法融合历史退化数据和专家信息，获取参数服从的概率分布。

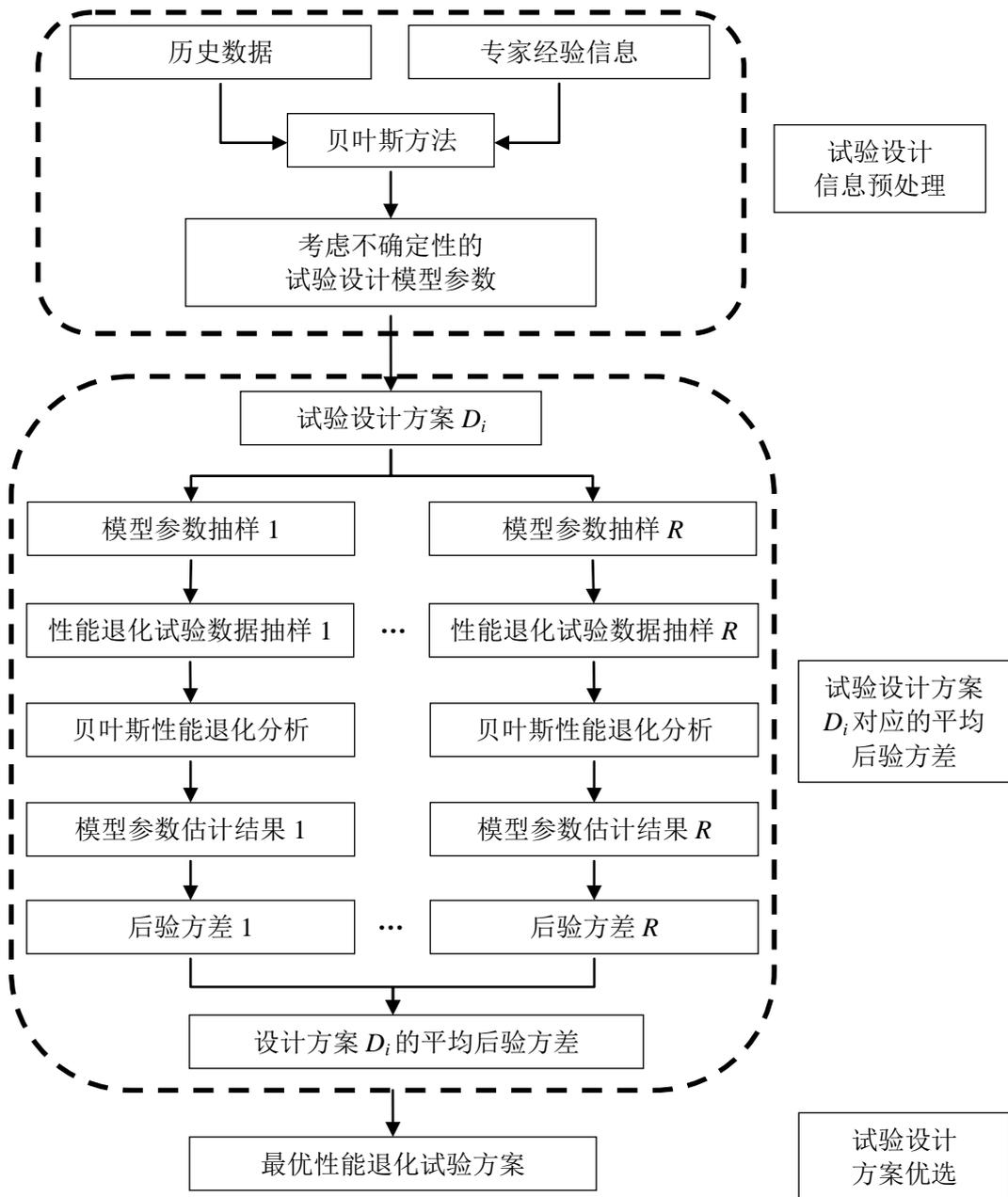


图 6-1 基于贝叶斯理论的试验方案优化设计流程图

(2) 平均后验方差计算

第一步：在允许的设计空间内分散的选择 N 种设计方案。在本研究中，即 $D_i = \{n_i, m_i\}, i = 1, \dots, N$ 。

第二步：对于每一种试验方案，都根据试验设计信息预处理获取的参数的概率分布抽样出 R 个参数样本，记为 $\theta_{i,k}, i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, R$ ，并根据这个参数样本和退化模型仿真出 R 个退化数据集，记为 $\mathbf{Y}_{i,k}, i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, R$ 。

第三步：通过具体的退化模型，如式(3-5)、式(3-13)和式(3-21)，直接得到基于这个特定参数样本 $\theta_{i,k}$ 所对应的特定时刻的可靠度的值 $R_m(\theta_{i,k})$ 。

第四步：针对每个仿真退化数据集 $\mathbf{Y}_{i,k}$ ，运用贝叶斯方法得到模型参数的后验概率分布，然后根据式(6-4)得到该组仿真退化数据对应的后验方差 $\text{Var}(R_m(\boldsymbol{\theta})|D_i)$ ；

第五步：对于每个试验方案 D_i 的 R 个退化数据集计算其对应的平均后验方差 $\text{A-Var}(R_m(\boldsymbol{\theta})|D_i)$ 。

(3) 试验方案优选

利用每一个试验方案 $D_i = \{n_i, m_i\}, i=1, \dots, N$ 及其所对应的平均后验方差 $\text{A-Var}(R_m(\boldsymbol{\theta})|D_i)$ 决定仿真设计点，根据这些仿真设计点拟合出三维坐标体系下的一个光滑曲面^[192, 195]。本研究对应的曲面方程为：

$$\begin{aligned} \text{A-Var}(R_m(\boldsymbol{\theta})|n, m) = & p_{00} + p_{11}nm + \sum_{k=1}^2 p_{k,3-k}n^k m^{3-k} \\ & + \sum_{l=1}^3 p_{l,4-l}n^l m^{4-l} + \sum_{i=1}^4 p_{i0}n^i + \sum_{j=1}^4 p_{0j}m^j \end{aligned} \quad (6-7)$$

式中， p 为曲面方程的参数。

最后，根据优化模型中的约束条件在曲面上选择 $\text{A-Var}(R_m(\boldsymbol{\theta})|D_i)$ 取值最小的点对应的设计方案作为优选的试验方案。

6.4 应用示例

假定某型砷化镓激光器将开展退化试验，现为其进行实验方案优化设计。试验方案中的其他预先设定的参数如下：退化数据检测的时间间隔是 50h；以工作时间 5000h 时可靠性评估精度为优化目标；假定每个样本的成本是 30，每次退化数据检测的成本是 2，即 $C_{sa} = 30$ ， $C_{me} = 2$ 。样本和检测次数的约束是 $2 \leq n \leq 50$ ， $5 \leq m \leq 50$ 。由于 Wang 和 Xu^[75]、Ye 和 Chen^[77] 的研究分别证实砷化镓激光器的退化数据适合采用逆高斯过程进行可靠性建模，因此本试验选用逆高斯模型作为退化模型，逆高斯过程的均值函数选定为 $\Lambda(t) = t^q$ ，即是说其退化增量服从逆高斯分布：

$$\Delta Y \sim \text{IG} \left((t + \Delta t)^q - t^q, \eta \left[(t + \Delta t)^q - t^q \right]^2 \right) \quad (6-8)$$

记 $\boldsymbol{\theta} = \{q, \eta\}$ 为模型的参数向量。根据式(3-21)，将产品在某一特定工作时间 t_m 的可靠度表示为：

$$R_m(t_m | \theta) = R(t_m | q, \eta) = \Phi \left[\sqrt{\frac{\eta}{Y_D}} (Y_D - t_m^q) \right] + \exp(2\eta t_m^q) \Phi \left[-\sqrt{\frac{\eta}{Y_D}} (Y_D + t_m^q) \right] \quad (6-9)$$

(1) 试验设计信息预处理

选定 Meeker 和 Escobar^[53]研究中的某型砷化镓激光器的性能退化数据作为类似型号产品的历史退化数据,进行试验设计信息预处理。如表 6-1 所示,该退化数据可以表示为 $\{Y_i, T_j\}, i=1, \dots, n, j=1, \dots, m$, 其中 n 是样本数量, $n=15$; T_j 是检测退化数据的时间点, $T_j = \{250, 500, 750, \dots, 3500, 3750, 4000\}$, 单位是 h, 采样检测频率 $f = 250 \text{ h}$, $m = 16$ 。性能退化量的观测数据是该设备工作电流随时间增加的百分比数据。当工作电流增加 6% 的时候, 认为该砷化镓激光器失效, 即失效阈值 $Y_D = 6$ 。

表 6-1 某型砷化镓激光器性能退化数据

时间/h \ 样本号	0	250	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500	2750	3000	3250	3500	3750	4000
1	0	0.47	0.93	2.11	2.72	3.51	4.34	4.91	5.48	5.99	6.72	7.13	8.00	8.92	9.49	9.87	10.94
2	0	0.71	1.22	1.90	2.30	2.87	3.75	4.42	4.99	5.51	6.07	6.64	7.16	7.78	8.42	8.91	9.28
3	0	0.71	1.17	1.73	1.99	2.53	2.97	3.30	3.94	4.16	4.45	4.89	5.27	5.69	6.02	6.45	6.88
4	0	0.36	0.62	1.36	1.95	2.30	2.95	3.39	3.79	4.11	4.50	4.72	4.98	5.28	5.61	5.95	6.14
5	0	0.27	0.61	1.11	1.77	2.06	2.58	2.99	3.38	4.05	4.63	5.24	5.62	6.04	6.32	7.10	7.59
6	0	0.36	1.39	1.95	2.86	3.46	3.81	4.53	5.35	5.92	6.71	7.70	8.61	9.15	9.95	10.49	11.01
7	0	0.36	0.92	1.21	1.46	1.93	2.39	2.68	2.94	3.42	4.09	4.58	4.84	5.11	5.57	6.11	7.17
8	0	0.46	1.07	1.42	1.77	2.11	2.40	2.78	3.02	3.29	3.75	4.16	4.76	5.16	5.46	5.81	6.24
9	0	0.51	0.93	1.57	1.96	2.59	3.29	3.61	4.11	4.60	4.91	5.34	5.84	6.40	6.84	7.20	7.88
10	0	0.41	1.49	2.38	3.00	3.84	4.50	5.25	6.26	7.05	7.80	8.32	8.93	9.55	10.45	11.28	12.21
11	0	0.44	1.00	1.57	1.96	2.51	2.84	3.47	4.01	4.51	4.80	5.20	5.66	6.20	6.54	6.96	7.42
12	0	0.39	0.80	1.35	1.74	2.98	3.59	4.03	4.44	4.79	5.22	5.48	5.96	6.23	6.99	7.37	7.88
13	0	0.30	0.74	1.52	1.85	2.39	2.95	3.51	3.92	5.03	5.47	5.84	6.50	6.94	7.39	7.85	8.09
14	0	0.44	0.70	1.05	1.35	1.80	2.55	2.83	3.39	3.72	4.09	4.83	5.41	5.76	6.14	6.51	6.88
15	0	0.50	0.83	1.29	1.52	1.91	2.27	2.78	4.42	3.78	4.11	4.38	4.63	5.38	5.84	6.16	6.62

这里我们选用与试验模型相同的模型对表 6-1 进行分析, 以获取试验模型参数的概率分布, 即用式(6-8)描述产品退化增量的增量的分布特性。采用与本文 3.4.2 中的贝叶斯方法对该数据进行分析, 得到如表 6-2 所示的结果, 作为后续试验优化设计的依据。

表 6-2 模型参数的概率分布

模型参数	统计特征值		置信区间		概率分布
	均值	标准差	2.5%	97.5%	
q	1.404	0.01834	1.368	1.440	Lognormal(0.3390, 0.0131)
η	9.966	1.046	8.017	12.11	Gamma(90.6531, 0.1099)

(2) 平均后验方差计算

根据 6.3 节中平均后验方差的计算流程计算各试验方案的平均后验方差。具体为在设计变量允许的范围 $2 \leq n \leq 50$, $5 \leq m \leq 50$ 内, 均匀选取 46 个设计方案, 并分别计算出 46 个方案对应的平均后验方差, 这里进行贝叶斯分析时确定参数样本的后验分布时, 选用无信息先验分布情况下使用的均匀分布: $q \sim \text{Uniform}(0, 5)$, $\eta \sim \text{Uniform}(0, 100)$ 。后面再选择其他先验分布进行计算和对比分析, 以说明先验分布选择对试验方案优化设计的影响。

(3) 试验方案优选

根据试验方案 $\{n_i, m_i\}$ 和其对应的 $A\text{-Var}(R_m(\boldsymbol{\theta}) | D_i)$ 在三维空间确定的仿真设计点, 拟合出设计曲面如图 6-2 所示。

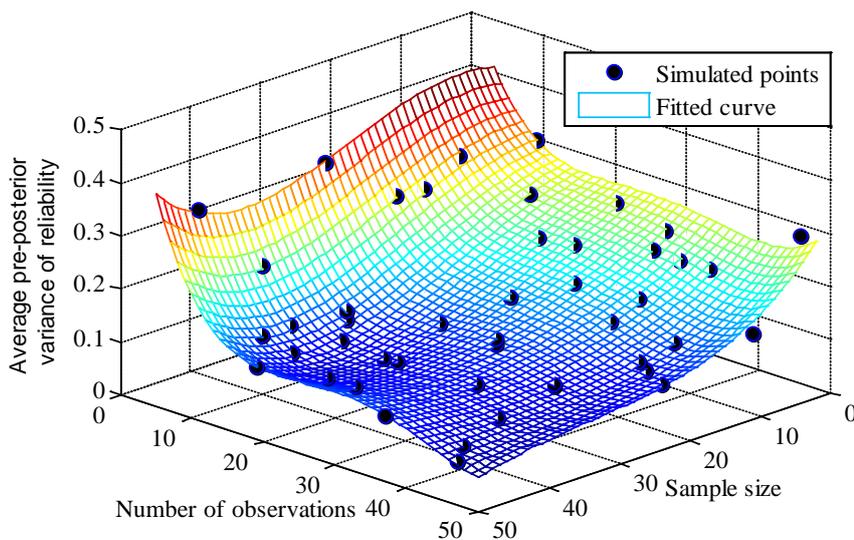


图 6-2 无信息先验条件下的设计曲面

根据 C_D 的不同取值，我们即得到不同的试验预算条件下的最优试验方案，如表 6-3 所示。

表 6-3 不同试验成本限制下最优设计方案

试验约束条件			最优设计方案			$A\text{-Var}(R_M(\theta) D)$
C_D	(N_L, N_U)	(M_L, M_U)	n	m	$TC(n, m)$	
100	(2, 50)	(5, 50)	2	10	100	0.3272
200	(2, 50)	(5, 50)	2	35	200	0.2722
300	(2, 50)	(5, 50)	2	43	232	0.2594
400	(2, 50)	(5, 50)	3	43	348	0.2468
500	(2, 50)	(5, 50)	4	44	472	0.2349
1000	(2, 50)	(5, 50)	8	45	960	0.1931
1500	(2, 50)	(5, 50)	13	42	1482	0.1595
2000	(2, 50)	(5, 50)	31	17	1984	0.1213
2500	(2, 50)	(5, 50)	37	18	2442	0.1000
3000	(2, 50)	(5, 50)	40	20	2800	0.0958
3500	(2, 50)	(5, 50)	40	20	2800	0.0958
4000	(2, 50)	(5, 50)	33	45	3960	0.0947
4500	(2, 50)	(5, 50)	36	47	4464	0.0911
5000	(2, 50)	(5, 50)	40	47	4960	0.0875
5500	(2, 50)	(5, 50)	44	47	5456	0.0833
6000	(2, 50)	(5, 50)	46	50	5980	0.0767
6500	(2, 50)	(5, 50)	50	50	6500	0.0638

表 6-3 和图 6-3 表明更大的样本数量和更多的检测次数可以提高可靠性评估的精度。需要特别指出的是，根据图 6-3，可以进一步发现，在样本数量确定的时候，增加每个样本的检测次数可以较为明显的提高评估精度；当检测次数固定，且次数较多时，增加样本数可以提高评估精度，但是当检测次数固定到较少的次数时，增大样本数则不能明显的提高评估精度。图 6-3 中蓝色实线给出了当样本数为 2 时，评估精度随着检测次数的增加而显著提升；红色实线则表明当每个样本的检测次数固定是 5 时，评估精度随着样本数量的增大没有呈现出较为明显的变化。

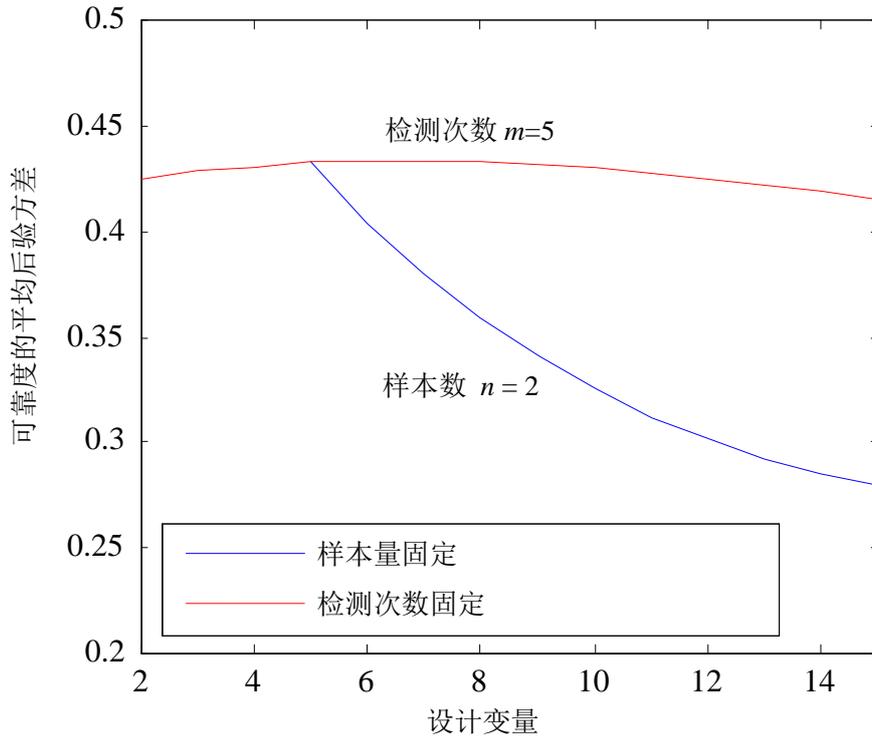


图 6-3 设计变量部分固定情况下的评估精度

如前所述，基于贝叶斯理论的试验方案优化设计的最大优点就是对模型中的未知参数进行概率分布形式的描述，避免了预设参数值带来优化误差，从而较好的解决相关参数在试验方案设计阶段的不确定性。同时，模型参数服从的概率分布不仅可以在平均后验方差计算的第二步中用于生成模型参数样本，还可以用于平均后验方差计算的第四步，也就是作为计算模型参数的后验概率分布的先验分布。

图 6-2 和表 6-3 所示的优化结果是在采用较为“客观”的的无信息先验情况下的均匀分布作为计算模型参数后验概率分布的先验分布。下面将在计算模型参数的后验概率分布时采用基于历史数据的先验分布、基于正确专家信息的先验分布和基于错误专家信息的先验分布等三种情况进行优化运算，并对比四种先验分布所对应的最终优化结果，研究先验分布选取对最终优化结果的影响。四种先验分布如表 6-4。

表 6-4 贝叶斯分析中选取的不同先验分布

先验信息来源	先验分布
无先验信息(类型 I)	$\begin{cases} q \sim \text{Uniform}(0,5) \\ \eta \sim \text{Uniform}(0,100) \end{cases}$
从历史数据中获取先验信息(类型 II)	$\begin{cases} q \sim \text{Lognormal}(0.3390,0.0131) \\ \eta \sim \text{Gamma}(90.6531,0.1099) \end{cases}$
从正确专家信息中获取先验信息(类型 III)	$\begin{cases} q \sim \text{Lognormal}(0.35,0.01) \\ \eta \sim \text{Gamma}(10,1) \end{cases}$
从错误专家信息中获取先验信息(类型 IV)	$\begin{cases} q \sim \text{Lognormal}(1.303,0.0652) \\ \eta \sim \text{Gamma}(10,1) \end{cases}$

在 4.4.3 节的第二步计算模型参数的后验分布时，分别采用如表 4-4 所示的四种先验分布。类型 I 使用的先验分布为： $q \sim \text{Uniform}(0,5)$ ， $\eta \sim \text{Uniform}(0,100)$ ，这是在无先验信息情况下采用的均匀分布，其优化结果如图 6-2 所示；类型 II 使用的先验分布为： $q \sim \text{Lognormal}(0.3390,0.0131)$ ， $\eta \sim \text{Gamma}(90.6531,0.1099)$ ，是从表 6-1 所示的历史数据中获取的，其优化结果如图 6-4 所示。

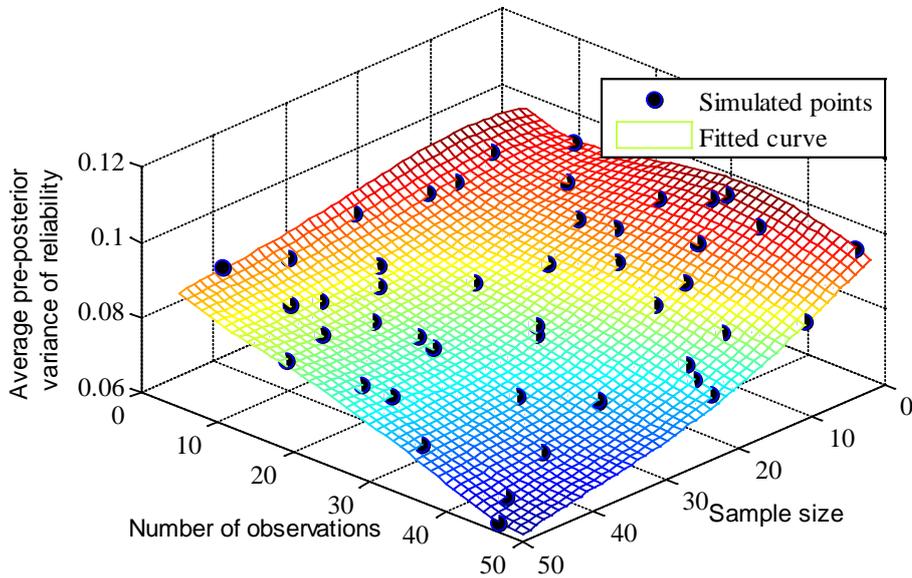


图 6-4 从历史数据从获取先验分布时的设计曲面

类型 III 使用的是从正确专家信息获取的先验分布： $q \sim \text{Lognormal}(0.35,0.01)$ ， $\eta \sim \text{Gamma}(10,1)$ ，本例是选取了与类型 II 取值相近的分

布作为从正确专家信息中获得的先验分布，其优化结果如图 6-5 所示。

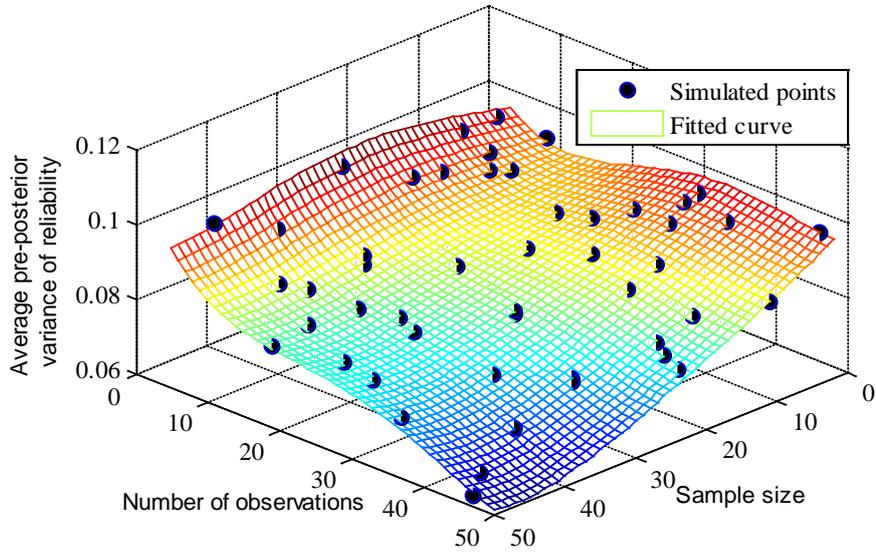


图 6-5 从正确专家信息从获取先验分布时的设计曲面

类型 IV 选取了 q 的均值是实际值的两倍分布作为从错误专家信息中获取的先验分布： $q \sim \text{Lognormal}(1.303, 0.0652)$, $\eta \sim \text{Gamma}(10, 1)$ ，其优化结果如图 6-6 所示。

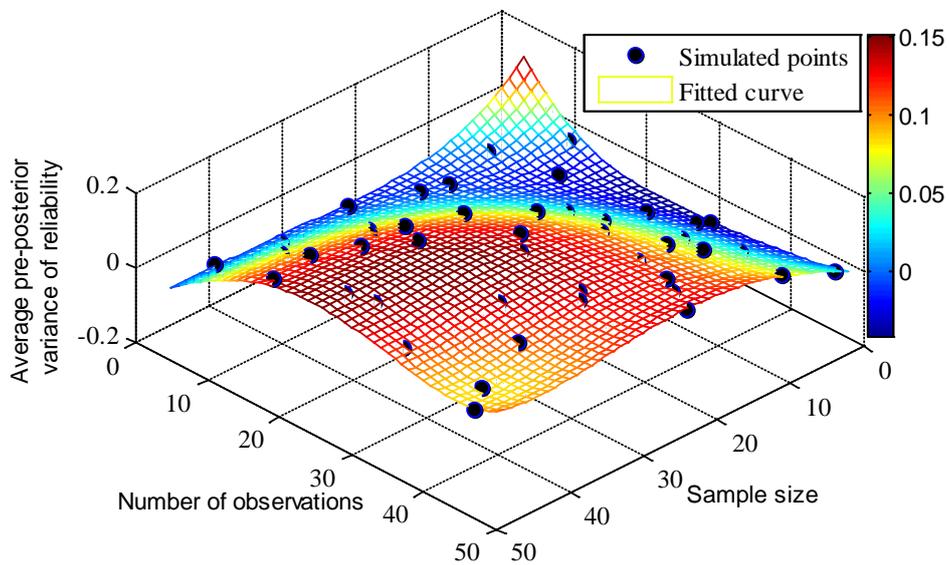


图 6-6 从错误专家信息从获取先验分布时的设计曲面

分析对比图 6-2、图 6-4、图 6-5 和图 6-6 可以发现，基于从历史数据获取的先验分布和从正确专家信息获取的先验分布进行优化运算的评估精度明显优于在无信息先验情况下使用均匀分布作为先验分布产生的优化结果。这三种情况，评估精度都随着样本数量的增加和检测次数的增加而提高。但是，在错误专家信息的支持下，图 6-6 表现出评估精度随着样本数量和检测次数增加而下降的反常情况，这是因为这个错误的先验分布和退化数据表现出不一致的统计特征，由此错误的先验分布会给整个试验方案设计工作带来致命的错误。

进一步分析前三种可行的先验分布选择情况下的优化结果。分别在成本限制为 100、300、500 和 3000 的情况下列出其对应的最优化结果，如表 6-5 中所示。

表 6-5 贝叶斯分析中选取的不同先验分布

先验信息类型	优化设计结果				实验成本限制
	n	m	$TC(n,m)$	$AVar(R_M(\theta) D)$	C_D
类型 I	2	10	100	0.3272	
类型 II	2	10	100	0.0962	100
类型 III	2	10	100	0.0929	
类型 I	2	43	232	0.2594	
类型 II	2	50	260	0.0950	300
类型 III	5	15	300	0.0916	
类型 I	4	44	472	0.2349	
类型 II	3	50	390	0.0939	500
类型 III	8	16	496	0.0910	
类型 I	40	20	2800	0.0958	
类型 II	23	50	2990	0.0745	3000
类型 III	24	47	2976	0.0761	

通过上表我们可以发现，在试验成本限制为 100、300 和 500 时，有先验信息支持情况下的优化方案的评估精度比较高于在无信息先验情况下的评估精度。但是当成本限制上升到 3000 时，三种情况下获得的评估精度基本相同。也就是说，当受到试验成本限制，样本较小、观测次数也较少时，准确的先验分布可以极大的提高评估精度，因此在小样本、低成本等限制条件下，在试验设计开展以前，获取较准确的先验分布对整个试验的成功具有重要意义；如果实验成本较为充分，

大样本、高频率检测可以实现的情况下，评估精度将不受先验分布的制约，可以采取无信息先验情况下的均匀分布。

6.5 本章小结

本章提出了一种基于贝叶斯理论的退化试验的方案设计优化方法。该方法通过对模型参数的概率化对模型参数在实验前的不确定性进行描述，避免了传统（局部）试验优化设计方法在预设定模型参数的情况下容易出现较大偏差的缺点。本章首先介绍试验方案设计优化模型，然后结合框图介绍了优化设计的流程。并结合逆高斯过程，以某型砷化镓激光器的退化试验设计为例，验证了试验方案设计优化方法的有效性。在进行应用示例的同时，还进行了基于不同模型参数先验分布的对比研究。对比研究说明了错误的先验分布会对试验方案的优化设计工作产生严重的错误影响，在试验预算较低、小样本的情况下，通过历史数据或者专家信息给出模型参数的先验分布将极大的改善评估精度。在试验预算充分、大样本条件下，可以在无信息先验情况下用均匀分布描述模型参数，也可以获得较好的评估精度。

第七章 全文总结与展望

7.1 总结

本文分析了机械产品可靠性评估领域存在的问题和面临的挑战，针对机械产品以退化型失效为主的特点，结合相关科研项目，本文的第二、三、四、五章通过将基于退化轨迹、退化量分布和随机过程的三类最常见的退化可靠性模型针对机械产品的特点进行改进和发展，第六章在逆高斯过程模型的基础上，提出一种基于贝叶斯理论的试验方案设计优化方法，尝试解决机械产品可靠性评估存在的寿命数据难获取、通用可靠性数据缺乏、样本数量少、不确定性和个体差异性显著、多元失效广泛存在和可靠性试验开展困难等问题。主要研究内容和成果概括如下：

(1) 融合寿命数据和退化数据的可靠性评估研究。在分析说明机械产品评估中较难通过物理失效机理确定退化量与时间的函数关系的基础上，归纳介绍了采用基于曲线拟合的退化轨迹模型进行可靠性评估的流程。分析了多源可靠性信息对于可靠性评估的重要意义，提出了基于贝叶斯方法、融合退化数据和其他多源信息的可靠性评估框架。在失效机理分析的基础上开展退化试验，建立了功能铣头的退化轨迹模型，积累先验信息并外推得到样本的伪寿命数据，应用贝叶斯方法融合了伪寿命数据、寿命数据和其他可靠性信息，实现了功能铣头的可靠性评估工作，验证了基于退化轨迹、同时利用贝叶斯方法融合多源可靠性信息开展可靠性评估方法的有效性。

(2) 考虑产品个体差异性的可靠性评估研究。介绍了常见的三种随机过程模型，分析说明了三种模型对于机械产品的适用性，由于 Gamma 过程模型和逆高斯过程模型具有非负的退化增量，相较于 Wiener 过程模型，更适合用于描述机械产品的性能退化过程。通过将 Gamma 过程模型中的尺度参数随机化，引入产品的个体差异性，建立了考虑产品个体差异的基于 Gamma 过程的可靠性模型，通过引入退化速率相关的参数并将其随机化，建立了考虑产品个体差异性的逆高斯随机过程模型，并分别给出了基于贝叶斯理论参数估计方法。利用考虑个体差异性的 Gamma 过程模型，开展滑阀的密封可靠性的评估，并结合其他算例说明了模型和方法的有效性。

(3) 基于退化量分布的疲劳可靠性评估。结合疲劳累积损伤分析，通过引入基于退化量分布的模型，对疲劳累积损伤进行了演化与分布描述，通过结合非线性疲劳累积损伤准则和概率密度函数转换技术，提出了基于退化量分布模型的疲

劳可靠性评估方法。该方法考虑了载荷和损伤的分散性和随机性对其疲劳寿命和疲劳特性的影响。通过对累积疲劳损伤和损伤临界值的概率化描述了载荷和强度的不确定性。最后从 45 号钢和 LZ50 材料的疲劳寿命数据出发, 分别在恒幅载荷和变幅载荷的情况下, 对两种材料的疲劳可靠性进行了评估, 证明了基于退化量分布模型的疲劳可靠性评估方法。

(4) 基于多元性能退化的机械产品可靠性评估。介绍了基于一般多元性能退化模型的可靠性评估方法和流程, 结合机械产品的特点, 分析一般多元性能退化模型的问题。为了更准确的描述机械产品的多元性能退化过程, 将逆高斯过程模型引入多元性能退化模型, 并利用 Copula 函数描述了不同逆高斯退化过程之间的相关性, 然后通过算例证实了模型和方法的可用性。在机械产品多元性能退化实例分析的基础上, 提出一种基于非竞争关系的多元性能退化可靠性模型, 并对模型进行实例验证。

(5) 退化试验优化设计方法研究。以可靠性评估精度作为优化目标, 以样本数量、试验成本为约束条件, 建立了退化试验方案的优化设计模型, 利用基于贝叶斯的试验方案优化设计方法对试验方案进行优化设计, 给出了方法的流程框图, 介绍了优化算法的具体实现过程。以某型砷化镓激光器的退化试验设计为例, 证明试验方案优化设计方法的有效性。并结合算例, 经过对比研究说明了: 错误的先验分布会对试验方案的优化设计工作产生严重的错误影响; 在试验预算较低、小样本的情况下, 通过历史数据或者专家信息给出模型参数的先验分布, 将极大的改善评估精度; 在试验预算充分、大样本条件下, 可以在无信息先验情况下用均匀分布描述模型参数, 也可以取得较好的评估精度。

7.2 后续工作展望

针对机械产品可靠性评估领域的需求与难点, 拟从以下几个方面开展相关后续研究:

(1) 融合状态监测数据的可靠性评估方法研究

随着传感器技术、在线检测技术的发展, 机械产品在使用过程中的各种状态监测数据将成为可靠性评估的重要信息来源。状态监测数据不仅包括评估对象的状态数据, 还包括载荷、环境应力等工况信息, 如何在多源可靠性数据融合的框架下, 充分利用寿命数据、退化数据和状态监测数据, 同时结合工况信息, 开展可靠性评估研究将是一个值得进一步研究的问题。

(2) 考虑破坏性退化数据测量条件下的退化试验优化设计研究

本文所涉及的退化数据的测量都是在非破坏条件下进行的, 也就是一个样本

可以测量到多个不同时间点的退化数据。工程中，还存在一类产品，一个样本只能进行一次退化数据测定，一旦进行退化量测定后，产品将无法继续工作和进行其他时间点的退化量测定。在这样的破坏性退化数据测量条件下，如何开展退化试验方案的优化设计是一个有实际工程意义的问题。

(3) 多性能退化、多失效模式条件下的试验优化设计研究

本文提出的试验方案优化设计方法基于一元退化情形，由于机械产品的复杂性，多元性能退化、多失效模式广泛存在。在多性能退化、多失效模式条件下，开展试验方案的优化设计是一个具有工程意义的难题。

致 谢

论文即将停笔之际，回首过去几年博士研究生生活中的点点滴滴，心中思绪万千。

首先，我要衷心感谢我的导师黄洪钟教授！本文是在黄老师的悉心关怀和指导下完成的，导师甚至挤出与家人团聚的节假日为我修改论文。黄老师为我的成长注入了大量的心血和关怀，他宽阔的学术视野、敏锐的学术洞察力和严谨的治学态度，影响和教育着我和周围的每一位同学。在我即将完成博士研究生阶段学习之际，谨向恩师致以最崇高的敬意和最美好的祝愿！

感谢我在美国联合培养期间的导师、可靠性工程领域著名学者、Rutgers 大学的杰出教授 E. A. Elsayed 博士！感谢他在我留学期间对我学术研究上的指导和生活中的帮助。

感谢电子科技大学机械电子工程学院所有老师对我的指导和帮助！尤其感谢电子科技大学可靠性工程研究所的凌丹老师、何俐萍老师、陈中柘老师、刘宇老师、汪忠来老师、李海庆老师、朱顺鹏老师、许焕卫老师、邱静老师、张小玲老师、李彦锋老师和孟德彪老师等，感谢他们在我生活和学习中提供的关怀和帮助。感谢彭卫文博士、庞煜博士、袁容博士、谢朝阳博士、左芳君博士、吕志强博士、王海琨博士、刘征博士、米金华博士、付国忠博士、殷毅超博士、黄承赓博士、郭骏宇博士和肖振林、李天航等硕士师弟师妹们，我会铭记我们朝夕相处、一起探讨、共同交流、并肩走过的日子，感谢他们对我的帮助。

衷心感谢养育我的父母，感谢我的爱人谭尧曦，感谢我的岳父岳母，感谢我的弟弟，正是他们的爱，他们无私的奉献、始终如一的支持，才使我能够顺利完成学业！还要感谢我的女儿杨芷泓给予的无限精神支柱！

感谢所有关心我的人！

衷心感谢在百忙之中抽出时间参与本论文评审和答辩的各位教授、专家！

最后，对文中所引文献的作者一并表示最真诚的感谢！

参考文献

- [1] 牟致忠. 机械可靠性——理论·方法·应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [2] 张义民. 机械可靠性设计的内涵与递进[J]. 机械工程学报, 2010, 46(14): 167-188.
- [3] 何正嘉, 曹宏瑞, 訾艳阳, 等. 机械设备运行可靠性评估的发展与思考[J]. 机械工程学报, 2014, 50(2): 171-186.
- [4] C. J. Lu, W. O. Meeker. Using degradation measures to estimate a time-to-failure distribution[J]. *Technometrics*, 1993, 35(2): 161-174.
- [5] E. A. Elsayed. Overview of reliability testing[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2012, 61(2): 281-291.
- [6] N. Gorjian, L. Ma, M. Mittinty, et al. A review on degradation models in reliability analysis[C]. *Proceedings of the 4th World Congress on Engineering Asset Management, Athens*, 2010, 369-384.
- [7] 姚增起. 系统退化和系统可靠性研究[D]. 北京: 中国科学院自动化研究所, 1988.
- [8] 谢里阳. 现代机械设计方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [9] 谢里阳. 机械可靠性理论, 方法及模型中若干问题评述[J]. 机械工程学报, 2014, 50(14): 27-35.
- [10] 刘惟信. 机械可靠性设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.
- [11] 周源泉, 翁朝曦. 可靠性评定[M]. 北京: 科学出版社, 1990.
- [12] 金星, 洪延姬. 系统可靠性评定方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.
- [13] T. R. Bennett, J M Booker, S Keller-McNulty, et al. Testing the untestable: reliability in the 21st century[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2003, 52(1): 118-124.
- [14] J. H. Martz, R Waller. Bayesian Zero-Failure (BAZE) reliability demonstration testing procedure[J]. *Journal of Quality Technology*, 1979, 11(3): 128-138
- [15] 茆诗松, 罗朝斌. 无失效数据的可靠性分析[J]. *数理统计与应用概率*, 1989, 4(4): 489-506.
- [16] 茆诗松, 王玲玲. 威布尔分布场合无失效数据的可靠性分析[J]. *应用概率统计*, 1996, 12(1): 94-107.
- [17] 郭金龙. 基于无失效数据船体可靠性的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学,

- 2009.
- [18] 韩明. 基于无失效数据的可靠性参数估计[M]. 北京: 中国统计出版社, 2005.
- [19] 韩明, 赵仁杰. 成败型无失效数据的可靠性分析[J]. 信息工程学院学报, 1992, (3): 27-35.
- [20] 韩明. 无失效数据可靠性进展[J]. 数学进展, 2004, 31(1): 7-19.
- [21] 赵建印. 基于性能退化数据的可靠性建模与应用研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.
- [22] W. Q. Meeker, M Hamada. Statistical tools for the rapid development and evaluation of high-reliability products[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1995, 44(2): 187-198.
- [23] L. A. Escobar, W Q Meeker. A review of accelerated test models[J]. Statistical Science, 2006, 21(4): 552-577.
- [24] 张春华, 温熙森, 陈循. 加速寿命试验技术综述[J]. 兵工学报, 2004, 25(4): 485-490.
- [25] 王少萍. 机械产品加速寿命试验[J]. 液压气动与密封, 2005, (4): 33-37.
- [26] 蒋仁言, 黄超群. 加速寿命试验: 适用性, 问题和挑战[C]. 全国机械行业可靠性技术学术交流会暨第四届可靠性工程分会第四次全体委员大会论文集, 长春, 2012, 119-121.
- [27] 黄洪钟. 对常规可靠性理论的批判性评述——兼论模糊可靠性理论的产生, 发展及应用前景[J]. 机械设计, 1994, 11(3): 1-5.
- [28] M. S. Nikulin, N. Limnios, N. Balakrishnan, et al. Advances in Degradation Modeling: Applications to Reliability, Survival Analysis, and Finance[M]. Boston: Springer, 2010.
- [29] J. P. Kharoufeh, S. M. Cox. Stochastic models for degradation-based reliability[J]. IIE Transactions, 2005, 37(6): 533-542.
- [30] I. Gertsbakh, K. B. Kordonskiy. Models of Failure[M]. Berlin: Springer 2012.
- [31] W. Q. Meeker, M. J. Luvalle. An accelerated life test model based on reliability kinetics[J]. Technometrics, 1995, 37(2): 133-146.
- [32] C. Place, J. Strutt, K. Allsopp, et al. Reliability prediction of helicopter transmission systems using stress-strength interference with underlying damage accumulation[J]. Quality and Reliability Engineering International, 1999, 15(2): 69-78.
- [33] Z. Cui, J. J. Liou, Y. Yue. A new extrapolation method for long-term degradation

- prediction of deep-submicron MOSFETs[J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 2003, 50(5): 1398-1401.
- [34] V. Crk. Reliability assessment from degradation data[C]. Proceedings of the Reliability and Maintainability Symposium, Los Angeles, 2000, 155-161.
- [35] C. Chiao, M. Hamada. Using degradation data from an experiment to achieve robust reliability for light emitting diodes[J]. Quality and Reliability Engineering International, 1996, 12(2): 89-94.
- [36] X-X. Yuan, M. Pandey. A nonlinear mixed-effects model for degradation data obtained from in-service inspections[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2009, 94(2): 509-519.
- [37] J-C. Lu, J. Park, Q. Yang. Statistical inference of a time-to-failure distribution derived from linear degradation data[J]. Technometrics, 1997, 39(4): 391-400.
- [38] 庄东辰. 退化失效模型及其统计分析[D]. 上海: 华东师范大学, 1994.
- [39] 庄东辰, 茆诗松. 退化数据统计分析[M]. 北京: 中国统计出版社, 2013.
- [40] Z-S. Ye, M Xie. Stochastic modelling and analysis of degradation for highly reliable products[J]. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 2015, 31(1): 16-32.
- [41] K. Yang, J. Xue. Continuous state reliability analysis[C]. Proceedings of the Reliability and Maintainability Symposium, Las Vegas, 1996, 251-257.
- [42] W. Huang, D. L. Dietrich. An alternative degradation reliability modeling approach using maximum likelihood estimation[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2005, 54(2): 310-317.
- [43] M. J. Zuo, R. Jiang, R. Yam. Approaches for reliability modeling of continuous-state devices[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1999, 48(1): 9-18.
- [44] Q. Sun, J. Zhou, Z. Zhong, et al. Gauss-Poisson joint distribution model for degradation failure[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2004, 32(5): 1864-1868.
- [45] J. Jayaram, T. Girish. Reliability prediction through degradation data modeling using a quasi-likelihood approach[C]. Proceedings of the Reliability and Maintainability Symposium, Los Angeles, 2005, 193-199
- [46] R. Jiang, A. K. Jardine. Health state evaluation of an item: A general framework and graphical representation[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2008, 93(1): 89-99.

- [47] 王立, 李晓阳, 姜同敏. 基于退化量分布时序分析的产品寿命预测[J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(4): 492-498.
- [48] K. A. Doksum, A. Hbyland. Models for variable-stress accelerated life testing experiments based on wener processes and the inverse gaussian distribution[J]. *Technometrics*, 1992, 34(1): 74-82.
- [49] G. Whitmore. Estimating degradation by a Wiener diffusion process subject to measurement error[J]. *Lifetime Data Analysis*, 1995, 1(3): 307-319.
- [50] C. Park, W. Padgett. Accelerated degradation models for failure based on geometric Brownian motion and gamma processes[J]. *Lifetime Data Analysis*, 2005, 11(4): 511-527.
- [51] W. Padgett, M A Tomlinson. Inference from accelerated degradation and failure data based on Gaussian process models[J]. *Lifetime Data Analysis*, 2004, 10(2): 191-206.
- [52] C. Y. Peng, S. T. Tseng. Mis-Specification Analysis of Linear Degradation Models[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2009, 58(3): 444-455.
- [53] W. Q. Meeker, L. A. Escobar. *Statistical methods for reliability data*[M]. New York: John Wiley & Sons, 1998.
- [54] X-S. Si, W. Wang, C-H. Hu, et al. Remaining useful life estimation based on a nonlinear diffusion degradation process[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2012, 61(1): 50-67.
- [55] X-S. Si, W. Wang, C-H. Hu, et al. A Wiener-process-based degradation model with a recursive filter algorithm for remaining useful life estimation[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, 35(1): 219-237.
- [56] X. Wang, P. Jiang, B. Guo, et al. Real-time reliability evaluation with a general wiener process - based degradation model[J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 2014, 30(2): 205-220.
- [57] L. Bian, N. Gebraeel. Stochastic framework for partially degradation systems with continuous component degradation-rate-interactions[J]. *Naval Research Logistics*, 2014, 61(4): 286-303.
- [58] L. Bian, N. Gebraeel. Computing and updating the first-passage time distribution for randomly evolving degradation signals[J]. *IIE Transactions*, 2012, 44(11): 974-987.
- [59] H. Liao, Z. Tian. A framework for predicting the remaining useful life of a single

- unit under time-varying operating conditions[J]. IIE Transactions, 2013, 45(9): 964-980.
- [60] 李晓阳, 姜同敏. 基于加速退化模型的卫星组件寿命与可靠性评估方法[J]. 航空学报, 2007, 28(S1): 100-103.
- [61] 王小林, 郭波, 程志君. 融合多源信息的维纳过程性能退化产品的可靠性评估[J]. 电子学报, 2012, 40(5): 977-982.
- [62] 刘震宇, 马小兵, 赵宇. 非恒定温度场合弹上性能退化型部件贮存可靠性评估[J]. 航空学报, 2012, 33(9): 1671-1678.
- [63] 潘正强, 周经伦, 彭宝华. 基于 Wiener 过程的多应力加速退化试验设计[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(8): 64-71.
- [64] 孙权, 冯静, 汪晓程. 基于平均寿命 MSE 的步进应力加速退化试验优化设计[J]. 数字技术与应用, 2012, (11): 142-144.
- [65] 彭宝华. 基于 Wiener 过程的可靠性建模方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010.
- [66] M. Abdel-Hameed. A gamma wear process [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1975, 24(2): 152-153.
- [67] J. Lawless, M. Crowder. Covariates and random effects in a gamma process model with application to degradation and failure[J]. Lifetime Data Analysis, 2004, 10(3): 213-227.
- [68] S-T. Tseng, N. Balakrishnan, C-C. Tsai. Optimal step-stress accelerated degradation test plan for gamma degradation processes[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2009, 58(4): 611-618.
- [69] C-C. Tsai, S-T. Tseng, N. Balakrishnan. Optimal Design for Degradation Tests Based on Gamma Processes With Random Effects[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(2): 604-613.
- [70] J. Van Noortwijk. A survey of the application of gamma processes in maintenance[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2009, 94(1): 2-21.
- [71] Z. Pan, N. Balakrishnan. Reliability modeling of degradation of products with multiple performance characteristics based on gamma processes [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2011, 96(8): 949-957.
- [72] 李常有, 张义民, 王跃武. 线性连续系统的动态与渐变耦合可靠性分析[J]. 机械工程学报, 2012, 48(02): 23-29.
- [73] 赵志草, 宋保维, 王鹏. 单元服从 Gamma 退化过程的共载表决系统可靠性[J].

- 华中科技大学学报：自然科学版, 2015, 43(4): 12-16.
- [74] 管强, 汤银才. 基于 Gamma 过程加速退化试验的优化设计[J]. 应用概率统计, 2013(02): 213-224.
- [75] X. Wang, D. Xu. An inverse Gaussian process model for degradation data[J]. *Technometrics: A Journal of Statistics for the Physical Chemical & Engineering Sciences*, 2010, 52(2): 188-197.
- [76] S. Zhang, W. Zhou, H. Qin. Inverse Gaussian process-based corrosion growth model for energy pipelines considering the sizing error in inspection data[J]. *Corrosion Science*, 2013, 73(13): 309-320.
- [77] Z-S. Ye, C. Nan. The inverse Gaussian process as a degradation model[J]. *Technometrics*, 2014, 56(3): 302-311.
- [78] W. Peng, Y-F. Li, Y-J. Yang, et al. Inverse Gaussian process models for degradation analysis: A Bayesian perspective [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2014, 130(1): 175-189.
- [79] J. P. Kharoufeh, C. J. Solo, M. Y. Ulukus. Semi-Markov models for degradation-based reliability [J]. *IEEE Transactions*, 2010, 42(8): 599-612.
- [80] I. W. Soro, M. Nourelfath, D. Aït-Kadi. Performance evaluation of multi-state degraded systems with minimal repairs and imperfect preventive maintenance[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2010, 95(2): 65-69.
- [81] C. Zhong, H. Jin. A novel optimal preventive maintenance policy for a cold standby system based on semi-Markov theory[J]. *European Journal of Operational Research*, 2014, 232(2): 405-411.
- [82] J. Esary, A. Marshall. Shock models and wear processes[J]. *The Annals of Probability*, 1973, 1(4): 627-649.
- [83] T. Nakagawa. *Shock and Damage Models in Reliability Theory*[M]. London: Springer, 2007.
- [84] Y. Lam. A geometric process-shock maintenance model[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2009, 58(2): 389-396.
- [85] M. S. Hamada, Wilson A, Reese C S, et al. *Bayesian Reliability*[M]. New York: Springer, 2008.
- [86] 赵宇, 杨军, 马小兵. *可靠性数据分析教程*[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2009.
- [87] H. F. Martz, R. Waller. *Bayesian Reliability Analysis*[M]. New York: John Wiley

- & Sons, 1982.
- [88] A. E. Gelfand, A F Smith. Sampling-based approaches to calculating marginal densities[J]. Journal of the American statistical association, 1990, 85(410): 398-409.
- [89] A. F. Smith, G O Roberts. Bayesian computation via the Gibbs sampler and related Markov chain Monte Carlo methods[J]. Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological), 1993: 3-23.
- [90] M. Hamada, H. F. Martz, C. S. Reese, et al. A fully Bayesian approach for combining multilevel failure information in fault tree quantification and optimal follow-on resource allocation[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2004, 86(3): 297-305.
- [91] T. L. Graves, M S Hamada, R Klamann, et al. A fully Bayesian approach for combining multi-level information in multi-state fault tree quantification[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2007, 92(10):1476-1483.
- [92] T. L. Graves, M .S. Hamada, R Klamann, et al. Using simultaneous higher-level and partial lower-level data in reliability assessments[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2008, 93(8): 1273-1279.
- [93] T. L. Graves, M. S. Hamada, R. Klamann, et al. A fully Bayesian approach for combining multi-level information in multi-state fault tree quantification[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2007, 92(10): 1476-1483.
- [94] R. Pan. A Bayes approach to reliability prediction utilizing data from accelerated life tests and field failure observations [J]. Quality and Reliability Engineering International, 2009, 25(2): 229-240.
- [95] C. M. Anderson-Cook, T. Graves, N. Hengartner, et al. Reliability modeling using both system test and quality assurance data [J]. Military Operations Research, 2008, 13(3): 5-18.
- [96] C Jackson, A Mosleh. Bayesian inference with overlapping data for systems with continuous life metrics[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2012, 106: 217-231.
- [97] J. Guo, A. Wilson. Bayesian Methods for Estimating System Reliability Using Heterogeneous Multilevel Information[J]. Technometrics, 2010, 55(4): 461-472.
- [98] Z. Yao, W. Q. Meeker. Bayesian methods for planning accelerated life tests[J]. Technometrics, 2006, 48(1): 49-60.

- [99] 宋保维, 严卫生. 鱼雷可靠性评定中的 Bayes 方法[J]. 机械科学与技术, 1998, 17(3): 371-374.
- [100] 毛昭勇, 宋保维, 郑珂. 基于 Compertz 模型的鱼雷可靠性增长 Bayes 分析[J]. 机械强度, 2010, 32(4): 587-590.
- [101] 毛昭勇, 宋保维, 胡海豹,等. 基于 AMSAA 增长模型的鱼雷系统 Bayes 可靠性分析[J]. 兵工学报, 2009, 30(10): 1401-1404.
- [102] 毛昭勇, 宋保维, 胡海豹,等. 基于先验信息可信度的鱼雷可靠性 Bayes 分析[J]. 计算机仿真, 2009, 26(3): 37-39.
- [103] 王立志, 姜同敏, 李晓阳,等. 融合加速试验及外场使用信息的寿命评估方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(7): 947-951.
- [104] L. Wang, R. Pan, X. Li, T Jiang. A Bayesian reliability evaluation method with integrated accelerated degradation testing and field information[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2013, 112(1): 38-47.
- [105] H-Z. Huang, M. J .Zuo, Z-Q Sun. Bayesian reliability analysis for fuzzy lifetime data[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2006, 157(12): 1674-1686.
- [106] 冯静. 小子样复杂系统可靠性信息融合方法与应用研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2004.
- [107] 张士峰. Bayes 小子样理论及其在武器系统评估中的运用研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2000.
- [108] 张湘平. 小子样统计推断与融合理论在武器系统评估中的应用研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2003.
- [109] 刘琦. 液体火箭发动机可靠性增长试验评定方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学研究生院, 2003.
- [110] 陈亮, 胡昌华. 基于退化建模的可靠性分析研究现状[J]. 控制与决策, 2009, 24(9): 1281-1287.
- [111] 邓爱民, 陈循, 张春华,等. 基于性能退化数据的可靠性评估[J]. 宇航学报, 2006, 27(3): 546-552.
- [112] E. A. Elsayed. Design of Reliability Test Plans: An Overview[M]. Stochastic Reliability and Maintenance Modeling. Berlin: Springer. 2013: 17-39.
- [113] 邓爱民. 高可靠长寿命产品可靠性技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2006.
- [114] 邓爱民, 陈循, 张春华,等. 加速退化试验技术综述[J]. 兵工学报, 2007, 28(8): 1002-1007.
- [115] 孙锐. 基于 DS 证据理论的信息融合及在可靠性数据处理中的应用研究[D].

- 成都: 电子科技大学, 2011.
- [116] 张尧庭, 陈汉峰. 贝叶斯统计推断[M]. 北京: 科学出版社, 1991.
- [117] T. S. Wallsten, D. V. Budescu. State of the art-encoding subjective probabilities: A psychological and psychometric review[J]. *Management Science*, 1983, 29(2): 151-173.
- [118] A. O'hagan, C. E. Buck, A. Daneshkhah, et al. *Uncertain Judgements: Eliciting Experts' Probabilities* [M]. New York: John Wiley & Sons, 2006.
- [119] A O'hagan, J. J. Forster. *Kendall's advanced theory of statistics, volume 2B: Bayesian inference* [M]. New York: Arnold, 2004.
- [120] J. O. Berger. *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2013.
- [121] J. Kruschke. *Doing Bayesian data analysis: A tutorial introduction with R*[M]. New York: Academic Press, 2010.
- [122] I. Ntzoufras. *Bayesian modeling using WinBUGS*[M]. New York: John Wiley & Sons, 2011.
- [123] D. J. Lunn, A. Thomas, N. Best, et al. WinBUGS-a Bayesian modelling framework: concepts, structure, and extensibility[J]. *Statistics and Computing*, 2000, 10(4): 325-337.
- [124] 付永领, 韩国惠, 王占林,等. 气缸双应力恒加试验的优化设计[J]. *机械工程学报*, 2009, 45(11): 288-294.
- [125] 温诗铸, 黄平. *摩擦学原理*[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [126] 黄平, 孟永钢, 徐华. *摩擦学教程*[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [127] Z-S. Ye, Y. Hong, Y. Xie. How do heterogeneities in operating environments affect field failure predictions and test planning[J]. *The Annals of Applied Statistics*, 2013, 7(4): 2249-2271.
- [128] R. Chhikara. *The Inverse Gaussian Distribution: Theory: Methodology, and Applications* [M]. New York: CRC Press, 1988.
- [129] X. S. Si, W. B. Wang, C. H. Hu, et al. Remaining useful life estimation based on a nonlinear diffusion degradation process[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2012, 61(1): 50-67.
- [130] 蒋俊, 郭媛, 曾良才. 间隙密封液压缸泄漏量仿真分析[J]. *润滑与密封*, 2013, 38(7): 75-79.
- [131] 成大先. *机械设计手册: 润滑与密封. 第 10 篇* [M]. 北京: 化学工业出版社

- 社, 2004.
- [132] N. Vaughan, P. Pomeroy, D. Tilley. The contribution of erosive wear to the performance degradation of sliding spool servovalves[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 1998, 212(6): 437-451.
- [133] D. Gordić, M. Babić, D. Milovanović, et al. Spool valve leakage behaviour[J]. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 2011, 11(4): 859-866.
- [134] B. Eryilmaz, B. H. Wilson. Combining leakage and orifice flows in a hydraulic servovalve model[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2000, 122(3): 576-579.
- [135] A. Ellman. Leakage behaviour of four-way servovalve[C]. Proceedings of International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Denver, 2011, 859-866.
- [136] Y. Li. Research to the wear and geometric error relations of electro hydraulic servo valve[J]. Procedia Engineering, 2011, 15(1): 891-896.
- [137] 韩寿松, 刘相波, 晁智强, 等. 液压元件泄漏量原位检测评估模型研究[J]. 机床与液压, 2009, 37(3): 119-121.
- [138] A. Fatemi, L. Yang. Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials[J]. International Journal of Fatigue, 1998, 20(1): 9-34.
- [139] J. Kim, J. Yi, J. Kim, et al. Fatigue life prediction methodology using entropy index of stress interaction and crack severity index of effective stress [J]. International Journal of Damage Mechanics, 2013, 22(22): 375-392.
- [140] S. Kwofie, N. Rahbar. A fatigue driving stress approach to damage and life prediction under variable amplitude loading [J]. International Journal of Damage Mechanics, 2013, 22(3): 393-404.
- [141] S-P. Zhu, H-Z. Huang, L-P. He, et al. A generalized energy-based fatigue-creep damage parameter for life prediction of turbine disk alloys[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2012, 90(2): 89-100.
- [142] H. Shen, J. Lin, E. Mu. Probabilistic model on stochastic fatigue damage[J]. International Journal of Fatigue, 2000, 22(7): 569-572.
- [143] S. Beretta, M. Carboni. Experiments and stochastic model for propagation lifetime of railway axles[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2006, 73(17):

- 2627-2641.
- [144] E. Castillo, A Fernández-Canteli, M L. Ruiz-Ripoll. A general model for fatigue damage due to any stress history[J]. *International Journal of Fatigue*, 2008, 30(1): 150-164.
- [145] Y. Liu, S Mahadevan. Stochastic fatigue damage modeling under variable amplitude loading[J]. *International Journal of Fatigue*, 2007, 29(6): 1149-1161.
- [146] Y. Liu, S Mahadevan. Efficient methods for time-dependent fatigue reliability analysis[J]. *AIAA Journal*, 2009, 47(3): 494-504.
- [147] V. Rathod, O P Yadav, Rathore A, Jain R. Probabilistic modeling of fatigue damage accumulation for reliability prediction[J]. *International Journal of Quality, Statistics, and Reliability*, 2011, doi:10.1155/2011/718901.
- [148] U. Zerbst, S. Beretta. Failure and damage tolerance aspects of railway components[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2011, 18(2): 534-542.
- [149] U. Zerbst, R. Lundén, K-O Edel, et al. Introduction to the damage tolerance behaviour of railway rails—a review[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2009, 76(17): 2563-2601.
- [150] U. Zerbst, M Schödel, H T Beier. Parameters affecting the damage tolerance behaviour of railway axles[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2011, 78(5): 793-809.
- [151] J. R. Benjamin, C. A. Cornell. *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers* [M]. New York: McGraw-Hill, 1970.
- [152] S. Beretta, M. Carboni, S. Cervello. Design review of a freight railway axle: fatigue damage versus damage tolerance[J]. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 2011, 42(12): 1099-1104.
- [153] S. Beretta, A. Carboni, L. Conte, et al. An investigation of the effects of corrosion M on the fatigue strength of AlN axle steel[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 2008, 222(2): 129-143.
- [154] S. Beretta, M. Carboni, G. Fiore, et al. Corrosion–fatigue of AlN railway axle steel exposed to rainwater[J]. *International Journal of Fatigue*, 2010, 32(6): 952-961.
- [155] S. Beretta, A. Ghidini, F. Lombardo. Fracture mechanics and scale effects in the fatigue of railway axles[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, 72(2):

- 195-208.
- [156] S-P. Zhu, H-Z. Huang, Y. Liu, et al. A practical method for determining the Corten-Dolan exponent and its application to fatigue life prediction[J]. *Int J Turbo Jet-Engines*, 2012, 29(2): 79-87.
- [157] J. Yao, F. Kozin, Y-K. Wen, et al. Stochastic fatigue, fracture and damage analysis[J]. *Structural Safety*, 1986, 3(3): 231-267.
- [158] W. Wu, H. Liou, H. Tse. Estimation of fatigue damage and fatigue life of components under random loading[J]. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 1997, 72(3): 243-249.
- [159] D. Ye, Z Wang. A new approach to low-cycle fatigue damage based on exhaustion of static toughness and dissipation of cyclic plastic strain energy during fatigue[J]. *International Journal of Fatigue*, 2001, 23(8): 679-687.
- [160] S. Marco, W. Starkey. A concept of fatigue damage[J]. *Transactions of the ASME*, 1954, 76(4): 627-632.
- [161] H. Corten, T. Dolan. Cumulative fatigue damage[C]. *Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals*, London, 1956, 550-560.
- [162] M. A. Miner. Cumulative damage in fatigue[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1945, 12(3): 159-164.
- [163] F. G. Pascual, W. Q. Meeker. Estimating fatigue curves with the random fatigue-limit model [J]. *Technometrics*, 1999, 41(4): 277-289.
- [164] D. W. Coit, J. L. Evans, N. T. Vogt, et al. A method for correlating field life degradation with reliability prediction for electronic modules[J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 2005, 21(7): 715-726.
- [165] X. Zheng, J. Wei. On the prediction of P-S-N curves of 45 steel notched elements and probability distribution of fatigue life under variable amplitude loading from tensile properties [J]. *International Journal of Fatigue*, 2005, 27(6): 601-609.
- [166] J. Yan, X. Zheng, K. Zhao. Prediction of fatigue life and its probability distribution of notched friction welded joints under variable-amplitude loading[J]. *International Journal of Fatigue*, 2000, 22(6): 481-494.
- [167] 闫桂玲, 王弘, 高庆. 超声频率加载下 50#车轴钢超长寿命疲劳性能研究[J]. *中国铁道科学*, 2004, 25(2): 78-81.
- [168] 王弘, 高庆, 闫桂玲. 中碳钢在低应力超长寿命范围内的疲劳性能 [J]. *机械强度*, 2004, 26(1): 267-270.

- [169] P. Wang, D. W. Coit. Reliability prediction based on degradation modeling for systems with multiple degradation measures[C]. Proceedings of the Reliability and Maintainability Symposium, Los Angeles, 2004, 302-307
- [170] D. Xu, W. Zhao. Reliability prediction using multivariate degradation data[C]. Proceedings of the Reliability and Maintainability Symposium, 2005, 337-341.
- [171] 陈崇双 唐 何. 相关性失效机械系统的可靠性分析方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014.
- [172] R. B. Nelsen. An Introduction to Copulas[M]. New York: Springer, 1999.
- [173] J. K. Sari. Multivariate degradation modeling and its application to reliability testing[D]. Singapore: National University of Singapore, 2007.
- [174] Z. Pan, N Balakrishnan, Q Sun, et al. Bivariate degradation analysis of products based on Wiener processes and copulas[J]. Journal of Statistical Computation and Simulation, 2012, 83(7): 1-14.
- [175] 潘正强. 加速应力下二元退化可靠性建模及其试验设计方法[D].长沙: 国防科学技术大学, 2011.
- [176] Y. Wang, H. Pham. Modeling the dependent competing risks with multiple degradation processes and random shock using time-varying copulas[J] IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(1): 13-22.
- [177] 张建勋, 胡昌华, 周志杰, 等. 多退化变量下基于 Copula 函数的陀螺仪剩余寿命预测方法[J]. 航空学报, 2014, 35(4): 1111-1121.
- [178] 钟骏杰, 朱汉华, 周刚, 等. 船舶尾轴承的变形对其润滑特性的影响研究 [J]. 武汉理工大学学报: 交通科学与工程版, 2006, 30(2): 224-227.
- [179] 姜德祝. 船舶艏轴承间隙的修理及检验[J]. 北方交通, 2000(6): 48-48.
- [180] 龚旦求. 船舶轴系艏轴管轴承的间隙[J]. 造船技术, 1990(12): 32-34.
- [181] 兰红安. 船舶艏轴承间隙测量的作用及方法[J]. 中国修船, 2015(2): 16-19.
- [182] S-T. Tseng, H-F. Yu. A termination rule for degradation experiments[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1997, 46(1): 130-133.
- [183] H-F. Yu, S-T. Tseng. Designing a degradation experiment[J]. Naval Research Logistics, 1999, 46(6): 689-706.
- [184] Y. Shi. Accelerated destructive degradation test planning[J]. Technometrics, 2009, 51(1): 1-13.
- [185] Y. Shi, W Q Meeker. Bayesian methods for accelerated destructive degradation test planning[J]. IEEE Transactions on Reliability 2012, 61(1): 245-253.

- [186] 汪亚顺, 张春华, 陈循, 等. 仿真基混合效应模型加速退化试验方案优化设计研究[J]. 机械工程学报, 2009, 45(12): 108-114.
- [187] 汪亚顺, 张春华, 陈循. 仿真基退化试验优化设计方法研究[J]. 宇航学报, 2008, 29(1): 380-384.
- [188] L-C. Tang, G. Yang, M. Xie. Planning of step-stress accelerated degradation test[C]. Proceedings of the Reliability and Maintainability Symposium, Los Angeles , 2004, 287-292.
- [189] C-M. Liao, S-T. Tseng. Optimal design for step-stress accelerated degradation tests[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2006, 55(1): 59-66.
- [190] H. Lim, B-J. Yum. Optimal design of accelerated degradation tests based on Wiener process models[J]. Journal of Applied Statistics, 2011, 38(2): 309-325.
- [191] X. Liu, L-C. Tang. A Bayesian optimal design for accelerated degradation tests[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2010, 26(8): 863-875.
- [192] T. Yuan, X. Liu, W. Kuo. Planning simple step-stress accelerated life tests using Bayesian methods[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(1): 254-263.
- [193] R. E. Kass, L. Wasserman. The selection of prior distributions by formal rules[J]. Journal of the American Statistical Association, 1996, 91(435): 1343-1370.
- [194] H. Gutierrez-Pulido, V. Aguirre-Torres, J. A. Christen. A practical method for obtaining prior distributions in reliability[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2005, 54(2): 262-269.
- [195] J. D. Hart. Nonparametric Smoothing and Lack-of-Fit Tests[M]. Berlin: Springer, 2000.

攻读博士学位期间参与的科研项目

- [1] 国家自然科学基金项目：基于故障物理技术的结构疲劳可靠性设计理论及其应用研究，项目编号：11272082
- [2] 国家自然科学基金项目：复杂机械系统认知不确定性量化理论和可靠性分析方法研究，项目编号：51075061
- [3] “高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项课题“重型机床可靠性评价与试验方法研究”，课题编号：2014ZX04014-011”子课题：重型机床电器控制与驱动系统可靠性技术研究，子课题编号：2014ZX04014-011-01。
- [4] 总装备部武器预研项目：典型装备使用寿命设计分析与验证技术-XX 装置使用寿命验证技术研究
- [5] 国防科技工业技术基础科研项目：复杂装备系统的剩余寿命预测及维护决策理论研究

攻读博士学位期间发表的学术论文

- [1] Y-J. Yang, W. Peng, D. Meng, S-P. Zhu and H-Z. Huang. Reliability analysis of direct drive electrohydraulic servo valves based on a wear degradation process and individual differences[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2014, 228(6): 621-630. (SCI 收录)
- [2] Y-J. Yang, H-Z. Huang, Y. Liu, S-P. Zhu and W. Peng. Reliability analysis of electrohydraulic servo valve suffering common cause failures[J]. Maintenance and Reliability, 2014, 16(3): 354-359. (SCI 收录)
- [3] Y-J. Yang, H-Z. Huang, W. Peng. A Bayesian approach for sealing reliability analysis considering the non-competing relationship of multiple degradation processes[J]. Maintenance and Reliability, 2016, 18(1): 10-15. (SCI 收录)
- [4] Y-J. Yang, L. Yang, H-K. Wang, S-P. Zhu, H-Z. Huang. Finite element analysis for turbine blades with contact problems[J]. International Journal of Turbo & Jet Engines (已录用, SCI 源刊)
- [5] Y-J. Yang, W Peng, H Zhou, Y Liu, S Zhu and H-Z.Huang Application of beta factor method for reliability evaluation of EHSV[C]. International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, 2013.
- [6] H. Zhou, Y-J. Yang, H-Z. Huang, Y. Liu and W. Peng. Reliability analysis of a satellite system considering common cause failures[C]. International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, 2012. (EI 收录)
- [7] Q. Liao, Y-J. Yang, J. Yang, H-Z. Huang and L. He. A general energy-based model for fatigue life prediction of high-temperature structural materials[C]. International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, 2012. (EI 收录)
- [8] N-C. Xiao, Y-F. Li, Y-J. Yang, L. Yu and H-Z. Huang. A novel reliability method for structural systems with truncated random variables. Structural Safety. 2014; 50(1): 57-65. (SCI 收录)
- [9] W. Peng, Y-F. Li, Y-J. Yang, H-Z. Huang and M. J. Zuo. Inverse Gaussian process models for degradation analysis: A Bayesian perspective. Reliability Engineering & System Safety. 2014; 130(1): 175-189. (SCI 收录)
- [10] W. Peng, H-Z. Huang, M. Xie, Y-J. Yang and Y. Liu. A Bayesian Approach for

- System Reliability Analysis With Multilevel Pass-Fail, Lifetime and Degradation Data Sets. *IEEE Transactions on Reliability*. 2013; 63(3): 689-699. (SCI 收录)
- [11] Z. Liu, Y-F. Li, L-P. He, Y-J. Yang and H-Z. Huang. A new fault tree analysis approach based on imprecise reliability model. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*. 2014; 228(4): 371-381. (SCI 收录)
- [12] Y. Liu, H-Z. Huang, Z. Wang, Y. Li and Y-J. Yang. A Joint Redundancy and Imperfect Maintenance Strategy Optimization for Multi-State Systems. *IEEE Transactions on Reliability*. 2013; 62(2): 368-378. (SCI 收录)
- [13] S-P. Zhu, H-Z. Huang, Y. Li, Y. Liu and Y-J. Yang. Probabilistic modeling of damage accumulation for time-dependent fatigue reliability analysis of railway axle steels. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*. 2015; 229(1): 23-33. (SCI 收录)
- [14] Y. Liu, W. Wang, H-Z. Huang, Y. Li and Y-J. Yang. A new simulation model for assessing aircraft emergency evacuation considering passenger physical characteristics. *Reliability Engineering & System Safety*. 2014; 121(1): 187-97. (SCI 收录)
- [15] L. Gan, H-Z. Huang, S-P. Zhu, Y-F. Li and Y-J. Yang. Fatigue Reliability Analysis of Turbine Disk Alloy Using Saddlepoint Approximation. *Int J Turbo Jet-Engines*. 2013; 30(3): 217-29. (SCI 收录)
- [16] 彭卫文, 黄洪钟, 李彦锋, 杨圆鉴, 李海庆. 基于数据融合的加工中心功能铣头贝叶斯可靠性评估. *机械工程学报*, 2014, 50(6): 185-191. (EI 收录)
- [17] 黄洪钟, 李彦锋, 孙健, 杨圆鉴, 肖宁聪. 太阳翼驱动机构的模糊动态故障树分析. *机械工程学报*, 2013, 49(19): 70-76. (EI 收录)

攻读博士学位期间申请的专利

- [1] 肖宁聪, 李彦锋, 杨圆鉴, 米金华, 黄洪钟, 张小玲, 刘宇. 一种大型矿用挖掘机提升机构可靠性评估方法. 中国, 发明专利, 专利申请号: 201310751052.8.
- [2] 付国忠, 朱顺鹏, 杨圆鉴, 殷毅超, 米金华, 刘宇, 黄洪钟, 汪忠来, 何俐萍. 一种基于盐雾环境试验的印制电路板使用寿命评估方法. 中国, 发明专利, 专利申请号: 201510173745.2.
- [3] 肖宁聪, 李彦锋, 黄洪钟, 张小玲, 许焕卫, 杨圆鉴, 彭卫文. 一种混合不确定性下基于代理模型的结构可靠性分析方法. 中国, 发明专利, 专利申请号: 201510151288.7.
- [4] 黄洪钟, 付国忠, 刘宇, 李彦锋, 米金华, 罗大双, 张龙龙, 杨圆鉴, 彭卫文. 基于齐次坐标方法的微动台动态可靠性分析方法. 中国, 发明专利, 专利申请号: 201410820168.7.