

电子科技大学
UNIVERSITY OF ELECTRONIC SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

博士学位论文

DOCTORAL DISSERTATION



论文题目 多源信息下数控机床关键子系统

可靠性建模与评估研究

学科专业 机械工程

学 号 201511080102

作者姓名 郭骏宇

指导教师 黄洪钟 教授

分类号 TB114.3 密级

UDC 注 1

学 位 论 文

多源信息下数控机床关键子系统

可靠性建模与评估研究

(题名和副题名)

郭骏宇

(作者姓名)

指导教师 黄洪钟 教 授

电子科技大学 成 都

(姓名、职称、单位名称)

申请学位级别 博士 学科专业 机械工程

提交论文日期 2019.04.15 论文答辩日期 2019.05.20

学位授予单位和日期 电子科技大学 2019 年 06 月

答辩委员会主席

评阅人

注 1: 注明《国际十进分类法 UDC》的类号。

Research on Reliability Modeling and Assessment of Critical Subsystems of CNC Machine Tools under Multi-source Information

**A Doctoral Dissertation Submitted to
University of Electronic Science and Technology of China**

Discipline: Mechanical Engineering

Author: Guo Junyu

Supervisor: Prof. Hong-Zhong Huang

School: School of Mechanical and Electrical Engineering

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

作者签名：_____ 日期：_____ 年 _____ 月 _____ 日

论文使用授权

本学位论文作者完全了解电子科技大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权电子科技大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后应遵守此规定）

作者签名：_____ 导师签名：_____

日期：_____ 年 _____ 月 _____ 日

摘 要

数控机床肩负着航空航天、轨道交通、能源设备、军事装备等领域关键零部件的加工制造任务。加工过程中数控机床的功能稳定性和性能一致性，即数控机床的可靠性，是加工任务成败关键所在。随着我国“高档数控机床与基础制造装备”等国家科技重大专项的推进实施，国产数控机床技术水平，包括性能和精度等也都有了显著提升。与之相对的是，我国数控机床可靠性水平仍不尽如人意，与世界先进水平之间存在较大差距。

作为典型的复杂机电系统，数控机床的可靠性由其各关键子系统所决定。数控机床关键子系统可靠性建模与评估是数控机床整机可靠性评估工作的重要组成环节，也是数控机床整机性能考核的重要方法，同时是数控机床设计改进、生产方案优化、检修计划制定的重要参考依据。数控机床关键子系统不同于普通机械产品，其往往表现出系统结构复杂、研制周期长、制造成本高、工况环境复杂以及可靠性信息难以获取等特性，且由于工作环境和任务要求的特殊性而呈现出小批量定制的特点。本论文在国家自然科学基金“数控装备运行可靠性的多源时变耦合建模与实时评估研究”与“高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项课题的驱动下，针对数控机床关键子系统可靠性建模与评估展开研究，主要研究内容与成果如下：

(1) 提出了考虑数据多源特性和复杂工况环境的数控系统故障时间数据建模与可靠性评估方法。针对数控系统的故障时间数据分别可通过主机厂加速寿命试验与用户工作现场获取的特点，系统地研究了多种来源的故障时间数据融合建模方法。将校准系数引入加速模型中，形成了融合多源故障时间数据且表征复杂工况环境的建模方法。然后，研究了基于贝叶斯理论模型参数估计与可靠性评估方法。最后通过对某型数控系统开展可靠性建模与评估工作，验证了所提出方法的可行性，以此为基于多源故障时间数据的数控系统可靠性评估工作提供技术支撑。

(2) 提出了基于退化数据的性能退化过程建模方法，应用 Wiener 过程模型、Gamma 过程模型和逆高斯过程模型三种随机过程模型对主轴系统退化过程进行建模。针对数控机床主轴系统退化过程存在个体差异性，将随机效应模型引入随机过程模型，使随机过程中参数服从某一概率分布以实现在退化分析中针对个体差异性进行建模。在此基础上，研究基于贝叶斯理论的退化模型参数估计及可靠性评估基本框架，该框架包含基于贝叶斯理论性能退化分析模型的建立，模型参数估计、后验分布的获取、模型选择和主轴系统可靠性评估。通过对某型主轴系统开展可靠

性评估工作，验证了所提出考虑个体差异性退化分析方法的有效性。

(3) 针对数控机床主轴系统多源退化数据协同分析的需求，提出一种新的贝叶斯信息融合方法，用于处理小样本问题下退化分析面临的个体差异性问题以及复杂工况环境表征问题。使用集成随机效应模型的 **Gamma** 过程模型描述存在个体差异性的性能演变过程，将校准系数引入退化模型，与模型尺度参数及形状参数相结合，以此表征数控机床主轴系统在工作时面临的复杂工况环境。在此基础上，提出了基于贝叶斯理论的多源退化数据融合建模、模型参数估计、性能演变预测和可靠性评估方法，实现了多源退化数据的融合分析与可靠性评估结果的动态更新。

(4) 针对可靠性数据的多源性和异种性给数控机床主轴系统可靠性建模与评估工作带来的挑战，提出了基于多源异种数据的数控机床主轴系统可靠性建模与评估框架。在此框架下，应用 **MCMC** 方法与 **zeros-ones** 转化方法实现了成败型数据与故障时间数据、成败型数据与退化数据以及故障时间数据与退化数据的融合建模。在此基础上，本文借助贝叶斯层次理论构建了多源异种数据融合模型，实现成败型数据、故障时间数据与退化数据的协同分析，为数控机床主轴系统在小样本问题下融合多源异种数据可靠性建模与评估技术提供了技术支撑。

关键词：数控机床，可靠性评估，贝叶斯理论，退化分析，信息融合

ABSTRACT

The CNC machine tools are complex electromechanical systems. As the basic production equipment in manufacturing industry, it has been widely used in many business sectors, such as aerospace, rail transit, navigation and military companies. The failure of CNC machine tools may result in malfunctioning equipment of these engineering systems and lead to economic loss. Therefore, reliability assessment of CNC machine tools is an important requirement of industry and academia. With the “High-end CNC Machine Tools and Basic Manufacturing Equipment” major science and technology project and other major national science and technology projects, the technical level of domestic CNC machine tools has been significantly improved. In contrast, the reliability of domestic CNC machine tools is still not satisfactory, reliability has become a key issue restricting the development of domestic CNC machine tools.

As typical complex electromechanical system, the reliability of CNC machine tools is determined by its critical subsystems. The reliability modeling and assessment of CNC machine tools critical subsystems is an important part of the reliability assessment of CNC machine tools. It is also important reference for machine tool design improvement, production plan optimization, and maintenance planning. The critical subsystems of CNC machine tools are different from ordinary mechanical products, which often show the characteristics of complex system structure, long development cycle, high manufacturing cost, complicated working condition stress and lack of reliability information. Due to the particularity of the work environment and task requirements, the characteristics of small batch customization are presented. This paper focuses on the reliability modeling and assessment of critical subsystems of CNC machine tools, the main research contents are summarized as follows:

(1) A failure time data based reliability assessment method considering multi-source data and complex working conditions is proposed. For the failure time data of the CNC system can be obtained through the accelerated life test of the Original Equipment Manufacturers (OEMs) and the work site of user plant. This paper systematically studies the failure time data fusion modeling method combining multiple sources. By introducing the calibration factor into the acceleration model, a modeling method for merging multi-source failure time data and characterizing the complex working conditions is constructed.

Then the parameter estimation and reliability assessment methods based on Bayesian method are studied.

(2) For the long-life and high-reliability products such as the CNC machine tool's spindle system, traditional reliability analysis methods based on failure-time data are inaccurate due to the insufficient analysis data. To address this problem, a performance degradation process method based on degradation data is proposed in this paper. For characterizing the individual heterogeneity among the product population, the random effect is introduced into the stochastic process models. The random effect leads to that the model parameter obeys a certain probability distribution, and the model parameter corresponding to each individual is a sample realization of the probability distribution. On this basis, the basic framework of parameter estimation of degradation model and reliability assessment of CNC machine tool's spindle system based on Bayesian method is studied.

(3) A novel Bayesian fusion method is introduced to handle the unsolved challenges of degradation analysis with individual heterogeneity, small sample size and representation of complex conditions environmental. The Gamma process integrated random effects is used to describe the individual heterogeneity of degradation process. To characterize the complex working environment faced by the CNC machine tool's spindle system, the calibration factor is introduced into the degradation model, combined with the scale parameters and shape parameters. On this basis, a multi-source degradation data fusion modeling, performance evolution prediction and reliability assessment method based on Bayesian method is proposed. The fusion analysis of multi-source degradation data and the dynamic update of reliability assessment results are realized.

(4) Bernoulli data, failure time data and the degradation data are three types of data commonly used in reliability assessment. All types of data can be collected from different sources for reliability assessment of CNC machine tool's spindle system. However, CNC machine tool's spindle system encounter the challenge of small sample size problems, i.e., single-type data with limited sample size is insufficient to meet the requirement of high-accurate reliability analysis. Bayesian models are proposed to describe the inherent relationship between the Bernoulli data, failure time data and the degradation data, and further to integrate these three types of data for improving the accuracy of reliability analysis under small sample size situation. The deviance information criterion is used to select the appropriate model from the IG process, Gamma process and the Wiener process

to model the degradation data. Reliability analysis is made based on the posterior distribution of the fusion model parameters with the aid of MCMC method and zeros-ones trick.

Keywords: CNC machine tools, reliability assessment, Bayesian method, degradation analysis, information fusion

目 录

第一章 绪 论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.2 研究现状	2
1.2.1 数控机床及其关键子系统可靠性建模与评估	2
1.2.2 基于故障时间数据的可靠性建模与评估	3
1.2.3 基于退化数据的可靠性建模与评估	5
1.2.4 贝叶斯理论在可靠性评估中的应用	9
1.2.5 综述总结与问题提出	10
1.3 论文的研究内容和结构	11
1.3.1 论文的研究内容	11
1.3.2 论文的主要结构	12
第二章 基于多源故障时间数据数控机床关键子系统可靠性评估	14
2.1 引言	14
2.2 故障时间数据模型	15
2.2.1 指数分布	15
2.2.2 威布尔分布	16
2.2.3 对数正态分布	17
2.2.4 Gamma 分布	17
2.2.5 逆高斯分布	18
2.3 加速模型	18
2.3.1 阿伦尼斯模型	19
2.3.2 校准系数	20
2.4 融合多源故障时间数据数控系统可靠性评估	20
2.4.1 贝叶斯理论	20
2.4.2 MCMC 方法	22
2.4.3 基于故障时间数据数控系统可靠性评估数学表达	24
2.4.4 收敛性判断	25
2.5 算例分析	26
2.6 本章小结	31
第三章 基于退化数据的数控机床关键子系统可靠性评估	32

3.1 引言	32
3.2 基于随机过程的退化过程模型	33
3.2.1 Wiener 过程模型	33
3.2.2 Gamma 过程模型	35
3.2.3 逆高斯过程模型	37
3.3 考虑个体差异性的退化过程模型	39
3.3.1 考虑个体差异性的 Wiener 过程模型	39
3.3.2 考虑个体差异性的 Gamma 过程模型	40
3.3.3 考虑个体差异性的逆高斯过程模型	41
3.4 基于贝叶斯理论的退化模型参数估计方法	41
3.4.1 基于贝叶斯理论的退化模型参数估计基本框架	41
3.4.2 退化数据分析的数学表达	43
3.4.3 模型选择准则	48
3.5 算例分析	49
3.5.1 性能退化数据	50
3.5.2 退化过程建模与参数估计	51
3.5.3 模型验证与可靠性评估	57
3.6 本章小结	58
第四章 基于多源退化数据的数控机床关键子系统可靠性评估	60
4.1 引言	60
4.2 模型介绍	61
4.2.1 Gamma 过程模型	61
4.2.2 考虑个体差异性的 Gamma 过程模型	61
4.2.3 考虑个体差异性并集成校准系数的 Gamma 过程模型	62
4.3 基于多源退化数据的主轴系统可靠性评估	63
4.3.1 基于多源退化信息的贝叶斯信息融合框架	63
4.3.2 主轴系统退化分析的数学表达	65
4.3.3 融合多源退化数据的退化分析数学表达	66
4.3.4 融合多源退化数据并考虑工况环境的可靠性评估	67
4.4 算例分析	70
4.4.1 多源性能退化数据	70
4.4.2 退化过程建模与参数估计	72
4.4.3 模型验证与可靠性评估	76

4.5 本章小结	77
第五章 基于多源异种数据的数控机床关键子系统可靠性评估	79
5.1 引言	79
5.2 多源异种信息融合模型	80
5.2.1 Zeros-ones 转化方法	80
5.2.2 成败型数据与故障时间数据融合模型	81
5.2.3 成败型数据与退化数据融合模型	82
5.2.4 故障时间数据与退化数据的融合模型	86
5.2.3 成败型数据、故障时间数据与退化数据的融合模型	89
5.3 算例分析	91
5.3.1 多源异种数据	91
5.3.2 多源异种数据的建模与参数估计	92
5.3.3 模型验证与可靠性评估	95
5.4 本章小结	96
第六章 总结与展望	98
6.1 本文主要研究结论	98
6.2 后续工作展望	99
致 谢	101
参考文献	102
攻读博士学位期间取得的成果	114

图目录

图 1-1 航空发动机 EGTM 性能观测数据	5
图 1-2 砷化镓激光器性能观测数据	7
图 1-3 论文总体框架图	13
图 2-1 加速模型分类	19
图 2-2 贝叶斯理论数据分析流程	21
图 2-3 基于多源故障时间数据贝叶斯信息融合基本框架	26
图 2-4 校准系数后验分布概率密度函数	27
图 2-5 校准系数仿真迭代轨迹图	27
图 2-6 模型参数后验分布概率密度函数	28
图 2-7 模型参数仿真迭代轨迹图	29
图 2-8 融合多源故障时间数据模型参数后验分布概率密度函数	29
图 2-9 模型参数仿真迭代轨迹图	30
图 2-10 融合多源故障时间数据数控系统可靠性评估结果	30
图 3-1 正态分布概率密度函数	34
图 3-2 Gamma 分布概率密度函数	36
图 3-3 逆高斯分布概率密度函数	38
图 3-4 基于贝叶斯理论的退化模型参数估计与可靠性评估基本框架	42
图 3-5 数控机床主轴系统定位精度退化数据	51
图 3-6 模型参数后验分布概率密度函数	52
图 3-7 模型参数仿真迭代轨迹图	53
图 3-8 模型参数后验分布概率密度函数	53
图 3-9 模型参数仿真迭代轨迹图	54
图 3-10 模型参数后验分布概率密度函数	55
图 3-11 模型参数仿真迭代轨迹图	55
图 3-12 交叉验证点的性能退化预测值与观测值对比	57
图 3-13 数控机床主轴系统可靠性评估结果	58
图 4-1 融合多源退化信息贝叶斯基本框架	64
图 4-2 基于贝叶斯理论的多源退化信息分析的 OpenBUGS 实现	69
图 4-3 来自主机厂润滑油磨粒积累曲线	70
图 4-4 来自用户润滑油磨粒积累曲线	72

图 4-5 主机厂退化模型参数后验分布概率密度函数.....	73
图 4-6 主机厂退化模型参数仿真迭代轨迹图.....	73
图 4-7 多源退化信息融合模型参数后验分布概率密度函数.....	74
图 4-8 模型参数仿真迭代轨迹图.....	75
图 4-9 交叉验证点的性能退化预测值与观测值对比.....	77
图 4-10 数控机床主轴系统可靠性评估结果.....	77
图 5-1 融合多源异种信息主轴系统可靠性评估流程.....	89
图 5-2 定位精度性能检测数据.....	92
图 5-3 基于 Wiener 过程模型参数后验分布概率密度函数.....	93
图 5-4 基于 Gamma 过程模型参数后验分布概率密度函数.....	93
图 5-5 基于逆高斯过程模型参数后验分布概率密度函数.....	93
图 5-6 融合多源异种数据模型参数后验分布概率密度函数.....	94
图 5-7 模型参数仿真迭代轨迹图.....	94
图 5-8 模型参数自相关函数.....	95
图 5-9 交叉验证点性能退化预测值与观测值对比.....	96
图 5-10 数控机床主轴系统可靠性评估结果.....	96

表目录

表 2-1 加速寿命试验故障时间数据	27
表 2-2 校准系数参数估计结果	28
表 2-3 加速应力转换为正常应力所得故障时间数据	28
表 2-4 常温下故障时间数据	29
表 2-5 模型参数估计结果	30
表 3-1 数控机床主轴系统定位精度性能退化数据	50
表 3-2 六种随机过程模型的 DIC 值	56
表 3-3 模型参数的估计结果	56
表 4-1 来自主机厂的滑油磨粒积累数据	70
表 4-2 来自用户的滑油磨粒积累数据	71
表 4-3 不同退化模型的 DIC 值	76
表 4-4 模型参数的估计结果	76
表 5-1 定位精度性能检测数据	91
表 5-2 主轴系统成败型数据	92
表 5-3 主轴系统故障时间数据	92
表 5-4 不同退化模型的 DIC 值	94
表 5-5 模型参数估计结果	95

主要符号及缩略语

θ	模型参数的集合
κ	校准系数
$L(\mathbf{D} \theta)$	数据集对应的似然函数
$\pi(M)$	模型的先验分布
$p(M \mathbf{D})$	模型的后验分布
$\pi(\theta)$	模型参数的先验分布
$p(\theta \mathbf{D})$	模型参数的后验分布
t^O	主机厂故障时间数据
t^U	用户故障时间数据
θ^F	广义固定模型参数的集合
θ^R	广义随机效应模型参数的集合
θ^H	广义超参数的集合
$Y(t)$	性能退化过程
$\Delta Y(t)$	退化增量
$B(\bullet)$	标准布朗运动过程
D	性能退化数据
T	首达时间
C	失效阈值
$\Phi(\bullet)$	标准正态分布的概率密度函数
$\Pr(\bullet)$	事件的概率
$R(t \theta)$	可靠度
$\Gamma(\bullet)$	Gamma 函数
$\Gamma(a, b)$	不完全 Gamma 函数
$f\left(D(t_{i,m_i+1}) D\right)$	未来观测时间点 t_{i,m_i+1} 的性能退化预测
D^O	主机厂性能退化数据
D_q^U	用户性能退化数据
D_h^U	新用户性能退化数据

ALT	加速寿命试验(Accelerated Life Test)
AF	加速因子(Acceleration Factor)
AIC	Akaike Information Criterion
BIC	Bayesian Information Criterion
DIC	Deviance Information Criterion
MCMC	Markov Chain Monte Carlo

第一章 绪 论

1.1 研究背景及意义

数控机床，特别是现代数控机床，是先进的电子技术、自动控制技术和机械制造技术等高新技术深度融合的产物，属于高度复杂机电一体化产品。数控机床具有多功能、高精度、高生产率以及自动化程度高等优点，其被广泛应用于航空航天、轨道交通、能源设备、军事装备等领域^[1-3]。由于数控机床承担的加工任务复杂、加工要求严苛以及加工对象昂贵，加工过程中数控机床的功能稳定性和性能一致性，即数控机床的可靠性，是工作任务成败关键所在，同时也是决定其加工产品质量优劣的核心所在。如果数控机床的功能和性能在服役过程中不能稳定维持，表现出故障频发，那么数控机床的先进性和高效性也就无从得到保证，其使用价值也会大打折扣。数控机床的技术水平特别是可靠性水平，已成为影响我国制造业发展与突破的关键所在^[4-8]。例如：高档数控机床是航空发动机涡轮叶片加工的关键装备，由于涡轮叶片价格昂贵且加工精度要求极高，加工过程中数控机床一旦出现故障将会造成巨大的损失。

随着我国“高档数控机床与基础制造装备”等国家科技重大专项的推进实施，我国装备制造行业逐渐从“粗放式”的模仿试制转型为“集约式”的自主创新。与之相对的是，我国数控机床可靠性水平与世界先进水平之间仍存在较大差距，常常暴露出故障频率较高、使用寿命较短、加工质量不够稳定、维护使用成本较高等可靠性问题。这些问题给数控机床用户带来诸如原材料损耗、生产效率降低、生产成本增加等系列问题，影响用户对国产数控机床的使用信心，进而导致我国装备制造业产品附加值低、市场竞争力差等恶劣局面^[9-12]。造成国产数控机床可靠性不如人意的主要原因，是我国数控机床行业起步较晚，并且发展前期没有充分认识到数控机床可靠性的重要性。

作为典型的复杂机电系统，数控机床的可靠性由其各关键子系统所决定。数控机床关键子系统的可靠性一方面取决于其设计与制造过程中对于结构、材料和工艺等多环节的控制与优化；另一方面取决于其服役使用过程中的工况环境、工作载荷、维护保养等多因素的制约和影响。数控机床关键子系统的可靠性建模与评估是在考虑提供可靠性信息的数据特征前提下，以基本的统计模型为基础，结合关键子系统的自身特性以及影响其可靠性的多种因素，建立数学模型且选取适当的参数估计方法以对其可靠性进行建模与评估^[13-16]。数控机床关键子系统可靠性建模与评估是数控机床整机可靠性评估工作的重要组成部分，也是数控机床整机性能考

核的重要方法,同时是机床设计改进、生产方案优化、检修计划制定的重要参考依据。

本文在国家自然科学基金“数控装备运行可靠性的多源时变耦合建模与实时评估研究”(项目编号:51405065)、“高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项课题“重型数控机床关键共性技术创新能力平台”(课题编号:2013ZX04013-011)子课题:重型数控机床可靠性评价及热变形分析共性技术研究与应用(子课题编号:2013ZX04013-011-05)等的资助下,开展数控机床关键子系统可靠性建模与评估技术的研究,以此为数控机床关键子系统可靠性评估理论突破和应用实践提供技术支撑与参考性示例。

1.2 研究现状

1.2.1 数控机床及其关键子系统可靠性建模与评估

可靠性是指产品在规定的时间内,规定的条件下,完成规定功能的能力。对可靠性的系统研究,最早始于美国在1952年成立的电子设备顾问团(Advisory Group on Reliability of Electronic Equipment)发表的“军用电子设备的可靠性”著名报告^[17-19]。针对数控机床可靠性的研究,始于20世纪70年代,苏联科学家首先从工艺角度切入,对数控机床可靠性的评估工作进行了探究^[20]。随后,各工业发达国家也相继开展了数控机床可靠性建模与评估的研究。美国的Merrick等^[21]使用贝叶斯半参数比例风险模型描述数控机床的失效,并应用半参数化方法对机床故障数据进行贝叶斯分析。Gupta和Somers^[22]探讨了数控机床故障导致的停机时间、故障类型与正常运行时间之间的关系,并利用时间序列方法为机床的维修策略进行指导。Aret等^[23]对不同故障模式下数控机床故障数据建模与评估问题进行讨论。Kharoufeh等^[24]提出基于有限状态齐次半马尔科夫模型和非齐次连续时间马尔科夫模型对数控机床的可靠性进行评估。英国的Keller等^[25]使用对数正态分布与威布尔分布对所收集到的35台数控机床三年时间内的故障数据进行可靠性建模分析。Salonitis和Kolios^[26]从基础实验得到的少量样本点着手,使用随机响应面与代理模型方法将其扩展到能够估计数控机床刀具磨损关键工艺参数函数的模型中,采用蒙特卡洛模拟等方法对数控机床可靠性进行分析。法国的Tobon-Mejia^[27]等使用贝叶斯网络方法通过数控机床状态监测数据对数控机床的磨损退化过程进行状态监测与预测。

在国内,Hsu和Shu^[28]提出一种非均匀连续时间马尔科夫过程,用于对数控机床零部件的性能演变过程建模,并通过该模型对具有多态退化特征的数控机床加工刀具进行可靠性评估,寻找并优化刀具的最佳更换时间。Yang等^[29]根据数控机

床故障数据面临的小样本问题,提出一种改进的最大似然估计方法,以对数控机床的可靠性进行建模与评估,并通过正交试验验证了该方法评估能力。Cheng 等^[30]在应用多体系统理论综合解释影响数控机床加工精度的因素的基础上,应用蒙特卡洛方法开发了数控机床加工精度可靠性和灵敏度分析的模型。Liu 等^[31]基于数控机床的故障时间数据,通过不同的概率分布对每个关键子系统进行建模,并以改进的灰色关联方法对模型进行优化。同时针对不同模型提出了基于蒙特卡洛方法生成随机数据的方法,最后使用所提出的算法评估了数控磨床整机的可靠性。Wang 等^[32]提出了一种三参数威布尔混合模型,将负对数似然函数用作最优目标,并通过非线性规划方法求解该混合模型的参数估计问题。You 和 Pham^[33]通过近一年时间收集了 20 台数控机床的故障时间数据,基于该数据分别使用极大似然估计与均匀最小方差估计对数控机床可靠性进行评估,并通过比较分析证明了均匀最小方差估计方法具有更好的分析性能。Yang 等^[34]在贝叶斯理论的基础上,提出一种针对数控机床小样本数据的可靠性建模与评估方法,将网格近似方法应用于威布尔分布以推导模型参数的后验分布,解决了高维积分难以计算的问题。Wang 和 Yu^[35]使用幂律过程与对数线性过程对数控机床可靠性进行分析,在分析结果的基础上使用模型选择方法选择最佳的故障数据分析模型。Peng 等^[36]通过贝叶斯理论与 Copula 函数对不完整测量的重型数控机床的定位精度和输出功率进行协同退化分析,并根据分析结果开展重型数控机床可靠性评估工作。Li 等^[37]使用比例故障率模型描述了工况协变量与数控机床可靠性之间的数学关系,得到了不同工况下数控机床可靠性的评估模型。

王国强等^[38]建立了基于任务的数控机床使用可靠性模型。黄洪钟等^[39]从数控机床各子系统、寿命周期、评价要素着手,建立了数控机床可靠性评价体系的三维模型。张根保和郭书恒^[40]针对加工中心故障数据的特性,使用竞争威布尔模型对其进行可靠性建模预评估。杨兆军等^[41]使用改进的局部最优粒子群算法对支持向量回归模型的参数进行优化,使用优化后的结果对加工中心进行可靠性分析。张义民等^[42]根据数控机床的故障信息以及用户需求,构建了可靠性模糊分配的方法,提高了机床整机的可靠性水平。李洪洲^[43]提出了考虑工况差异的数控机床可靠性建模与评估方法,并讨论了数控机床可靠性试验的设计方案。游达章等^[44]将威布尔分布转换为指数分布,以降低基于贝叶斯方法的数控系统故障时间数据可靠性评估计算复杂程度。

1.2.2 基于故障时间数据的可靠性建模与评估

故障时间数据显示数控机床在时间尺度上的可靠性信息,它记录了数控机床

在故障前保持正常工作的时间。数控机床可靠性建模与评估技术最初的发展是基于电子产品可靠性建模与评估的通用方法,以较长时间获取大量的故障时间数据,并对其进行建模、评估。Wang^[45]等对 80 台数控机床运行 2 年的现场故障数据,分别使用威布尔分布、对数正态分布、Gamma 分布进行了建模与评估。Dai 等^[46]使用威布尔分布对数控加工中心的故障时间数据进行表征,同时根据拟合优度检验证明了加工中心的失效时间遵循威布尔分布。张英芝等^[47]应用三参数威布尔分布模型对 6 台数控机床运行 1 年内 28 组随机截尾数据进行建模,以此进行数控机床可靠性评估。张海波等^[48]根据某型数控系统运行 1 年所收集的故障时间数据,使用最小二乘法对威布尔分布模型进行参数估计。Liu 和 Ye^[49]通过威布尔分布与最小二乘法,对退役机床的主轴系统的寿命进行了统计分析。张根保等^[50]使用混合威布尔分布对数控折弯机的故障时间数据进行建模,采用 EM 算法进行模型参数估计。这些研究都表明威布尔分布适用于表征数控机床及其关键子系统的故障时间数据。

由于故障时间数据的获取通常需要大量的时间,这对于很多产品的可靠性评估往往造成很大的不便。加速寿命试验(Accelerated Life Test)是解决这一问题的有效途径。加速寿命试验是在合理的时间内获取产品故障时间数据的一种试验技术,其通常使用相比正常应力更高的应力水平进行试验,以节省试验成本与时间^[51-53]。Nelson^[54]对加速寿命试验中加速模型、统计模型以及分析方法进行了综合讨论。Roy^[55]针对一类截尾加速寿命试验中的串联系统,提出最优贝叶斯加速寿命实验方案。Qian 等^[56]开发了一种新的加速寿命试验方法,用于 LED 的故障时间数据收集。Chen 等^[57]通过对气缸故障样本的分析,确定温度与频率是导致其失效的重要应力。根据两个加速因子四个应力水平的加速寿命试验方案对 95 个样本进行试验,并使用混合阿伦尼斯-逆幂率模型对数据进行拟合以预测正常应力下气缸的可靠性。Kalaiselvan 和 Rao^[58]针对加速寿命试验所收集纳米陶瓷电容器的故障时间数据,使用非参数方法将加速条件下的故障时间数据转换为正常应力水平下的故障时间数据。Chang 等^[59]以循环压力和流体温度作为加速应力,对钎焊板式热交换器进行加速寿命试验,并使用威布尔分布对所获取的故障时间数据进行建模分析。Roy 和 Mukhopadhyay^[60]对具有服从独立对数正态分布故障时间数据的串联系统进行基于可靠性分析,使用最大似然估计方法对加速模型参数进行估计。游达章^[61]以温度为加速应力,构建数控系统自适应加速试验方案并搭建试验测试平台,根据试验获取的故障时间数据对数控系统进行可靠性建模与评估。殷毅超^[62]通过加速寿命试验与非参数预测推断方法对鱼雷发射管可靠性进行建模与评估。解传宁^[63]基于对数控系统 PCB 的失效机理分析,以温度与导线间距作为加速应力设计并执行了多

应力加速寿命试验, 根据获取的故障时间数据对数控系统 PCB 进行可靠性建模与评估。

1.2.3 基于退化数据的可靠性建模与评估

产品的性能特征随着使用时间的推移而退化, 外因是载荷的作用, 内因是其内部材料的特性发生了不可逆的变化。一般认为产品的性能参数首达其失效阈值时, 产品失效, 而产品的性能参数通常通过一个演变过程逼近其失效阈值^[64-65]。由于产品在使用中, 受到工作环境、工况应力等诸多随机因素的影响, 该演变过程一般是一个随机过程。因此, 随机过程模型被用于表征产品的退化过程, 常用的随机过程模型有 Wiener 过程模型、Gamma 过程模型与逆高斯过程模型。

(1) 基于 Wiener 过程模型退化建模与分析

Wiener 过程的退化增量服从正态分布且演变路径可以不单调, 退化路径首达失效阈值的时间遵循逆高斯分布, 其一般被用于描绘退化轨迹非单调的退化过程。例如图 1-1^[66]所示航空发动机排气温度裕度(Exhaust Gas Temperature Margin, EGTM)退化过程, 其退化轨迹非单调, 因此只能选取 Wiener 过程进行建模与分析。

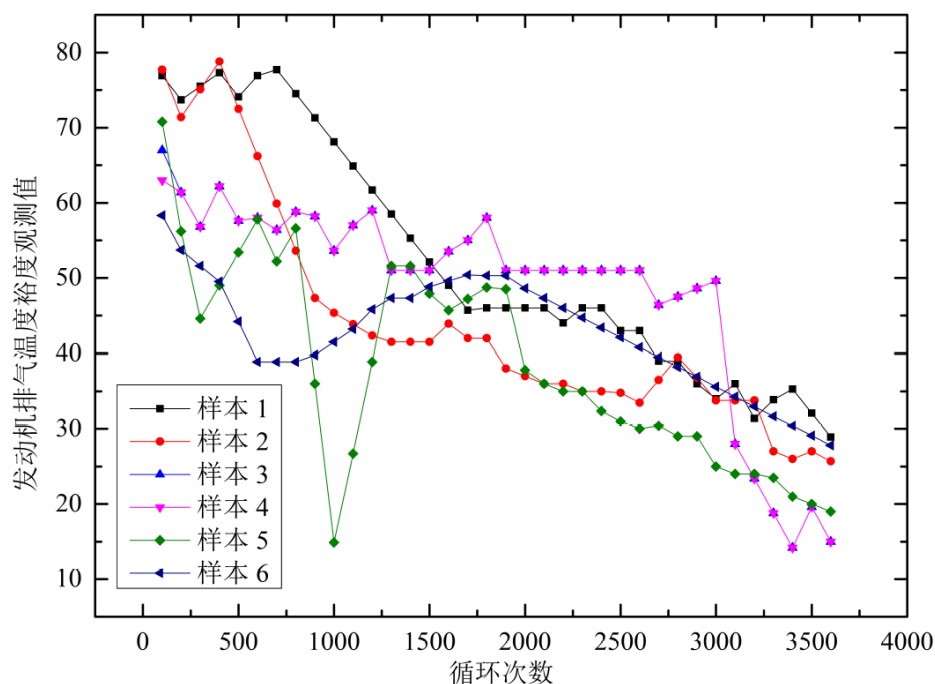


图 1-1 航空发动机 EGTM 性能观测数据

Chhikara 和 Folks^[67]较早将 Wiener 过程引入产品退化分析, 并首次提出 Wiener 过程寿命分布服从逆高斯分布。Doksum 和 Hbyland^[68]首次将 Wiener 过程应用于工程案例, 使用 Wiener 过程分析电缆绝缘的退化过程, 同时研究了 Wiener 过程下加

速模型的建立。Tseng 等^[69]根据接触式图像扫描仪的 LED 灯光强度退化数据,应用 Wiener 过程对其寿命进行预测。作为扩展, Tseng 和 Peng^[70]提出了一个集成的 Wiener 过程以模拟表现产品质量特征的累积退化路径。Joseph 和 Yu^[71]使用 Wiener 过程对窗户雨刮器开关进行可靠性建模并制定可靠性提升策略。Gebræel 等^[72]提出了一个基于 Wiener 过程轴承的指数退化模型,并通过贝叶斯更新理论建立了同一系统历史数据与现场退化数据之间的联系。Wang 等^[73]提出一种基于 Wiener 过程的剩余寿命预测模型,该模型有效利用了历史数据。同时他们还将阈值定义为概率分布而不是通常的固定值,这能有效表征一些产品退化失效阈值所包含的不确定性。Wang 等^[74]使用具有正漂移 Wiener 过程模型表征硬盘驱动器磁头磨损过程所具有的动态性和随机性,开发了一种基于磨损测量的加速模型以有效预测磁头轻载下的故障时间。Ye 等^[75]同样针对磁头的磨损问题以及可能存在的群体异质性,开发一种具有测量误差的混合效应 Wiener 过程模型,并将该模型应用于磁头的磨损过程建模与发光二极管的光强度退化过程建模。Tang 等^[76]提出一种基于 Wiener 过程测量误差的锂电池剩余寿命预测方法。他们应用基于截尾正态分布的建模方法估计锂电池退化状态的同时考虑测量不确定性,在参数估计时考虑漂移参数的概率分布以获得精确剩余寿命分布。Peng 和 Hsu^[77]讨论了具有测量误差 Wiener 过程的协方差矩阵行列式与逆矩阵的闭合形式。Lim 和 Yum^[78]基于 Wiener 过程模型与恒定应力加载的方式,制定了加速退化试验的策略,确定了测试所用应力水平与每个应力水平所分配测试单位的比例。Wang 等^[79]针对线性 Wiener 过程无法处理非线性退化过程的问题,提出一种基于 Wiener 过程模型的一般化退化模型。Wang^[80]研究了非齐次 Wiener 过程对退化数据的建模,提出一种伪似然方法以对模型参数进行估计。Ye 等^[81]使用具有测量误差与随机效应的 Wiener 过程模型以表征产品的个体差异性与不可忽略的测量误差。Zhai 和 Ye^[82]提出一种新的自适应 Wiener 过程模型,该模型利用布朗运动进行自适应漂移,其具有一般模型所具有的灵活性但避免了参数估计与剩余寿命预测所面临的困难。Pan 等^[83]使用具有截尾正态分布的 Wiener 过程模型以表征系统的退化过程,推导出概率密度函数和可靠度函数的解析表达式,并应用 EM 算法进行参数估计。Paroissin^[84]针对部分产品退化过程开始时间具有随机性的特征,使用随机延迟 Wiener 过程模型对其进行建模。Hu 等^[85]使用 Wiener 过程对风力发电机轴承退化过程进行建模,并在其基础上提出风力发电机轴承剩余寿命预测方法。

刘君强^[86]使用多阶段 Wiener 过程对航空发动机退化过程进行建模,利用贝叶斯理论对实时退化数据进行更新从而实现发动机的剩余寿命实时预测。李奎等^[87]根据交流接触器的特性选用电弧侵蚀量作为性能特性,使用 Wiener 过程模型对

交流接触器的退化过程进行建模并对剩余寿命进行预测。王小林等^[88]使用 EM 算法融合先验退化信息与寿命数据信息以确定 Wiener 过程模型参数先验分布，使用贝叶斯理论对参数进行估计以对金属化膜电容器可靠性建模与评估。刘震宇等^[89]使用非线性 Wiener 过程描述导弹贮存性能退化过程，应用比例风险模型表征温度变化对其可靠性的影响。彭宝华^[90]对基于 Wiener 过程的退化产品可靠性分析方法进行了较为详细的介绍。

(2) 基于 Gamma 过程模型退化建模与分析

Gamma 过程是由服从 Gamma 分布的独立非负增量组成的随机过程，一般被用于产品退化过程严格单调的退化分析^[91]。砷化镓激光器工作电流会随使用时间而逐渐增加导致亮度逐渐下降，将工作电流增加的百分比作为退化过程性能指标，如图 1-2^[63]所示。其退化轨迹单调，因此可选取 Gamma 过程进行建模与分析。

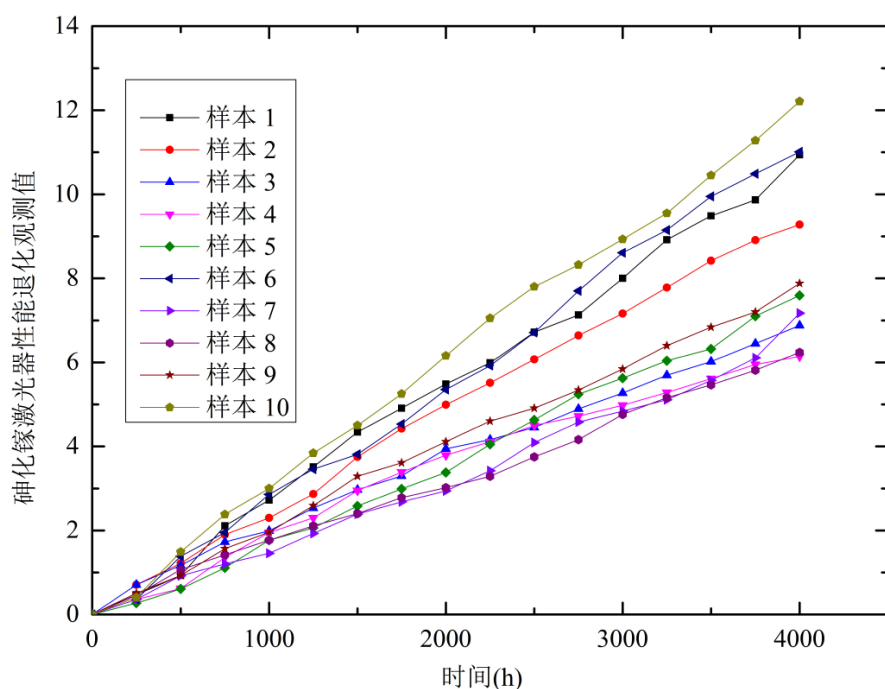


图 1-2 砷化镓激光器性能观测数据

Gamma 过程最早由 Moran^[92]于 1954 年使用在水坝水流的建模上，Abdel-Hameed^[93]于 1975 年将其引入产品可靠性分析以表征随时间发生的退化现象。Meier-Hirmer 等^[94]应用 Gamma 过程模型建立铁路轨道的维护策略模型。Ye 等^[95]研究了 Gamma 过程和随机效应变量的半参数推断，通过 EM 算法获得参数的最大似然估计值，Bootstrap 方法被用于构建置信区间。Edirisinghe 等^[96]针对建筑物的退化情况，使用 Gamma 过程模型进行剩余寿命预测与管理策略分析。Guida 和 Pentab^[97]使用 Gamma 过程模型对疲劳裂纹扩展进行分析，并对 Paris 模型参数相

关性进行分析。Park 和 Kim^[98]以 LED 灯光通量与色度偏移为性能指标,通过 Gamma 过程模型对 LED 灯退化过程进行建模与评估。Tan 等^[99]提出了连续监测下退化产品状态维修模型,该模型使用 Gamma 过程表征材料的退化,并考虑了不完善维护操作对产品可靠性的影响。Pan 和 Sun^[100]为解决试验样本缺乏的问题,基于 Gamma 过程提出多元步进应力加速退化试验方案。Zhang 等^[101]基于 Gamma 过程提出针对退化过程产品加速退化试验可靠性建模方法,该方法可用于在可持续测试时间内对具有单调退化过程产品可靠性与使用寿命进行评估。Cholette 等^[102]使用物理侵蚀模型与 Gamma 过程模型对锅炉热交换器换热管腐蚀过程进行建模,通过管厚度退化预测以制定热交换器维修策略。Jiang 等^[103]提出一种基于退化机制不变原理的 Gamma 过程恒应力加速退化模型,使用最大似然估计对模型参数进行估计并基于 Cornish-Fisher 展开方法建立 Gamma 过程形状参数的近似置信区间。Oumouni 等^[104]通过在 Gamma 过程模型中引入对数正态分布形式空间随机标度以在结构可靠性评估中整合空间变异性与异质性的问题。Giorgio 等^[105]使用描述马尔科夫退化过程的转换 Gamma 过程对货船发动机退化过程建模,使用贝叶斯理论对模型参数进行估计。Lu 等^[106]提出一种整合 Genz 变换和拟蒙特卡罗方法的最大似然估计法以对 Gamma 过程模型中参数进行估计,以此滤除退化数据中测量误差的影响。Bordes 等^[107]将均匀 Gamma 过程与布朗运动整合为扰动 Gamma 过程,并使用矩量法对模型未知参数进行估计。Duan 和 Wang^[108]针对基本 Gamma 过程与考虑随机效应 Gamma 过程恒加速退化试验的优化问题进行讨论,分析了应力水平对目标函数的影响。Yang 等^[109]使用随机效应 Gamma 过程模型表征直驱电液伺服阀的磨损退化过程,应用贝叶斯理论对模型未知参数进行估计。

朱贝蓓等^[110]使用 Gamma 过程与贝叶斯理论融合历史数据与现场检测数据,提出一种碳化钨涂层磨损退化剩余寿命预测方法。姜梅^[111]使用双应力加速退化试验获取导弹连接器接触电阻退化数据,利用 Gamma 过程模型表征其退化过程以对剩余寿命进行预测。张英波等^[112]应用粒子滤波算法实现 Gamma 过程模型参数估计,以此对直升机主减速器行星架剩余寿命进行预测。杨圆鉴^[113]针对滑阀密封失效的特征,使用随机效应 Gamma 过程模型表征其退化失效过程,通过贝叶斯理论模型参数估计的结果对滑阀密封可靠性进行评估。潘正强^[114]利用 Copula 函数描述加速退化试验下 Gamma 过程二元性能特征的关系。黄天立等^[115]将 Gamma 过程与遗传算法用于钢筋混凝土桥梁结构钢筋锈蚀过程检测维护策略优化。

(3) 基于逆高斯过程模型退化建模与分析

逆高斯过程由 Wang 和 Xu^[116]于 2010 年引入退化分析,其与 Gamma 过程类似,可被视作复合泊松过程的近似过程。逆高斯过程同样被用于描述退化路径严格

单调退化过程。Ye 和 Chen^[117]对逆高斯过程作为退化模型的理论基础和应用方法进行了系统研究，使用最大似然估计方法对逆高斯过程模型未知参数进行估计。Peng 等^[118]在贝叶斯理论框架下将逆高斯过程用于退化分析，建立了三种具有随机效应的逆高斯过程模型以表征不同情况下产品的个体差异性。Zhang 等^[119]基于逆高斯过程建立地下能量管道腐蚀增长分析模型，应用贝叶斯理论与 MCMC 方法评估模型参数的概率特征。Peng 等^[120]考虑重型主控机床主轴系统时变退化率对退化模型的影响，改进逆高斯模型对其进行建模，应用贝叶斯层次理论以获取模型参数估计结果对重型数控机床主轴系统进行可靠性评估与剩余寿命预测。Liu 等^[121]应用 copula 函数描述多元 S 型逆高斯退化过程相关性，利用 EM 算法与二阶段技术开发新的统计推断方法。Peng 等^[122]在逆高斯过程的基础上研究了退化实验的优化设计，通过贝叶斯理论解决计划值中不确定性问题。张新生等^[123]应用逆高斯过程对油气管道系统剩余寿命进行建模与预测，同时在模型基础上优化维修决策方案。郭昊等^[124]考虑突发失效与退化失效相互竞争情况，使用逆高斯过程与极大似然估计法对竞争失效建模与评估。杨立安等^[125]基于空空导弹贮存可靠性的特征使用逆高斯过程对其引信电容性能退化进行建模。李烁等^[126]提出一种基于广义逆高斯过程的步进应力加速退化试验设计优化方案。李明福等^[127]整合逆高斯过程与证据推理方法，提出长寿命高可靠性产品剩余寿命预测模型。

1.2.4 贝叶斯理论在可靠性评估中的应用

贝叶斯理论在两个半世纪的使用与发展中，一直背负着“有争议的定理”的名头。尽管该理论是逻辑推理的一个里程碑，也是统计推断的一个重大成果，但仍有部分统计学家对其持有怀疑态度。他们认为基于贝叶斯理论的分析会由于使用者的主观影响而使得先验信息表达为先验分布时出现误差，进而导致分析结果的不准确。尽管如此，随着个人计算机计算能力的显著增长以及计算方法的发展，贝叶斯理论在近些年得到了充分的发展与应用^[128-131]。

Huang 等^[132]基于贝叶斯理论提出一种新的模糊寿命数据的可靠性分析方法。Pievatolo 和 Ruggeri^[133]针对复杂可修系统提出一种新的贝叶斯模型，以对系统可靠性建模与评估。Liu 等^[134]开发一个评估多状态系统可靠性的贝叶斯框架模型，使用贝叶斯理论整合来自专家判断的先验信息与连续或不连续的观测数据。Bae 等^[135]针对有机发光二极管的退化性质，建立两种层次贝叶斯模型以进行表征其非线性退化路径。Zaidan 等^[136]选择贝叶斯层次模型，利用多重退化数据对实行民用航空燃气涡轮发动机剩余使用寿命进行概率估计。Fan 和 Chen^[137]提出一种新的基于贝叶斯理论的步进应力加速退化试验，借助 MCMC 方法获取未知参数的后验分布。

Guo 等^[138]应用随机效应 Gamma 过程模型与贝叶斯理论对数控机床性能退化过程进行建模与可靠性评估,对比不同先验分布对评估结果的影响。Yang 等^[139]应用贝叶斯理论与 Gamma 过程模型对产品多元非竞争失效退化过程进行建模与分析。

Yontay 和 Pan^[140]提出了一种评估复杂系统故障条件概率的贝叶斯网络方法,使用贝叶斯理论融合故障信息和专家意见,分别在系统级和部件级对这些条件概率后验分布进行估计。Li 等^[141]提出一种贝叶斯多级信息融合方法,通过利用系统中所有可用的可靠性信息以评估多层次系统可靠性。Anderson-Cook 等^[142]提出一个新的贝叶斯融合框架以融合复杂系统单组件测试数据与完整系统测试数据。Cai 等^[143]使用贝叶斯多源信息融合框架对地源热泵系统传感器数据与人类观测信息,提出融合多源信息地源热泵系统可靠性建模与评估方法。彭卫文等^[144]基于贝叶斯理论提出加工中心功能铣头退化试验数据与现场故障时间数据融合方法,以实现功能铣头可靠性建模与评估。吴晓辉等^[145]基于贝叶斯方法提出一种融合加速退化试验数据与现场退化数据的融合方法,针对产品退化过程特征使用 Wiener 过程进行建模与评估。

1.2.5 综述总结与问题提出

数控机床关键子系统不同于普通机械产品,其具有系统结构复杂、研制周期长、制造成本高、工况复杂以及可靠性信息难以获取等特性,且由于工作环境和任务要求的特殊性而呈现出小批量定制的特点。这些特性和特点决定了其可靠性评估的难点和特点,表现在:

(1) 数控机床关键子系统可靠性试验困难,可用样本少且数据积累不足,使其可靠性评估工作面临小样本问题。数控机床关键子系统可靠性试验受到经费、试验条件、时间等多种因素的限制,导致试验较为困难。再加之关键子系统服役条件、工况载荷以及测试技术水平的限制,能够直接进行检测的样本量较少,所获得的可靠性信息也较为贫乏,使得数控机床关键子系统的可靠性评估呈现出小样本的特点。然而,出于数控机床高可靠性的要求,对其关键子系统可靠性分析的置信度要求也日益增加。现有的可靠性评估方法多基于充足数据的情况,例如常见的基于极大似然估计方法的可靠性评估方法,但这样的方法应对小子样问题时会降低评估结果的置信度。因此,如何科学有效地在小样本条件下对数控机床关键子系统进行高置信度的可靠性评估,已成为亟待解决的问题。

(2) 数控机床关键子系统可靠性存在显著的个体差异性(Individual Heterogeneity)。同型号同批次的数控机床关键子系统尽管在设计与制造上存在共性,但由于加工、装配等环节存在不确定性因素的影响,以及由于用户的不同,往

往服役在不同的工况载荷和工作环境下，使得同型号同批次的关键子系统的可靠性存在显著的个体差异性。这表现在同型号同批次的产品具有各自的退化速率，且在其各自的时间域内退化增量有各自的随机性。若仍采用经典的基于“同总体”假设下的可靠性建模与评估方法，会造成评估结果的不精确，且难以对单个子系统的可靠性进行有效评估。

(3) 数控机床关键子系统可靠性数据存在多源异种的特性，难以综合处理。由于数控机床关键子系统可靠性评估面临严峻的小样本问题，为了获得高置信度的可靠性评估结果，必须充分利用所能获取的各种来源各种类型的可靠性数据。数控机床关键子系统可靠性数据主要包括服役现场的可靠性测试，试验条件下可靠性测试、售后服务的相关数据、相似产品的可靠性数据、设计人员与工程人员的经验等。同时，这些数据往往存在格式各异的特性，如可能同时存在成败型数据、故障时间数据和退化数据等。这些数据的有效协同分析成为数控机床关键子系统在小样本问题下可靠性评估的关键问题。

(4) 数控机床关键子系统服役期间面临的复杂工况环境难以量化。数控机床在加工任务中，面临如温度、湿度、粉尘、噪声等复杂工况环境，而工况环境会对数控机床关键子系统的可靠性造成一定的影响。传统加速模型仅能表征较为单一的环境条件，无法准确表征服役过程中所有的工况环境情况。这导致加速模型若不经修正，会对关键子系统全寿命可靠性评估造成不利影响。为了获取高置信度的数控机床关键子系统可靠性评估的结果，需对加速模型进行修正以表征复杂的工况环境。

1.3 论文的研究内容和结构

1.3.1 论文的研究内容

针对数控机床关键子系统可靠性建模与评估的问题与挑战，本文拟依托“高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项子课题“重型数控机床可靠性评价共性技术研究与应用”、国家自然科学基金“数控装备运行可靠性的多源时变耦合建模与实时评估研究”等科研项目，以数控机床关键子系统所呈现的实际特性为主线，根据可靠性建模与评估技术的最新成果，重点对数控机床关键子系统基于多源故障时间数据、基于多源退化数据和基于多源异种数据的可靠性建模和评估进行如下研究：

(1) 基于多源故障时间数据数控机床关键子系统可靠性评估

本文拟通过研究数控系统故障时间数据多源的特性，以及加速寿命试验所获取故障时间数据与实际服役条件所获取数据的差别，在现有故障时间数据模型的

基础上,借助贝叶斯理论信息融合能力,研究数控系统融合加速寿命试验与实际服役故障时间数据可靠性建模与评估方法。在此基础上,对某型数控系统开展可靠性建模与评估,以说明基于多源故障时间数据可靠性建模与评估的可行性。

(2) 基于退化数据的数控机床关键子系统可靠性评估

本文拟针对数控机床主轴系统故障时间数据缺乏的情况,研究基于主轴系统性能退化数据的可靠性建模与评估技术。通过研究主轴系统性能退化演变的特质,使用现有随机过程模型描述退化过程。在此基础上将随机效应模型引入随机过程模型,以实现退化分析的同时考虑主轴系统个体差异性。将模型选择方法引入到退化数据的建模分析中,通过对多个模型进行分析对比以选取最为合适的模型。在所选取模型的基础上应用贝叶斯理论建立模型参数估计方法与可靠性评估框架,从而实现对现有基于性能退化数据数控机床主轴系统可靠性模型的改进与可靠性评估方法的拓展。

(3) 基于多源退化数据的数控机床关键子系统可靠性评估

本文拟基于贝叶斯理论提出一种多源退化信息融合方法,以处理数控机床主轴系统在小样本问题下退化分析所面临的个体差异性问题以及复杂工况环境表征问题。在使用考虑随机效应的随机过程模型对主轴系统退化建模的基础上,将校准系数引入退化模型以表征主轴系统在用户面临的复杂工况环境。在此基础上,将主机厂退化数据、用户退化数据和不断采集的实时退化数据进行融合来对主轴系统的可靠性进行协同评估与实时更新。

(4) 基于多源异种信息的数控机床关键子系统可靠性评估

小样本问题下主轴系统的可靠性建模与评估可能会面临可靠性数据多源、异种的问题。为了获得高置信度的可靠性评估结果,一方面需要解决多源异种信息融合建模与分析的问题,另一方面需要满足小样本问题下主轴系统性能退化预测的实际需求。本文拟基于贝叶斯理论信息融合方法,使用 zeros-ones 转化方法实现多种类型数据的融合建模。在此基础上,应用贝叶斯层次理论构建融合多源异种数据的基本框架。

1.3.2 论文的主要结构

本论文共分为六章,围绕着数控机床关键子系统可靠性建模与评估的难点逐步展开研究。论文总体框架如图 1-3 所示,章节的组织以数控机床关键子系统可靠性建模与评估的需求为主线。

各章的具体内容概述如下:

第一章简要介绍研究背景、研究意义和研究现状,并概述论文的研究内容与结

构。

第二章将针对数控系统可靠性数据特性与评估需求，研究融合多源故障时间数据的可靠性建模与评估方法。

第三章将针对主轴系统可靠性建模与评估面临的挑战，提出应对个体差异性的退化模型，并根据模型选择方法对不同退化模型进行分析比较。

第四章将针对多源退化数据的融合问题，提出基于贝叶斯理论的融合框架，并在此基础上研究可靠性评估结果的实时更新问题。

第五章将针对可靠性数据多源异种的特性，在第四章贝叶斯融合框架的基础上构建新的融合框架，在此基础上研究主轴系统可靠性建模与评估以及性能演变预测问题。

第六章将总结全文并对未来工作进行展望。

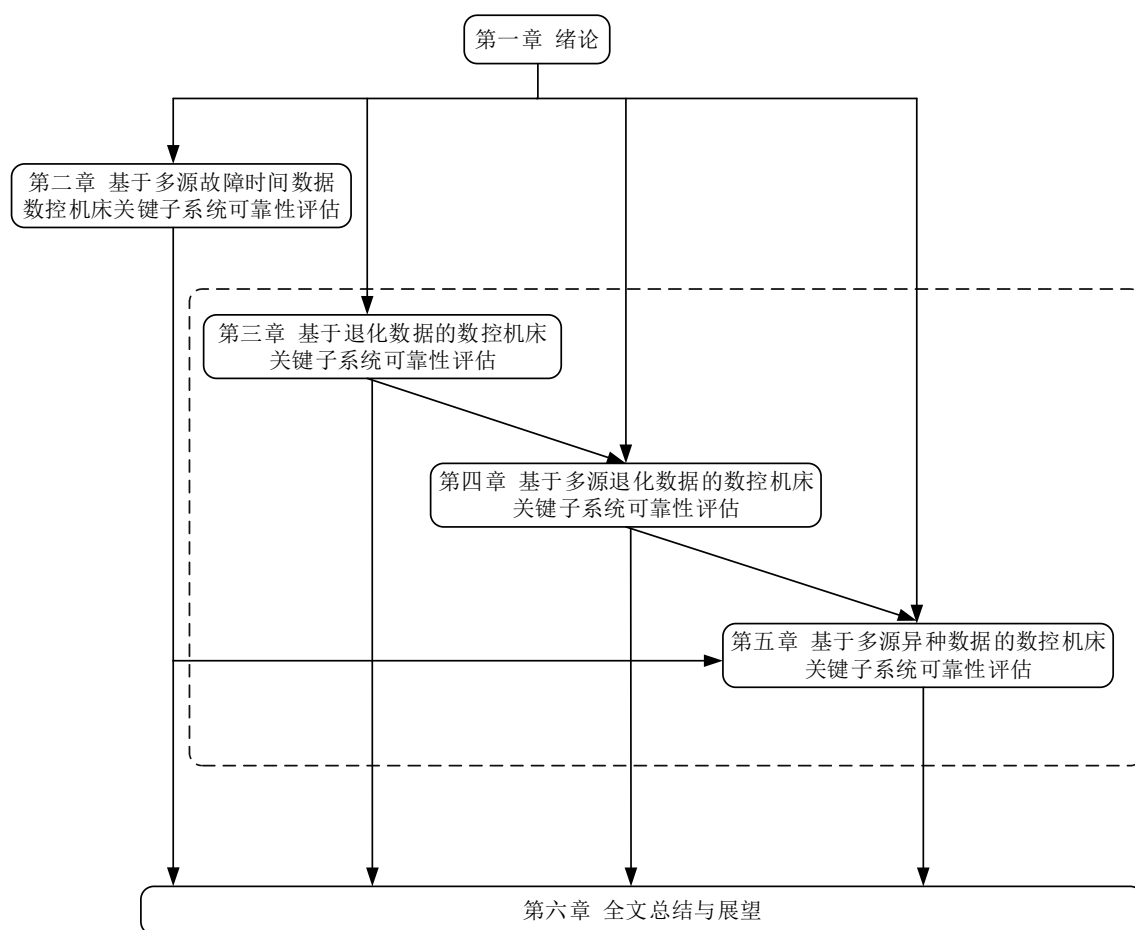


图 1-3 论文总体框架图

第二章 基于多源故障时间数据数控机床关键子系统可靠性评估

2.1 引言

数控系统是数控机床的关键子系统之一，其可靠性水平对数控机床的使用状态有着直接影响。国产数控系统的可靠性水平一直不尽如人意，这同时也制约了国产数控机床的使用与发展。因此，有必要开展数控系统的可靠性评估工作，以促进国产数控机床的推广与发展。用于评估数控系统可靠性的统计信息可以在其生命周期中从多种来源获得，例如数控系统设计阶段与研制阶段主机厂的相关试验数据，以及数控系统在用户服役阶段的使用数据。最为常见的数控系统可靠性数据是故障时间数据，该类数据描述了数控系统发生故障前持续正常工作的时间，由此在有些文献中该类数据也被称为寿命数据。由于故障时间数据获取方式较为简单直观、数据建模分析难度较小而且有众多成熟的研究成果，所以被广泛应用于数控系统的可靠性评估。

理想情况下，用户在数控系统服役阶段工作现场所获取的故障时间数据是在其使用条件下构建产品故障时间统计模型最为直观且可靠的数据，但获取这些数据通常较为困难而且耗时颇多。特别是在引入新型号数控机床时，工作现场故障时间数据的稀缺往往困扰着可靠性工作人员。同时，从用户那里所获取的故障时间数据也往往由于用户管理水平参差不齐而出现数据质量良莠不齐的问题。

出于时间与成本考虑，主机厂在对数控系统进行可靠性试验时通常采用加速寿命试验的方式。加速寿命试验是在合理时间内获取产品故障时间数据的一种试验技术。加速寿命试验通常使用相比正常应力更高的应力水平进行试验，以节省试验成本与时间。需要注意的是，加速寿命试验期间观测到的失效机理需要与正常工作状态中观测到的相同，因为加速寿命试验目的是加速产品失效过程，而不是激发产品在正常使用中永远不会出现缺陷。

传统的加速寿命试验存在一个令人困扰的问题，即数控系统在服役现场所面临的复杂工况应力不能在加速寿命试验中完美地模拟。例如理想实验测试环境难以表征数控系统在不受控制的现场工作环境中遇到的所有应力以及应力变化。可是目前的研究大多没有考虑到这个因素，或是假设除了所选取加速应力，别的复杂工况应力对数控系统可靠性水平没有影响。因此，有必要找到主机厂加速寿命试验故障时间数据与用户工作现场故障时间数据之间的相关性，并融合这两种来源数据以获取精确的可靠性评估结果。

本章旨在开发一种有效融合通过主机厂加速寿命试验所获取故障时间数据和

从用户现场观测所获取故障时间数据的方法，以提高数控系统可靠性评估结果的精确度。为了融合这两种来源的数据，贝叶斯理论被引入到可靠性评估工作中。同时为了表征加速寿命试验无法完全模拟的复杂工况环境，校准系数被引入以修正加速寿命试验提供的可靠性信息。

贝叶斯理论可以充分利用所需分析产品的历史信息以作为参数估计先验信息，结合包含了观测数据所提供用于参数估计信息的似然函数，进而获取参数的后验分布。这种方法的优势在于观测数据所包含信息对于先验信息的更新，可以在较少样本量的限制下同样获取到较为精确的结果。同时，贝叶斯理论的这个特性也使其表现出融合多源数据的能力。将一个来源的数据进行分析作为另一个来源数据分析的先验信息，同时在贝叶斯理论框架中该来源数据所包含信息对上一个来源数据所包含信息进行更新，以此便可达到融合多源故障时间数据的目的。

本章针对故障时间数据的特性，简要介绍用于描述该类数据的各类概率分布统计模型。同时对加速模型进行简单介绍，并将校准系数引入加速模型的加速系数中以其进行修正，实现对复杂工况应力的表征。然后在贝叶斯理论框架下，融合来自主机厂加速寿命试验的故障时间数据以及从用户工作现场所获取的故障时间数据，并对该融合模型未知参数进行估计，以此为数控系统可靠性建模与评估工作提供技术支撑。

2.2 故障时间数据模型

故障时间数据可以理解为表示特定事件时间随机变量有关的数据，这类事件在可靠性领域里通常认为是系统或部件失效或故障。本节将介绍几种常见的用于故障时间数据的统计模型，包括指数分布、威布尔分布、对数正态分布、Gamma 分布与逆高斯分布等常见的故障时间统计模型。

2.2.1 指数分布

指数分布是一种较为简单且较早被应用的故障时间数据模型，是在统计工作中最为常见的一种分布形式。

指数分布故障时间 t 的概率密度函数与累积分布函数分别为：

$$f(t|\lambda) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{t}{\lambda}\right) \quad (2-1)$$

$$F(t|\lambda) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\lambda}\right) \quad (2-2)$$

式中， λ 为指数分布的均值、方差以及尺度参数，且有 $\lambda > 0$ 。指数分布的故障率

函数与可靠度函数分别可以描述为：

$$h(t|\lambda) = \frac{1}{\lambda} \quad (2-3)$$

$$R(t|\lambda) = 1 - F(t|\lambda) = \exp\left(-\frac{t}{\lambda}\right) \quad (2-4)$$

指数分布可以认为是最简单的故障时间模型，其假设在正常条件下，产品在下一瞬时故障的概率与时间 t 无关。这种特性在一些文献里被称为指数分布的无记忆性，而且这一特性已被证明为指数分布所独有。由于机械产品失效通常与时间有关，因此指数分布的无记忆性限制了其在机械产品可靠性分析中的应用。但由于部分电子产品失效特征不同于机械产品，因此该特性促进了指数分布广泛应用于电子产品可靠性分析工作。

2.2.2 威布尔分布

半个多世纪以来，威布尔分布引起了研究者们对其理论和方法及其统计学应用等各方面的关注。威布尔分布能适应不同领域的的数据，例如从生活数据到天气数据，再到经济和商业管理方面的数据以及在可靠性领域里的故障时间数据等。威布尔分布的物理意义在于，在某些条件下，其为独立同分布一系列随机变量中极小值的渐进分布。从另一个角度描述，也就是系统或部件故障是由其最弱环所导致时，威布尔分布适合用于描述其故障时间。

使用威布尔分布来描述故障时间 t 时，概率密度函数与累积分布函数分别为：

$$f(t|\alpha, \beta) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \quad (2-5)$$

$$F(t|\alpha, \beta) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \quad (2-6)$$

式中， α 为威布尔分布尺度参数， β 为其形状参数，且有 $t > 0$ ， $\alpha > 0$ ， $\beta > 0$ 。

威布尔分布的故障率与可靠度函数分别为：

$$h(t|\alpha, \beta) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \quad (2-7)$$

$$R(t|\alpha, \beta) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \quad (2-8)$$

值得注意的是，当形状参数 $\beta < 1$ 的时候，故障率是递减的，这一般出现在用

于描绘早期故障时的故障时间分布。当形状参数 $\beta > 1$ 时, 故障率递增, 这一般表现在系统或部件的损耗阶段。当形状参数 $\beta = 1$ 时, 威布尔分布转变为故障率与时间无关的指数分布。

2.2.3 对数正态分布

对数正态分布也是一种常见的故障时间统计模型, 由于其为一个不对称分布, 适用于分析具有偏度的故障时间数据。服从对数正态分布的故障时间 t 的概率密度函数与累积分布函数分别为:

$$f(t|\mu, \sigma) = \frac{1}{t\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln t - \mu)^2\right] \quad (2-9)$$

$$F(t|\mu, \sigma) = \Phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right) \quad (2-10)$$

$$h(t|\mu, \sigma) = \frac{f(t|\mu, \sigma)}{R(t|\mu, \sigma)} \quad (2-11)$$

$$R(t|\mu, \sigma) = \int_t^\infty f(x)dx = 1 - \Phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right) \quad (2-12)$$

式中, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的累积分布函数。值得注意的是, 对数正态分布的故障率表现为先增后减, 且在 $t \rightarrow \infty$ 时趋近于 0。

2.2.4 Gamma 分布

当使用 Gamma 分布表征故障时间数据时, 服从 Gamma 分布故障时间 t 的概率密度函数为:

$$f(t|\alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} \exp(-\beta t) \quad (2-13)$$

$$F(t|\alpha, \beta) = 1 - \Gamma(\alpha, \beta t) \quad (2-14)$$

$$h(t|\alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha, \beta t)} t^{\alpha-1} \exp(-\beta t) \quad (2-15)$$

$$R(t|\alpha, \beta) = \int_t^\infty f(x)dx = \Gamma(\alpha, \beta t) \quad (2-16)$$

式中, α 为 Gamma 分布尺度参数, β 为 Gamma 分布形状参数。 $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数, $\Gamma(a, b)$ 为不完全 Gamma 函数。可以看到, 在 $\alpha=1$ 时, Gamma 分布便转变为指数分布, 这时故障率为恒定的。但由于 Gamma 分布的故障率与可靠度函数解

析解使用传统方法较难以获取，使得其在可靠性领域的应用不如威布尔分布广泛。

2.2.5 逆高斯分布

当产品的失效率表现出前高后低的特征时，可以考虑使用逆高斯分布进行建模与分析。服从逆高斯分布的故障时间 t 的概率密度函数为：

$$f(t|\mu, \lambda) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi t^3}} \exp\left(-\frac{\lambda(t-\mu)^2}{2t\mu^2}\right) \quad (2-17)$$

式中， $\mu > 0$ ， $\lambda > 0$ 且当 $\lambda \rightarrow \infty$ 时，逆高斯分布趋于正态分布。逆高斯分布的故障率与可靠度函数分别为：

$$h(t|\mu, \lambda) = \frac{f(t|\mu, \lambda)}{R(t|\mu, \lambda)} \quad (2-18)$$

$$R(t|\mu, \lambda) = \Phi\left[\sqrt{\frac{\lambda}{t}}\left(1 - \frac{t}{\mu}\right)\right] - \exp\left(\frac{2\lambda}{\mu}\right) \Phi\left[\sqrt{\frac{\lambda}{t}}\left(1 - \frac{t}{\mu}\right)\right] \quad (2-19)$$

2.3 加速模型

加速寿命试验目的是在数控系统失效机理不变的前提下，缩短数控系统发生故障所需时间。其原理是数控系统在高应力下，相关性能退化速率加快，而当性能到达预设失效阈值后，数控系统将表现出不同形式的故障。在加速寿命试验中，为了保持和正常应力下数控系统失效机理不变，对其所施加应力范围有一定限制，以防止激发数控系统在正常应力条件下难以出现的故障。

在加速寿命试验的高应力下，数控系统故障时间被有效缩短。加速模型被用于描述缩短的故障时间与正常应力条件下故障时间之间的联系。最基础的加速模型为 $K = df(\Phi)/dt$ ，其中 $f(\Phi)$ 是与退化量有关系的物质状态函数， K 表示退化速率， Φ 所选取退化量特征值。经过有关人员长期探索与研究，发现或引入了一些模型，使得加速模型家族变得丰富且全面。Elsayed^[146]将现有加速模型分为统计模型、物理模型以及物理实验模型三大类别，如图 2-1 所示。

统计模型是基于工程经验以及对大量产品故障时间数据进行统计分析所推导而得出，一般用于描述失效机理难以解释或分析产品的故障时间数据。物理模型一般用于描述所施加应力与产品故障时间或故障率之间的关系。

由于数控系统加速寿命试验一般选取温度为加速应力，所以本章选择描述产品故障时间与温度之间关系的阿伦尼斯模型作为加速模型以进行数控系统故障时间数据的相关分析，下文将对阿伦尼斯模型进行介绍。

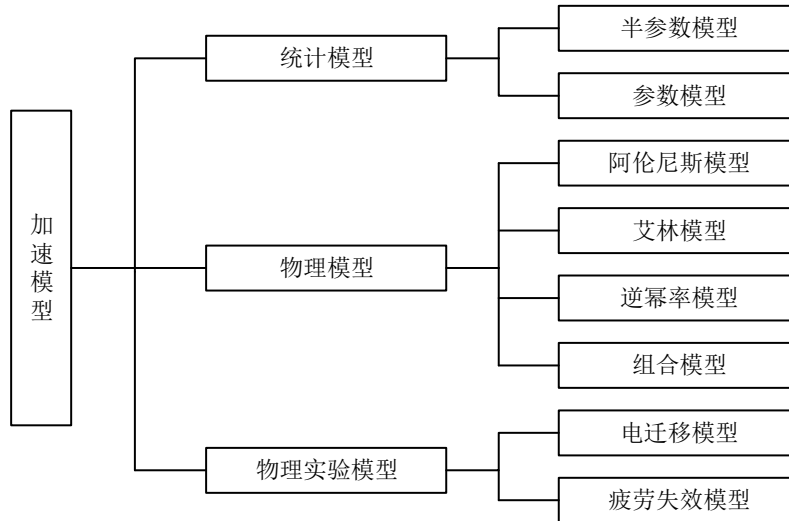


图 2-1 加速模型分类

2.3.1 阿伦尼斯模型

在讨论温度对退化速率的影响时，阿伦尼斯模型是最为常用的选择^[147]。阿伦尼斯模型由 Arrhenius 于 1889 年所提出，用于描述温度与产品寿命之间的关系，其表达式为：

$$\xi = A_0 \exp\left(\frac{E_a}{kT^*}\right) \quad (2-20)$$

式中， ξ 为产品中位寿命， T^* 为绝对温度， E_a 是产品失效机理激活能， A_0 为常数， k 为玻尔兹曼常数，其值为 $8.617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/}^\circ\text{C}$ 。由于式(2-20)的计算依靠指数运算，具有非线性特征，这限制了其使用性。因此，可将该式转化为线性方程。对方程两边取对数，可得：

$$\ln \xi = a + \frac{b}{T^*} \quad (2-21)$$

式中， $a = \ln A_0$ ， $b = E_a / k$ 。经转变后，可将 a 与 b 定义为模型未知参数，当获取到 a 与 b 值后就可以得到温度与特征寿命之间关系。

加速因子(Acceleration Factor)，在一些文献中也被称为加速系数，用于表征加速应力下故障时间与正常应力下故障时间之间的关系。其定义为加速应力下故障时间 L_1 与正常应力下故障时间 L_0 之比：

$$AF = \frac{L_0}{L_1} = \exp\left[b\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)\right] = \exp\left[\frac{E_a}{k}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)\right] \quad (2-22)$$

在进行基于故障时间数据的可靠性分析时，可以根据加速因子，将加速应力下

故障时间数据转换为正常应力下故障时间数据，以进行数控系统可靠性建模与分析。

2.3.2 校准系数

数控系统在用户服役阶段工作环境与其在加载应力被严格控制的加速寿命试验实验室环境不同，前者具有复杂应力波动以及复杂应力条件。现场复杂工作环境通常由于技术或经济原因难以进行监控。为了应对这个问题，校准系数(Calibration Factor) κ 被引入模型中，以对加速因子进行校准^[148]。在引入校准系数后，加速应力下故障时间 L_1 与正常应力下故障时间 L_0 之间关系为：

$$\frac{L_0}{L_1} = AF \cdot \kappa = \kappa \cdot \exp \left[\frac{E_a}{k} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) \right] \quad (2-23)$$

校准系数被视作一个随机变量的主要原因是其作用为表征现场工作环境中无法避免且具有不确定性的各种应力，因此它本质上是随机的。校准系数可以用均值为 μ_k 且方差为 σ_k^2 的概率分布进行刻画。

概率分布均值描述了从加速寿命试验测试条件到现场使用条件下产品故障时间特征的平均变化。如果没有足够先验信息，可以将均值设定为 1，以表示加速寿命试验测试条件到现场使用条件产品故障时间特征有显著变化。概率分布方差表征了现场使用条件下环境应力的不确定性和故障的复杂性对于产品故障时间的影响。

2.4 融合多源故障时间数据数控系统可靠性评估

由于加速寿命试验与现场观测是获取数控系统故障时间数据的两个不同来源，为了有效融合多源故障时间数据以获取精确可靠性评估结果，需在贝叶斯理论框架下对多源故障时间数据进行有效融合。同时在融合了多源故障时间数据并构建似然函数后，需要依托贝叶斯理论对未知参数进行估计，然后根据参数估计结果通过相应函数对数控系统进行可靠性评估。

2.4.1 贝叶斯理论

贝叶斯理论不同于经典统计理论，在贝叶斯理论框架下，所有未知参数都被认为是随机变量。基于此，使用贝叶斯理论进行参数估计的第一步是确立参数联合先验分布^[131]。先验分布表征在将观测数据进行数据分析前，研究者所能获取到的所有相关有用信息 I_a 。而使用贝叶斯理论进行数据分析目的，是获取集成先验信息

以及观测数据 y 信息参数集 θ 的后验分布 $p(\theta|y)$ 。根据贝叶斯理论, 后验分布在数学上可以表示为:

$$p(\theta|y) = \frac{L(y|\theta)\pi(\theta|I_a)}{f(y)} \propto L(y|\theta)\pi(\theta|I_a) \quad (2-24)$$

式中, 观测数据 y 所包含信息在数学表达中以似然函数形式出现:

$$L(y|\theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i|\theta) \quad (2-25)$$

图 2-2 展示了基于贝叶斯理论数据分析流程。

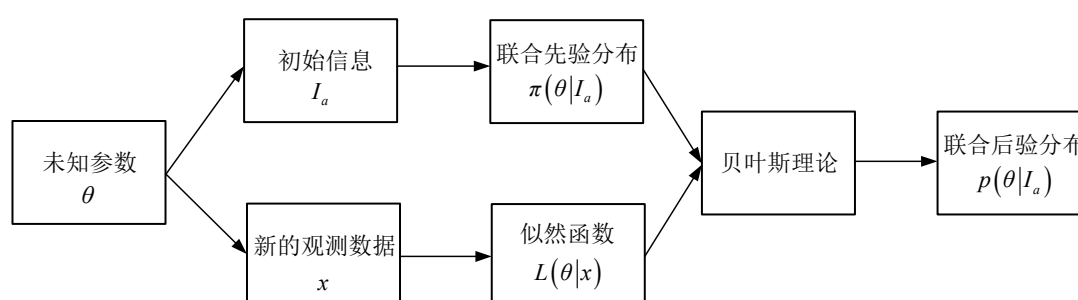


图 2-2 基于贝叶斯理论数据分析流程

根据图 2-2, 可以构建出基于贝叶斯理论可靠性评估的步骤如下:

- (1) 选择适当统计模型, 确立需要获取的未知参数 θ ;
- (2) 获取可靠性评估相关先验信息 I_a , 并将其转化为先验分布 $\pi(\theta|I_a)$;
- (3) 根据观测数据 y 与所选择的统计模型, 构建似然函数 $L(y|\theta)$;
- (4) 根据式(2-24), 构建相应的贝叶斯公式, 以获取未知参数 θ 后验分布 $p(\theta|y)$;
- (5) 根据所选用统计模型以及获取的后验分布 $p(\theta|y)$, 对产品进行可靠性评估。

先验分布的确立在贝叶斯理论框架中有着至关重要的作用。一般来说, 在确立先验分布时, 其均值与方差是需要着重判断的。先验均值为未知参数提供一个先验点估计, 同时方差表示该估计值的不确定性。当研究者对这个估计值较为确信时, 可以选用较小方差, 而只有较少先验信息或研究者对先验信息不确信时, 则需使用较大方差进行表示。如果可以获取到足够先验信息, 可使用先验分布对这些先验信息进行表征, 这种先验分布称为有信息先验分布^[149]。但很多情况下, 没有可用先验信息可以获取, 这时需要指定一个不会影响后验分布的先验分布。这类先验分布被称为无信息先验分布或者模糊先验分布, 通常使用均匀分布表征该类先验分布。

尽管近些年来贝叶斯理论在科学研究与工业应用中已十分流行, 但直到 20 世纪 80 年代后期, 贝叶斯理论仍仅被认为是经典统计理论的一种替代品。经典统计

理论和贝叶斯理论之间的主要区别在于后者将参数视为以先验分布为特征的随机变量。贝叶斯理论核心是将先验分布与传统的似然法相结合,以获得基于统计推断的参数后验分布。虽然贝叶斯理论的主要工具是概率论方法,但多年来贝叶斯理论仍因为多种原因被主流学界持有怀疑态度。经典统计学家们反对贝叶斯理论主要理由是他们认为基于贝叶斯理论的分析会由先验分布而受到主观因素影响,导致参数估计结果与真实值有较大偏差。然而,正如已被历史所证明那样,贝叶斯理论无法成为数据分析所公认定量方法主要原因是其在参数后验分布获取中所涉及的计算难度。贝叶斯理论需要在给定数据情况下对模型参数后验分布进行高维积分,这造成当时贝叶斯理论在实际应用上较为困难。这种困境,直到 20 世纪 90 年代初期,由统计学家^[150]将马尔可夫链蒙特卡罗(MCMC)方法引入了统计学分析中才得以解决。

2.4.2 MCMC 方法

MCMC 方法起源于统计物理研究,它实质上是使用马尔可夫链的蒙特卡罗方法。蒙特卡罗方法从所需分布中抽取样本,然后形成样本均值以近似期望。MCMC 方法为长时间运行一个或多个构造巧妙的马尔可夫链以抽取样本。构造这些马尔可夫链的方法有很多,最为常用的是 Metropolis-Hastings 算法与 Gibbs 抽样算法。MCMC 方法的实施与个人计算机计算能力快速发展相结合,使得贝叶斯理论逐渐流行起来。通过 MCMC 方法,可以建立与估计用于描述和解决传统方法难以解决的复杂模型。同时,MCMC 方法的发展也促进了贝叶斯理论中随机效应与层次模型的研究与应用^[151]。

(1) Metropolis-Hastings 算法

Metropolis-Hastings 算法是一种较为简单且有效的数值模拟算法,被用于从待求后验分布中获取随机样本^[152]。

假设希望从中生成样本大小为 T 的后验分布 $f(\theta|y)$, Metropolis-Hastings 算法可以通过以下迭代步骤进行描述,其中 θ^t 是算法在第 t 次迭代时的生成值。

[1] 设置初始候选点 θ^0 。当参数向量元素为连续,可将 $q(\theta^*|\theta)$ 称为建议密度函数,建议密度函数被用于从 θ 中生成 θ^* 。

[2] 对于 $t=1, \dots, T$ 重复以下步骤:

- 1) 设定 $\theta = \theta^{t-1}$;
- 2) 从建议密度 $q(\theta^*|\theta)$ 中生成新候选参数值 θ^* ;
- 3) 计算接收概率 α 。接收概率是指候选点被接受为下一个仿真点的概率,

其可以用下式表达:

$$\alpha = \min \left(1, \frac{f(\theta^*|y)q(\theta|\theta^*)}{f(\theta|y)q(\theta^*|\theta)} \right) \quad (2-26)$$

4) 通过计算获得接收概率后, 生成一个服从均匀分布(0,1)的随机数, 并将其与 α 进行比较。如果该随机数小于 α , 则接受候选点, 更新下一个仿真数据 $\theta' = \theta^*$ 。如果仿真数大于 α , 则拒绝候选点, 仿真数据保持原有的值 $\theta' = \theta$ 。

该算法一个重要特性是, 不需要评估 $f(\theta|y)$ 中所包含归一化常数 $f(y)$, 因为其已经在接收概率中被消掉。因此, 接收概率可以简化为:

$$\alpha = \min \left(1, \frac{f(y|\theta^*)f(\theta^*)q(\theta|\theta^*)}{f(y|\theta)f(\theta)q(\theta^*|\theta)} \right) \quad (2-27)$$

但 Metropolis-Hastings 算法应用效果受到一个条件制约: 所选择建议密度函数需接近真实参数后验分布的概率密度函数。而在实际应用中, 这个条件比较难以满足, 因为所选择建议密度函数可能出现“过宽”或者“过窄”情况。如果所选择的建议密度函数“过宽”, 则会导致算法在多次迭代后仍停留在同一状态, 只能产生较少可用样本, 影响最终计算结果。如果所选的建议密度函数“过窄”, 则会导致 Metropolis-Hastings 算法更多“游走”在所选建议密度函数所覆盖区域而忽略后验分布概率密度函数所覆盖的其他区域。同时, “过窄”建议密度函数还会使算法所产出结果具有较强相关性, 导致算法难以收敛。

(2) Gibbs 抽样算法

Gibbs 抽样算法可以认为是 Metropolis-Hastings 算法的一种特例, 其建议密度函数为 $f(\theta_j|\theta^*, y)$, 其中 $\theta^* = (\theta_1, \dots, \theta_{j-1}, \theta_{j+1}, \dots, \theta_d)^T$ 。该建议密度函数会导致接收概率 $\alpha = 1$, 因此所有迭代都需接收候选点。Gibbs 抽样算法的一个优点是, 在迭代的每一步, 随机值都由一维分布所生成。通常来说这些条件分布都有一个已知形式, 所以随机数可以很方便地依靠统计中标准函数由计算机软件生成。相比于 Metropolis-Hastings 算法, 它受到所选建议密度函数的制约较小, 能更快寻找到所需后验分布, 且所产出结果相关性较小^[153]。

该算法可以通过以下步骤进行描述:

[1] 设置初始值 θ^0 ;

[2] 对于 $t=1, \dots, T$ 重复以下步骤:

- 1) 设定 $\theta = \theta^{t-1}$;
- 2) 根据 $\theta_j \sim f(\theta_j|\theta^*, y)$ 对 θ_j 进行更新, 其中有 $j=1, \dots, d$;
- 3) 定义 $\theta' = \theta$ 并在算法的 $t+1$ 次迭代后将其保存为生成值集。

因此，给定链 θ^t 一个特定状态，可以通过式(2-28)生成新参数值。

$$\begin{aligned}
 \theta_1^t &\sim f(\theta_1 | \theta_2^{t-1}, \theta_3^{t-1}, \dots, \theta_p^{t-1}, y), \\
 \theta_2^t &\sim f(\theta_2 | \theta_1^t, \theta_3^{t-1}, \dots, \theta_p^{t-1}, y), \\
 \theta_3^t &\sim f(\theta_3 | \theta_1^t, \theta_2^t, \theta_4^{t-1}, \dots, \theta_p^{t-1}, y), \\
 &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\
 \theta_j^t &\sim f(\theta_j | \theta_1^t, \theta_2^t, \dots, \theta_{j-1}^t, \theta_{j+1}^{t-1}, \dots, \theta_p^{t-1}, y), \\
 &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\
 \theta_p^t &\sim f(\theta_p | \theta_1^t, \theta_2^t, \dots, \theta_{p-1}^t, y)
 \end{aligned} \tag{2-28}$$

通过 $f(\theta_j | \theta^*, y) = f(\theta_j | \theta_1^t, \theta_2^t, \dots, \theta_{j-1}^t, \theta_{j+1}^{t-1}, \dots, \theta_p^{t-1}, y)$ 生成新值是较为简单的，因为其为单变量分布，可以写作 $f(\theta_j | \theta^*, y) \propto f(\theta_j | y)$ 。除了 θ_j 所有变量都在其给定值处保持不变。关于 Gibbs 抽样算法更为详细的描述可详见 Casella 和 George^[154]以及 Smith 和 Roberts^[155]的相关文献。

2.4.3 基于故障时间数据数控系统可靠性评估数学表达

根据文献[48,61,63]，威布尔分布适合用于描述数控系统故障时间数据，因此本章以威布尔分布为例，使用贝叶斯方法对数控系统来自主机厂加速寿命试验所获取故障时间数据与用户现场服役阶段所获取故障时间数据进行融合，以对数控系统可靠性进行评估。

假设主机厂加速寿命试验所获取数控系统故障时间数据为 t^O 且有 $t^O = (t_1^O, t_1^O, \dots, t_n^O)$ ，用户现场服役阶段所获取故障时间数据为 t^U 且 $t^U = (t_1^U, t_1^U, \dots, t_n^U)$ ，并且不同源故障时间数据都服从威布尔分布。对于源自主机厂加速寿命试验所获取故障时间数据 t^O ，其加速模型为阿伦尼斯模型，根据式(2-23)可将其转换为正常应力条件下故障时间数据 t^L ：

$$t_i^L = AF \cdot \kappa t_i^O \tag{2-29}$$

由此，可知其似然函数为：

$$L(t_i^O | \alpha, \beta) = \prod_{i=1}^n \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{AF \cdot \kappa t_i^O}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{AF \cdot \kappa t_i^O}{\alpha} \right)^{\beta} \right] \tag{2-30}$$

对于源自用户的故障时间数据 t^U ，因为加速寿命试验不影响故障时间数据所服从的概率分布，所以需假设 t^U 同样服从威布尔分布，其似然函数为：

$$L(t_j^U | \alpha, \beta) = \prod_{j=1}^m f(t_j^U | \alpha, \beta) = \prod_{j=1}^n \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t_j^U}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{t_j^U}{\alpha} \right)^{\beta} \right] \quad (2-31)$$

假设未知参数 α , β 联合先验分布为 $\pi(\theta) = \pi(\alpha, \beta)$, 根据贝叶斯理论, 可将基于主机厂加速寿命试验所获取故障时间数据分析模型未知参数 α , β 的联合后验分布表达如下:

$$\begin{aligned} p_z(\alpha, \beta | t_i^0) &\propto \pi(\theta) L(t_i^0 | \alpha, \beta) \\ &= \pi(\alpha, \beta) \prod_{i=1}^n \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{AF \cdot \kappa t_i^0}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{AF \cdot \kappa t_i^0}{\alpha} \right)^{\beta} \right] \end{aligned} \quad (2-32)$$

为了有效融合数控系统多源故障时间数据, 根据贝叶斯理论中层次模型方法, 根据源自主机厂加速寿命试验所获取故障时间数据进行分析并获取未知参数的联合后验分布后, 需要将该联合后验分布转换为用户故障时间数据分析模型未知参数的联合先验分布, 以此达到将多源信息有效融合的目的。因此, 可将融合主机厂和用户数控系统故障时间数据模型的未知参数联合后验分布表达如下:

$$\begin{aligned} p_y(\alpha, \beta | t_j^U, t_i^0) &\propto p_z(\alpha, \beta | t_i^0) L(t_j^U | \alpha, \beta) \\ &= p_z(\alpha, \beta | t_i^0) \prod_{j=1}^n \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t_j^U}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{t_j^U}{\alpha} \right)^{\beta} \right] \\ &= \pi(\alpha, \beta) \prod_{i=1}^n \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{AF \cdot \kappa t_i^0}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{AF \cdot \kappa t_i^0}{\alpha} \right)^{\beta} \right] \prod_{j=1}^n \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t_j^U}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{t_j^U}{\alpha} \right)^{\beta} \right] \end{aligned} \quad (2-33)$$

融合多源故障时间数据贝叶斯分析流程以图 2-3 的方式所展现。

2.4.4 收敛性判断

收敛性指的是算法是否已达到其目标分布。如果算法收敛, 则生成的后验样本来自正确目标分布。因此, 对算法收敛性进行判断是获取所需后验样本的重要前提 [131]。

判断 MCMC 方法收敛性的方法有很多种, 最简单一种方法是监测 MC 误差, 较小 MC 误差值表明已精确迭代计算了适当次数。根据自相关函数进行判断也是一种行之有效的方法, 因为较小自相关函数值与较大的自相关函数值分别表示快速或慢速收敛, 当自相关函数值趋近于 0 时, 则可判断算法已收敛。

还有一种方法是观测参数在仿真抽样中对应迭代次数仿真值轨迹图, 如果未观测到数据出现显著不规律变化, 则可认为收敛。在实践中, 还有一种非常有效的

策略是运行具有不同起点马尔科夫链，当观测到不同链在轨迹图中混合或交叉时，则可以判断算法已收敛。

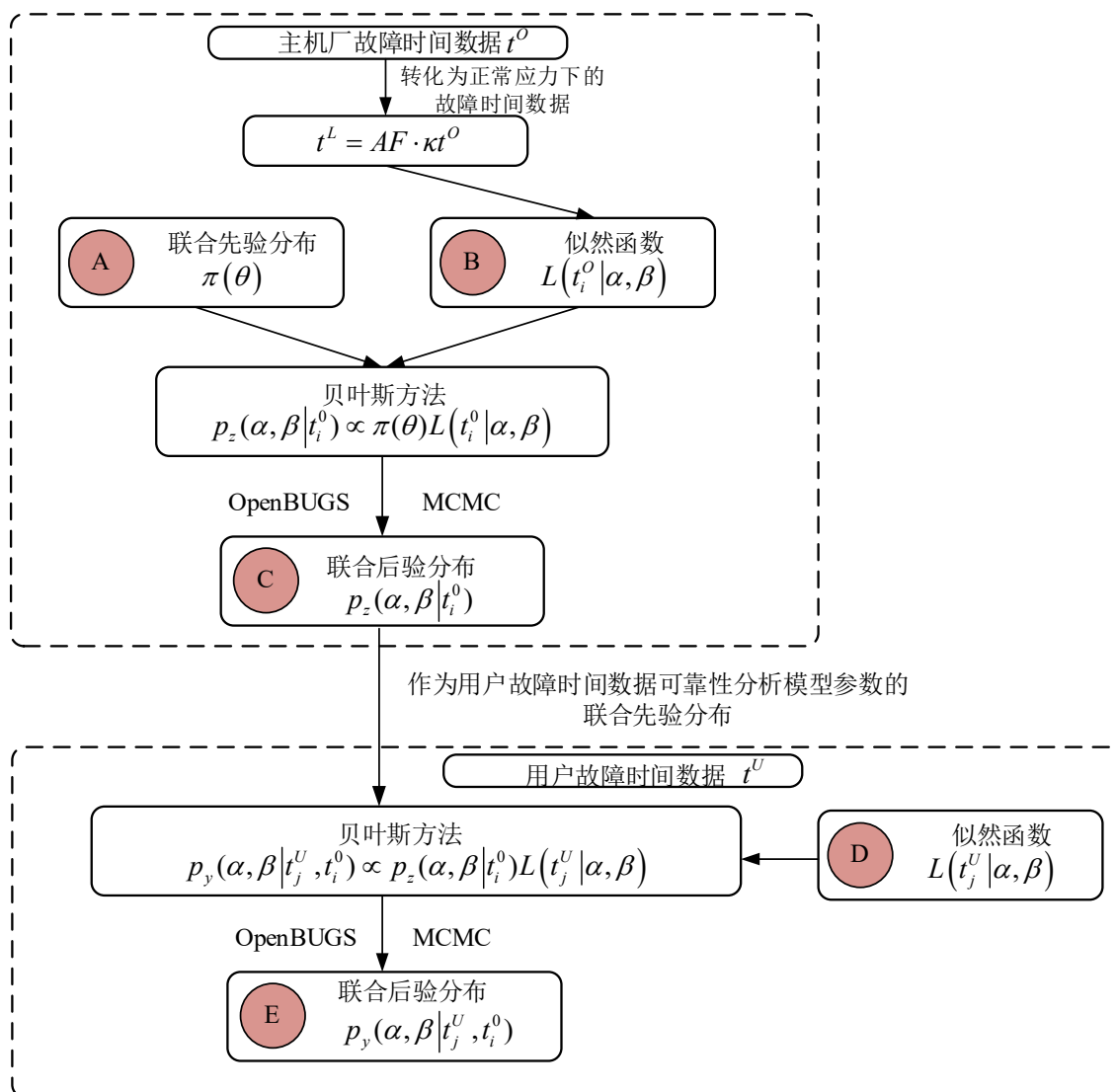


图 2-3 基于多源故障时间数据贝叶斯信息融合基本框架

2.5 算例分析

本节根据某型数控系统在主机厂进行加速寿命试验所获取故障时间数据以用户现场工作阶段所获取的故障时间数据进行数控系统可靠性评估，以验证本章所建立的融合多源故障时间数据可靠性评估模型。数控系统在主机厂进行加速寿命试验所获取的故障时间数据如表 2-1 所示，加速寿命试验所选取温度应力水平为 50 摄氏度。出于项目保密要求，本章所用数据为原始故障时间数据经过适当处理所得到的新数据，保留了相关统计学特性而剔除相关参数细节。

由表 2-1 可知,共有 6 组数控系统样本加速寿命试验条件下的故障时间数据被收集,根据式(2-23),可以将该故障时间数据通过 OpenBUGS 软件使用 MCMC 方法转换为正常应力下的故障时间数据,值得注意的是,考虑到数控系统工作现场复杂工况环境影响,校准系数被引入该转换过程中,通过结合加速因子的方式,表征复杂工况环境。

表 2-1 加速寿命试验故障时间数据

温度(°C)	50					
故障时间(h)	73	81	96	98	108	115

根据文献[148],设定校准系数 κ 的先验分布为均值是 1 的对数正态分布,有:

$$\kappa \sim \log\text{-Normal}(-0.5,1) \quad (2-34)$$

共计 20000 个校准系数后验分布样本通过 MCMC 方法所生成,基于后验样本可获取到校准系数后验分布概率密度函数如图 2-4 所示。

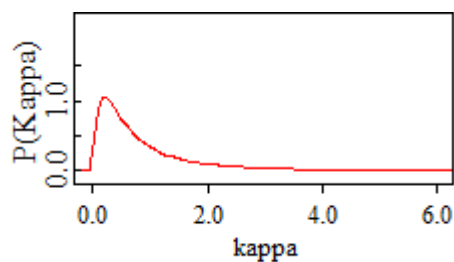


图 2-4 校准系数后验分布概率密度函数

图 2-5 给出了校准系数仿真迭代轨迹图,该图表明了校准系数计算结果具有很好的收敛性。通过 MCMC 方法所获取校准系数参数估计结果如表 2-2 所示。

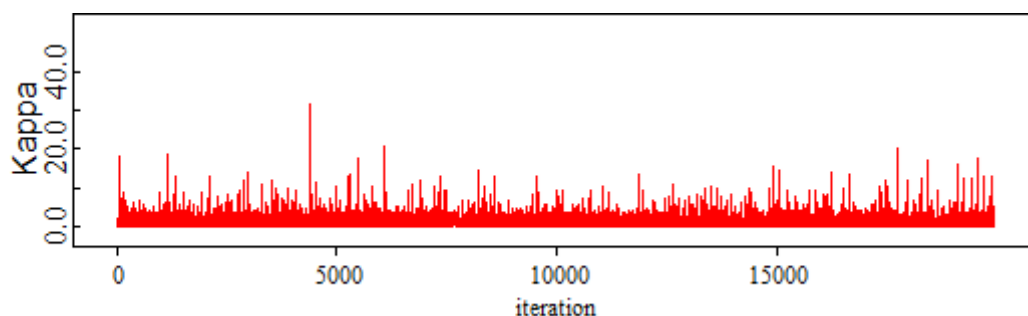


图 2-5 校准系数仿真迭代轨迹图

表 2-2 校准系数参数估计结果

校准系数	统计特征值		后验置信区间	
	均值	方差	2.5%	97.5%
κ	0.9933	1.269	0.08592	4.235

将加速寿命试验所获取的故障时间数据经过转换可得到其对应正常应力水平条件下故障时间数据。如表 2-3 所示。

表 2-3 加速应力转换为正常应力所得故障时间数据

温度($^{\circ}\text{C}$)	20					
故障时间(h)	1298	1440	1707	1742	1920	2044

使用威布尔分布描述该故障时间数据，有数据服从威布尔分布： $t \sim \text{Weibull}(\alpha, \beta)$ 。基于贝叶斯理论分析框架，首先给出描述主机厂获取数据所转化故障时间数据模型未知参数的先验分布如下：

$$\alpha \sim \text{Uniform}(0, 5000), \beta \sim \text{Uniform}(0, 10) \quad (2-35)$$

由于可使用先验信息较少，本节采用无信息先验分布作为模型未知参数先验分布，无信息先验分布表现形式一般为均匀分布。通过 MCMC 方法所生成后验样本被用于实现模型参数估计以及数控系统可靠性分析。

模型参数后验分布如式(2-32)所示，图 2-6 给出了参数后验分布的概率密度函数图。

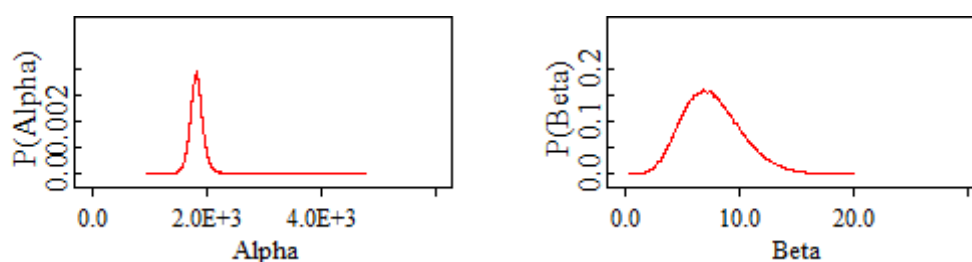


图 2-6 模型参数后验分布概率密度函数

图 2-7 给出了模型参数迭代轨迹图，从图中无法观测到显著的不规律变化，因此可以判断出各模型参数计算为收敛。

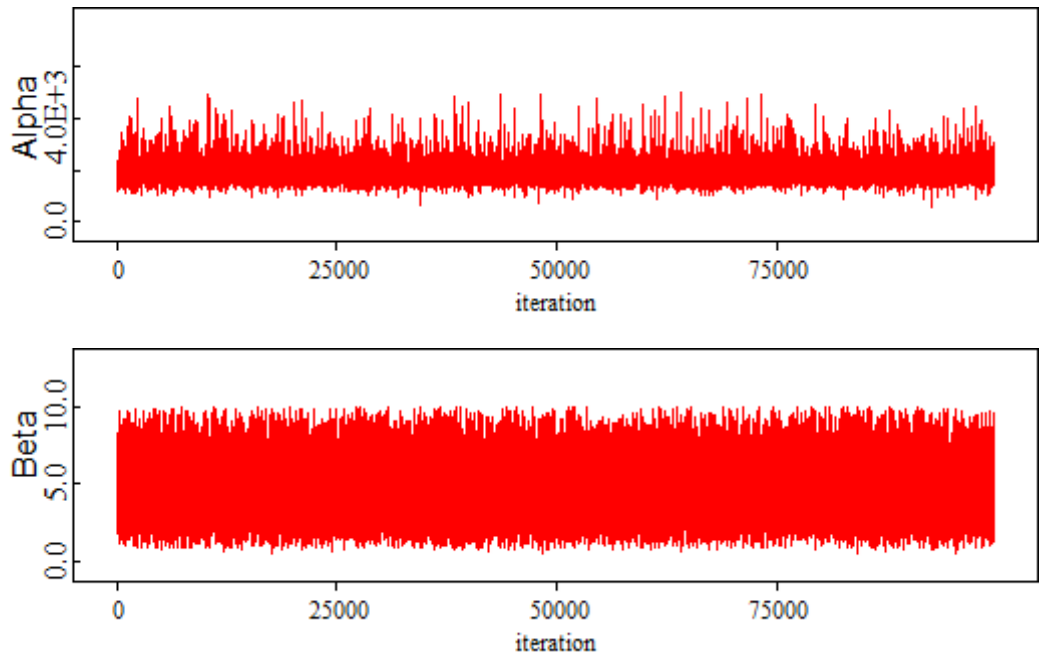


图 2-7 模型参数仿真迭代轨迹图

表 2-4 常温下故障时间数据

温度(°C)	20								
故障时间(h)	989	1277	1326	1434	1508	1537	1959	2077	2243

来自用户数控系统故障时间数据如表 2-4 所示，其服从威布尔分布。根据 2.4.3 节所描述分析流程，将基于主机厂加速寿命试验获故障时间数据模型后验分布转化为基于用户故障时间数据分析模型参数先验分布。通过 OpenBUGS 软件并应用 MCMC 方法，可得融合多源故障时间数据模型参数后验分布概率密度函数，如图 2-8 所示。

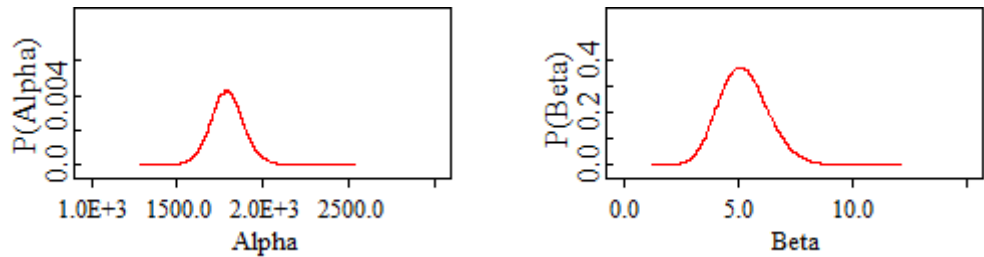


图 2-8 融合多源故障时间数据模型参数后验分布概率密度函数

通过图 2-9 所示模型参数仿真迭代轨迹图，可以观察到迭代轨迹较为规律，因此可以判断该算法中模型各参数是收敛的。

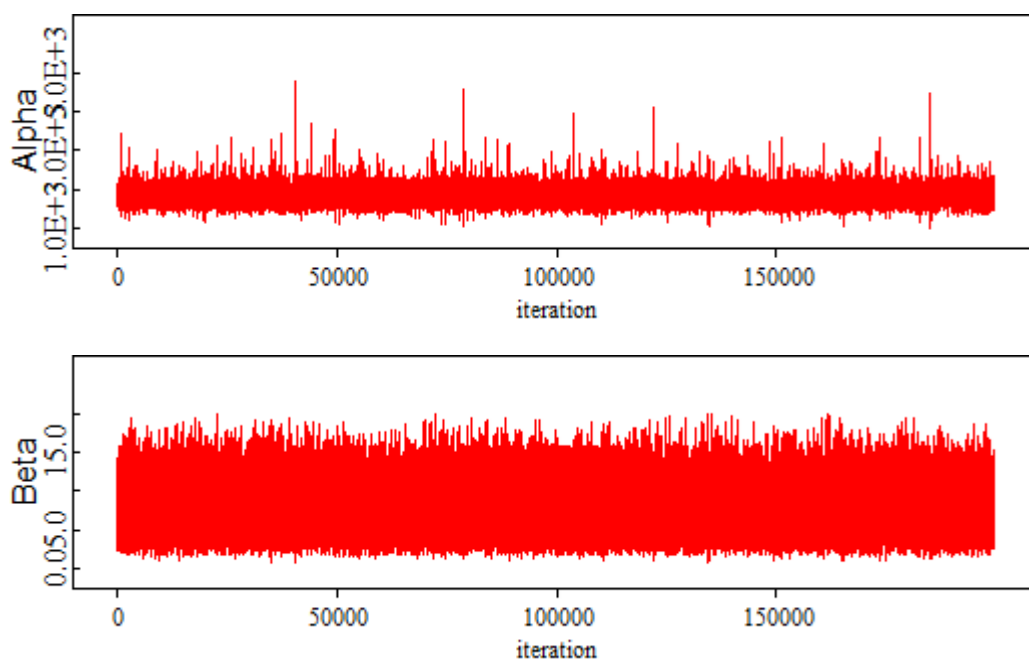


图 2-9 模型参数仿真迭代轨迹图

根据式(2-33)以及图 2-8，可以通过软件 OpenBUGS 获取该模型未知参数估计结果，如表 2-5 所示。

表 2-5 模型参数估计结果

模型参数		统计特征值		后验置信区间	
		均值	方差	2.5%	97.5%
固定参数	α	1791	99.55	1600	1995
固定参数	β	5.274	1.072	3.342	7.534

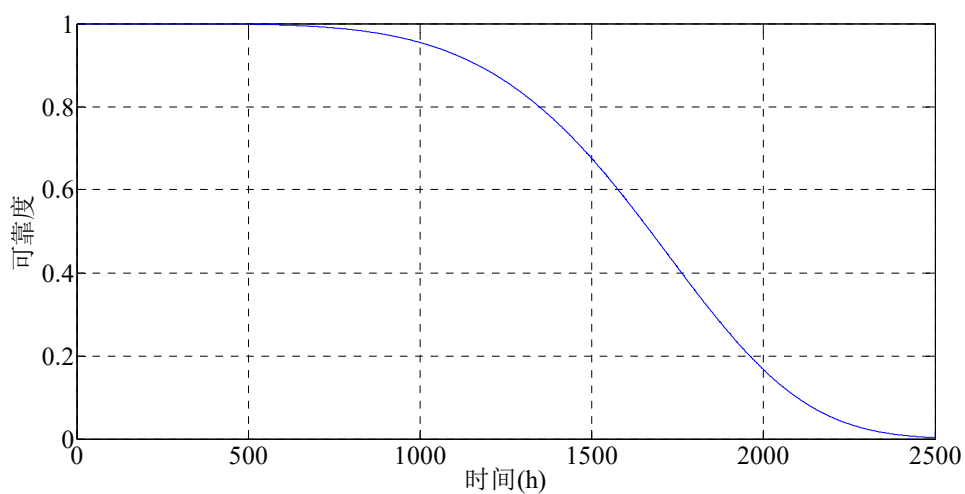


图 2-10 融合多源故障时间数据数控系统可靠性评估结果

在获取模型参数估计结果后，可据此对融合多源故障时间数据数控系统进行可靠性评估，其结果如图 2-10 所示。

2.6 本章小结

本章针对数控系统故障时间数据多源的特性，以及加速寿命试验无法完全模拟复杂工况应力的问题，研究了数控系统基于多源故障时间数据可靠性建模与评估方法。首先系统地研究了描述故障时间数据的统计学模型和常见加速模型，在此基础上，通过引入校准系数对加速模型进行修正，实现对复杂工况应力的表征。然后，研究了基于贝叶斯理论的模型参数估计与可靠性评估方法。以此为数控系统基于多源故障时间数据可靠性评估工作提供技术支撑。最后根据对某型数控系统开展可靠性建模与评估的实例，说明对产品开展基于多源故障时间数据可靠性建模与评估的流程。

第三章 基于退化数据的数控机床关键子系统可靠性评估

3.1 引言

中国的制造业自改革开放以来得到了飞速发展，作为制造业的“工业母机”，国产数控机床技术水平，包括性能和精度等也都有了显著提升^[156]。国产主轴系统作为数控机床的关键子系统之一，其技术水平经过这些年的发展也得到较大提高，这使得主轴系统具有了长寿命高可靠性的特性^[11]。主轴系统这个特性使得其难以在可接受的时间内获取足够多的故障时间数据以进行高置信度可靠性评估，这对传统的基于故障时间数据的可靠性评估方法提出了挑战。数控机床主轴系统故障通常可归咎于表征部件工作能力的性能特征随使用时间增长或工作环境、工况应力等协变量影响而产生的退化，因此基于性能数据的退化分析方法被引入数控机床主轴系统的可靠性评估工作中。在实际应用中，由于系统工作环境的不确定性，测量中的随机误差以及群体中各部件的个体差异性，随机动态是退化过程中最常见的特征。随机过程模型具有捕获退化过程中随机动态的巨大潜力，因此随机过程模型常被用于随时间演变的退化过程。Wiener 过程模型与 Gamma 过程模型是应用最为广泛的两种随机过程模型，而逆高斯过程则是比较新颖表征退化过程的随机过程模型。

同型号同批次的数控机床主轴系统尽管在设计上存在共性，但由于加工、装配等不确定性因素的影响，以及在不同环境下的工况载荷存在差异性，同型号同批次的主轴系统的可靠性表现出显著的个体差异性。这表现在同型号同批次不同主轴系统有各自的退化速率，且退化轨迹也各不相同。为了获取更为精确的可靠性评估结果，应在传统的基于性能数据的退化分析方法中将主轴系统的个体差异性进行表征。目前常用的方法是将随机效应模型(Random Effect)引入随机过程模型中，使随机过程中的一个参数服从某一概率分布以在退化分析中针对个体差异性进行建模。许多专家学者对此进行了研究，Lawless 和 Crowder^[157]构建了一个包含随机效应模型的 Gamma 过程模型，他们认为产品的个体差异性影响 Gamma 过程模型的尺度参数，而非形状参数。Wang^[158]将随机效应模型引入传统的 Wiener 过程中，以桥梁性能退化为例说明所提出的模型，并使用 EM 算法来获取最大似然估计中未知参数的估计值。Wang 和 Xu^[116]首次将逆高斯过程引入退化分析中，同时为了描述产品的个体差异性，将随机效应模型集成于逆高斯过程模型，让其中一个参数在总体中为随机的，并使用提出的模型分析了砷化镓激光器退化数据集。基于他们的研究，这三种考虑个体差异性的随机过程模型在退化分析中的应用已逐渐展开

[159-162], 但少有研究者在数控机床主轴系统退化分析时对个体差异性进行讨论。同时, 研究者在进行退化分析时, 一般是直接指定某个模型来表征产品的退化过程, 很少考虑使用模型选择方法选取最为适合的模型。这种方式可能会导致退化模型的误判, 影响最后产品可靠性评估结果的精确度。

本章在现有研究的基础上, 针对数控机床主轴系统的特性和实际需求, 分别使用三类考虑个体差异性的随机过程模型表征其性能退化过程, 并使用 DIC 准则进行模型比较选择, 以判断出最为合适的模型。然后在贝叶斯理论的基础上通过 MCMC 方法进行模型的参数估计, 以此为考虑个体差异性的数控机床主轴系统的可靠性评估工作提供技术支撑。

3.2 基于随机过程的退化过程模型

3.2.1 Wiener 过程模型

在物理学中, Wiener 过程旨在模型细小颗粒在流体和空气中的微小波动。在可靠性背景下, 产品的退化表现在性能指标随着时间的推移而逐渐增加或减少, 其在小的时间间隔内小幅增加或减少表现出类似流体和空气中细小颗粒随机波动的特质。因此, Wiener 过程被广泛应用于各类产品的可靠性分析中。

假定 $\{Y(t), t > 0\}$ 是选定性能指标的退化过程, 当其服从 Wiener 过程时, 可以表述为:

$$Y(t) = \mu\tau(t) + \sigma B(\tau(t)) \quad (3-1)$$

式中, μ 是反映退化速率的漂移参数, σ 为扩散参数, $B(\cdot)$ 是表示退化过程随机动态的标准布朗运动过程。单调递增函数 $\tau(t)$ 可在一个时间尺度内表示退化路径的非线性, 当 $\tau(t)=0$ 时这个模型为线性 Wiener 过程模型。

使用 Wiener 过程表征退化过程 $\{Y(t), t > 0\}$, 具有以下性质:

- (1) $Y(0) = 0$ 。
- (2) $Y(t)$ 拥有有独立增量 $\Delta Y(t) = Y(t + \Delta t) - Y(t)$ 。
- (3) 独立增量 $\Delta Y(t)$ 服从正态分布 $\Delta Y(t) \sim N(\mu\Delta\tau(t), \sigma^2\Delta\tau(t))$, 其中, $\Delta\tau(t) = \tau(t + \Delta t) - \tau(t)$ 。

当 $Y(0)=0$ 时, 退化增量 $\Delta Y(t)$ 的概率密度函数可以表示为:

$$f(\Delta Y(t) | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi\Delta\tau(t)}} \exp\left(-\frac{(\Delta Y(t) - \mu\Delta\tau(t))^2}{2\sigma^2\Delta\tau(t)}\right) \quad (3-2)$$

其期望、方差以及变异系数分别为:

$$E[\Delta Y(t)] = \mu t \quad (3-3)$$

$$Var[\Delta Y(t)] = \sigma^2 t \quad (3-4)$$

$$COV[\Delta Y(t)] = \frac{\sqrt{Var[\Delta Y(t)]}}{E[\Delta Y(t)]} = \frac{\sigma}{\mu\sqrt{t}} \quad (3-5)$$

图 3-1 展示了不同参数下正态分布概率密度函数的变化曲线。正态分布的良好性质使其应用十分广泛。由于退化增量 $\Delta Y(t) \sim N(\mu\Delta\tau(t), \sigma^2\Delta\tau(t))$ ，所以 $\Delta Y(t)$ 可以为非正，这意味着 Wiener 过程可以描述非单调的退化过程。同时应该注意，当 μ 足够大，且 σ 足够小时，Wiener 过程可近似视为单调的随机过程。

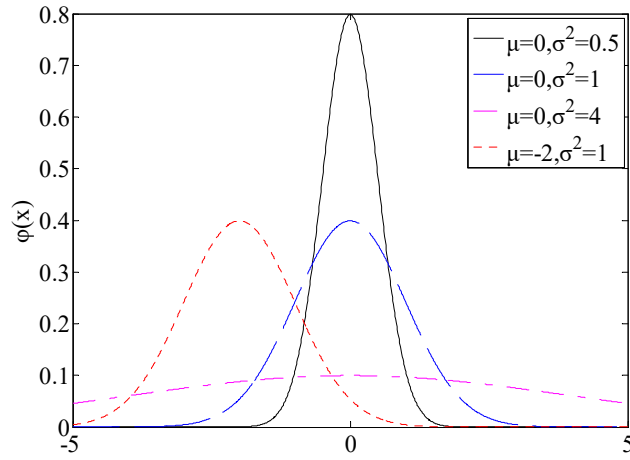


图 3-1 正态分布概率密度函数

指定 C 为退化过程的失效阈值，基于退化过程 $Y(t)$ 的首达时间 T (T 也可以表述为产品的故障时间)可表示为：

$$T = \inf \{t : Y(t) \geq C\} \quad (3-6)$$

根据 Wiener 过程的基本性质以及首达时间 T 的定义，其服从逆高斯分布： $\tau(t) \sim IG(C/\mu, C^2/\sigma^2)$ 。当 $\tau(T) = T$ ，退化过程为线性 Wiener 过程，这时首达时间为 $T \sim IG(C/\mu, C^2/\sigma^2)$ ，其对应的概率密度函数与累积函数为：

$$f(t|\mu, \sigma) = \frac{C}{\sqrt{2\pi t} \sigma t} \exp\left(-\frac{(\mu t - C)^2}{2\sigma^2 t}\right) \quad (3-7)$$

$$F(t|\mu, \sigma) = \Phi\left(\frac{\mu t - C}{\sigma\sqrt{t}}\right) + \exp\left(\frac{2\mu C}{\sigma^2}\right) \Phi\left(\frac{-C - \mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right) \quad (3-8)$$

首达时间 T 的期望和方差分别是：

$$E[T] = \frac{C}{\mu} \quad (3-9)$$

$$Var[T] = \frac{C\sigma^2}{\mu^3} \quad (3-10)$$

由式(3-7)可知可靠度函数为:

$$\begin{aligned} R(t|\mu, \sigma) &= 1 - F_{IG}(t|\mu, \sigma) \\ &= \Phi\left(\frac{C - \mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right) + \exp\left(\frac{2\mu C}{\sigma^2}\right) \Phi\left(-\frac{C + \mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right) \end{aligned} \quad (3-11)$$

3.2.2 Gamma 过程模型

Wiener 过程的一个显著特征是其描述的退化路径不一定是单调的, 作为一种常用的替代方法, Gamma 过程常被用于强调单调性的退化分析。Gamma 过程是复合泊松过程的近似过程, 其跳跃大小符合一定的分布。这种解释支持 Gamma 过程作为一种描述产品性能演变过程的随机过程, 因为许多研究者认为退化通常是由一系列外部冲击引起的, 每次冲击都会产生随机且微小的损伤。

Gamma 过程是一个由服从 Gamma 分布的独立非负增量组成的随机过程, 一般被用于退化过程严格单调的产品的退化分析。记随机过程 $\{Y(t), t > 0\}$ 为 Gamma 过程时, 它有以下性质:

(1) $Y(0) = 0$;

(2) $Y(t)$ 为独立增量过程;

(3) 退化增量 $\Delta Y(t) = Y(t + \Delta t) - Y(t)$ 服从 Gamma 分布: $\Delta Y(t) \sim \text{Gamma}(\Delta\eta(t), \lambda)$, 且 $\Delta\eta(t) = \eta(t + \Delta t) - \eta(t)$ 。

式中, $\eta(\cdot)$ 为形状参数, $\eta(\cdot)$ 在样本空间 $[0, \infty)$ 上为右连续非减过程, 而且 $\eta(0) = 0$ 。 λ 为尺度参数, 而且 $\lambda > 0$ 。

当 $Y(0) = 0$ 时, 退化增量 $\Delta Y(t)$ 的概率密度函数可以表示为:

$$f(\Delta Y(t)|\eta(t), \lambda) = \frac{\lambda^{\eta(t)} \Delta Y(t)^{\eta(t)-1} e^{-\lambda \Delta Y(t)}}{\Gamma(\eta(t))} I_{(0, \infty)}(\Delta Y(t)) \quad (3-12)$$

式中, $\Gamma(\eta) = \int_0^\infty x^{\eta-1} e^{-x} dx$ 为 Gamma 函数, 且 $I_{(0, \infty)}(\Delta Y(t))$ 为示性函数:

$$I_{(0, \infty)}(\Delta Y(t)) = \begin{cases} 1 & \Delta Y(t) \in (0, \infty) \\ 0 & \Delta Y(t) \notin (0, \infty) \end{cases} \quad (3-13)$$

根据 Gamma 分布的定义, 可知期望、方差以及变异系数分别为:

$$E[\Delta Y(t)] = \frac{\eta(t)}{\lambda} \quad (3-14)$$

$$Var[\Delta Y(t)] = \frac{\eta(t)}{\lambda^2} \quad (3-15)$$

$$COV[\Delta Y(t)] = \frac{\sqrt{Var[\Delta Y(t)]}}{E[\Delta Y(t)]} = \frac{1}{\sqrt{\eta(t)}} \quad (3-16)$$

图 3-2 展示了 Gamma 分布在不同参数值下的概率密度曲线，从图中可看出 Gamma 分布十分灵活，可用于描绘不同的数据。

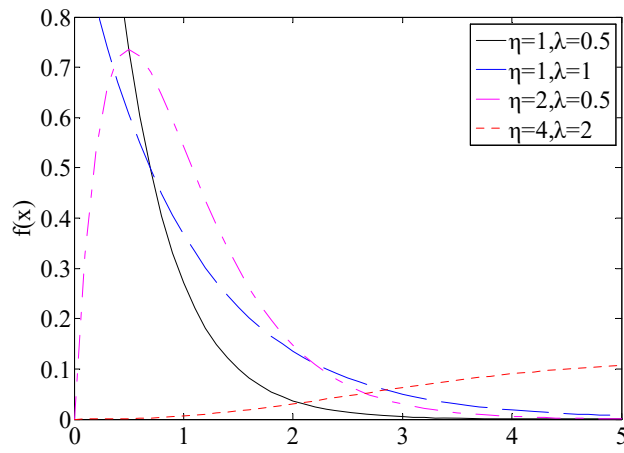


图 3-2 Gamma 分布概率密度函数

当使用 Gamma 过程来表征产品的退化过程时，产品在其性能指标首次到达失效阈值 C 时，被视作失效。该时刻的时间 t 为产品首达时间 T 。因此，其可靠度函数为：

$$\begin{aligned} R(t|\eta(t), \lambda) &= P(T > t) = P\{X(t) < C | \eta(t), \lambda\} \\ &= \int_0^C f(x|\eta(t), \lambda) dx = \int_0^C \frac{\lambda^{\eta(t)} x^{\eta(t)-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(\eta(t))} dx \end{aligned} \quad (3-17)$$

产品的首达时间 T 的累积分布函数可以表达为：

$$F(t|C) = \frac{\Gamma(\eta t, C/\lambda)}{\Gamma(\eta t)} \quad (3-18)$$

式中， $\Gamma(a, b) = \int_b^\infty x^{a-1} e^{-x} dx$ 为不完全 Gamma 函数，由此可知其概率密度函数为：

$$\begin{aligned}
 f(t|C) &= \frac{d}{dt} \frac{\Gamma(\eta t, C/\lambda)}{\Gamma(\eta t)} \\
 &= \frac{\eta}{\Gamma(\eta t)} \int_0^{C/\lambda} \left[\ln(x) - \frac{\Gamma'(\eta t)}{\Gamma(\eta t)} \right] x^{\eta t-1} e^{-x} dx
 \end{aligned} \tag{3-19}$$

由式(3-19)可知该概率密度函数十分复杂，在实际应用中是相当难以处理的。一种常见的应对方式是使用 B-S 分布(Birnbaum-Saunders Distribution)来近似拟合 T 的分布，其累积分布函数与概率密度函数分别为：

$$F_{BS} = \Phi \left[\sqrt{\lambda C} \left(\sqrt{\frac{\eta t}{\lambda C}} - \sqrt{\frac{\lambda C}{\eta t}} \right) \right] \tag{3-20}$$

$$f_{BS}(t|\eta, \lambda) = \frac{\eta \sqrt{\lambda C}}{2\sqrt{2\pi} \lambda C} \left[\left(\frac{\eta t}{\lambda C} \right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{\eta t}{\lambda C} \right)^{-\frac{3}{2}} \right] \exp \left[-2\lambda C \left(\frac{\eta t}{\lambda C} - 2 + \frac{\lambda C}{\eta t} \right) \right] \tag{3-21}$$

3.2.3 逆高斯过程模型

逆高斯过程与 Gamma 过程类似，也可以被视作复合泊松过程的近似过程。逆高斯过程被用于描述退化路径严格单调的退化过程。当随机过程 $\{Y(t), t > 0\}$ 为逆高斯过程时，其有如下性质：

(1) $Y(t)$ 有独立增量 $\Delta Y(t) = Y(t+\Delta t) - Y(t)$ ，换言之， $Y(t_2) - Y(t_1)$ 和 $Y(s_2) - Y(s_1)$ 为相互独立，且有 $\forall t_2 > t_1 > s_2 > s_1$ 。

(2) 退化增量 $\Delta Y(t)$ 服从逆高斯分布： $\Delta Y(t) \sim \text{IG}(\Delta \Lambda(t), \eta \Delta \Lambda(t)^2)$ 。式中， $\Lambda(t)$ 为单调递增函数，且 $\Delta \Lambda(t) = \Lambda(t+\Delta t) - \Lambda(t)$ 。该函数为性能演变过程的近似函数，针对不同形式的退化过程，可选择不同形式的均值函数来进行描述。

退化增量 $\Delta Y(t)$ 的概率密度函数可以表示为：

$$g(\Delta y(t)|\Lambda(t), \eta) = \sqrt{\frac{\eta \Delta \Lambda(t)^2}{2\pi \Delta y(t)^3}} \exp \left(-\frac{\eta (\Delta y(t) - \Delta \Lambda(t))^2}{2\Delta y(t)} \right) \tag{3-22}$$

根据逆高斯分布的定义，可知期望、方差以及变异系数分别为：

$$E[\Delta Y(t)] = \Lambda(t) \tag{3-23}$$

$$\text{Var}[\Delta Y(t)] = \frac{\Lambda(t)}{\eta} \tag{3-24}$$

$$\text{COV}[\Delta Y(t)] = \frac{\sqrt{\text{Var}[\Delta Y(t)]}}{E[\Delta Y(t)]} = \frac{1}{\sqrt{\eta \Lambda(t)}} \tag{3-25}$$

图 3-3 展示了逆高斯分布在不同参数值下的概率密度函数曲线，从图中可以注意到，当 η 越大时该分布越趋近于正态分布。

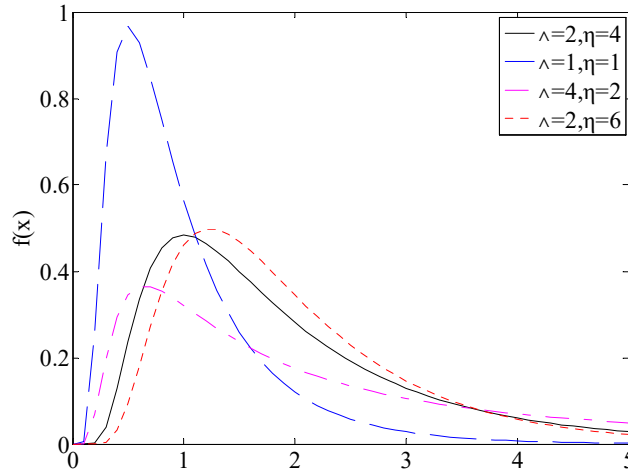


图 3-3 逆高斯分布概率密度函数

当使用逆高斯过程来描述退化产品的性能演变过程，其累积退化量达到预设的失效阈值 C 时，故障发生。定义故障时间 $T = \inf\{t: Y(t) \geq C\}$ ，因为逆高斯过程的退化路径为单调非减，所以可知其故障时间分布：

$$\begin{aligned} F(t|\Lambda(t), \eta) &= P(T < t) = P(Y(t) > C) \\ &= \Phi\left[\sqrt{\frac{\eta}{C}}(\Lambda(t) - C)\right] - \exp(2\eta\Lambda(t))\Phi\left[-\sqrt{\frac{\eta}{C}}(\Lambda(t) + C)\right] \end{aligned} \quad (3-26)$$

式中， $\Phi(\cdot)$ 是标准正态分布的累积分布函数。根据式(3-26)可以推导出 T 的概率密度函数为：

$$\begin{aligned} f(t|\Lambda(t), \eta) &= \sqrt{\frac{\eta}{C}}\Phi\left[\sqrt{\frac{\eta}{C}}(\Lambda(t) - C)\right]\Lambda'(t) \\ &\quad - 2\eta\Lambda'(t)\exp(2\eta\Lambda(t))\Phi\left[-\sqrt{\frac{\eta}{C}}(\Lambda(t) + C)\right] \\ &\quad + \sqrt{\frac{\eta}{C}}\exp(2\eta\Lambda(t))\left[-\sqrt{\frac{\eta}{C}}(\Lambda(t) + C)\right] \end{aligned} \quad (3-27)$$

结合逆高斯过程的性质可得产品的可靠度函数为：

$$\begin{aligned} R(t|\Lambda(t), \eta) &= P(Y(t) - Y(0) < C) \\ &= \Phi\left[\sqrt{\frac{\eta}{C}}(C - \Lambda(t))\right] - \exp(2\eta\Lambda(t))\Phi\left[-\sqrt{\frac{\eta}{C}}(\Lambda(t) + C)\right] \end{aligned} \quad (3-28)$$

3.3 考虑个体差异性的退化过程模型

在大多数退化应用中,不同个体都有自己独特的退化演变过程,呈现出个体差异性,这样的个体差异性是由于加工、装配等不确定性因素的影响,以及不同工作环境工况载荷造成的。一个通用的方法,是将个体特有的随机效应集成到退化过程中以表征个体差异性。使用随机变量来表征在随机过程中与个体差异性有关的参数,使得该参数服从特定的概率分布。

3.3.1 考虑个体差异性的 Wiener 过程模型

Wang^[158]提出的模型是将随机效应引入 Wiener 过程的漂移参数与扩散参数中,使其服从特定的分布。假定 $\{Y(t), t > 0\}$ 为 Wiener 过程模型 $Y(t) = \mu\tau(t) + \sigma B(\tau(t))$, 为了表征个体差异性, 可将随机效应模型按照如下关系引入:

$$\omega = \sigma^{-2} \sim \text{Gamma}(r^{-1}, \delta), \quad \mu | \omega \sim N(1, \theta / \omega) \quad (3-29)$$

式中, ω 的均值为 δ/r , 方差为 δ/r^2 , 因此 σ^2 在 $\delta > 1$ 时的有限期望为 $r/(\delta-1)$, 在 $\delta > 2$ 时的有限方差为 $r^2/((\delta-1)^2(\delta-2))$ 。

由此, $Y(t)$ 的边缘密度函数可以表示为:

$$\begin{aligned} f(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f(y; \mu, \omega) g_1(\mu; \theta, \omega) g_2(\omega; r, \delta) d\omega d\mu \\ &= \frac{\Gamma\left(\delta + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2\pi r} \Gamma(\delta) [\tau^2 \theta + \tau]^{\frac{1}{2}}} \left[1 + \frac{(y - \tau)^2}{2r(\tau^2 \theta + \tau)} \right]^{-\delta - \frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3-30)$$

式中, $\sqrt{\delta/r(\tau^2 \theta + \tau)}(Y(t) - \tau(t))$ 服从自由度为 2δ 的 t 分布(t -Distribution), 因此 $Y(t)$ 在 $\delta > 1$ 时的有限期望为 $\tau(t)$, 有限方差为 $[\tau(t)^2 \theta + \tau(t)]r/(\delta-1)$ 。

一个极端的情况是当随机效应的方差为 0 时, 它变成了一般的 Wiener 过程模型 $Y(t) = \tau(t) + \sigma B(\tau(t))$ 。这种情况可以通过使 $\theta \rightarrow 0$ 、 $r \rightarrow \infty$ 以及 $\delta/r = c$ 来实现。

根据 Wiener 过程的基本性质, 将随机效应引入模型后, 失效阈值为 C 时首达时间 T 服从逆高斯分布 $T \sim \text{IG}(C/\mu, C^2\omega)$ 。如果退化路径是单调的, 则故障时间分布具有明确的形式且由下式给出:

$$\begin{aligned} F(t) &= P(T \leq t) = P(Y(t) > C) \\ &= F_{2\delta} \left[\sqrt{\frac{\delta}{r}} \frac{\tau(t) - C}{\sqrt{\theta \tau(t)^2 + \tau(t)}} \right] \end{aligned} \quad (3-31)$$

式中, $F_{2\delta}$ 是自由度为 2δ 的 t 分布函数。由式(3-31)可知考虑个体差异性的 Wiener

过程可靠度函数为:

$$\begin{aligned}
 R(t) &= P(t \leq T) = P(Y(t) < C) \\
 &= 1 - P(T \leq t) = 1 - P(Y(t) > C) \\
 &= 1 - F_{2\delta} \left[\sqrt{\frac{\delta}{r}} \frac{\tau(t) - C}{\sqrt{\theta\tau(t)^2 + \tau(t)}} \right]
 \end{aligned} \tag{3-32}$$

3.3.2 考虑个体差异性的 Gamma 过程模型

记随机过程 $\{Y(t), t > 0\}$ 为 Gamma 过程, 其增量 $\Delta Y(t)$ 服从 Gamma 分布, $\Delta Y(t) \sim \text{Gamma}(\Delta\eta(t), \lambda)$ 。由于个体差异性影响 Gamma 过程的尺度参数而非形状参数, 可重新定义 Gamma 过程的形状参数 $\Delta\eta(t) = \eta\Delta t$, 且尺度参数 $\lambda = \nu^{-1}$, 使得该模型的退化增量服从新的 Gamma 分布 $\Delta Y(t) \sim \text{Gamma}(\eta\Delta t, \nu^{-1})$ 。随机效应模型通过尺度参数 ν^{-1} 集成进该模型, 使其服从形状参数为 γ^{-1} 且尺度参数为 δ 的 Gamma 分布: $\nu \sim \text{Gamma}(\gamma^{-1}, \delta)^{[157]}$ 。 $Y(t)$ 的边缘密度函数可表示为:

$$\begin{aligned}
 f(Y) &= \int_0^\infty f(Y|\eta\Delta t, \nu^{-1}) f(\nu^{-1}|\gamma^{-1}, \delta) d\nu \\
 &= \frac{B(\eta\Delta t, \delta)^{-1} \gamma^\delta Y^{\eta\Delta t-1}}{(Y + \gamma)^{\eta\Delta t + \delta}}
 \end{aligned} \tag{3-33}$$

式中, $B(\eta\Delta t, \delta) = \Gamma(\eta\Delta t)\Gamma(\delta)/\Gamma(\eta\Delta t + \delta)$ 为贝塔函数 (Beta Function)。 $\delta Y(t)/(\gamma\eta\Delta t)$ 服从累积分布函数为 $F_{2\eta n, 2\delta}$ 的 F 分布 (F-Distribution), $Y(t)/(\gamma + Y(t))$ 服从贝塔分布 $\text{Beta}(\eta\Delta t, \delta)$, 概率密度函数为 $B(\eta\Delta t, \delta)^{-1} x^{\eta\Delta t} (1-x)^{\delta-1}$ 。由此可进一步推导出故障时间分布:

$$\begin{aligned}
 F(t) &= P(T \leq t) = P(Y(t) \geq Y(T)) \\
 &= \frac{B\left(\frac{Y(T)}{Y(T) + \gamma}; \eta t, \delta\right)}{B(\eta t, \delta)} = 1 - F_{2\eta n, 2\delta}\left(\frac{\delta Y(T)}{\gamma \eta t}\right)
 \end{aligned} \tag{3-34}$$

当使用该考虑个体差异性的 Gamma 过程描述随机过程时, 假定退化过程的失效阈值为 C , 根据上述可推导出产品的可靠度函数如下:

$$\begin{aligned}
 R(t) &= P(t < T) = P(Y(t) < C) \\
 &= 1 - P(T \leq t) = 1 - P(Y(t) \geq C) \\
 &= 1 - \frac{B\left(\frac{C}{C + \gamma}; \eta t, \delta\right)}{B(\eta t, \delta)} = F_{2\eta n, 2\delta}\left(\frac{\delta C}{\gamma \eta t}\right)
 \end{aligned} \tag{3-35}$$

3.3.3 考虑个体差异性的逆高斯过程模型

记随机过程 $\{Y(t), t > 0\}$ 为逆高斯过程，其增量 $\Delta Y(t)$ 服从逆高斯分布： $\Delta Y(t) \sim \text{IG}(\Delta\Lambda(t), \eta\Delta\Lambda(t)^2)$ ，其中 $\Delta\Lambda(t) = \Lambda\Delta(t)$ 。为了在逆高斯过程中描述产品的个体差异性，同样需要将随机效应模型引入逆高斯过程模型^[116]。重新定义参数 η ，使其服从一个形状参数为 γ^{-1} 、尺度参数为 δ 的 Gamma 分布： $\eta \sim \text{Gamma}(\gamma^{-1}, \delta)$ ，该分布的均值为 δ/γ ，方差为 δ/γ^2 。因此， $Y(t)$ 的边缘密度函数为：

$$\begin{aligned} f(Y) &= \int_0^\infty f(Y|\eta)g(\eta)d\eta \\ &= \frac{\Gamma\left(\delta + \frac{1}{2}\right)\gamma^\delta}{\Gamma(\delta)\sqrt{2\pi}} \Lambda\Delta t Y^{-\frac{3}{2}} \left[\gamma + \frac{(Y - \Lambda\Delta t)^2}{2Y} \right]^{-\delta - \frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3-36)$$

当使用这个随机过程模型来描述一个退化产品的性能演变过程，该产品的可靠度函数可以表示为：

$$R(t|\Lambda, \gamma, \delta) = \int_{\eta>0} R(t|\Lambda, \eta)g(\eta|\gamma, \delta)d\eta \quad (3-37)$$

3.4 基于贝叶斯理论的退化模型参数估计方法

在上文介绍了描述性能退化过程的模型基础上，当获取了数控机床主轴系统性能退化数据后要对其进行可靠性评估，需解决模型的参数估计以及可靠性指标的求解这两个问题。本节着重研究基于贝叶斯理论退化模型参数估计以及产品的可靠性评估。首先研究基于贝叶斯理论的退化模型参数估计及可靠性评估基本框架，然后构建退化数据分析的数学表达，以实现机床主轴系统可靠性评估。

3.4.1 基于贝叶斯理论的退化模型参数估计基本框架

本节针对数控机床主轴系统退化数据分析的特点，结合上文所介绍的描述退化过程的模型，构建如图 3-4 所示的基于贝叶斯理论的退化模型参数估计与可靠性评估基本框架。该框架以贝叶斯理论为核心，涵盖了退化模型的建立，似然函数的构建、后验分布的获取、收敛性的判断以及模型选择。

基于该框架的分析主线可以描述为：采用各类随机过程模型以表征退化过程，并根据不同的随机过程模型构建似然函数。随后量化获取先验分布并采用贝叶斯方法与 MCMC 方法将先验分布与似然函数结合表达为后验分布，并通过判断轨迹图或自相关函数图的方法确定该算法的收敛性。最后通过对后验分布的数值积分方法分析，完成数控机床的退化过程分析以及可靠性评估。

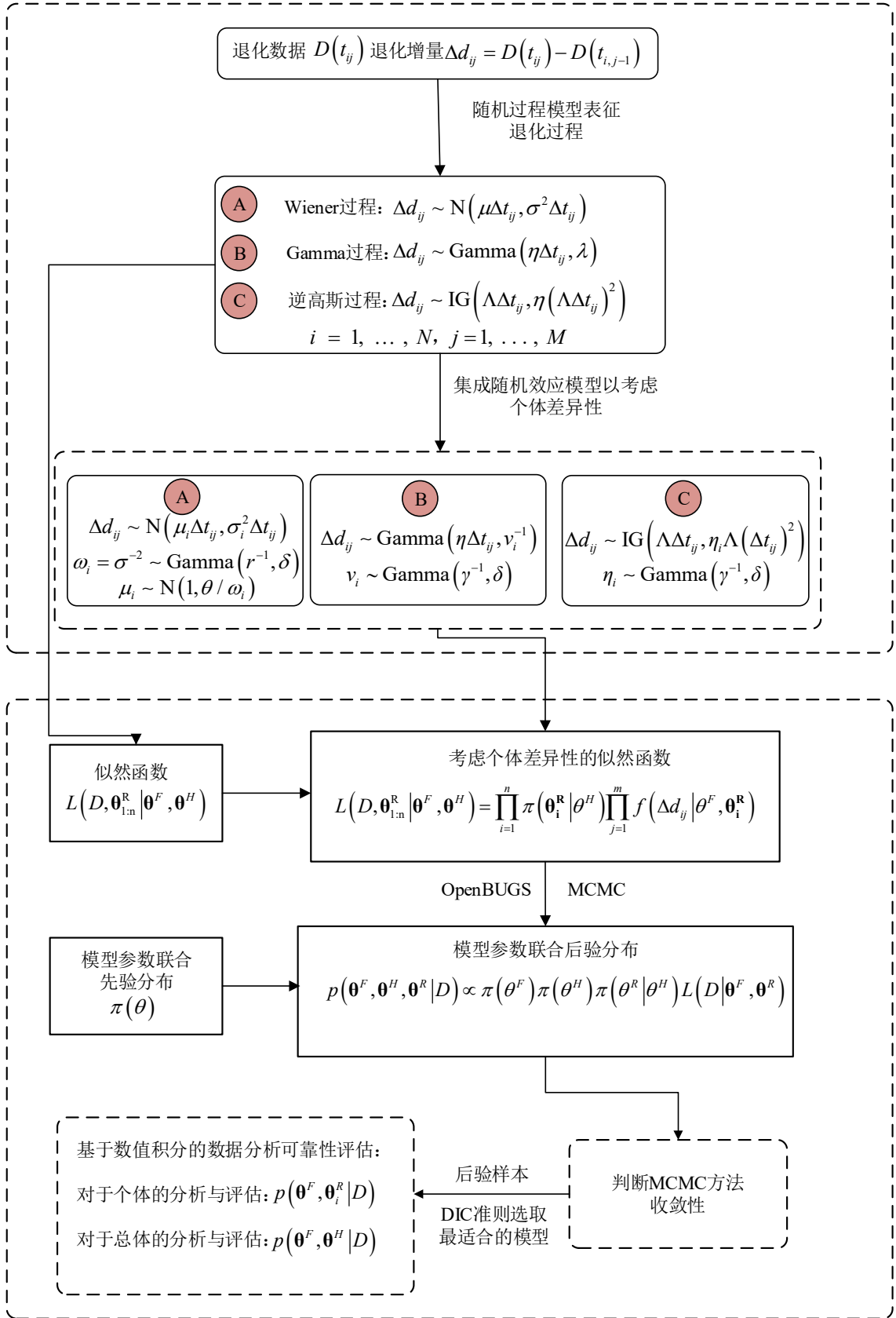


图 3-4 基于贝叶斯理论的退化模型参数估计与可靠性评估基本框架

对于退化模型的建立,随机过程模型是描述产品退化过程的良好工具,同时为了考虑产品个体差异性,随机效应模型被集成进入随机过程模型。其关键在于选择适当的随机过程模型以准确描述不同的产品,如果使用不恰当的随机过程模型可能造成分析结果的误差,导致无法获取精确的可靠性评估结果。

对于似然函数的构建,首先根据模型参数的不同性质将其分为三类:基本未集成随机效应模型的固定参数 θ^F ,集成了随机效应模型的随机参数 θ^R 以及随机参数 θ^R 对应概率分布中的超参数 θ^H 。随后通过似然函数将性能退化数据中包含信息表述为模型参数的函数形式。

对于后验分布的获取,关键在于对先验信息的量化与获取,通常量化的是主观信息以及历史经验信息,以此获得有信息先验分布。或者在先验信息匮乏的情况下采用无信息先验分布,以减小误差。同时基于贝叶斯方法以及 MCMC 方法集成先验分布与似然函数,以便获取参数的后验分布。

收敛性判断是 MCMC 方法应用过程中的一个重要环节。基于不收敛的 MCMC 结果做出的分析是不准确的,甚至可能产生错误的结果。通常使用轨迹图或者自相关函数图进行收敛性的判断。轨迹图展示参数对应迭代次数所获得的仿真值,如果从轨迹图没有观察到数据的抽样迭代过程中出现显著不规律情况,则可认为计算收敛。自相关函数是用来衡量仿真数据集之间相关性的,若使用自相关函数图进行收敛性判断,当自相关函数的值随着迭代次数的增加趋近于 0,则可以认为该算法是收敛的。

在判断了收敛性以后,需根据所分析的退化数据选择最为合适的随机过程模型。常用模型选择方法有 AIC(Akaike Information Criterion)准则、BIC(Bayesian Information Criterion)准则以及 DIC(Deviance Information Criterion)准则。本文使用 DIC 准则对模型进行选择,DIC 准则可以有效地衡量模型拟合优良性,较小的 DIC 值意味着该模型更为精确。

3.4.2 退化数据分析的数学表达

假设有 N 个样本的退化观测值被测定,样本的序号为 $i, i = 1, \dots, N$,所有样本的退化过程在 M 离散时间内被观测,序号为 $j, j = 1, \dots, M$ 。 $D(t_{ij})$ 是第 i 个样本在时刻 t_{ij} 时的第 j 次观测。定义 $\Delta d_{ij} = D(t_{ij}) - D(t_{i,j-1})$ 为第 i 个样本的退化增量,为了计算方便,通常设定 $D(t_{i0}) = 0$ 。根据图 3-4 所示的退化模型参数估计的基本框架,可得到基于表征主轴系统退化数据的各退化模型可靠性评估的具体表达。

(1) 基于 Wiener 过程模型主轴系统的可靠性评估

当使用 Wiener 过程来表征退化过程时,其退化增量 Δd_{ij} 服从正态分布: $\Delta d_{ij} \sim N(\mu \Delta t_{ij}, \sigma^2 \Delta t_{ij})$ 且 $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i,j-1}$ 。退化过程的似然函数可表示为:

$$\begin{aligned}
 L(D|\mu, \sigma) &= \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M f(\Delta d_{ij}|\mu, \sigma) \\
 &= \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi\Delta t_{ij}}} \exp\left(-\frac{(\Delta d_{ij} - \mu\Delta t_{ij})^2}{2\sigma^2\Delta t_{ij}}\right)
 \end{aligned} \tag{3-38}$$

式中, $f(\bullet)$ 为式(3-2)所示正态分布的概率密度函数。假定模型联合先验分布为 $\pi(\theta) = \pi(\mu, \sigma)$, 根据贝叶斯理论, 模型待估计参数的联合后验分布可表示为:

$$\begin{aligned}
 p(\mu, \sigma|D) &\propto \pi(\theta)L(D|\mu, \sigma) \\
 &= \pi(\mu, \sigma) \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi\Delta t_{ij}}} \exp\left(-\frac{(\Delta d_{ij} - \mu\Delta t_{ij})^2}{2\sigma^2\Delta t_{ij}}\right)
 \end{aligned} \tag{3-39}$$

根据式(3-11)与(3-39), 可知基于 Wiener 过程主轴系统的可靠度函数:

$$R(n|D) = \int_{\mu, \sigma > 0} p(\mu, \sigma|D) R(t|\mu, \sigma) d\mu d\sigma \tag{3-40}$$

同时, 根据式(3-39)可得主轴系统个体在未来观测时间点 t_{i, m_i+1} 性能退化预测为:

$$f(D(t_{i, m_i+1})|D) = \int_{\mu, \sigma > 0} p(\mu, \sigma|D) f(\Delta d_{ij}|\mu, \sigma) d\mu d\sigma \tag{3-41}$$

(2) 基于 Gamma 过程模型主轴系统的可靠性评估

当使用 Gamma 过程来表征退化过程时, 根据 Gamma 过程的定义, 其退化增量 Δd_{ij} 服从 Gamma 分布: $\Delta d_{ij} \sim \text{Gamma}(\eta\Delta t_{ij}, \lambda)$, 因此退化过程的似然函数为:

$$\begin{aligned}
 L(D|\eta, \lambda) &= \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M f(\Delta d_{ij}|\eta, \lambda) \\
 &= \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M \frac{\lambda^{\eta\Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta\Delta t_{ij})} \Delta d_{ij}^{\eta\Delta t_{ij}-1} \exp(-\lambda\Delta d_{ij})
 \end{aligned} \tag{3-42}$$

其中, $f(\bullet)$ 为式(3-12)所示 Gamma 分布的概率密度函数。假设模型的联合先验分布为 $\pi(\theta) = \pi(\eta, \lambda)$, 在贝叶斯框架下可得模型参数的联合后验分布为:

$$\begin{aligned}
 p(\eta, \lambda|D) &\propto \pi(\theta)L(D|\eta, \lambda) \\
 &= \pi(\eta, \lambda) \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M \frac{\lambda^{\eta\Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta\Delta t_{ij})} \Delta d_{ij}^{\eta\Delta t_{ij}-1} \exp(-\lambda\Delta d_{ij})
 \end{aligned} \tag{3-43}$$

根据式(3-17)与式(3-43), 可知其可靠度函数表达式为:

$$R(n|D) = \int_{\eta, \lambda > 0} p(\eta, \lambda|D) R(t|\eta, \lambda) d\eta d\lambda \tag{3-44}$$

基于 Gamma 过程的主轴系统个体在未来观测时间点 t_{i,m_i+1} 的性能退化预测为:

$$f\left(D(t_{i,m_i+1})|D\right)=\int_{\eta,\lambda>0} p(\eta,\lambda|D)g(\Delta d_{ij}|\eta,\lambda)d\eta d\lambda \quad (3-45)$$

(3) 基于逆高斯过程模型主轴系统的可靠性评估

当使用逆高斯过程来表征退化过程时, 有退化增量 Δd_{ij} 服从逆高斯分布:

$\Delta d_{ij} \sim \text{IG}\left(\Lambda\Delta t_{ij}, \eta(\Lambda\Delta t_{ij})^2\right)$ 。则 D 的似然函数可表示为:

$$\begin{aligned} L(D|\Lambda,\eta) &= \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M f(\Delta d_{ij}|\Lambda,\eta) \\ &= \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M \sqrt{\frac{\eta(\Lambda\Delta t_{ij})^2}{2\pi(\Delta d_{ij})^3}} \exp\left(-\frac{\eta(\Delta d_{ij} - \Lambda\Delta t_{ij})^2}{2\Delta d_{ij}}\right) \end{aligned} \quad (3-46)$$

式中, $f(\cdot)$ 为式(3-22)所示的逆高斯分布的概率密度函数。假设 $\pi(\theta) = \pi(\Lambda, \eta)$ 为模型的联合先验分布, 根据式(3-46)与所提出的贝叶斯框架, 可知模型参数的联合后验分布为:

$$\begin{aligned} p(\Lambda, \eta|D) &\propto \pi(\theta)L(D|\Lambda, \eta) \\ &= \pi(\Lambda, \eta) \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M \sqrt{\frac{\eta(\Lambda\Delta t_{ij})^2}{2\pi(\Delta d_{ij})^3}} \exp\left(-\frac{\eta(\Delta d_{ij} - \Lambda\Delta t_{ij})^2}{2\Delta d_{ij}}\right) \end{aligned} \quad (3-47)$$

根据式(3-26)与式(3-47), 可知逆高斯过程下, 产品的可靠度函数为:

$$R(n|D) = \int_{\Lambda, \eta>0} p(\Lambda, \eta|D)R(t|\Lambda, \eta)d\Lambda d\eta \quad (3-48)$$

基于逆高斯过程的主轴系统个体在未来观测时间点 t_{i,m_i+1} 的性能退化预测为:

$$f\left(D(t_{i,m_i+1})|D\right)=\int_{\Lambda,\eta>0} p(\Lambda,\eta|D)g(\Delta d_{ij}|\Lambda,\eta)d\Lambda d\eta \quad (3-49)$$

(4) 基于考虑个体差异性的 Wiener 过程模型主轴系统的可靠性评估

将随机效应考虑进 Wiener 过程以表征产品个体差异性时, 退化增量 Δd_{ij} 服从正态分布 $\Delta d_{ij} \sim N(\mu_i\Delta t_{ij}, \sigma_i^2\Delta t_{ij})$, 其中 $\omega_i = \sigma^{-2} \sim \text{Gamma}(r^{-1}, \delta)$, $\mu_i \sim N(1, \theta/\omega_i)$ 。因此, 其似然函数为:

$$\begin{aligned}
 L(D, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\omega} | r, \delta, \theta) &= \prod_{i=1}^N g_1(\mu_i | \theta, \omega_i) g_2(\omega_i | r, \delta) \prod_{j=2}^M f(\Delta d_{ij} | \mu_i, \omega_i) \\
 &= \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M \frac{\Gamma\left(\delta + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2\pi r} \Gamma(\delta) \left[(\Delta t_{ij})^2 \theta + \Delta t_{ij} \right]^{\frac{1}{2}}} \left[1 + \frac{(\Delta d_{ij} - \Delta t_{ij})^2}{2r \left[(\Delta t_{ij})^2 \theta + \Delta t_{ij} \right]} \right]^{-\delta - \frac{1}{2}} \quad (3-50)
 \end{aligned}$$

式中, $g(\bullet)$ 为式(3-12)所示 Gamma 分布的概率密度函数, $f(\bullet)$ 为式(3-30)所示函数。
 $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ 以及 $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \dots, \omega_n)$ 包含所有个体的随机参数。根据式(3-50)有:

$$\begin{aligned}
 p(r, \delta, \theta, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\omega}) &\propto \pi(r, \delta, \theta) L(D, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\omega} | r, \delta, \theta) \\
 &= \pi(r, \delta, \theta) \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M \frac{\Gamma\left(\delta + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2\pi r} \Gamma(\delta) \left[(\Delta t_{ij})^2 \theta + \Delta t_{ij} \right]^{\frac{1}{2}}} \left[1 + \frac{(\Delta d_{ij} - \Delta t_{ij})^2}{2r \left[(\Delta t_{ij})^2 \theta + \Delta t_{ij} \right]} \right]^{-\delta - \frac{1}{2}} \quad (3-51)
 \end{aligned}$$

式中, $\pi(r, \delta, \theta)$ 为模型未知参数的联合先验分布, $p(r, \delta, \theta, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\omega})$ 为模型未知参数的联合后验分布。根据式(3-32)与式(3-51), 可知使用考虑个体差异的 Wiener 过程表征产品的退化过程时, 产品的可靠度为:

$$R(n|D) = \int_{r, \delta, \theta > 0} p(r, \delta, \theta | D) R(t | r, \delta, \theta) dr d\delta d\theta \quad (3-52)$$

针对主轴系统个体在未来观测时间点 t_{i, m_i+1} 的性能退化预测为:

$$\begin{aligned}
 &f\left(D(t_{i, m_i+1}) | D\right) \\
 &= \int_{r, \delta, \theta > 0} p(r, \delta, \theta | D) g_1(\mu_i | \theta, \omega_i) g_2(\omega_i | r, \delta) f(\Delta d_{ij} | \mu_i, \omega_i) dr d\delta d\theta \quad (3-53)
 \end{aligned}$$

(5) 基于考虑个体差异性的 Gamma 过程模型主轴系统的可靠性评估

当使用 Gamma 过程描述主轴系统退化过程, 为了考虑个体差异性, 其退化增量 Δd_{ij} 服从 Gamma 分布 $\Delta d_{ij} \sim \text{Gamma}(\eta \Delta t_{ij}, v_i^{-1})$, 其中 $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i, j-1}$ 。Gamma 过程的尺度参数 v_i 服从另一个 Gamma 过程 $v_i \sim \text{Gamma}(\gamma^{-1}, \delta)$ 。因此可知其似然函数为:

$$\begin{aligned}
 L(D, \mathbf{v} | \eta, \delta, \gamma) &= \prod_{i=1}^N g(v_i | \delta, \gamma^{-1}) \prod_{j=2}^M g(\Delta d_{ij} | \eta \Delta t_{ij}, v_i^{-1}) \\
 &= \prod_{i=1}^N \frac{v_i^{\delta-1} \gamma^\delta}{\Gamma(\delta)} \exp(-\gamma v_i) \prod_{j=2}^M \frac{(\Delta d_{ij})^{\eta \Delta t_{ij} - 1} v_i^{\eta \Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \exp(-v_i \Delta d_{ij}) \quad (3-54)
 \end{aligned}$$

式中, $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_n)$ 包含每个个体的尺度参数。假设主轴系统退化过程的先验信息量化为联合先验分布 $\pi(\theta) = \pi(\eta, \delta, \gamma)$, 根据贝叶斯理论, 可知参数的联合后验分

布为:

$$\begin{aligned} p(\eta, \delta, \gamma, \nu | D) &\propto \pi(\theta) L(D, \nu | \theta) \\ &= \pi(\eta, \delta, \gamma) \prod_{i=1}^N \frac{v_i^{\delta-1} \gamma^\delta}{\Gamma(\delta)} \exp(-\gamma v_i) \prod_{j=2}^M \frac{(\Delta d_{ij})^{\eta \Delta t_{ij}-1} v_i^{\eta \Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \exp(-v_i \Delta d_{ij}) \end{aligned} \quad (3-55)$$

根据式(3-35)与式(3-55), 可知基于联合后验分布的产品可靠度函数的表达式为:

$$R(n|D) = \int_{\eta, \gamma, \delta > 0} p(\eta, \delta, \gamma | D) R(t | \eta, \delta, \gamma) d\eta d\delta d\gamma \quad (3-56)$$

在未来观测时间点 t_{i, m_i+1} 主轴系统样本的性能退化预测为:

$$f(D(t_{i, m_i+1}) | D) = \int_{\eta, \gamma, \delta > 0} p(\eta, \delta, \gamma | D) g(v_i | \delta, \gamma^{-1}) g(\Delta d_{ij} | \eta \Delta t_{ij}, v_i^{-1}) d\eta d\delta d\gamma \quad (3-57)$$

(6) 基于考虑个体差异性的逆高斯过程模型主轴系统的可靠性评估

当使用逆高斯过程描述主轴系统退化过程的同时考虑其个体差异性, 退化增量 Δd_{ij} 服从逆高斯分布 $\Delta d_{ij} \sim \text{IG}(\Lambda \Delta t_{ij}, \eta_i \Lambda (\Delta t_{ij})^2)$, 其中 $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i, j-1}$ 且 $\eta_i \sim \text{Gamma}(\gamma^{-1}, \delta)$ 。其似然函数为:

$$\begin{aligned} L(D, \boldsymbol{\eta} | \Lambda, \gamma, \delta) &= \prod_{i=1}^N g(\eta_i | \gamma^{-1}, \delta) \prod_{j=2}^M f(\Delta d_{ij} | \Lambda \Delta t_{ij}, \eta_i) \\ &= \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M \frac{\Gamma\left(\delta + \frac{1}{2}\right) \gamma^\delta}{\Gamma(\delta) \sqrt{2\pi}} \Lambda \Delta t_{ij} (\Delta d_{ij})^{-\frac{3}{2}} \left[\gamma + \frac{(\Delta d_{ij} - \Lambda \Delta t_{ij})^2}{2\Delta d_{ij}} \right]^{-\delta - \frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3-58)$$

式中, $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \dots, \eta_n)$ 包含每个个体的随机参数, $g(\cdot)$ 为式(3-12)所示 Gamma 分布的概率密度函数, $f(\cdot)$ 为式(3-22)所示的逆高斯分布的概率密度函数。将所获取的先验信息量化为参数的联合先验分布 $\pi(\theta) = \pi(\Lambda, \gamma, \delta)$, 根据贝叶斯理论, 其联合后验分布为:

$$\begin{aligned} p(\Lambda, \delta, \gamma, \boldsymbol{\eta} | D) &\propto \pi(\theta) L(D, \boldsymbol{\eta} | \theta) \\ &= \pi(\Lambda, \gamma, \delta) \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M \frac{\Gamma\left(\delta + \frac{1}{2}\right) \gamma^\delta}{\Gamma(\delta) \sqrt{2\pi}} \Lambda \Delta t_{ij} (\Delta d_{ij})^{-\frac{3}{2}} \left[\gamma + \frac{(\Delta d_{ij} - \Lambda \Delta t_{ij})^2}{2\Delta d_{ij}} \right]^{-\delta - \frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3-59)$$

根据式(3-37)与式(3-59), 可以得到使用考虑个体差异性的逆高斯过程描述产品退化过程时, 其可靠度函数可以表示为:

$$R(n|D) = \int_{\Lambda, \gamma, \delta > 0} p(\Lambda, \delta, \gamma|D) R(t|\Lambda, \delta, \gamma) d\Lambda d\delta d\gamma \quad (3-60)$$

相应的基于考虑个体差异性的逆高斯过程的主轴系统样本在未来观测时间点 t_{i,m_i+1} 的性能退化预测为：

$$f(D(t_{i,m_i+1})|D) = \int_{\Lambda, \gamma, \delta > 0} p(\Lambda, \delta, \gamma|D) g(\eta_i | \gamma^{-1}, \delta) f(\Delta d_{ij} | \Lambda \Delta t_{ij}, \eta_i) d\Lambda d\delta d\gamma \quad (3-61)$$

上文所述的后验分布计算公式十分繁杂，因此本章采用 MCMC 方法对其进行求解。MCMC 方法的目的是通过模拟的方法，建立适当的马尔可夫链来实现未知变量的采样，同时马尔可夫链的平稳分布收敛于变量的后验分布。其中，一种常用的措施是 Gibbs 抽样方法，其包括从给定数据与所有其他参数的条件后验分布进行模拟。它能有效地处理高维问题并已广泛应用于可靠性工程。

3.4.3 模型选择准则

常用的模型选择方法有 AIC 准则、BIC 准则以及 DIC 准则。AIC 准则由 Akaike^[163]于 1973 年提出，它处理了模型的拟合优度与模型简单性之间的权衡问题。BIC 准则是由 Schwarz^[164]根据贝叶斯理论于 1978 年所提出的一种模型选择准则，较小的 BIC 值意味着模型更为合适。通常来说，对于简单模型的选择，DIC 准则^[165]的使用效果近似于 AIC 准则，对于更为复杂的模型，DIC 准则可以认为是 AIC 基于贝叶斯理论的模拟。

(1) BIC 准则

BIC 准则对于模型 m 具有如式(3-62)所示的基本形式：

$$\text{BIC}(m) = D(\bar{\theta}_m, m) + d_m \log(n) \quad (3-62)$$

式中， n 为观测数， $\bar{\theta}_m$ 为模型 m 中所包含的参数 θ_m 的最大似然估计值， $D(\bar{\theta}_m, m)$ 为模型 m 的偏差测量(Deviance Measure)，其表达式如下：

$$D(\theta_m, m) = -2 \log L(y|\theta_m, m) \quad (3-63)$$

式中， $L(y|\theta_m, m)$ 为模型 m 的似然函数。由式(3-62)可知，当使用不同模型的拟合优度相差较小时，模型拥有的参数维度越多则模型被拒绝的可能性越大。由于 BIC 准则近似于对数贝叶斯因子^[166]，因此可将近似后验模型的概率密度表示为：

$$f(m|y) \approx \frac{\exp\left(-\frac{1}{2} \text{BIC}(m)\right)}{\sum_{m' \in M} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{BIC}(m')\right)} \quad (3-64)$$

值得注意的是，当需选择的模型 BIC 值的差值大于 10 时，可认为拥有较小 BIC 值的模型相比另外的模型明显更适用于该组数据集。

(2) AIC 准则

一般来说，AIC 准则与 BIC 准则有不同的动机。BIC 准则近似于对数贝叶斯因子，而 AIC 准则近似于 Kullback-Leibler 距离。Kullback-Leibler 距离一般用于度量真实模型与估计模型之间的距离，因此 AIC 准则可选择出预测能力更为接近真实性能的模式。

AIC 准则可以表示为：

$$\text{AIC}(m) = D(\bar{\theta}_m, m) + 2d_m \quad (3-65)$$

AIC 准则相较于 BIC 准则更适用于模型参数较少的模型之间对比选择。基于 AIC 准则的模型权重可以表示如下：

$$f(m|y) \approx \frac{\exp\left(-\frac{1}{2} \text{AIC}(m)\right)}{\sum_{m' \in M} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{AIC}(m')\right)} \quad (3-66)$$

AIC 准则常被经典统计学者用于模型的对比选择，但当定义 $\bar{\theta}_m$ 为模型 m 中所包含的参数 θ_m 的后验均值时，AIC 准则便被容纳进贝叶斯理论的框架下。与 BIC 准则类似，AIC 值更小的模型适用性更强。

(3) DIC 准则

AIC 准则与 BIC 准则均需要准确的参数数据，然而对于多单元数据的层次模型，待估计参数数量难以明确。DIC 准则解决了参数空间难以明确界定时的模型选择问题。DIC 准则是一个能有效地衡量复杂模型拟合优良性的标准，它可由式(3-67)给出：

$$\text{DIC}(m) = \overline{D(\theta_m, m)} + D(\bar{\theta}_m, m) = D(\bar{\theta}_m, m) + 2p_m \quad (3-67)$$

式中， $D(\theta_m, m) = -2\log L(y|\theta_m, m)$ ， $\overline{D(\theta_m, m)}$ 为其后验均值。 p_m 为模型 m 中有效参数的个数。 $\bar{\theta}_m$ 为模型 m 中所包含参数的后验均值。DIC 准则由于可以通过 MCMC 方法直接计算，且可以应用于层次模型、隐变量模型等待估计参数数量难以明确的复杂模型，因此现在使用广泛。

3.5 算例分析

定位精度是评判数控机床主轴系统性能的重要指标之一，课题组通过对某型数控机床主轴系统定位精度退化过程的离散观测收集到相应的退化数据，并根据

退化数据分别使用上文所介绍的退化模型进行建模。在此基础上使用 DIC 准则选取最为适合该数据集的退化模型，然后根据该模型进行分析以对数控机床主轴系统进行可靠性评估。

3.5.1 性能退化数据

本文所分析的数控机床主轴系统定位精度退化数据如表 3-1 和图 3-5 所示，由于只能在数控机床加工任务间隔时进行测量，所以观测时间是离散的。出于方法说明以及对机床厂的信息保护，本文所用数据是对原始数据经过适当处理，保留了相关统计学特性而剔除相关指标参数细节得到的示例性数据。

表 3-1 数控机床主轴系统定位精度性能退化数据

样本 1		样本 2		样本 3		样本 4		样本 5	
退化量	时间	退化量	时间	退化量	时间	退化量	时间	退化量	时间
8	14	3	4	2	4	21	60	0	4
17	46	4	6	15	36	21	62	15	68
23	88	18	26	16	50	25	96	19	114
23	94	19	32	19	98	25	98	19	116
23	96	22	58	25	136	27	128	20	122
25	120	23	70	29	184	28	136	21	138
25	124	32	148	30	190	30	162	31	228
29	150	32	158	31	208	43	216	32	242
43	192	43	208	35	230	58	288	32	254
52	234	44	214	35	232	60	304	35	270
52	244	45	220	41	256	63	318	44	334
54	258	48	250	44	276	76	356	54	382
55	262	52	266	46	300	93	396	55	402
59	288	59	306	47	302	113	426	55	406
65	308	72	344	47	306	123	440	56	422
72	324	96	408	53	324	126	450	56	424
75	334	108	434	55	334	141	478	57	426
84	364	116	456	72	398	142	480	59	442
98	408	135	492	81	442	155	496	61	458

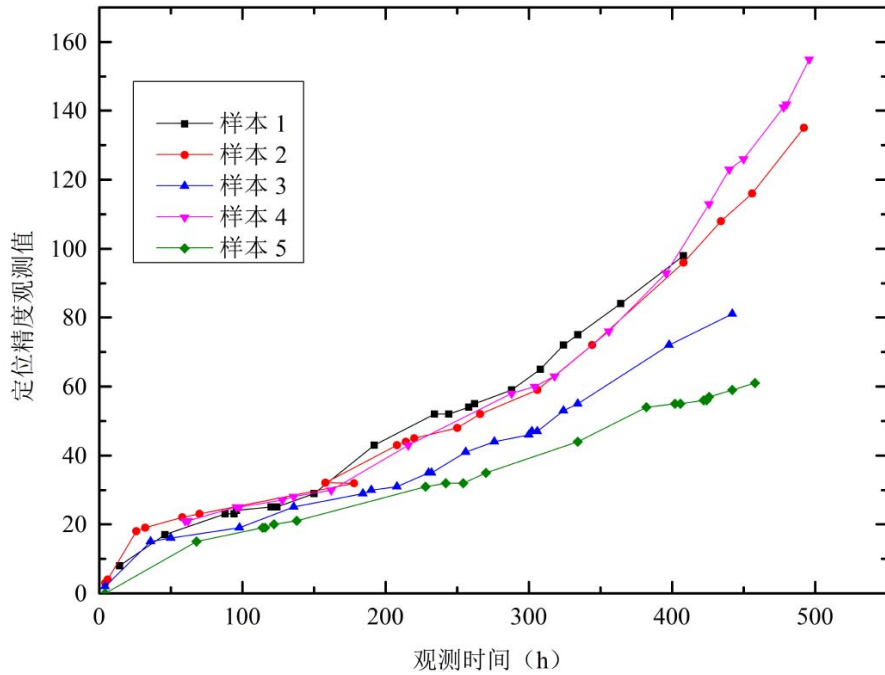


图 3-5 数控机床主轴系统定位精度退化数据

由图表可知，共有 5 台主轴系统样本的定位精度退化观测值被测定，主轴系统的序号为 i , $i = 1, \dots, 5$ 。 $D(t_{ij})$ 是第 i 台样本在第 j 次观测时的观测值，同时定义 $\Delta d_{ij} = D(t_{ij}) - D(t_{i,j-1})$ 为第 i 台样本的退化增量。根据数控机床主轴系统设计使用需求，定位精度退化过程的失效阈值为 $C = 300$ 。

3.5.2 退化过程建模与参数估计

在获得主轴系统定位精度的数据后，可使用各类随机过程模型分别对定位精度的退化过程进行建模。通过 OpenBUGS 软件使用 MCMC 方法进行 20000 次迭代以获取模型参数后验分布与模型参数估计结果，以此对数控机床主轴系统可靠性进行评估。由于先验信息的匮乏，模型参数统一采用均匀分布形式的无信息先验分布，以此降低主观信息的干扰以获取更为精确的参数估计结果。

收敛性判断，对于 MCMC 方法来说十分重要，在仿真过程须确保抽样数据能收敛于参数的后验分布。在 OpenBUGS 中，轨迹图可被用于评估收敛性，该方法是观测参数在仿真抽样中对应迭代次数的仿真值轨迹图，如果未观测到数据出现显著不规律变化，则可认为收敛。

(1) 考虑个体差异的 Wiener 过程模型

当使用考虑个体差异的 Wiener 过程模型对主轴系统定位精度的退化过程进行建模，退化增量 Δd_{ij} 服从正态分布 $\Delta d_{ij} \sim N(\mu_i \Delta t_{ij}, \sigma_i^2 \Delta t_{ij})$ ，其中 $\omega_i = \sigma_i^{-2} \sim \text{Gamma}(r^{-1}, \delta)$ ， $\mu_i \sim N(1, \theta / \omega_i)$ 。模型未知参数的先验分布为：

$$r \sim \text{Uniform}(0,100), \delta \sim \text{Uniform}(0,100), \theta \sim \text{Uniform}(0,100) \quad (3-68)$$

参数的联合后验分布如式(3-51)所示,通过 OpenBUGS 软件实现 MCMC 方法,获取参数后验分布概率密度函数,用于估计参数的均值、标准差等结果。图 3-6 给出了参数后验分布的概率密度函数曲线图。图 3-7 给出了模型参数仿真迭代轨迹图,该图表明模型各参数都具有较好的收敛性。

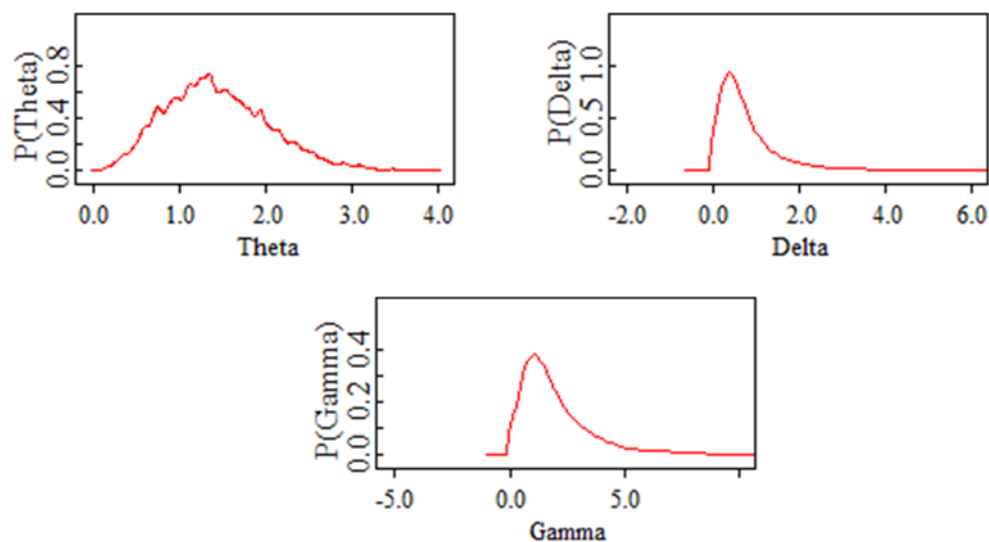
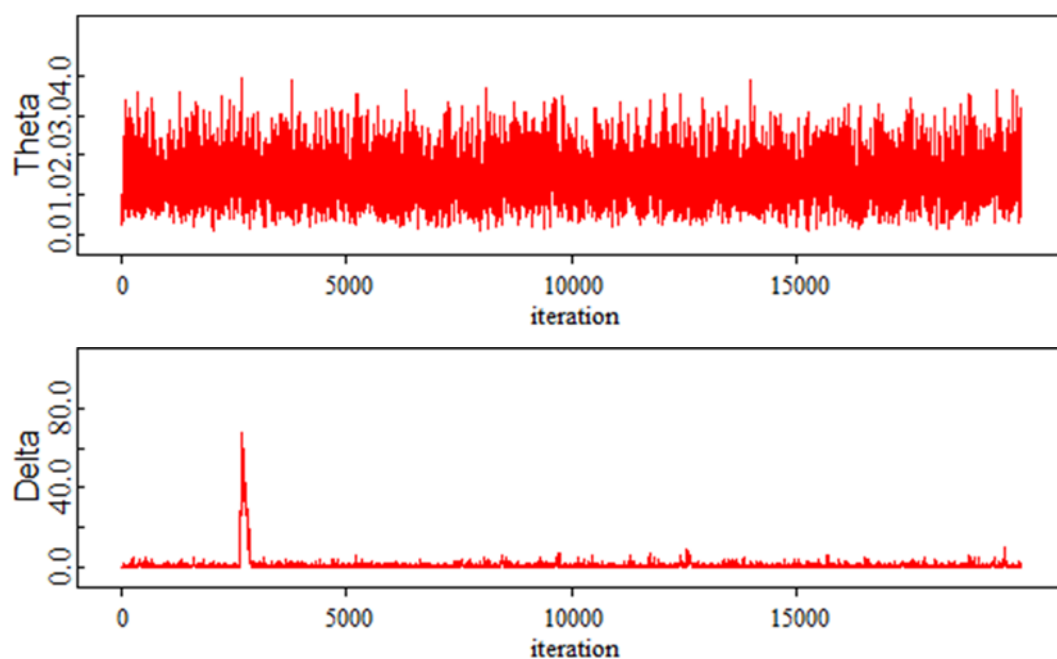


图 3-6 模型参数后验分布概率密度函数



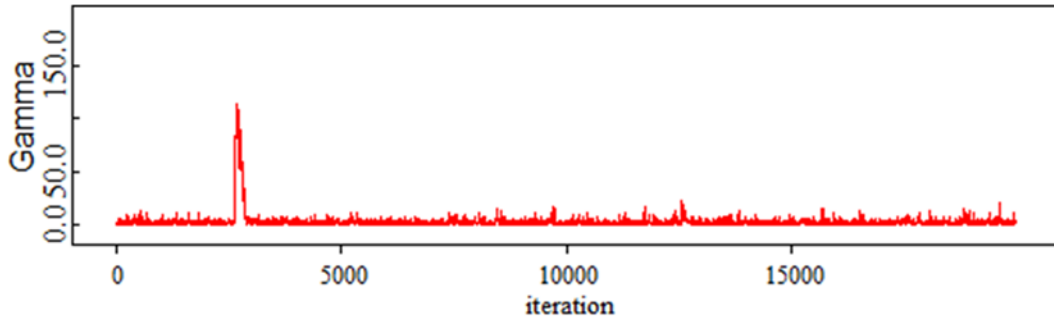


图 3-7 模型参数仿真迭代轨迹图

(2) 考虑个体差异的 Gamma 过程模型

当使用考虑个体差异的 Gamma 过程描述产品的退化过程，其退化增量 Δd_{ij} 服从 Gamma 分布 $\Delta d_{ij} \sim \text{Gamma}(\eta \Delta t_{ij}, \nu_i^{-1})$ ，其中 $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i,j-1}$ 。尺度参数 ν_i 服从另一个 Gamma 分布 $\nu_i \sim \text{Gamma}(\gamma^{-1}, \delta)$ 。模型参数的先验分布为：

$$\eta \sim \text{Uniform}(0,100), \gamma \sim \text{Uniform}(0,100), \delta \sim \text{Uniform}(0,100) \quad (3-69)$$

同样使用 OpenBUGS 实现 MCMC 方法，参数的后验分布概率密度函数如图 3-8 所示。该结果可用于估计参数的均值、标准差等，以便实现可靠性评估。

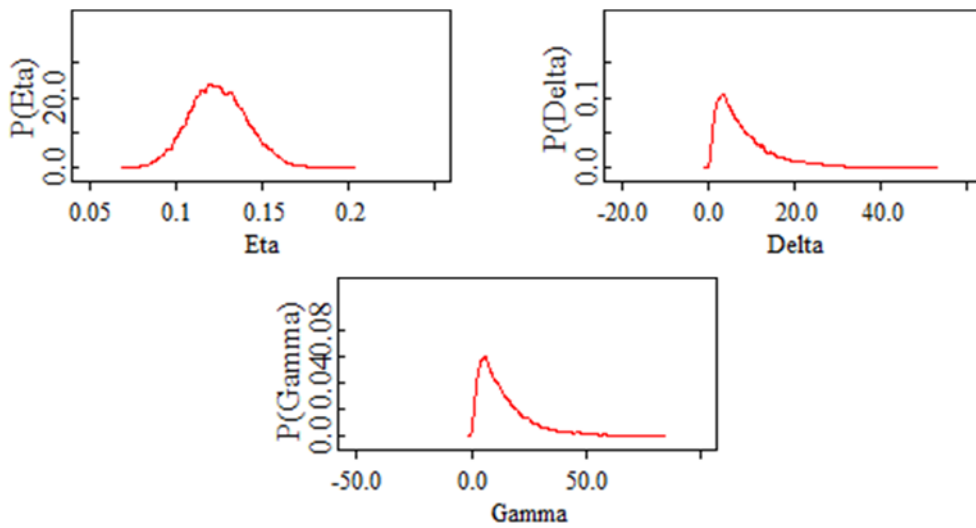


图 3-8 模型参数后验分布概率密度函数

模型参数的收敛性判断结果如图 3-9 所示，从图中可看出用于 MCMC 方法的各模型参数都是收敛的。

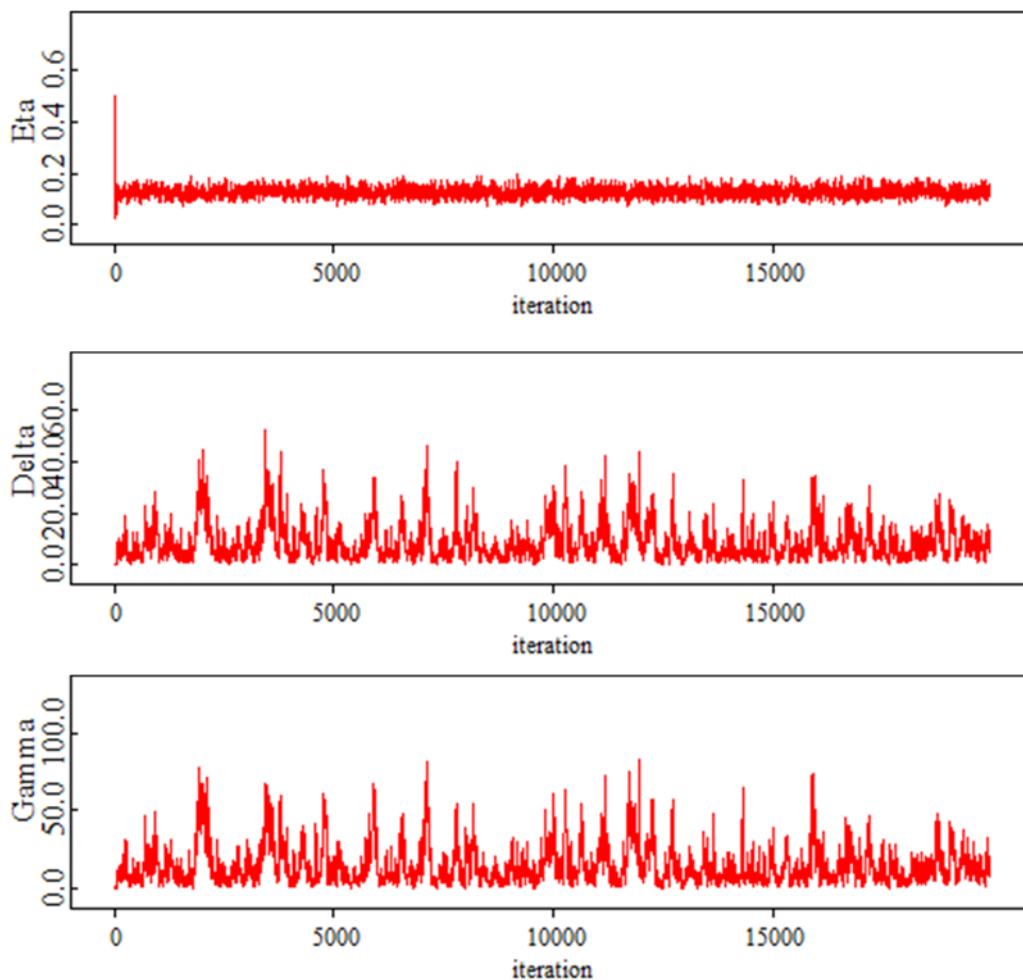


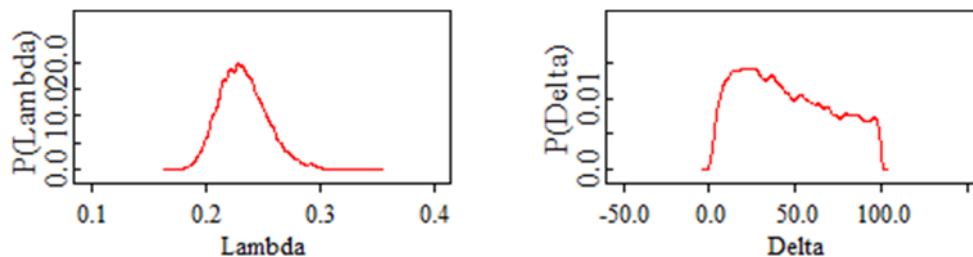
图 3-9 模型参数仿真迭代轨迹图

(3) 考虑个体差异的逆高斯过程模型

当使用考虑个体差异性的逆高斯过程描述产品的退化过程, 其退化增量 Δd_{ij} 服从逆高斯分布 $\Delta d_{ij} \sim \text{IG}\left(\Lambda \Delta t_{ij}, \eta_i \Lambda (\Delta t_{ij})^2\right)$, 其中 $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i,j-1}$ 且 $\eta_i \sim \text{Gamma}(\gamma^{-1}, \delta)$ 。模型参数的先验分布为:

$$\Lambda \sim \text{Uniform}(0, 100), \gamma \sim \text{Uniform}(0, 100), \delta \sim \text{Uniform}(0, 100) \quad (3-70)$$

共计 20000 个模型参数的后验分布的样本通过 MCMC 方法所生成, 基于后验样本可获取到参数后验分布的概率密度函数如图 3-10 所示。



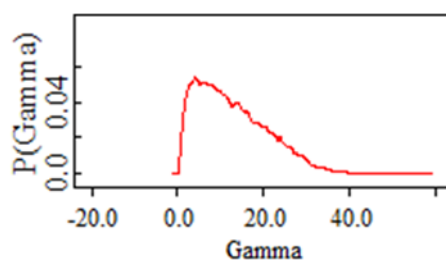


图 3-10 模型参数后验分布概率密度函数

图 3-11 给出了模型参数的收敛性判断结果，该图表明了该模型的参数都具有很好的收敛性。

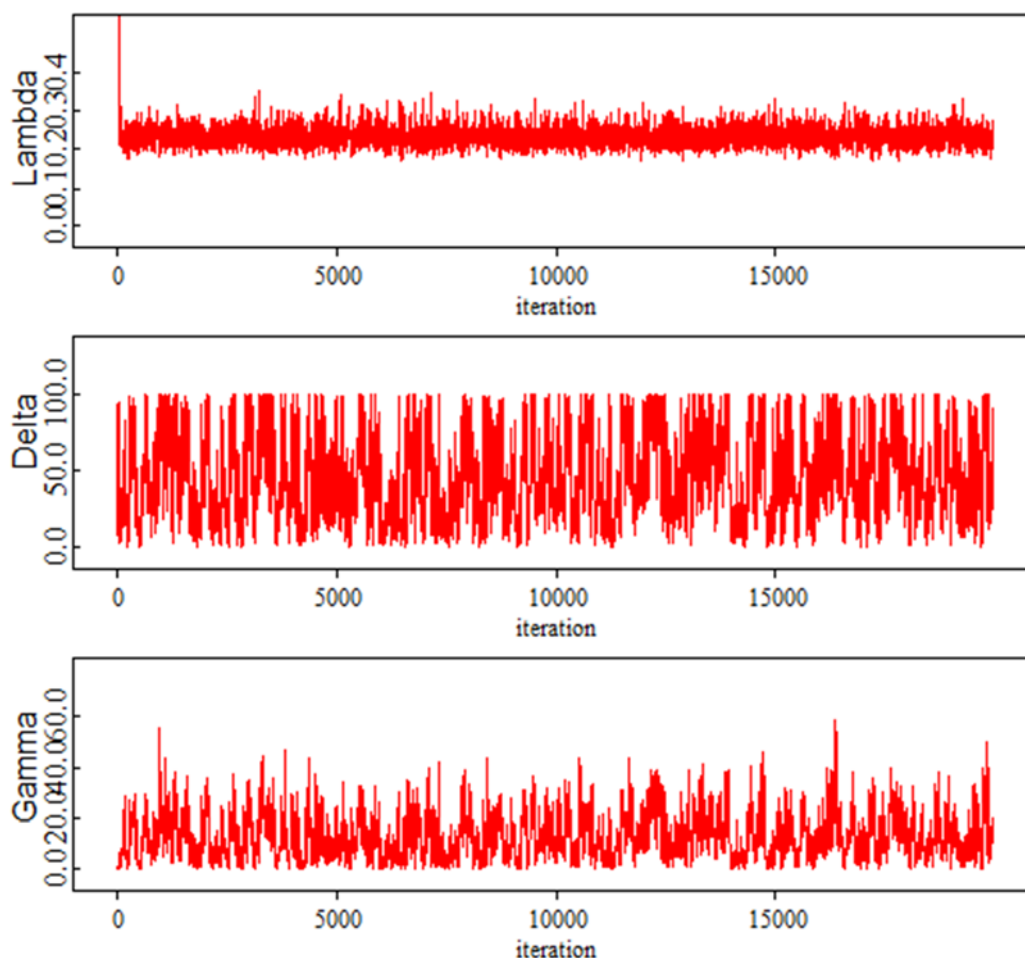


图 3-11 模型参数仿真迭代轨迹图

综上，三类考虑个体差异性的随机过程模型都可对数控机床定位精度退化过程进行建模分析。为了获取更为精确的可靠性评估结果，可使用 DIC 准则选取最为合适该组定位精度数据的模型。多个模型进行比较时，DIC 值最小的模型被认为是最合适的选择。表 3-2 列出了基本随机过程模型以及考虑个体差异性的随机过

程模型的 DIC 值。

表 3-2 六种随机过程模型的 DIC 值

	Wiener 过程模型	Gamma 过程模型	逆高斯过程模型
DIC	460	417.6	496.9
	考虑个体差异性 Wiener 过程模型	考虑个体差异性 Gamma 过程模型	考虑个体差异性逆高斯过程模型
DIC	431.3	404	404.5

由表 3-2 可知, 考虑个体差异性的 Gamma 过程模型 DIC 值最小, 因此可认为其为最适合的模型。同时可以发现, 考虑个体差异的 Wiener 过程模型 DIC 值小于基本 Wiener 过程 DIC 值, 考虑个体差异的 Gamma 过程模型 DIC 值小于基本 Gamma 过程 DIC 值以及考虑个体差异的逆高斯过程模型 DIC 值小于基本逆高斯过程 DIC 值。这表明了考虑个体差异性的随机过程模型相比基本随机过程模型更为适合表征性能演变过程, 从另一个侧面说明了在退化分析中考虑个体差异性的必要性。

综上, 选取考虑个体差异性的 Gamma 过程表征数控机床主轴系统定位精度的退化过程, 并根据如图 3-4 所示的基于贝叶斯理论的退化模型参数估计与可靠性评估基本框架进行分析, 以此评估主轴系统的可靠性。

根据式(3-55)以及图 3-8, 可通过贝叶斯计算软件 OpenBUGS 获取该模型参数的估计结果, 如表 3-3 所示。

表 3-3 模型参数的估计结果

模型参数		统计特征值		后验置信区间	
		均值	方差	2.5%	97.5%
固定参数	η	0.1245	0.01682	0.0934	0.1592
参数	δ_v	8.359	7.051	0.8986	27.86
	γ_v	14.83	12.55	1.705	50.6
	v_1	1.88	0.3623	1.297	2.704
随机参数	v_2	2.149	0.3916	1.523	3.05
	v_3	1.553	0.3048	1.071	2.254
	v_4	2.372	0.4411	1.673	3.394
	v_5	1.219	0.262	0.8176	1.8375

3.5.3 模型验证与可靠性评估

本节采用交叉验证方法对所建立的退化分析模型进行验证。为了使用交叉验证方法，将表 3-1 中所示的数控机床主轴系统定位精度退化数据细分为两部分：所有样本的前 18 个观测点的数据作为退化分析的观测值，并基于这些数据进行模型的参数估计。所有样本的最后一个观测点作为模型验证点，以将预测值与观测值进行对比。通过本章所提出的基于贝叶斯理论框架所获取的模型参数估计结果是参数信息点所对应的性能退化数据所包含信息的映射。应用 3.4.2 节所提出的未来性能退化观测点的预测方法，首先根据参数估计结果，对交叉验证点所在时刻的性能退化观测值进行预测，然后将预测值与实际观测值进行比较。通过这种交叉验证法的比较，可以验证所提出模型的建模能力与所提出方法的预测能力。比较结果如图 3-12 所示，箱形图的上边缘和下边缘分别对应预测结果 90%置信区间的上限与下限，中间直线对应预测结果的均值。从图中可以看到，预测结果的箱形图涵盖了实际观测结果，这表明了交叉验证点的性能退化预测值与实际观测值相接近。以此可说明使用考虑个体差异性的 Γ 过程模型对数控机床主轴系统定位精度的退化过程有较好的建模能力，且本文所提出的未来时刻性能预测方法具有良好的预测能力。

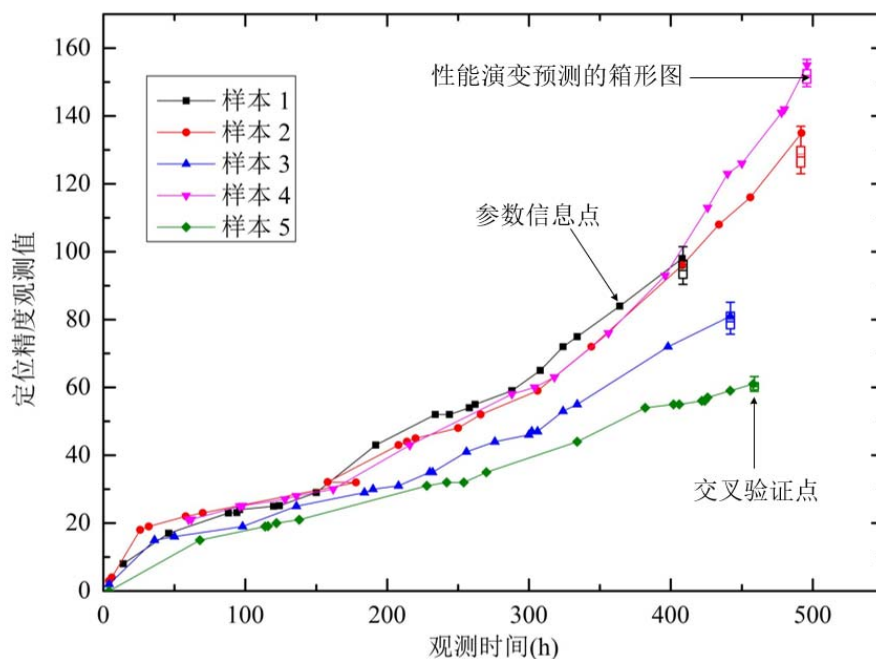


图 3-12 交叉验证点的性能退化预测值与观测值对比

在验证了模型的有效性以后，根据式(3-56)以及模型参数的估计结果，应用 3.4 节中的方法，以此对数控机床主轴系统样本个体与总体的可靠性进行评估，评估结

果如图 3-13 所示。从图 3-13 可以看出,不同数控机床主轴系统样本的可靠度曲线相差甚多。这说明同型号同批次的主轴系统由于加工、装配以及使用等不确定性因素的影响,表现出可靠性存在一定个体差异性。同时,可靠度曲线的这些差异也表明了将随机效应集成进退化模型以在数控机床可靠性评估中考虑个体差异性的必要性。

分析各数控机床主轴系统样本的性能退化轨迹以及可靠度曲线可知:样本 4 退化演变最快,其可靠度也在较短时间内急速下降。样本 5 的退化演变最慢,同时其可靠度下降也较为缓慢。对于样本总体与样本个体的可靠度曲线可知,总体的可靠度曲线基本处于所有样本的曲线的中间,这是由于对总体进行可靠性评估考虑了所有个体对应的随机参数的不确定性,而各个样本的可靠性评估仅考虑本身随机参数的不确定性。

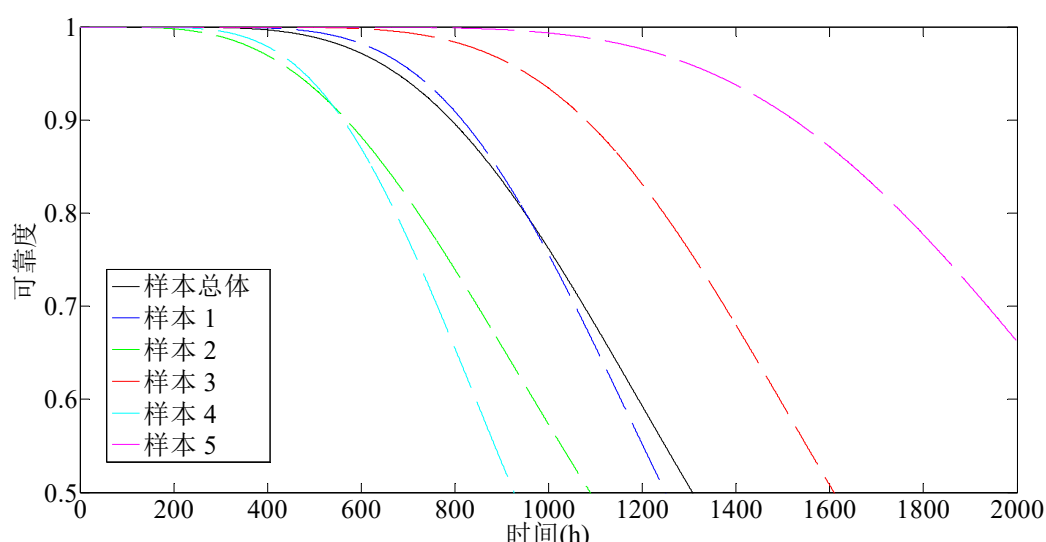


图 3-13 数控机床主轴系统可靠性评估结果

3.6 本章小结

本章针对数控机床主轴系统长寿命高可靠性的特性以及故障时间数据缺乏的实际情况,研究了基于主轴系统性能退化数据的可靠性建模与评估技术。首先,根据性能退化演变过程的特质,分别使用 Wiener 过程模型、Gamma 过程模型以及逆高斯过程模型描述退化过程。然后,在这三类基本随机过程模型的基础上,将随机效应引入随机过程模型,使用随机变量来表征在随机过程中与个体差异性有关的参数,使得该参数服从特定的概率分布,以实现退化分析的同时考虑主轴系统个体差异性。在此基础上,研究基于贝叶斯理论的退化模型参数估计及可靠性评估基本框架,该框架研究了基于贝叶斯理论性能退化分析模型的建立、似然函数的构建、模型参数估计以及后验分布的获取、收敛性的判断、模型选择和数控机床主轴系统

可靠性评估。最后，通过应用实例对本章所提出的数控机床主轴系统退化过程建模与可靠性评估方法进行了示例展示。对应用实例的分析表明，引入随机效应的 **Gamma** 过程模型最适合对主轴系统的退化过程进行建模，同时该模型能对主轴系统性能演变过程进行很好的描述。

第四章 基于多源退化数据的数控机床关键子系统可靠性评估

4.1 引言

在数控机床主轴系统的可靠性评估工作中,经常遇到有限的样本以及较为稀疏的性能退化观测数据,这导致可靠性评估工作受到小样本问题的困扰。为了在小样本条件下获取到高置信度可靠性评估结果,需尽可能使用所能获取的所有可靠性信息。一种途径是融合多个来源的信息,例如从设计、制造以及售后服务阶段所获得的可靠性信息。为了系统地整合多源可靠性信息,贝叶斯理论被引入到信息融合技术中。Graves 等^[167]研究了采用贝叶斯理论整合多级可靠性信息的框架。Hamada 等^[168]研究了故障树量化以及后续资源最优分配的信息融合方法。Jackson 和 Mosleh^[169]使用贝叶斯信息融合方法整合复杂多态系统多层重叠不确定性数据集。Peng 等^[170]拓展了贝叶斯信息融合方法,利用其对多级成败型数据集、寿命数据集以及退化数据集进行集成分析。

对于数控机床主轴系统,有价值可用于退化分析以进行可靠性评估工作的数据来源包括:(1) 在主轴系统交付之前由主机厂执行相关性能测试所获取的数据。(2) 用户在初始服务阶段状态监测中获得的可靠性数据。两种来源的性能退化数据虽然都与数控机床性能演变过程相关,但由于数据获取来源不同,存在一定的差异性。

主机厂的性能退化数据往往是从标定环境条件下模拟实际载荷所获取,环境条件与载荷较为单一且可控,符合数控机床相应的设计指标,使得这类性能数据能较好地描述数控机床主轴系统的固有可靠性。由于主机厂相关性能测试工作都有成熟的试验方案,基本能保证所获取性能退化数据的完整性。根据主机厂所获取性能退化数据所进行的可靠性建模与评估工作,由于所能模拟的环境条件较为单一,仅能表示试验检测情况下的可靠性,这会导致与产品的现场情况大不相同。例如,无法在试验环境下再现所有使用现场应力情况以及数控机床在使用现场所经历的应力变化。

用户性能退化数据往往来自实际的工况条件,环境条件与载荷较为复杂且可能会与相应的设计指标有偏差,因此这种性能数据能更好地描述数控机床的使用可靠性。由于用户对性能数据的获取通常伴随着数控机床主轴系统的服役,收集过程往往受到工作人员以及工作任务的限制与干扰,使得性能退化数据难以保证完整性。基于用户性能退化数据的主轴系统可靠性评估,虽然能描述数控机床在实际的工况条件下可靠性情况,但与主轴系统本身固有可靠性存在一定偏差。同时,由

于用户工作性质，在对主轴系统进行可靠性评估工作时需要考虑到随着用户工作任务进行，会不断有实时性能退化数据被获取。或者有新的用户购买数控机床，通过其使用也能获取到新的主轴系统性能退化数据。为了保证评估结果的精确性，需要将新的性能退化数据融入主轴系统可靠性评估框架以保持评估结果的更新。

由此可知，来自主机厂和用户性能退化数据所反应数控机床可靠性水平存在一定差异，融合两种来源性能数据以及用户不断产生新性能数据的可靠性评估，是数控机床主轴系统在小样本条件下使其可靠性评估结果维持高置信度的关键所在。

针对这些问题，本章在第三章的基于退化数据并考虑个体差异性的数控机床主轴系统可靠性评估方法的基础上，搭建贝叶斯信息融合框架以融合不同来源的性能退化数据以及用户新产生的实时退化数据，同时在可靠性评估工作中考虑用户所面临的实际复杂工况环境。

4.2 模型介绍

4.2.1 Gamma 过程模型

定义数控机床主轴系统的性能退化过程为 $\{Y(t), t > 0\}$ 且有 $Y(0)=0$ 。根据 3.2.2 节中对于 Gamma 过程的描述，对于 $\{Y(t), t > 0\}$ ，建立基本 Gamma 过程模型如下：

$$Y(t) \sim \text{Gamma}(\eta(t), \lambda) \quad (4-1)$$

性能退化增量 $\Delta Y(t) = Y(t + \Delta t) - Y(t)$ 具有独立增量且服从 Gamma 分布 $\Delta Y(t) \sim \text{Gamma}(\Delta \eta(t), \lambda)$ ，其中 $\Delta \eta(t) = \eta(t + \Delta t) - \eta(t)$ 。期望与方差分别为 $\eta(t)/\lambda$ 与 $\eta(t)/\lambda^2$ 。令 C 为该退化过程的失效阈值，该退化过程对应的首达时间 $T = \inf\{t | Y(t) \geq C\}$ ，其可靠度函数 $R(t)$ 可以表达为：

$$\begin{aligned} R(t | \eta(t), \lambda) &= P(T > t) = P\{X(t) < C | \eta(t), \lambda\} \\ &= \int_0^C f(x | \eta(t), \lambda) dx = \int_0^C \frac{\lambda^{\eta(t)} x^{\eta(t)-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(\eta(t))} dx \end{aligned} \quad (4-2)$$

4.2.2 考虑个体差异性的 Gamma 过程模型

根据 3.3.2 节的描述，为了表征产品的个体差异性，随机效应模型被引入 Gamma 过程中。退化增量服从新的 Gamma 分布 $\Delta Y(t) \sim \text{Gamma}(\eta \Delta t, v^{-1})$ 。通过使尺度参数 v^{-1} 服从一个新的概率分布，随机效应模型被集成进入 Gamma 过程模型，有 $v \sim \text{Gamma}(\gamma^{-1}, \delta)$ 。由此，退化过程 $Y(t)$ 的边缘密度函数可以表示为：

$$\begin{aligned}
 f(Y) &= \int_0^\infty f(Y|\eta\Delta t, v^{-1}) f(v_i^{-1}|\gamma^{-1}, \delta) dv \\
 &= \frac{B(\eta\Delta t, \delta)^{-1} \gamma^\delta Y^{\eta\Delta t-1}}{(Y + \gamma)^{\eta\Delta t + \delta}}
 \end{aligned} \tag{4-3}$$

该退化过程所对应首达时间 T ，失效阈值为 C ，根据 Gamma 过程性质可知退化产品的可靠度函数为：

$$\begin{aligned}
 R(t) &= P(t < T) = P(Y(t) < C) \\
 &= 1 - P(T \leq t) = 1 - P(Y(t) \geq C) \\
 &= 1 - \frac{B\left(\frac{C}{C + \gamma}; \eta t, \delta\right)}{B(\eta t, \delta)} = F_{2\eta t, 2\delta}\left(\frac{\delta C}{\gamma \eta t}\right)
 \end{aligned} \tag{4-4}$$

4.2.3 考虑个体差异性并集成校准系数的 Gamma 过程模型

基于传统加速退化试验所获取的性能退化数据的数控机床主轴系统可靠性评估工作仅表征理想实验环境中的可靠性情况，无法完全表现主轴系统在面临复杂工况应力现场使用中可靠性情况。为了表征用户使用情况下面临的复杂且难以在实验条件模拟的工况应力，需将校准系数引入随机过程模型^[171]。

形状参数 η 与尺度参数 v^{-1} 是考虑个体差异性的 Gamma 过程模型的两个关键参数，其中参数 η 与应力相关，为了表示应力情况，将其定义为函数 $\eta(s)$ 。校准系数 k_1 与 k_2 被引入该退化模型，通过更新这两个参数的估计值可以解决以上问题。校准系数 k_1 引入是对 $\eta(s)$ 进行修正，是为了考虑复杂的环境应力及其对退化路径的影响。例如，在使用环境中存在多个应力变量， $s_1, s_2, \dots, s_m$ ，但仅有应力 s_1 能被加速退化试验所模拟，这意味着别的应力都被忽略了，很明显这会对最终的可靠性评估结果造成不利的影响。在本文中，假设所有的应力变量为相互独立，表征现场复杂工况应力的加速模型可以表示为：

$$\begin{aligned}
 \eta_f(S) &= \exp[\beta_0 + \beta_1 \varphi_1(s_1) + \beta_2 \varphi_2(s_2) + \dots + \beta_m \varphi_m(s_m)] \\
 &= \exp[\beta_0 + \beta_1 \varphi_1(s_1)] \cdot \exp[\beta_2 \varphi_2(s_2) + \dots + \beta_m \varphi_m(s_m)]
 \end{aligned} \tag{4-5}$$

本章假设主机厂的数控机床主轴系统试验时工作在理想环境，退化数据的获取不受环境应力影响。对于用户，表征复杂工况应力对其的影响由校准系数 k_1 表示， k_1 定义为：

$$k_1 = \exp[\beta_0 + \beta_1 \varphi_1(s_1)] \cdot \exp[\beta_2 \varphi_2(s_2) + \dots + \beta_m \varphi_m(s_m)] \tag{4-6}$$

由以上公式，可将描述现场复杂工况应力的加速模型表示为：

$$\eta_f(S) = k_1 \cdot \eta \quad (4-7)$$

在 Gamma 分布中, 当尺度参数 v^{-1} 的值越小, 分布越集中。将另一个校准系数引入尺度参数以表征环境噪声:

$$v_f^{-1} = k_2 \cdot v^{-1} \quad (4-8)$$

由以上关系可知, 在引入了校准系数以后, 使用考虑个体差异性的 Gamma 过程模型描述用户实际使用复杂工况条件下的退化数据的退化增量可以表示为:

$$\Delta Y(t) \sim \text{Gamma}(k_1 \eta \Delta t, k_2 v^{-1}) \quad (4-9)$$

4.3 基于多源退化数据的主轴系统可靠性评估

上文介绍了考虑用户数控机床主轴系统使用时面临的复杂工况环境以及主轴系统个体差异性的退化模型, 在此基础上, 本节将针对该情形下数控机床主轴系统的可靠性评估问题, 研究基于贝叶斯理论的多源退化数据融合与分析、复杂工况环境的表征、未来观测点退化观测值的预测以及数控机床主轴系统可靠性评估的方法。首先构建贝叶斯理论下的信息融合基本框架, 然后基于该框架研究退化模型的参数估计, 未来退化观测值的预测以及主轴系统的可靠性评估。

4.3.1 基于多源退化信息的贝叶斯信息融合框架

本文将贝叶斯理论应用于数控机床主轴系统退化分析, 是因为其具有的优良特性: (1) 贝叶斯理论对于多源可靠性信息与数据的融合能力, 是融合分析来自主机厂和用户退化数据的基础。(2) 贝叶斯理论对于不确定性量化的灵活性, 使得主轴系统个体差异性以及复杂工况环境的表征成为可能。这两个特性是构建基于多源退化信息贝叶斯信息融合基本框架的突破点。根据主轴系统多源退化信息特点, 结合前一节建立的退化过程模型, 构建如图 4-1 所示基于多源退化信息贝叶斯信息融合基本框架。

该框架核心为贝叶斯层次模型, 以主机厂与用户退化数据的融合分析为主旨, 兼顾主轴系统个体差异性的表征, 工况环境的描述以及新用户退化数据的更新。基于该框架分析主线可以描述为: 采用对主机厂性能退化数据进行分析再对用户性能退化数据进行分析的流程, 以主机厂退化分析所获得参数的后验分布作为用户退化分析参数的先验分布。通过贝叶斯层次模型将模型参数先验分布以及模型似然函数集成以获取参数后验分布, 最后通过对后验分布的分析和数值积分方法, 完成对数控机床主轴系统可靠性评估。

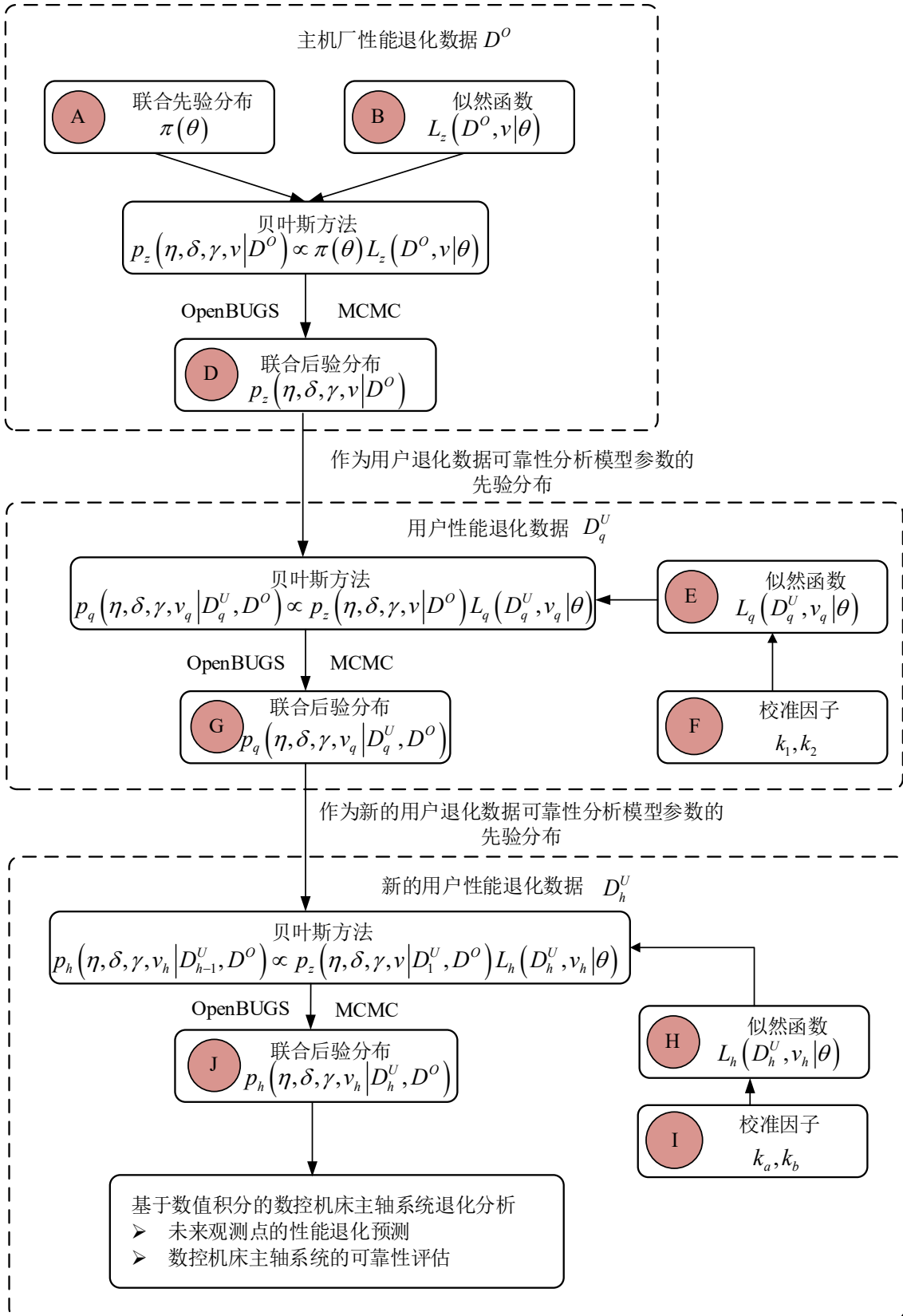


图 4-1 融合多源退化信息贝叶斯基本框架

该框架根据不同来源退化数据,对于模型参数先验分布有不同的获取方法。对于基于主机厂退化数据的模型参数先验分布,采取对主观信息量化或是对相关型号数控机床历史数据进行分析的方法;对于基于用户退化数据模型参数的先验分布,将主机厂退化数据的可靠性分析所获取模型参数后验分布进行转化;对于新用户退化数据模型的先验分布,采用主机厂与用户信息融合退化模型后验分布进行转化。

根据该框架,在构建似然函数的时候,首先根据 3.4.2 节对于考虑个体差异性退化模型的描述,将随机效应模型以超参数的方式集成进入似然函数,随后引入校准系数,以表征复杂的工况环境。最后通过似然函数以模型参数的函数形式将性能退化数据中包含信息进行表征。

下面将对基于多源退化信息贝叶斯信息融合基本框架下似然函数的构建以及后验分布的获取进行详细描述。

4.3.2 主轴系统退化分析的数学表达

假设对于 n 台数控机床主轴系统样本进行退化观测,样本编号用 i 进行表示, $i=1, \dots, N$ 。在离散观测时间点对所有样本进行 j 次观测,可表示为 $j=1, \dots, M$ 。 $D(t_{ij})$ 是样本 i 在第 j 次观测时观测值,此时时刻为 t_{ij} 。定义 $\Delta d_{ij} = D(t_{ij}) - D(t_{i,j-1})$ 为数控机床主轴系统 i 的退化增量。

根据上文对集成随机效应模型 Gamma 过程退化模型的描述,主轴系统退化过程的退化增量 Δd_{ij} 符合 Gamma 分布 $\Delta d_{ij} \sim \text{Gamma}(\eta \Delta t_{ij}, v_i^{-1})$, 其中 $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i,j-1}$ 。Gamma 过程的尺度参数 v_i 服从另一个 Gamma 分布 $v_i \sim \text{Gamma}(\gamma^{-1}, \delta)$ 。来自主机厂的主轴系统性能退化数据为 D^O , 来自用户的性能退化数据为 D_q^U 以及来自新用户的性能退化数据 D_h^U 。由于似然函数数学表达式相同,因此可以以相同方式描述不同源退化数据。为了表述方便,本节将退化数据 D^O , D_q^U 和 D_h^U 统一记为 D 。其似然函数可以描述为:

$$\begin{aligned} L(D, v | \theta) &= \prod_{i=1}^N g(v_i | \delta, \gamma^{-1}) \prod_{j=2}^M g(\Delta d_{ij} | \eta \Delta t_{ij}, v_i^{-1}) \\ &= \prod_{i=1}^N \frac{v_i^{\delta-1} \gamma^{\delta}}{\Gamma(\delta)} \exp(-\gamma v_i) \prod_{j=2}^M \frac{(\Delta d_{ij})^{\eta \Delta t_{ij}-1} v_i^{\eta \Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \exp(-v_i \Delta d_{ij}) \end{aligned} \quad (4-10)$$

式中, $\Delta d_{ij} = D(t_{ij}) - D(t_{i,j-1})$, $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i,j-1}$ 。 $v_i = (v_1, \dots, v_n)$ 表示每个样本 Gamma 过程的尺度参数。 $g(\cdot | a, b)$ 是 Gamma 分布的概率密度函数。

假设获取到主轴系统样本退化过程的先验信息并将其量化为联合先验分布 $\pi(\theta) = \pi(\eta, \delta, \gamma)$, 根据贝叶斯理论, 模型参数的联合后验分布可以表示为:

$$\begin{aligned}
 p(\eta, \delta, \gamma, \nu | D) &\propto \pi(\theta) L(D, \nu | \theta) \\
 &= \pi(\theta) \prod_{i=1}^N \frac{\nu_i^{\delta-1} \gamma^\delta}{\Gamma(\delta)} \exp(-\gamma \nu_i) \prod_{j=2}^M \frac{(\Delta d_{ij})^{\eta \Delta t_{ij}-1} \nu_i^{\eta \Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \exp(-\nu_i \Delta d_{ij})
 \end{aligned} \quad (4-11)$$

4.3.3 融合多源退化数据的退化分析数学表达

在退化过程建模以及贝叶斯理论的基础上, 根据图 4-1 所示退化数据信息融合策略, 可以获取到模型参数的联合后验分布, 其实现过程可以描述如下:

$$\begin{aligned}
 p_z(\eta, \delta, \gamma, \nu | D^O) &\propto \pi(\theta) L_z(D^O, \nu | \theta) \\
 &= \pi(\theta) \prod_{i=1}^N \frac{\nu_i^{\delta-1} \gamma^\delta}{\Gamma(\delta)} \exp(-\gamma \nu_i) \prod_{j=2}^M \frac{(\Delta d_{ij}^O)^{\eta \Delta t_{ij}-1} \nu_i^{\eta \Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \exp(-\nu_i \Delta d_{ij}^O)
 \end{aligned} \quad (4-12)$$

$$\begin{aligned}
 p_q(\eta, \delta, \gamma, \nu | D_q^U, D^O) &\propto p_z(\eta, \delta, \gamma, \nu | D^O) L_q(D_q^U, \nu | \theta) \\
 &= p_z(\eta, \delta, \gamma, \nu | D^O) \prod_{i=1}^N \frac{\nu_i^{\delta-1} \gamma^\delta}{\Gamma(\delta)} \exp(-\gamma \nu_i) \prod_{j=2}^M \frac{(\Delta d_{ij}^{U_q})^{\eta \Delta t_{ij}-1} \nu_i^{\eta \Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \exp(-\nu_i \Delta d_{ij}^{U_q})
 \end{aligned} \quad (4-13)$$

$$\begin{aligned}
 p_h(\eta, \delta, \gamma, \nu | D_h^U, D_q^U, D^O) &\propto p_q(\eta, \delta, \gamma, \nu | D_q^U, D^O) L_h(D_h^U, \nu | \theta) \\
 &= p_q(\eta, \delta, \gamma, \nu | D_q^U, D^O) \prod_{i=1}^N \frac{\nu_i^{\delta-1} \gamma^\delta}{\Gamma(\delta)} \exp(-\gamma \nu_i) \prod_{j=2}^M \frac{(\Delta d_{ij}^{U_h})^{\eta \Delta t_{ij}-1} \nu_i^{\eta \Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \exp(-\nu_i \Delta d_{ij}^{U_h})
 \end{aligned} \quad (4-14)$$

式中, D^O 表示来自主机厂退化数据, Δd_{ij}^O 表示来自主机厂退化数据退化增量。 $\pi(\theta) = \pi(\eta, \delta, \gamma)$ 为量化自专家信息或历史数据模型参数的联合先验分布, $p_z(\eta, \delta, \gamma, \nu | D^O)$ 为综合了先验信息与来自主机厂退化信息模型参数的后验分布。 D_q^U 为来自用户性能退化数据, $p_q(\eta, \delta, \gamma, \nu | D_q^U, D^O)$ 为模型参数的联合先验分布, 其集成了先验信息以及分别来自主机厂与用户退化数据。 D_h^U 为来自新用户的性能退化数据, $p_h(\eta, \delta, \gamma, \nu | D_h^U, D_q^U, D^O)$ 为集成了先验信息以及来自主机厂, 用户, 新用户退化数据信息的模型参数后验分布。

式(4-12)、式(4-13)以及式(4-14)所示的信息融合方法考虑了退化数据获取的不同来源以及时间顺序, 此方法清晰地描述了主机厂、用户以及新用户退化过程的顺序分析策略。在对后验分布进行求解时, 式(4-14)可以重新表示为:

$$\begin{aligned}
 &p_h(\eta, \delta, \gamma, \nu | D_h^U, D_q^U, D^O) \\
 &\propto \pi(\theta) L_z(D^O, \nu | \theta) L_q(D_q^U, \nu | \theta) L_h(D_h^U, \nu | \theta) = \pi(\theta) L(D_h^U, D_q^U, D^O, \nu | \theta)
 \end{aligned} \quad (4-15)$$

4.3.4 融合多源退化数据并考虑工况环境的可靠性评估

根据图 4-1 所示分析框架,本章假设数控机床主轴系统在主机厂试验时工作在理想环境,退化数据的获取不受环境应力影响。为了表征用户数控机床主轴系统工作时面临的复杂工况环境,校准系数被引入用户退化分析模型。在引入校准系数 k_1 与 k_2 后,用户的退化过程的退化增量服从新的 Gamma 分布,其形状参数 $\eta_q = k_1 \eta$, 尺度参数 $v_{qi}^{-1} = k_2 v_i^{-1}$, 于是可将其表达为 $\Delta d_{ij}^{U_q} \sim \text{Gamma}(\eta_q \Delta t_{ij}, v_{qi}^{-1})$ 。根据式(4-13), 可以得到集成了先验信息、校准系数以及分别来自主机厂与用户的退化数据的退化模型参数的后验分布可以表示为:

$$\begin{aligned} p_q(\eta_q, \delta, \gamma, v_q | D_q^U, D^O) &\propto p_z(\eta, \delta, \gamma, v | D^O) L_q(D_q^U, v_q | \theta) \\ &= p_z(\eta, \delta, \gamma, v | D^O) \prod_{i=1}^N \frac{v_{qi}^{\delta-1} \gamma^\delta}{\Gamma(\delta)} \exp(-\gamma v_{qi}) \prod_{j=2}^M \frac{(\Delta d_{ij}^{U_q})^{\eta_q \Delta t_{ij}-1} v_{qi}^{\eta_q \Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta_q \Delta t_{ij})} \exp(-v_{qi} \Delta d_{ij}^{U_q}) \end{aligned} \quad (4-16)$$

同理可知,在引入校准系数 k_a 与 k_b 后,新用户退化数据的退化增量需要用新的 Gamma 分布进行表征,其形状参数 $\eta_h = k_a \eta$, 尺度参数 $v_{hi}^{-1} = k_b v_i^{-1}$, 可将其表达为 $\Delta d_{ij}^{U_h} \sim \text{Gamma}(\eta_h \Delta t_{ij}, v_{hi}^{-1})$ 。根据式(4-14), 将先验信息、校准系数以及分别来自主机厂、用户和新用户退化数据进行集成退化模型参数的后验分布为:

$$p_h(\eta_h, \delta, \gamma, v_h | D_h^U, D_q^U, D^O) \propto p_q(\eta_q, \delta, \gamma, v_q | D_q^U, D^O) L_h(D_h^U, v_h | \theta) \quad (4-17)$$

基于式(4-17), 可以获取模型参数后验分布 $p_h(\eta_h, \delta, \gamma, v_h | D_h^U, D_q^U, D^O)$ 的核分布。根据上述推导, MCMC 被用于从后验分布获取后验样本以进行参数估计, 基于这些抽取的后验样本进一步可实现数控机床主轴系统退化分析与可靠性评估。

定义 t_{i,m_i} 与 t_{i,m_i+1} 为第 i 台机床主轴系统样本在当前与未来的观测时间点, $t_{i,m}$ 与 $t_{i,m+1}$ 分别为主轴系统总体在当前与未来的观测点。根据图 4-1 基本框架, 以及 4.2.2 节中给出的基于随机过程考虑个体差异性的退化模型以及式(4-17)所示的集成校准系数的模型参数的后验分布获取方法, 可以建立数控机床主轴系统未来观测时间点性能预测和可靠性评估的表达式。

(1) 主轴系统样本个体在未来观测时间点 t_{i,m_i+1} 的性能退化预测为:

$$\begin{aligned} f(D_h^U(t_{i,m_i+1}) | D_h^U, D_q^U, D^O) \\ = \int_{\eta_h, v_{hi}} p_h(\eta_h, \delta, \gamma, v_{hi} | D_h^U, D_q^U, D^O) g(\Delta d_{ij}^{U_q} | \eta_h \Delta t_{ij}, v_{hi}^{-1}) d\eta_h dv_{hi} \end{aligned} \quad (4-18)$$

式中, $g(\Delta d_{ij}^{U_q} | \eta_h \Delta t_{ij}, v_{hi}^{-1})$ 对应集成随机效应模型与校准系数的 Gamma 过程概率密度函数。

(2) 主轴系统样本个体在未来观测时间点 t_{i,m_i+1} 的可靠性评估为:

$$\begin{aligned} & R(t_{i,m_i+1} | D_h^U, D_q^U, D^O) \\ &= \int_{\eta_h, v_{hi}} p_h(\eta_{hi}, \delta, \gamma, v_h | D_h^U, D_q^U, D^O) R(t_{i,m_i+1} | v_{hi}, \eta_h) d\eta_h dv_{hi} \end{aligned} \quad (4-19)$$

式中, $R(t_{i,m_i+1} | v_{hi}, \eta_h)$ 对应于式(4-2)所示可靠度函数, 随机效应的集成对应于尺度参数 v_{hi} 。

(3) 主轴系统样本总体在未来观测时间点 $t_{i,m+1}$ 的性能退化预测为:

$$\begin{aligned} & f(D_h^U(t_{i,m+1}) | D_h^U, D_q^U, D^O) \\ &= \int_{\eta_h, v_h} p_h(\eta_h, \delta, \gamma, v_h | D_h^U, D_q^U, D^O) g(v_h | \delta, \gamma^{-1}) g(\Delta d_{ij}^{U_q} | \eta_h \Delta t_{ij}, v_h^{-1}) d\eta_h dv_h \end{aligned} \quad (4-20)$$

式中, $g(\Delta d_{ij}^{U_q} | \eta_h \Delta t_{ij}, v_h^{-1})$ 对应考虑个体差异性与复杂工况环境的 Gamma 过程概率密度函数。随机效应的集成对应于尺度参数 v_{hi} , $g(v_h | \delta, \gamma^{-1})$ 对应尺度参数 v_{hi} 服从的 Gamma 分布概率密度函数。

(4) 主轴系统样本总体在未来观测时间点 $t_{i,m+1}$ 的可靠性评估为:

$$\begin{aligned} & R(t_{i,m+1} | D_h^U, D_q^U, D^O) \\ &= \int_{\eta_h, v_h} p_h(\eta_h, \delta, \gamma, v_h | D_h^U, D_q^U, D^O) R(t_{i,m+1} | v_h, \eta_h) d\eta_h dv_h \end{aligned} \quad (4-21)$$

式中, $R(t_{i,m+1} | D_h^U, D_q^U, D^O)$ 对应式(4-4)所示可靠度函数。如上所示关于数控机床主轴系统的性能退化预测以及可靠性评估, 对于总体与个体的主要区别在所使用概率密度函数与可靠度函数的不同。

基于上述推导, 本章通过 OpenBUGS 软件实现 MCMC 方法以便从后验分布获取后验样本, 并进一步基于这些后验样本实现退化分析与可靠性估计。对式(4-17)所示融合了主机厂、用户以及新用户退化信息的退化模型参数的后验分布的抽样, 图 4-2 展示了在 OpenBUGS 软件中对其的实现步骤。使用 OpenBUGS 软件对于后验分布的获取主要包含两大部分: 表达参数先验分布以及构建似然函数。

1) 表达参数先验分布

先验分布根据参数不同分为固定参数 η , 超参数 γ 、 δ 和校准系数 k_1 、 k_2 、 k_a 与 k_b 的先验分布。这些先验分布全部可以使用 OpenBUGS 软件内所包含的概率分布进行表达。

```

model{ #模型建立
#####模型参数的先验分布#####
##固定参数eta的先验分布##
eta ~ dnorm(a_eta, b_eta)
##随机参数nu的先验分布##
nu_delta ~ dlnorm(a_delta, b_delta)
nu_gamma ~ dgamma(a_gamma, b_gamma)
nu_gamma.inver <- 1 / nu_gamma
##校准因子k1, k2, ka, kb的先验分布##
k1 ~ dgamma(a_k1, b_k1)
k2 ~ dgamma(a_k2, b_k2)
ka ~ dgamma(a_ka, b_ka)
kb ~ dgamma(a_kb, b_kb)
#####退化数据的似然函数#####
for(i in 1 : nSample){ #n个数控机床样本
  nu[i] ~ dgamma(nu_gamma.inver, nu_delta); #随机效应的集成
  nu.inver[i] <- 1 / nu[i]
#主机厂性能退化数据的似然函数
for(j in 2 : nObser_Z[i]){ #第i个数控机床样本在时刻j时的退化观测值degraData_Z[i, j]
  D_Z[i, j] <- degaData_Z[i, j] - degaData_Z[i, j - 1] #主机厂退化过程的退化增量
  eta_Z[i, j] <- eta * obserTime_Z[i, j] - eta * obserTime_Z[i, j-1] #Gamma分布的参数
  D_Z[i, j] ~ dgamma(eta_Z[i, j], nu.inver[i]); #退化增量服从Gamma分布
}
#用户厂q性能退化数据的似然函数
for(k in 2 : nObser_Yq[i]){ #第i个数控机床样本在时刻j时的退化观测值degraData_Yq[i, k]
  D_Yq[i, k] <- degaData_Yq[i, k] - degaData_Yq[i, k - 1] #用户厂退化过程的退化增量
  etaIncre_Yq[i, k] <- eta * obserTime_Yq[i, k] - eta * obserTime_Yq[i, k - 1]
  k2_nu[i] <- k1 * nu.inver[i]; #校准因子k1的引入
  k1_eta[i, k] <- k2 * etaIncre_Yq[i, k] #校准因子k2的引入
  D_Yq[i, k] ~ dgamma(k1_eta[i, k], k2_nu[i]) #退化增量服从Gamma分布
}
#新的用户厂h性能退化数据的似然函数
for(h in 2 : nObser_Yh[i]){ #第i个数控机床样本在时刻j时的退化观测值degraData_Yh[i, h]
  D_Yh[i, h] <- degaData_Yh[i, h] - degaData_Yh[i, h - 1] #用户厂退化过程的退化增量
  etaIncre_Yh[i, h] <- eta * obserTime_Yh[i, h] - eta * obserTime_Yh[i, h - 1]
  kb_nu[i] <- ka * nu.inver[i] #校准因子ka的引入
  ka_eta[i, h] <- kb * etaIncre_Yh[i, h] #校准因子kb的引入
  D_Yh[i, h] ~ dgamma(ka_eta[i, h], kb_nu[i]) #退化增量服从Gamma分布
}
}
}

```

图 4-2 基于贝叶斯理论的多源退化信息分析的 OpenBUGS 实现

2) 构建似然函数

似然函数根据数据来源不同,分为主机厂退化数据似然函数,用户退化数据似然函数以及新用户的退化数据似然函数。这三类似然函数都是通过性能退化数据获取退化增量 $\Delta d_{ij}(t)$, 然后根据退化增量服从 Gamma 分布的 Gamma 过程性质。因此可将退化增量表示为 Gamma 分布中的样本 $\Delta d_{ij} \sim \text{Gamma}(\eta \Delta t_{ij}, v_i^{-1})$, 同时为了集成随机效应模型,将参数 v_i 以 Gamma 分布的形式进行表达 $v_i \sim \text{Gamma}(\gamma^{-1}, \delta)$ 。

在 OpenBUGS 中, degraData_Z 表示主机厂性能退化增量, degraData_Yq 表示用户性能退化增量以及 degraData_Yh 表示新用户性能退化增量, 校准系数通过与 Gamma 分布的参数进行集成, 而 Gamma 分布以 $D_Z[i, j] \sim \text{dgamma}(\text{eta_Z}[i, j], \text{nu.inver}[i])$, $D_Yq[i, k] \sim \text{dgamma}(k1_eta[i, k], k2_nu[i])$ 以及 $D_Yh[i, h] \sim \text{dgamma}(ka_eta[i, h], kb_nu[i])$ 的形式进行表达。

4.4 算例分析

数控机床的可靠性由其各关键子系统决定, 主轴系统是最重要的子系统之一。主轴系统是传递加工所需能量并精确地旋转工件以实现高精度加工, 如磨削、铣削以及钻孔等。主轴系统性能与机床加工效率以及精度密切相关, 它的可靠性与加工零件最终质量有很大关系。主轴系统的故障通常由齿轮引起, 对滑油磨粒逐渐增加的监测被用于跟踪主轴系统齿轮的退化过程。在本节中, 使用所提出的贝叶斯信息融合框架将上文所介绍的考虑复杂工况环境与个体差异性的 Gamma 过程模型用于主轴系统退化分析与可靠性评估。

4.4.1 多源性能退化数据

本节所分析来自主机厂数控机床主轴系统滑油磨粒积累数据如图 4-3 与表 4-1 所示, 来自用户主轴系统滑油磨粒积累数据如图 4-4 与表 4-2 所示。本节所用数据是对原始数据经过一定处理, 保留了相关特性且剔除了相关指标参数细节。

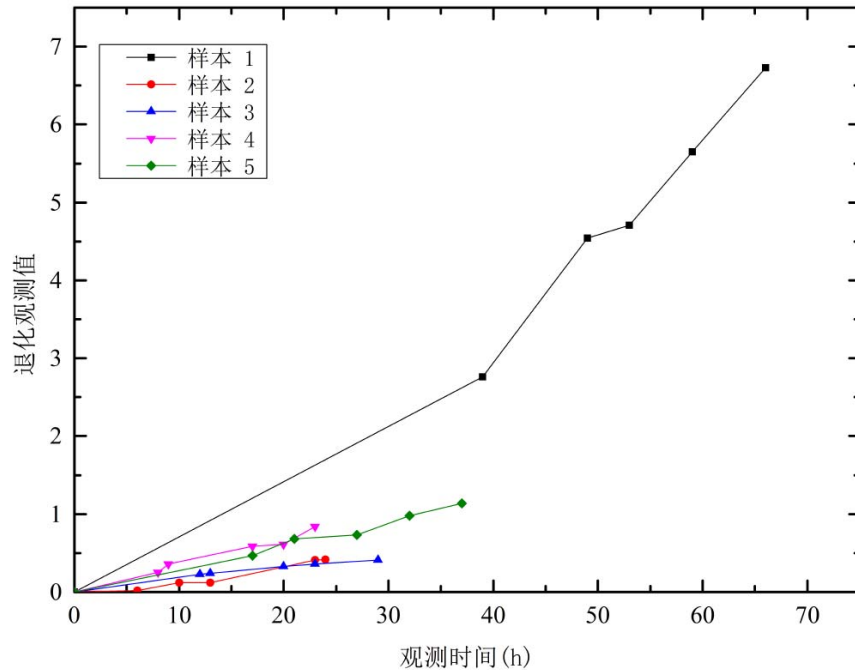


图 4-3 来自主机厂滑油磨粒积累曲线

表 4-1 来自主机厂的滑油磨粒积累数据

样本 1	观测时间	0	39	49	53	59	66
	退化量	0	2.76	4.54	4.71	5.56	6.73
样本 2	观测时间	0	6	10	13	23	24
	退化量	0	0.02	0.12	0.122	0.41	0.42
样本 3	观测时间	0	12	13	20	23	29
	退化量	0	0.23	0.24	0.33	0.36	0.41
样本 4	观测时间	0	8	9	17	20	23
	退化量	0	0.25	0.36	0.59	0.61	0.84
样本 5	观测时间	0	17	21	27	32	37
	退化量	0	0.47	0.68	0.73	0.98	1.14

表 4-2 来自用户的滑油磨粒积累数据

样本 1	观测时间	0	1	7	8	9	18	21
	退化量	0	0.08	1.01	1.28	1.48	2.49	3.13
	观测时间	32	34	38	39	40	43	45
	退化量	5.82	6.25	7.37	7.49	7.5	7.87	8.29
样本 2	观测时间	0	14	17	24	26	35	40
	退化量	0	0.33	0.44	0.76	0.81	0.95	1.32
	观测时间	41	55	58	68	69	73	80
	退化量	1.36	2.29	2.4	2.82	2.89	3.08	3.48
样本 3	观测时间	0	1	4	6	7	27	47
	退化量	0	0.03	0.07	0.13	0.17	1.18	2.25
	观测时间	50	58	59	64	68	76	79
	退化量	2.48	3.17	3.2	3.48	3.73	4.13	4.4
样本 4	观测时间	0	1	3	11	28	30	33
	退化量	0	0.01	0.03	0.35	1.28	1.47	1.58
	观测时间	49	52	65	80	81	85	90
	退化量	2.77	3	3.73	4.75	4.8	5.05	5.64
样本 5	观测时间	0	1	7	9	14	25	39
	退化量	0	0.03	0.69	0.77	1.26	2.12	3.67
	观测时间	41	50	55	57	59	61	64
	退化量	4.31	5.98	6.94	7.92	8.11	8.5	8.74

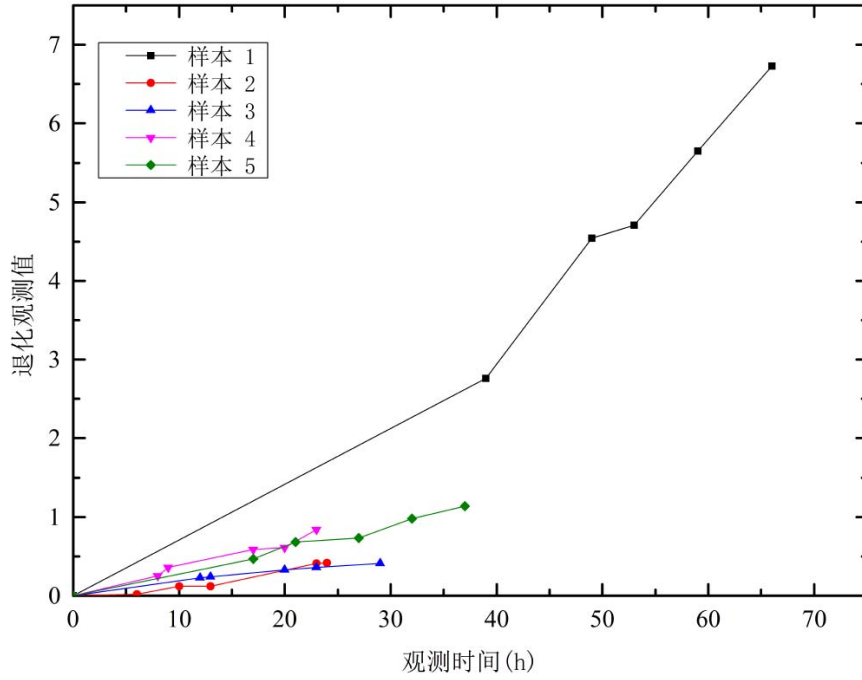


图 4-4 来自用户润滑油磨粒积累曲线

4.4.2 退化过程建模与参数估计

润滑油磨粒积累过程退化增量 $\Delta d_{ij} = D(t_{ij}) - D(t_{i,j-1})$ 服从 Gamma 分布 $\text{Gamma}(\eta \Delta t_{ij}, v_i^{-1})$, 其中 $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i,j-1}$ 且 $v_i \sim \text{Gamma}(\gamma^{-1}, \delta)$ 。根据 4.3 节中所构建的基于多源退化信息贝叶斯信息融合基本框架, 首先给出主机厂退化过程模型中参数的先验分布如下:

$$\delta \sim \text{Uniform}(0, 100), \gamma \sim \text{Uniform}(0, 100), \eta \sim \text{Uniform}(0, 100) \quad (4-22)$$

由于受到可用先验信息较少的限制以及为了退化分析结果符合退化数据所包含信息, 本节采用以均匀分布形式的无信息先验分布作为退化模型参数的先验分布。MCMC 方法被用于生成联合后验分布的模型参数样本。对于润滑油磨粒积累数据退化分析, OpenBUGS 软件被用于生成 20000 个样本, 生成的后验样本被用于实现模型参数估计以及主轴系统的可靠性评估。

主机厂退化模型参数的后验分布如式(4-12)所示, 图 4-5 给出了参数后验分布概率密度函数。

图 4-6 给出了主机厂退化模型参数的收敛性判断结果, 从图中可以看出, 随着迭代的进行, 没有出现显著不规律变化, 由此可以判断出用于 MCMC 方法的各模型参数都是收敛的。

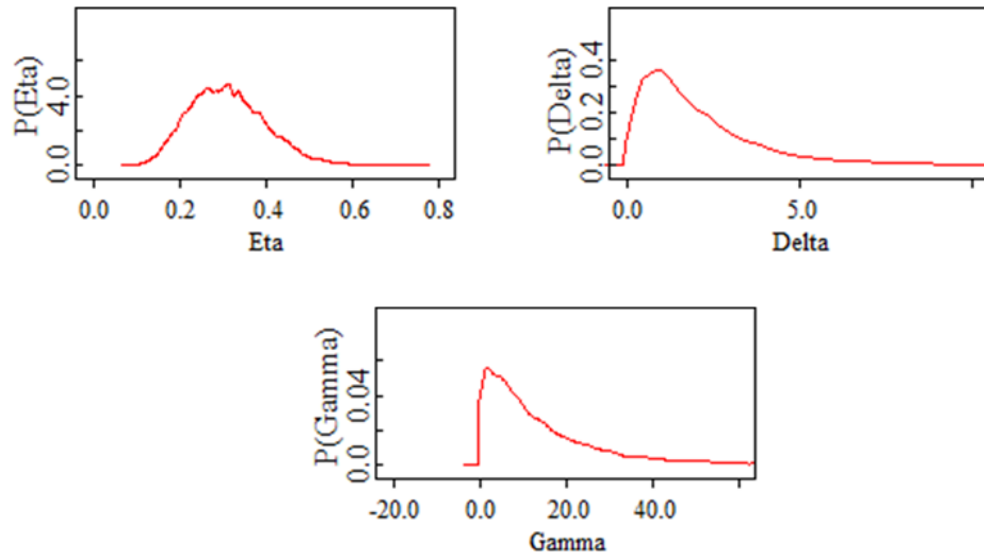


图 4-5 主机厂退化模型参数后验分布概率密度函数

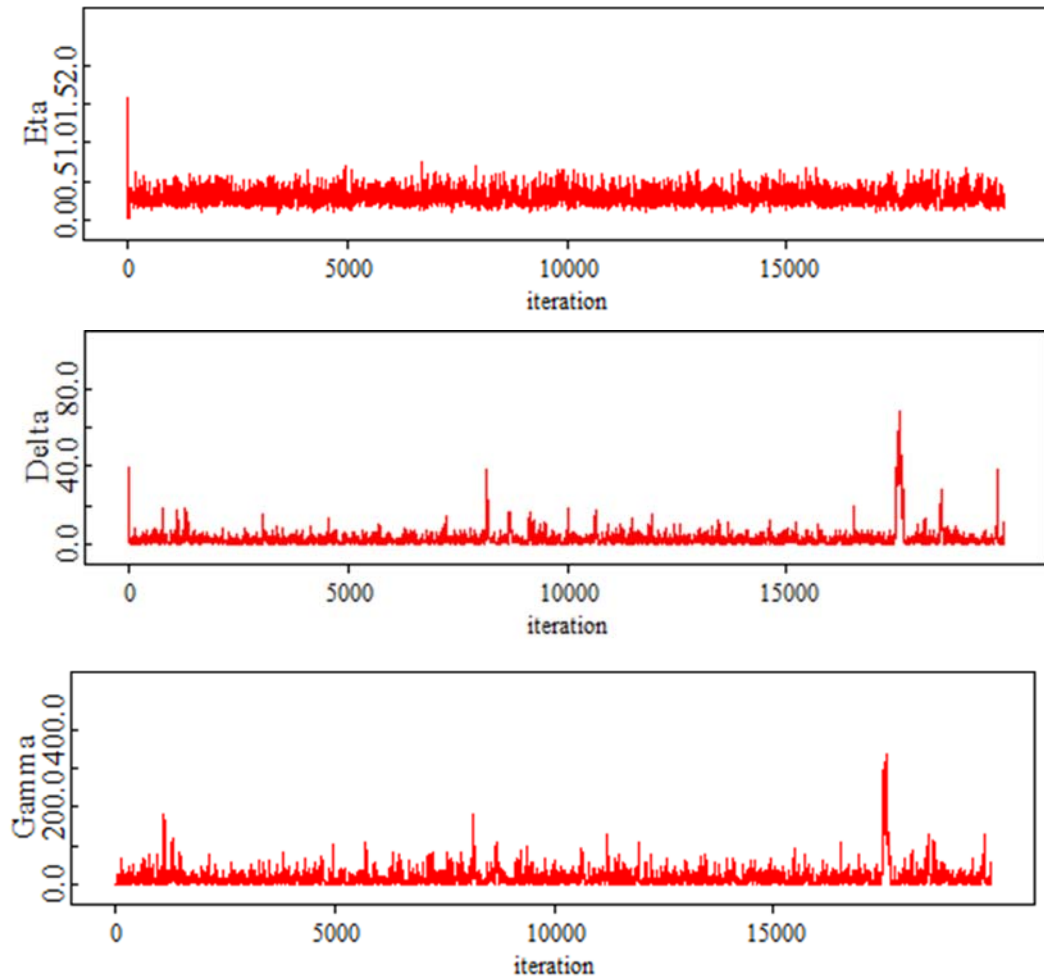


图 4-6 主机厂退化模型参数仿真迭代轨迹图

根据本章所提出基于多源退化信息的贝叶斯信息融合基本框架，将基于主机厂退化数据退化分析的模型后验分布转化为基于用户退化数据退化分析模型参数的先验分布，以达到信息融合目的。同时，为了表征用户数控机床主轴系统工作时面临的复杂工况环境，将校准系数 k_1 与 k_2 引入。校准系数的先验分布根据文献[172]的研究，采用均值为1的Gamma分布，可表示如下：

$$k_1 \sim \text{Gamma}(1, 1), k_2 \sim \text{Gamma}(1, 1) \quad (4-23)$$

根据本章所提出框架，融合主机厂与用户退化数据且考虑个体差异与工况环境退化模型参数的后验分布概率密度函数如图4-7所示。

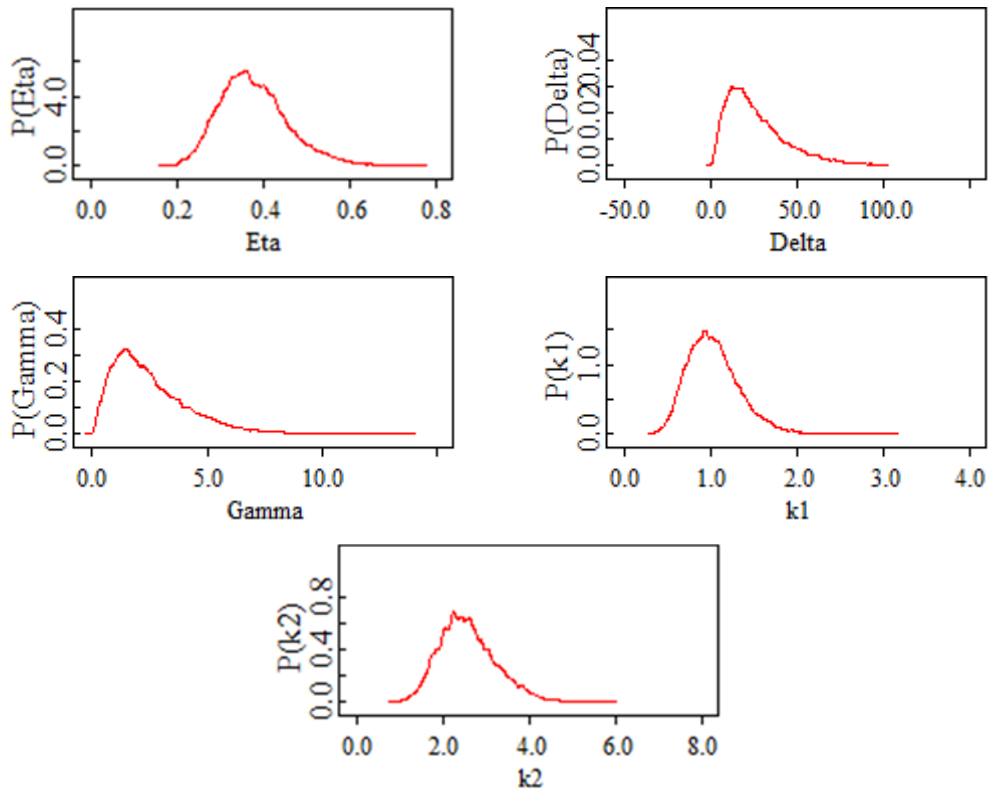
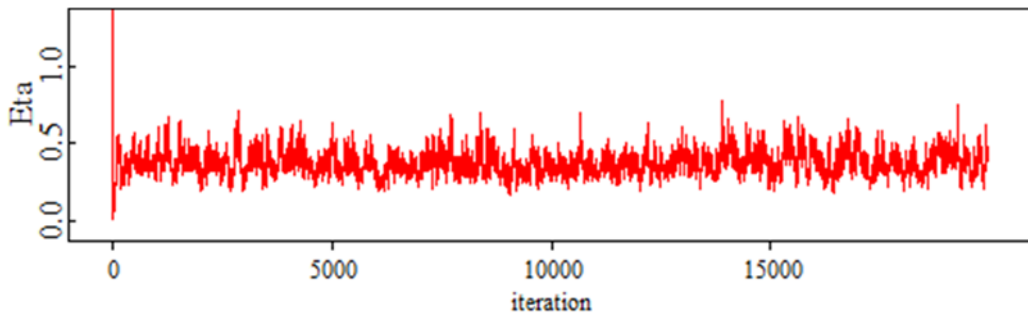


图 4-7 多源退化信息融合模型参数后验分布概率密度函数



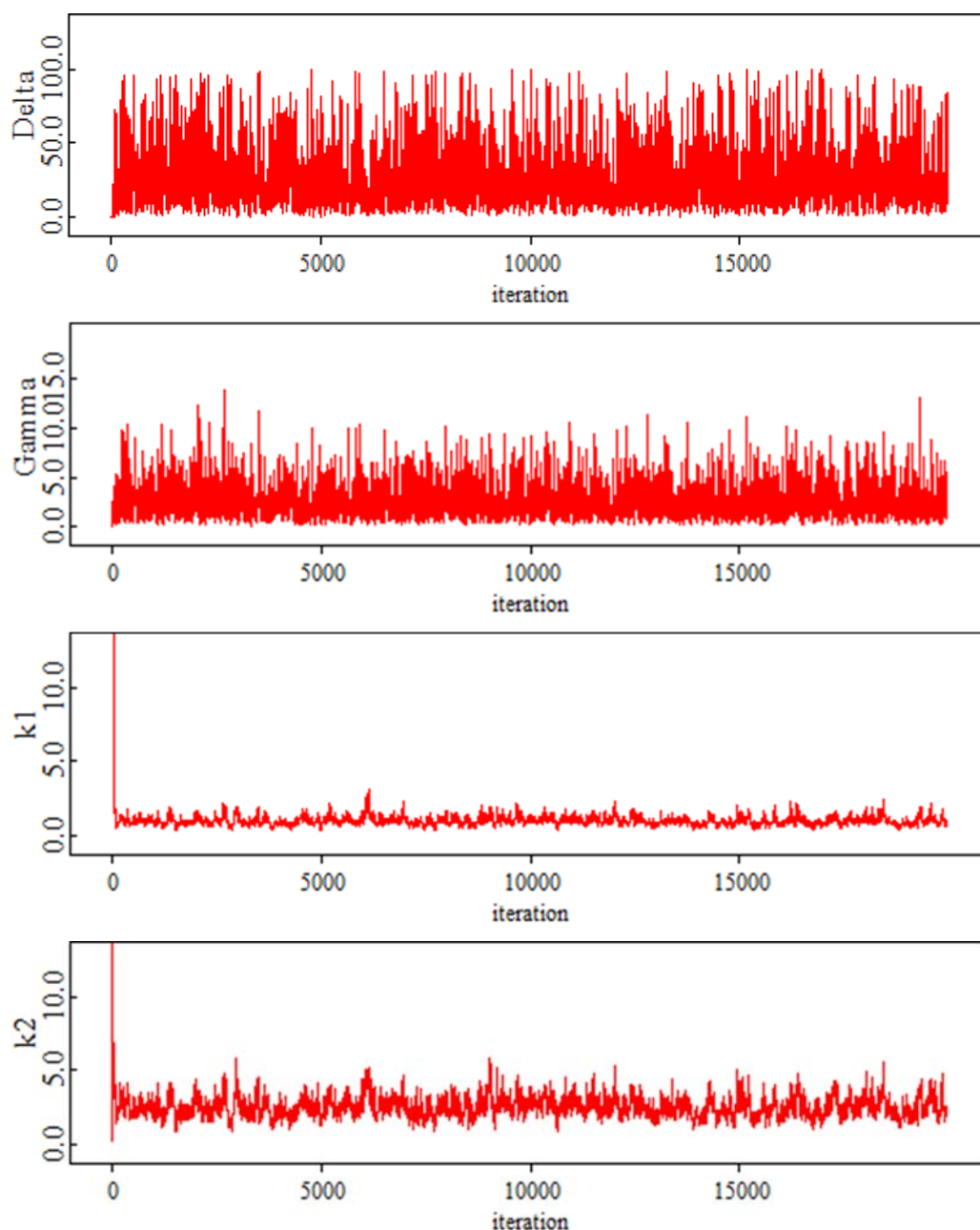


图 4-8 模型参数仿真迭代轨迹图

图 4-8 给出了模型参数的收敛性判断结果,表明了该模型的参数都具有很好的收敛性。

本章使用 DIC 方法对基本融合多源退化数据的 Gamma 过程模型、融合多源退化数据并考虑个体差异性的 Gamma 过程模型以及融合多源退化数据并考虑个体差异性与工况环境的 Gamma 过程模型进行对比选择。表 4-3 列出了各模型的 DIC 值,根据 DIC 方法定义,越小 DIC 值代表着模型越精确。由表 4-3 可知,考虑个体差异性与工况环境的 Gamma 过程模型的 DIC 值最小,因此可判断其为最

适合的模型。

表 4-3 不同退化模型的 DIC 值

	基本模型	考虑个体差异模型	考虑个体差异性与工况环境模型
DIC	-8.702	-45.02	-100.8

通过 MCMC 方法从生成的后验样本进行抽样，所获得参数估计的结果如表 4-4 所示，它集成了来自主机厂与用户退化数据所包含的信息。

表 4-4 模型参数的估计结果

模型参数		统计特征值		后验置信区间	
		均值	方差	2.5%	97.5%
固定参数	η	0.3765	0.07963	0.2439	0.5576
参数	δ_v	26.4	17.99	3.583	73.24
	γ_v	2.577	1.657	0.4467	6.676
校准系数	k_1	1.036	0.3009	0.5541	1.718
	k_2	2.571	0.6533	1.492	4.021
随机参数	v_1	0.2265	0.05583	0.1411	0.3565
	v_2	0.05003	0.01382	0.02878	0.08249
	v_3	0.06085	0.01728	0.03435	0.1026
	v_4	0.07425	0.01986	0.04383	0.1207
	v_5	0.1404	0.04036	0.07836	0.2343

4.4.3 模型验证与可靠性评估

本节采用交叉验证方法对模型进行验证，并在验证的基础上使用该模型对于数控机床主轴系统可靠性进行评估。

在使用交叉验证方法对模型进行验证时，本节将表 4-1 与表 4-2 所示来自主机厂与用户的退化数据分为两部分：所有来自主机厂的退化数据与来自用户的前 13 组数据作为用于参数估计的观测值，用户最后一组观测数据被用作交叉验证点。基于参数估计的结果，交叉验证点的性能退化观测值可以被预测，然后将实际观测值与预测值进行比较以对模型进行验证。比较结果如图 4-9 所示，箱形图的上边缘和下边缘分别对应预测结果 90%置信区间的上限与下限，中间直线对应预测结果的均值。从图中可以观察到，预测结果的箱形图基本涵盖了实际观测结果，这表明所提出的模型和参数估计方法适用于主轴系统基于多源退化数据可靠性建模与评估。

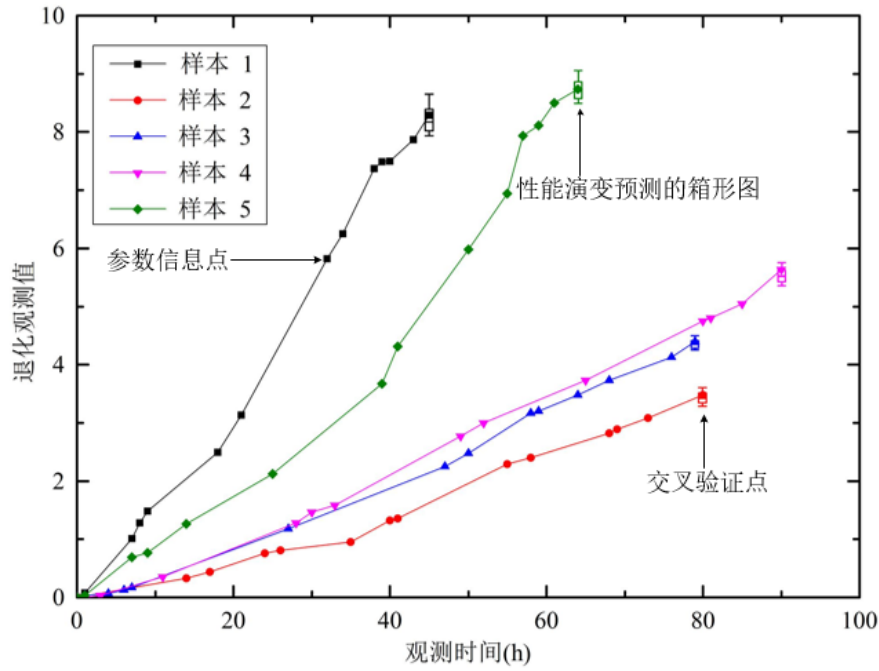


图 4-9 交叉验证点的性能退化预测值与观测值对比

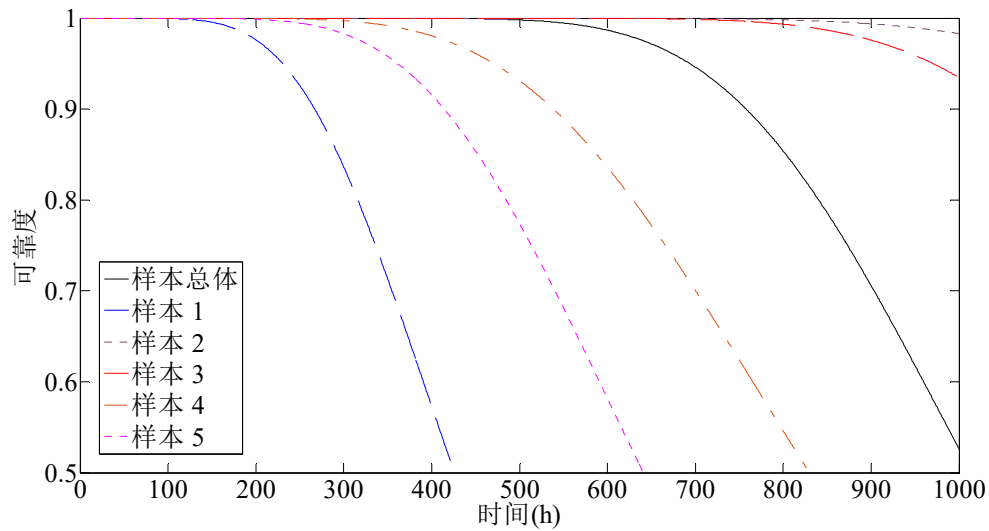


图 4-10 数控机床主轴系统可靠性评估结果

根据主轴系统的使用需求, 滑油磨粒积累过程的失效阈值为 $C = 80$ 。基于模型的参数估计结果, 结合式(4-19)与(4-21)可以对数控机床主轴系统个体与总体的可靠性进行评估, 如图 4-10 所示。

4.5 本章小结

本章提出一种新的贝叶斯信息融合方法, 用于处理在小样本问题下退化分析

面临的个体差异性问题以及复杂的工况环境问题。首先，使用集成随机效应模型的 **Gamma** 过程描述存在个体差异性的退化演变过程。然后将校准系数与该退化模型进行融合，以表征数控机床主轴系统在工作时面临的复杂工况环境。在此基础上，根据贝叶斯理论的信息融合能力，构建了融合主机厂、用户以及新用户的性能退化数据的可靠性评估框架，实现了多源退化数据的融合分析以及评估结果的实时更新。最后，通过应用实例对本章所提出的退化过程建模与可靠性评估方法进行了示例展示。

第五章 基于多源异种数据的数控机床关键子系统可靠性评估

数据是产品可靠性评估的基础,成败型数据、故障时间数据和性能退化数据是最为常见的三种可用于可靠性评估的数据。成败型数据来源于伯努利试验,即进行一次观测,仅有两种可能的观测结果:产品正常工作或故障。因此,成败型数据只能描述成功或失败情况。故障时间数据显示产品在时间尺度上的可靠性信息,它记录了产品在故障前保持正常工作的时间。性能退化数据描述了产品故障过程,其中产品故障概率可以通过达到其失效阈值相关参数来推断。

5.1 引言

数控机床主轴系统具有多型号、定制化、小批量、高精度、高可靠度和高成本的特性,致使数控机床主轴系统可靠性建模与评估,不可避免地出现试验不足、样本少、数据积累不足等典型的小样本问题。因此,为了在小样本条件下获取高置信度的可靠性评估结果,需尽可能利用所能获取的可靠性信息。可用于数控机床主轴系统可靠性评估的数据可能来源于用户服役现场可靠性测试,实验室可靠性测试和主机厂售后服务的相关数据等。此即体现为数控机床主轴系统可靠性评估研究中可靠性信息的多源性。同时多源可靠性信息往往存在数据格式各异特性,如可能同时存在成败型数据、故障时间数据和退化数据等,此即表现为可靠性信息的异种性。值得注意的是,虽然这三种类型数据具有差异性,但从主轴系统寿命周期发展的角度来看,这些数据存在内在耦合关系,故其表征的数控机床主轴系统可靠性评估结果是共通的。当前数控机床主轴系统可靠性建模与评估研究中,基于单一来源或单一类型可靠性数据的研究多,鲜见综合多源异种可靠性数据联合建模,而后者对于解决数控机床主轴系统在小样本条件下的高置信度可靠性评估极具意义。

由于数控机床主轴系统结构及运行环境复杂,影响其可靠性因素众多,包括数据收集方法与精度受限等,致使多源、异种的可靠性信息兼具不确定性。贝叶斯理论对多源异种可靠性数据的融合能力,对不确定性量化的灵活性,成为融合多源异种信息的数控机床主轴系统可靠性评估的首要之选。在贝叶斯理论的框架中,层次贝叶斯模型被用于处理数据的多源特性,zeros-ones 转化方法被用于处理数据的异种特性,MCMC 方法被用于模型未知参数的估计^[173]。在获取了融合多源异种数据模型参数估计结果之后,则可通过相应的函数对主轴系统的可靠性进行评估。

本章在传统基于单一来源或单一类型数据的可靠性建模与评估方法基础上,对数控机床主轴系统融合多源异种数据可靠性建模与评估方法展开研究。一方面

为数控机床主轴系统可靠性建模与评估方法进行拓展，另一方面为小样本条件下主轴系统可靠性建模与评估方法的应用提供技术支撑。

5.2 多源异种信息融合模型

本节首先介绍贝叶斯理论框架中用于处理异种数据的 zeros-ones 转化方法，然后分别探讨成败型数据与故障时间数据融合模型，成败型数据与退化数据融合模型，故障时间数据与退化数据融合模型以及成败型数据、故障时间数据与退化数据融合模型。

5.2.1 Zeros-ones 转化方法

通过 zeros-ones 转化方法，可以使用伯努利分布或泊松分布间接指定任意模型似然函数。假设一个模型的对数似然函数为 $L_i = \log f(y_i|\theta)$ ，该模型似然函数可以写为：

$$L(y|\theta) = \prod_{i=1}^n e^{l_i} = \prod_{i=1}^n \frac{e^{-(-l_i)} (-l_i)^0}{0!} = \prod_{i=1}^n f_p(0; -l_i) \quad (5-1)$$

模型似然函数可以视作伪随机变量密度的乘积 $\Xi(i=1, \dots, n)$ ，其均值服从泊松分布且所有观测值都设置为 0。为了确保任一 Ξ_i 均值为正，需将常数项 C 加入均值中，这意味着每个似然项将乘以 e^{-C} 。使用这种方法，新的似然函数可以表达为：

$$L(y|\theta) = \prod_{i=1}^n \frac{e^{-(-l_i+C)} (-l_i+C)^0}{0!} = \prod_{i=1}^n f_p(0; -l_i+C) \quad (5-2)$$

式中，对于 $i=1, 2, \dots, n$ ，有 $-l_i+C > 0$ 。

伯努利分布同样可被用于 zeros-ones 转化方法，似然函数可写作：

$$L(y|\theta) = \prod_{i=1}^n e^{l_i} = \prod_{i=1}^n (e^{l_i})^1 (1-e^{l_i})^0 = \prod_{i=1}^n f_b(1; e^{l_i}, 1) \quad (5-3)$$

式中， $f_b(1; e^{l_i}, 1)$ 为伯努利分布成功率 e^{l_i} 。因此可以将模型的似然函数视为新的伪随机变量密度的乘积 Ξ_i ，其服从成功率为 e^{l_i} 的伯努利分布，且所有观测值设定为 1。为了确保成功率小于 1，需将每个似然函数项乘以 e^{-C} ，其中 C 为正数。此时似然函数可以表达为：

$$L(y|\theta) = \prod_{i=1}^n (e^{l_i-C})^1 (1-e^{l_i-C})^0 = \prod_{i=1}^n f_b(1; e^{l_i-C}, 1) \quad (5-4)$$

5.2.2 成败型数据与故障时间数据融合模型

为了解决成败型数据与故障时间数据的融合问题，本节基于贝叶斯理论提出一种新的融合方法。假设故障时间数据 t_v 服从指数分布，且有 $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ ，定义平均任务时间为 t_0 ，则可得其成功率为：

$$p_e = e^{-\lambda t_0} \quad (5-5)$$

相较于成败型数据，故障时间数据可以提供更为丰富的与时间相关的可靠性信息。在给定任务时间以及指数故障时间假设条件下，成败型数据服从伯努利分布： $f_B(X_j | p_e = e^{-\lambda t_0})$ 。

如前文所述，可以通过 zeros-ones 转化方法将故障时间数据转化为成败型数据，其中伯努利分布被用于间接指定模型的似然函数。因此，对于指数分布，可以设定：

$$w_{Ev} = \log(\lambda e^{-\lambda t_v}) \quad (5-6)$$

根据指数分布定义，可知故障时间数据似然函数为：

$$\begin{aligned} L(t_v | \lambda) &= \prod_{v=1}^{n_1} e^{\log(\lambda e^{-\lambda t_v})} = \prod_{v=1}^{n_1} \left(e^{\log(\lambda e^{-\lambda t_v})} \right)^1 \left(1 - e^{\log(\lambda e^{-\lambda t_v})} \right)^0 \\ &= \prod_{v=1}^{n_1} (e^{w_{Ev}})^1 (1 - e^{w_{Ev}})^0 = \prod_{v=1}^{n_1} f_B(1 | e^{w_{Ev}}) \end{aligned} \quad (5-7)$$

成败型数据 X_j 似然函数为：

$$\begin{aligned} L(X_j | p_e) &= \prod_{j=1}^{n_2} e^{-\lambda t_0} = \prod_{j=1}^{n_2} (e^{-\lambda t_0})^1 (1 - e^{-\lambda t_0})^0 \\ &= \prod_{j=1}^{n_2} (p_e)^1 (1 - p_e)^0 = \prod_{j=1}^{n_2} f_B(X_j | p_e) \end{aligned} \quad (5-8)$$

为了融合成败型数据与故障时间数据，需将指示变量 c_s 引入模型。需要注意的是，当数据源为成败型数据时 $c_s = 0$ ，当数据源为故障时间数据时 $c_s = 1$ 。可定义：

$$\begin{aligned} p_{Bs} &= c_s \cdot e^{w_{Ev}} + (1 - c_s) p_e \\ &= c_s \cdot e^{\log(\lambda e^{-\lambda t_v})} + (1 - c_s) e^{-\lambda t_0} \end{aligned} \quad (5-9)$$

由此，可将融合成败型数据与故障时间数据似然函数表达如下：

$$\begin{aligned}
 L(t, X | \lambda) &= \prod_{s=1}^{n_1+n_2} (p_{Bs})^{u_s} \cdot (1-p_{Bs})^{1-u_s} = \prod_{s=1}^{n_1+n_2} f_B(u_s | p_{Bs}) \\
 &= \prod_{s=1}^{n_1+n_2} \left(c_s \cdot e^{\log(\lambda e^{-\lambda t_v})} + (1-c_s) e^{-\lambda t_0} \right)^{u_s} \cdot \left(1 - \left(c_s \cdot e^{\log(\lambda e^{-\lambda t_v})} + (1-c_s) e^{-\lambda t_0} \right) \right)^{1-u_s} \quad (5-10)
 \end{aligned}$$

当数据源为成败型数据时 $u_s = X_s$ ，其为 0 或 1。当数据源为故障时间数据时，根据 zeros-ones 转化方法，有 $u_s = 1$ 。当使用贝叶斯理论对未知参数进行参数估计时，首先假设参数 λ 的先验分布为正态分布，有 $\lambda \sim N(a_\lambda, b_\lambda)$ 。其中， a_λ 与 b_λ 为超参数。由此可知未知参数 λ 的后验分布可以表示为：

$$\begin{aligned}
 p(\lambda | t, X) &\propto \pi(\lambda) L(t, X | \lambda) \\
 &= \pi(\lambda) \prod_{s=1}^{n_1+n_2} \left(c_s \cdot e^{\log(\lambda e^{-\lambda t_v})} + (1-c_s) e^{-\lambda t_0} \right)^{u_s} \cdot \left(1 - \left(c_s \cdot e^{\log(\lambda e^{-\lambda t_v})} + (1-c_s) e^{-\lambda t_0} \right) \right)^{1-u_s} \quad (5-11)
 \end{aligned}$$

5.2.3 成败型数据与退化数据融合模型

对于退化数据 $D(t_{ij})$ ，其为第 i 个样本在时刻 t_{ij} 时的第 j 次观测，有 $i = 1, \dots, N$ 与 $j = 1, \dots, M$ 。当使用随机过程对其进行描述时，退化增量 $\Delta d_{ij} = D(t_{ij}) - D(t_{i,j-1})$ 服从相应的概率分布。

(1) 基于 Wiener 过程退化数据与成败型数据融合模型

当使用 Wiener 过程描述退化数据时，其增量服从正态分布 $\Delta d_{ij} \sim N(\mu \Delta t_{ij}, \sigma^2 \Delta t_{ij})$ 且 $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i,j-1}$ 。根据 Wiener 过程定义，可知其概率密度函数为：

$$f_D(\Delta d_{ij} | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi \Delta t_{ij}}} \exp \left(-\frac{(\Delta d_{ij} - \mu \Delta t_{ij})^2}{2\sigma^2 \Delta t_{ij}} \right) \quad (5-12)$$

定义退化过程失效阈值为 C ，退化初始值为 $D(t_{i0})$ ，平均任务时间为 t_{ia} ，可知成功率函数为：

$$\begin{aligned}
 p_D(t_{ia} | \mu, \sigma) &= \Phi \left(\frac{C - D(t_{i0}) - \mu t_{ia}}{\sigma \sqrt{t_{ia}}} \right) \\
 &\quad + \exp \left(\frac{2\mu(C - D(t_{i0}))}{\sigma^2} \right) \Phi \left(-\frac{C - D(t_{i0}) + \mu t_{ia}}{\sigma \sqrt{t_{ia}}} \right) \quad (5-13)
 \end{aligned}$$

尽管成败型数据是直接表达故障样本个数而退化数据描述故障过程，但它们都与式(5-13)相关。与 5.2.2 节的处理方法类似，退化数据需通过 zeros-ones 转化方法在似然函数中被转换为成败型数据。因此，使用 Wiener 过程描述的退化数据的

对数似然函数为:

$$w_{Dv} = \log(f_D(\Delta d_{ij} | \mu, \sigma)) \quad (5-14)$$

为了融合这两种类型的数据, 需引入指示变量 c_s (成败型数据时 $c_s = 0$, 退化数据时 $c_s = 1$), 可定义:

$$\begin{aligned} p_{Bw} &= c_s \cdot e^{w_{Dv}} + (1 - c_s) p_D \\ &= c_s \cdot e^{\log\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi\Delta t_{ij}}} \exp\left(-\frac{(\Delta d_{ij} - \mu\Delta t_{ij})^2}{2\sigma^2\Delta t_{ij}}\right)\right)} \\ &\quad + (1 - c_s) \left[\Phi\left(\frac{C - D(t_{i0}) - \mu t_{ia}}{\sigma\sqrt{t_{ia}}}\right) + \exp\left(\frac{2\mu(C - D(t_{i0}))}{\sigma^2}\right) \Phi\left(-\frac{C - D(t_{i0}) + \mu t_{ia}}{\sigma\sqrt{t_{ia}}}\right) \right] \end{aligned} \quad (5-15)$$

则可将融合两种类型数据的似然函数表达为:

$$L(\Delta d_{ij}, X | \mu, \sigma) = \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} (p_{Bw})^{u_s} \cdot (1 - p_{Bw})^{1-u_s} = \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} f_B(u_s | p_{Bw}) \quad (5-16)$$

式中, 如果数据类型为成败型数据, 则 $u_s = X_x$, 其值为 0 或 1; 如果为退化数据, 则根据 zeros-ones 转化方法, $u_s = 1$ 。模型未知参数的联合后验分布可表达为:

$$\begin{aligned} p(\mu, \sigma | \Delta d_{ij}, X) &\propto \pi(\mu, \sigma) L(\Delta d_{ij}, X | \mu, \sigma) \\ &= \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} (p_{Bw})^{u_s} \cdot (1 - p_{Bw})^{1-u_s} \pi(\mu, \sigma) = \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} f_B(u_s | p_{Bw}) \pi(\mu, \sigma) \end{aligned} \quad (5-17)$$

根据式(5-17), 可得产品个体在未来观测时间点 t_{i,m_i+1} 的性能退化预测与可靠性评估分别为:

$$f(D(t_{i,m_i+1}) | D) = \int_{\mu, \delta > 0} p(\mu, \sigma | \Delta d_{ij}, X) f_D(\Delta d_{ij} | \mu, \sigma) d\mu d\sigma \quad (5-18)$$

$$R(t_{i,m_i+1} | D) = \int_{\mu, \delta > 0} p(\mu, \sigma | \Delta d_{ij}, X) R(t_{i,m_i+1} | \mu, \sigma) d\mu d\sigma \quad (5-19)$$

(2) 基于 Gamma 过程退化数据与成败型数据融合模型

当使用 Gamma 过程描述退化数据时, 其增量服从 Gamma 分布 $\Delta d_{ij} \sim \text{Gamma}(\eta\Delta t_{ij}, \lambda)$ 。根据 Gamma 过程定义, 可将退化增量概率密度函数表达如下:

$$f_D(\Delta d_{ij} | \lambda, \eta) = \frac{\lambda^{\eta \Delta d_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \Delta d_{ij}^{\eta \Delta d_{ij} - 1} \exp(-\lambda \Delta d_{ij}) \quad (5-20)$$

当失效阈值为 C ，退化初始值为 $D(t_{i0})$ ，平均任务时间为 t_{ia} ，可将成功率函数表达为：

$$p_D(t_{ia} | \lambda, \eta) = 1 - \frac{\Gamma(\eta t_{ia}, (C - D(t_{i0})) / \lambda)}{\Gamma(\eta t_{ia})} \quad (5-21)$$

式中， $\Gamma(a, b) = \int_b^\infty x^{a-1} e^{-x} dx$ 为不完全 Gamma 函数。使用 zeros-ones 转化方法在似然函数中将退化数据转换为成败型数据，因此应用 Gamma 过程描述退化数据的对数似然函数为：

$$w_{Dv} = \log(f_D(\Delta d_{ij} | \eta, \lambda)) \quad (5-22)$$

在引入指示变量 c_s 后，可定义：

$$\begin{aligned} p_{Bg} &= c_s \cdot e^{w_{Dv}} + (1 - c_s) p_D \\ &= c_s \cdot e^{\log\left(\frac{\lambda^{\eta \Delta d_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \Delta d_{ij}^{\eta \Delta d_{ij} - 1} \exp(-\lambda \Delta d_{ij})\right)} + (1 - c_s) \left(1 - \frac{\Gamma(\eta t_{ia}, (C - D(t_{i0})) / \lambda)}{\Gamma(\eta t_{ia})}\right) \end{aligned} \quad (5-23)$$

则可将融合两种类型数据的似然函数表达为：

$$L(\Delta d_{ij}, X | \lambda, \eta) = \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} (p_{Bg})^{u_s} \cdot (1 - p_{Bg})^{1-u_s} = \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} f_{Bg}(u_s | p_{Bg}) \quad (5-24)$$

式中，如果数据类型为成败型数据，则 $u_s = X_x$ ，其值为 0 或 1；如果为退化数据，则根据 zeros-ones 转化方法， $u_s = 1$ 。模型未知参数的联合后验分布可表达为：

$$\begin{aligned} p(\lambda, \eta | \Delta d_{ij}, X) &\propto \pi(\lambda, \eta) L(\Delta d_{ij}, X | \lambda, \eta) \\ &= \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} (p_{Bg})^{u_s} (1 - p_{Bg})^{1-u_s} \pi(\lambda, \eta) = \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} f_{Bg}(u_s | p_{Bg}) \pi(\lambda, \eta) \end{aligned} \quad (5-25)$$

同时，可根据式(5-25)将产品在未来观测时间点 t_{i, m_i+1} 的退化值与可靠度分别表示为：

$$f(D(t_{i, m_i+1}) | D) = \int_{\eta, \lambda > 0} p(\lambda, \eta | \Delta d_{ij}, X) f_D(\Delta d_{ij} | \lambda, \eta) d\lambda d\eta \quad (5-26)$$

$$R(t_{i, m_i+1} | D) = \int_{\eta, \lambda > 0} p(\lambda, \eta | \Delta d_{ij}, X) R(t_{i, m_i+1} | \lambda, \eta) d\lambda d\eta \quad (5-27)$$

(3) 基于逆高斯过程的退化数据与成败型数据融合模型

当使用逆高斯过程描述退化数据时，其增量服从逆高斯分布 $\Delta d_{ij} \sim \text{IG}(\Lambda \Delta t_{ij}, \eta(\Lambda \Delta t_{ij})^2)$ 。根据逆高斯过程定义，可将退化增量的概率密度函数表达如下：

$$f_D(\Delta d_{ij} | \Lambda, \eta) = \sqrt{\frac{\eta(\Lambda \Delta t_{ij})^2}{2\pi(\Delta d_{ij})^3}} \exp\left(-\frac{\eta(\Delta d_{ij} - \Lambda \Delta t_{ij})^2}{2\Delta d_{ij}}\right) \quad (5-28)$$

其相对应成功率函数为：

$$p_D(t_{ia} | \Lambda, \eta) = \Phi\left[\sqrt{\frac{\eta}{(C-D(t_{i0}))}}(C-D(t_{i0})-\Lambda \Delta t_{ij})\right] - \exp(2\eta\Lambda \Delta t_{ij})\Phi\left[-\sqrt{\frac{\eta}{C}}(\Lambda \Delta t_{ij} + C-D(t_{i0}))\right] \quad (5-29)$$

在使用 zeros-ones 转化方法将退化数据转换为成败型数据后，可将相对应对数似然函数表示为：

$$w_{Dv} = \log(f_D(\Delta d_{ij} | \Lambda, \eta)) \quad (5-30)$$

同样将指示变量 c_s 引入，可定义：

$$p_{Bg} = c_s \cdot e^{w_{Dv}} + (1-c_s)p_D \quad (5-31)$$

据此，可将融合退化数据与成败型数据的似然函数表示如下：

$$L(\Delta d_{ij}, X | \Lambda, \eta) = \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} (p_{Bg})^{u_s} \cdot (1-p_{Bg})^{1-u_s} = \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} f_{Bg}(u_s | p_{Bg}) \quad (5-32)$$

根据贝叶斯理论分析框架，可以获得模型未知参数的联合后验分布：

$$p(\Lambda, \eta | \Delta d_{ij}, X) \propto \pi(\Lambda, \eta) L(\Delta d_{ij}, X | \Lambda, \eta) = \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} (p_{Bg})^{u_s} \cdot (1-p_{Bg})^{1-u_s} \pi(\Lambda, \eta) = \prod_{i=1}^{n_1+n_2-1} f_{Bg}(u_s | p_{Bg}) \pi(\Lambda, \eta) \quad (5-33)$$

基于该融合模型，可知产品个体在未来观测时间点 t_{i, m_i+1} 的性能退化预测与可靠性评估分别为：

$$f(D(t_{i, m_i+1}) | D) = \int_{\Lambda, \eta > 0} p(\Lambda, \eta | \Delta d_{ij}, X) f_D(\Delta d_{ij} | \Lambda, \eta) d\Lambda d\eta \quad (5-34)$$

$$R(t_{i, m_i+1} | D) = \int_{\Lambda, \eta > 0} p(\Lambda, \eta | \Delta d_{ij}, X) R(t_{i, m_i+1} | \Lambda, \eta) d\Lambda d\eta \quad (5-35)$$

5.2.4 故障时间数据与退化数据的融合模型

(1) 基于 Wiener 过程的退化数据与故障时间数据融合模型

在对退化数据与故障时间数据进行融合时，需定义故障时间数据服从随机过程模型相对应的概率分布。当使用 Wiener 过程描述退化数据时，故障时间数据 $t_m = (t_1, t_1, \dots, t_n)$ 服从逆高斯分布，其概率密度函数为：

$$f(t|\mu, \sigma) = \frac{C}{\sqrt{2\pi t \sigma}} \exp\left(-\frac{(\mu t - C)^2}{2\sigma^2 t}\right) \quad (5-36)$$

根据式(5-12)，退化增量服从正态分布 $\Delta d_{ij} \sim N(\mu \Delta t_{ij}, \sigma^2 \Delta t_{ij})$ ，其概率密度函数为 $f_D(\Delta d_{ij}|\mu, \sigma)$ 。则可将结合了退化数据与故障时间数据的似然函数表达为：

$$\begin{aligned} L(\Delta d_{ij}, t|\mu, \sigma) &= \prod_{m=1}^n f(t|\mu, \sigma) \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M f_D(\Delta d_{ij}|\mu, \sigma) \\ &= \prod_{m=1}^n \frac{C}{\sqrt{2\pi t \sigma}} \exp\left(-\frac{(\mu t - C)^2}{2\sigma^2 t}\right) \prod_{i=1}^N \prod_{j=2}^M \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi \Delta t_{ij}}} \exp\left(-\frac{(\Delta d_{ij} - \mu \Delta t_{ij})^2}{2\sigma^2 \Delta t_{ij}}\right) \end{aligned} \quad (5-37)$$

在使用 MCMC 方法进行计算时，同样需使用 zeros-ones 转化方法对数据进行转化，令：

$$l_o = \log(f(t|\mu, \sigma)), \quad l_u = \log(f_D(\Delta d_{ij}|\mu, \sigma)) \quad (5-38)$$

将指示变量 c_s 引入计算，需注意的是，当数据类型为故障时间数据时 $c_s = 0$ ，当数据类型为退化数据时 $c_s = 1$ 。此时有：

$$l_i = c_i \cdot l_u + (1 - c_i) \cdot l_o \quad (5-39)$$

此时可将转化后多源异种数据的似然函数表达如下：

$$L(\Delta d_{ij}, t|\mu, \sigma) = \prod_{i=1}^{n_1+n_2} e^{l_i} = \prod_{i=1}^{n_1+n_2} \frac{e^{-(-l_i)} (-l_i)^0}{0!} = \prod_{i=1}^{n_1+n_2} f_p(0; -l_i) \quad (5-40)$$

根据上文以及贝叶斯理论，假设模型未知参数的联合先验分布为 $\pi(\theta) = \pi(\mu, \sigma)$ ，模型未知参数的联合后验分布可描述为：

$$p(\mu, \sigma|\Delta d_{ij}, t) \propto \pi(\theta) L(\Delta d_{ij}, t|\mu, \sigma) \quad (5-41)$$

根据式(5-41)，可得产品个体在未来观测时间点 t_{i, m_i+1} 的性能退化预测与可靠性评估分别为：

$$f(D(t_{i, m_i+1})|D) = \int_{\mu, \sigma > 0} p(\mu, \sigma|\Delta d_{ij}, t) f_D(\Delta d_{ij}|\mu, \sigma) d\mu d\sigma \quad (5-42)$$

$$R(t_{i,m_i+1}|D) = \int_{\mu, \delta > 0} p(\mu, \sigma | \Delta d_{ij}, t) R(t_{i,m_i+1} | \mu, \sigma) d\mu d\sigma \quad (5-43)$$

(2) 基于 Gamma 过程的退化数据与故障时间数据融合模型

当使用 Gamma 过程描述退化数据时, 故障时间数据 $t_m = (t_1, t_1, \dots, t_n)$ 概率密度函数为:

$$f(t|\eta, \lambda) = \frac{\eta}{\Gamma(\eta t)} \int_0^{C/\lambda} \left[\ln(x) - \frac{\Gamma'(\eta t)}{\Gamma(\eta t)} \right] x^{\eta t - 1} e^{-x} dx \quad (5-44)$$

由于概率密度函数相当复杂, 在实际应用中难以处理, 一般使用 B-S 分布对其进行拟合。此时故障时间数据 t_m 服从 B-S 分布, 其概率密度函数为:

$$f(t|\eta, \lambda) = \frac{\eta \sqrt{\lambda C}}{2\sqrt{2\pi\lambda C}} \left[\left(\frac{\eta t}{\lambda C} \right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{\eta t}{\lambda C} \right)^{-\frac{3}{2}} \right] \exp \left[-2\lambda C \left(\frac{\eta t}{\lambda C} - 2 + \frac{\lambda C}{\eta t} \right) \right] \quad (5-45)$$

根据式(5-20), 退化增量服从 Gamma 分布 $\Delta d_{ij} \sim \text{Gamma}(\eta \Delta t_{ij}, \lambda)$, 其概率密度函数为 $f_D(\Delta d_{ij} | \eta, \lambda)$ 。使用 zeros-ones 转化方法对数据进行转化, 有:

$$l_o = \log(f(t|\eta, \lambda)), \quad l_u = \log(f_D(\Delta d_{ij} | \eta, \lambda)) \quad (5-46)$$

将指示变量 c_s 引入, 则可定义:

$$\begin{aligned} l_i &= c_i \cdot l_u + (1 - c_i) \cdot l_o \\ &= c_i \cdot \log \left(\frac{\eta (\Delta \Delta t_{ij})^2}{2\pi (\Delta d_{ij})^3} e^{-\frac{\eta (\Delta d_{ij} - \Delta \Delta t_{ij})^2}{2\Delta d_{ij}}} \right) \\ &\quad + (1 - c_i) \cdot \log \left(\frac{\eta \sqrt{\lambda C}}{2\sqrt{2\pi\lambda C}} \left[\left(\frac{\eta t}{\lambda C} \right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{\eta t}{\lambda C} \right)^{-\frac{3}{2}} \right] e^{-2\lambda C \left(\frac{\eta t}{\lambda C} - 2 + \frac{\lambda C}{\eta t} \right)} \right) \end{aligned} \quad (5-47)$$

进而可将融合多源异种数据的似然函数写作:

$$L(\Delta d_{ij}, t | \eta, \lambda) = \prod_{i=1}^{n_1+n_2} e^{l_i} = \prod_{i=1}^{n_1+n_2} \frac{e^{-(-l_i)} (-l_i)^0}{0!} = \prod_{i=1}^{n_1+n_2} f_P(0; -l_i) \quad (5-48)$$

假设模型未知参数的联合先验分布为 $\pi(\theta) = \pi(\eta, \lambda)$, 根据贝叶斯理论, 则可将模型未知参数的联合后验分布描述为:

$$p(\eta, \lambda | \Delta d_{ij}, t) \propto \pi(\theta) L(\Delta d_{ij}, t | \eta, \lambda) \quad (5-49)$$

同时, 可根据式(5-49)将产品个体在未来观测时间点 t_{i,m_i+1} 的退化值与可靠度分

别表示为:

$$f(D(t_{i,m_i+1})|D) = \int_{\eta, \lambda > 0} p(\lambda, \eta | \Delta d_{ij}, t) f_D(\Delta d_{ij} | \lambda, \eta) d\eta d\lambda \quad (5-50)$$

$$R(t_{i,m_i+1}|D) = \int_{\eta, \lambda > 0} p(\lambda, \eta | \Delta d_{ij}, t) R(t_{i,m_i+1} | \lambda, \eta) d\lambda d\eta \quad (5-51)$$

(3) 基于逆高斯过程的退化数据与故障时间数据融合模型

当使用逆高斯过程描述退化数据时, 故障时间数据 $t_m = (t_1, t_1, \dots, t_n)$ 概率密度函数为:

$$\begin{aligned} f(t|\Lambda, \eta) = & \sqrt{\frac{\eta}{C}} \Phi \left[\sqrt{\frac{\eta}{C}} (\Lambda t - C) \right] (\Lambda t)' \\ & - 2\eta \exp(2\eta \Lambda t) \Phi \left[-\sqrt{\frac{\eta}{C}} (\Lambda t + C) \right] (\Lambda t)' \\ & + \sqrt{\frac{\eta}{C}} \exp(2\eta \Lambda t) \left[-\sqrt{\frac{\eta}{C}} (\Lambda t + C) \right] \end{aligned} \quad (5-52)$$

根据式(5-28), 退化增量服从逆高斯分布 $\Delta d_{ij} \sim \text{IG}(\Lambda \Delta t_{ij}, \eta (\Lambda \Delta t_{ij})^2)$, 其概率密度函数为 $f_D(\Delta d_{ij} | \Lambda, \eta)$ 。使用 zeros-ones 转化方法对数据进行转化, 有:

$$l_o = \log(f(t|\Lambda, \eta)), \quad l_u = \log(f_D(\Delta d_{ij} | \Lambda, \eta)) \quad (5-53)$$

将指示变量 c_s 引入, 则可定义:

$$l_i = c_i \cdot l_u + (1 - c_i) \cdot l_o = (1 - c_i) \cdot \log(f(t|\Lambda, \eta)) + c_i \cdot \log(f_D(\Delta d_{ij} | \Lambda, \eta)) \quad (5-54)$$

可将融合多源异种数据的似然函数写作:

$$L(\Delta d_{ij}, t | \Lambda, \eta) = \prod_{i=1}^{n_1+n_2} e^{l_i} = \prod_{i=1}^{n_1+n_2} \frac{e^{-(-l_i)} (-l_i)^0}{0!} = \prod_{i=1}^{n_1+n_2} f_p(0; -l_i) \quad (5-55)$$

假设 $\pi(\theta) = \pi(\Lambda, \eta)$ 为模型未知参数的联合先验分布, 模型未知参数的联合后验分布可以描写为:

$$p(\Lambda, \eta | \Delta d_{ij}, t) \propto \pi(\theta) L(\Delta d_{ij}, t | \Lambda, \eta) \quad (5-56)$$

基于式(5-56)可知产品个体在未来观测时间点 t_{i,m_i+1} 的性能退化预测与可靠性评估分别为:

$$f(D(t_{i,m_i+1})|D) = \int_{\Lambda, \eta > 0} p(\Lambda, \eta | \Delta d_{ij}, t) f_D(\Delta d_{ij} | \Lambda, \eta) d\Lambda d\eta \quad (5-57)$$

$$R(t_{i,m_i+1}|D) = \int_{\Lambda, \eta > 0} p(\Lambda, \eta | \Delta d_{ij}, t) R(t_{i,m_i+1} | \Lambda, \eta) d\Lambda d\eta \quad (5-58)$$

5.2.5 成败型数据、故障时间数据与退化数据的融合模型

在对成败型数据、故障时间数据与退化数据进行融合时，同样需定义故障时间数据服从随机过程模型相对应的概率分布。图 5-1 以融合服从 Gamma 过程退化数据与故障时间数据和成败型数据建模与分析过程为例，介绍了融合多源异种信息的主轴系统可靠性评估流程。

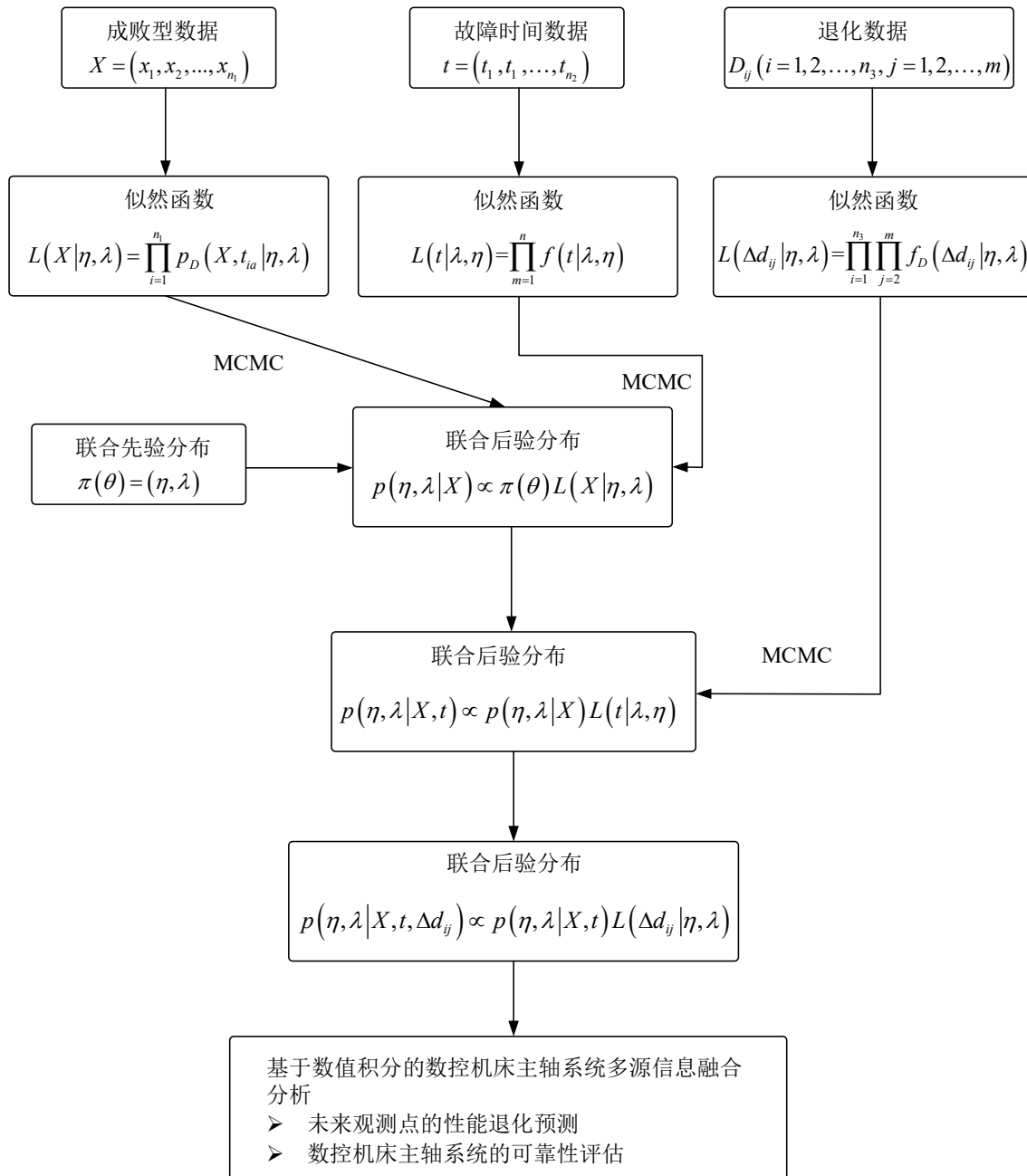


图 5-1 融合多源异种信息主轴系统可靠性评估流程

在此基础上, 将退化数据进行集合, 则可获取融合成败型数据、故障时间数据与退化数据的似然函数:

$$\begin{aligned}
 L(X_k, t_v, \Delta d_{ij} | \eta, \lambda) = & \prod_k^{n_1} \left(1 - \Phi \left[\sqrt{\lambda C} \left(\sqrt{\frac{\eta t}{\lambda C}} - \sqrt{\frac{\lambda C}{\eta t}} \right) \right] \right) \\
 & \times \prod_v^{n_2} \frac{\eta \sqrt{\lambda C}}{2\sqrt{2\pi\lambda C}} \left[\left(\frac{\eta t_v}{\lambda C} \right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{\eta t_v}{\lambda C} \right)^{-\frac{3}{2}} \right] e^{-2\lambda C \left(\frac{\eta t_v}{\lambda C} - 2 + \frac{\lambda C}{\eta t_v} \right)} \\
 & \times \prod_i^{n_3} \prod_j^m \frac{\lambda^{\eta \Delta t_{ij}}}{\Gamma(\eta \Delta t_{ij})} \Delta d_{ij}^{\eta \Delta t_{ij} - 1} \exp(-\lambda \Delta d_{ij})
 \end{aligned} \quad (5-59)$$

需注意的是, 在进行 MCMC 计算时同样需要借助 zeros-ones 转化方法对数据进行转化。在构建了多源异种数据的似然函数后, 根据贝叶斯理论的框架, 可将模型未知参数的联合后验分布描述为:

$$p(\eta, \lambda | X_k, t_v, \Delta d_{ij}) \propto \pi(\theta) L(X_k, t_v, \Delta d_{ij} | \eta, \lambda) \quad (5-60)$$

式中, $\pi(\theta) = \pi(\eta, \lambda)$ 为融合多源异种数据模型未知参数的联合先验分布。根据式 (5-60) 可知产品个体在未来观测时间点 t_{i, m_i+1} 的性能退化预测与可靠性评估分别为:

$$f(D(t_{i, m_i+1}) | D) = \int_{\eta, \lambda > 0} p(\eta, \lambda | X_k, t_v, \Delta d_{ij}) f_D(\Delta d_{ij} | \lambda, \eta) d\eta d\lambda \quad (5-61)$$

$$R(t_{i, m_i+1} | D) = \int_{\eta, \lambda > 0} p(\eta, \lambda | X_k, t_v, \Delta d_{ij}) R(t_{i, m_i+1} | \lambda, \eta) d\lambda d\eta \quad (5-62)$$

使用同样流程, 可以将融合服从 Wiener 过程的退化数据、故障时间数据与成败型数据模型未知参数联合后验分布描述为:

$$\begin{aligned}
 p(\mu, \sigma | X_k, t_v, \Delta d_{ij}) & \propto \pi(\theta) L(X_k, t_v, \Delta d_{ij} | \mu, \sigma) \\
 & = \pi(\mu, \sigma) \prod_k^{n_1} \left(X_k \Phi \left(\frac{C - D(t_{i0}) - \mu t_{ia}}{\sigma \sqrt{t_{ia}}} \right) + e^{\frac{2\mu(C - D(t_{i0}))}{\sigma^2}} \Phi \left(-\frac{C - D(t_{i0}) + \mu t_{ia}}{\sigma \sqrt{t_{ia}}} \right) \right) \\
 & \cdot \prod_v^{n_2} \frac{C}{\sqrt{2\pi t \sigma t}} \exp \left(-\frac{(\mu t - C)^2}{2\sigma^2 t} \right) \prod_i^{n_3} \prod_j^m \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi \Delta t_{ij}}} \exp \left(-\frac{(\Delta d_{ij} - \mu \Delta t_{ij})^2}{2\sigma^2 \Delta t_{ij}} \right)
 \end{aligned} \quad (5-63)$$

同理, 可将融合服从逆高斯过程的退化数据、故障时间数据与成败型数据模型的未知参数联合后验分布描述为:

$$\begin{aligned}
p(\mu, \sigma | X_k, t_v, \Delta d_{ij}) &\propto \pi(\theta) L(X_k, t_v, \Delta d_{ij} | \mu, \sigma) \\
&= \pi(\mu, \sigma) \prod_k^{n_1} \left(X_k \Phi \left[\sqrt{\frac{\eta}{C}} (C - \Lambda(t)) \right] - \exp(2\eta\Lambda(t)) \Phi \left[-\sqrt{\frac{\eta}{C}} (\Lambda(t) + C) \right] \right) \\
&\quad \cdot \prod_v^{n_2} \left(\sqrt{\frac{\eta}{C}} \Phi \left[\sqrt{\frac{\eta}{C}} (\Lambda t - C) \right] (\Lambda t)' - 2\eta \exp(2\eta\Lambda t) \Phi \left[-\sqrt{\frac{\eta}{C}} (\Lambda t + C) \right] (\Lambda t)' \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{\frac{\eta}{C}} \exp(2\eta\Lambda t) \left[-\sqrt{\frac{\eta}{C}} (\Lambda t + C) \right] \right) \\
&\quad \cdot \prod_i^{n_3} \prod_j^m \sqrt{\frac{\eta(\Lambda\Delta t_{ij})^2}{2\pi(\Delta d_{ij})^3}} \exp \left(-\frac{\eta(\Delta d_{ij} - \Lambda\Delta t_{ij})^2}{2\Delta d_{ij}} \right)
\end{aligned} \quad (5-64)$$

5.3 算例分析

本节将通过对某型数控机床主轴系统所采集到的定位精度退化数据以及主轴系统故障时间数据、成败型数据进行建模分析，以此对数控机床主轴系统进行可靠性评估，对本章所提出的融合多源异种信息模型进行示范。同时，通过交叉验证法对主轴系统定位精度的性能演变进行预测对比，以对所提出方法进行验证。

5.3.1 多源异种数据

本节所采用的退化数据为 5 台数控机床主轴系统为样本的定位精度检测数据，如表 5-1 和图 5-2 所示。

表 5-1 定位精度性能检测数据

样本 1	观测时间	26	48	105	157	208	265	289	342	367	467
	退化量	5	17	29	38	57	74	78	95	101	133
样本 2	观测时间	47	90	158	189	236	286	305	355	402	426
	退化量	11	21	38	41	49	54	62	69	78	83
样本 3	观测时间	13	64	116	138	204	254	290	324	382	414
	退化量	3	14	21	27	39	45	47	52	59	65
样本 4	观测时间	64	86	128	172	215	256	268	302	365	408
	退化量	21	26	35	44	54	63	67	79	95	112
样本 5	观测时间	5	49	70	170	219	225	272	280	346	398
	退化量	2	17	24	55	69	70	92	94	108	126

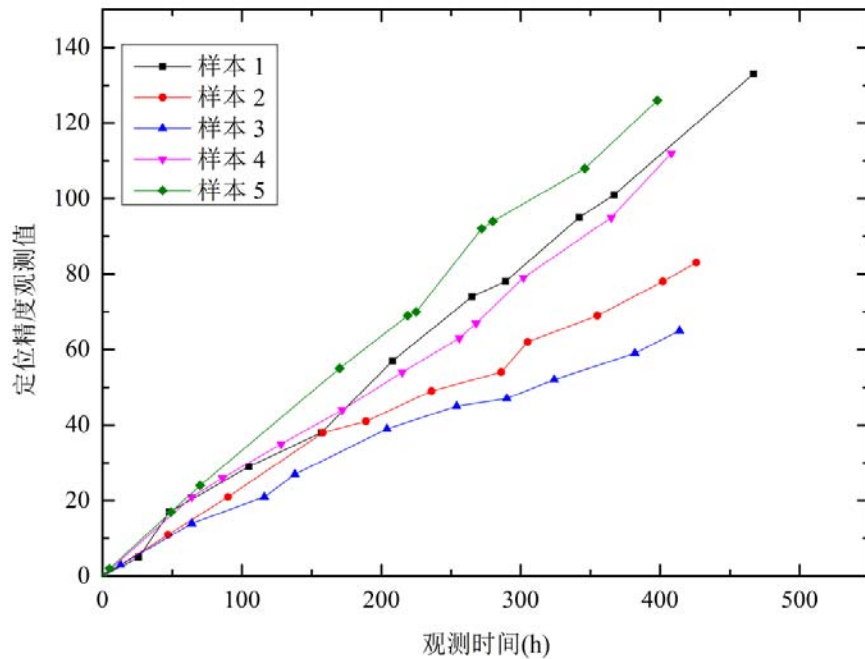


图 5-2 定位精度性能检测数据

表 5-2 和表 5-3 依次给出了与主轴系统退化数据不同来源所获取的主轴系统成败型数据与故障时间数据。

表 5-2 主轴系统成败型数据

主轴系统成败型数据					
成功数/样本数	15/15	15/15	14/15	12/15	7/15
样本服役时间	80	350	650	960	1500

表 5-3 主轴系统故障时间数据

主轴系统故障时间数据(10 个样本)									
580	753	1468	2642	1561	1763	1530	1450	2354	1689

5.3.2 多源异种数据的建模与参数估计

分别使用 Wiener 过程、Gamma 过程与逆高斯过程对主轴系统的定位精度退化数据进行表征。即有 $\Delta d_{ij} = D(t_{ij}) - D(t_{i,j-1})$ 分别服从 $N(\mu\Delta t_{ij}, \sigma^2\Delta t_{ij})$ 、 $\text{Gamma}(\eta\Delta t_{ij}, \lambda)$ 和 $\text{IG}(\Lambda\Delta t_{ij}, \eta(\Lambda\Delta t_{ij})^2)$ 。采用以均匀分布形式的无信息先验分布作为模型未知参数的先验分布：

$$\begin{aligned}
& N(\mu\Delta t_{ij}, \sigma^2\Delta t_{ij}): \mu \sim \text{Uniform}(0,100), \sigma \sim \text{Uniform}(0,100), \\
& \text{Gamma}(\eta\Delta t_{ij}, \lambda): \eta \sim \text{Uniform}(0,100), \lambda \sim \text{Uniform}(0,100), \\
& IG(\Lambda\Delta t_{ij}, \eta(\Lambda\Delta t_{ij})^2): \Lambda \sim \text{Uniform}(0,100), \eta \sim \text{Uniform}(0,100)
\end{aligned} \tag{5-65}$$

通过 MCMC 方法可以获取到模型未知参数联合后验分布的后验样本。对于主轴系统定位精度退化分析，本文通过软件 OpenBUGS 生成 20000 个后验样本。基于 Wiener 过程、Gamma 过程与逆高斯过程模型参数后验分布的概率密度函数分别如图 5-3、图 5-4 以及图 5-5 所示。

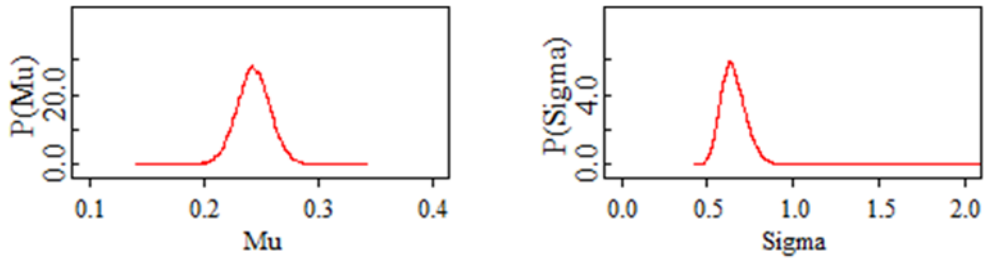


图 5-3 基于 Wiener 过程模型参数后验分布概率密度函数

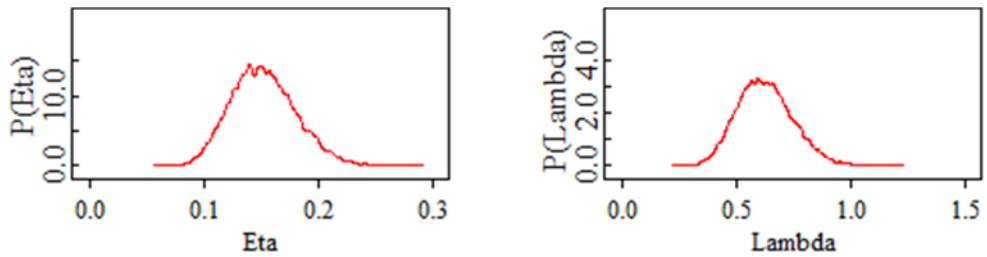


图 5-4 基于 Gamma 过程模型参数后验分布概率密度函数

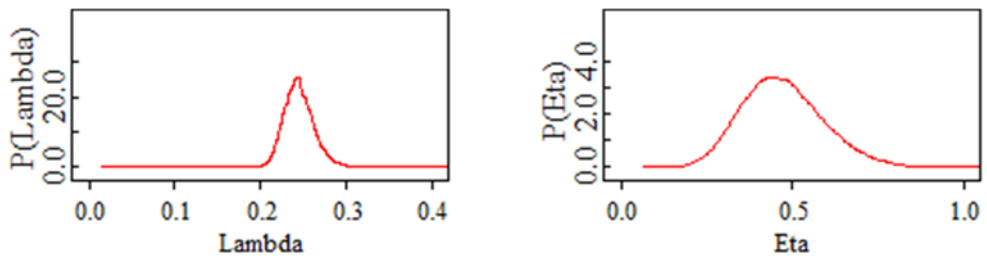


图 5-5 基于逆高斯过程模型参数后验分布概率密度函数

DIC 准则被用于在这三种随机过程模型中选取最为适合本节主轴系统退化数据的模型，表 5-4 展示了不同退化模型的 DIC 值。由于越小的 DIC 值代表该模型越适合所选取的数据，所以本节采用 DIC 值最小的 Gamma 过程模型以对主轴系统退化数据进行表征。

表 5-4 不同退化模型的 DIC 值

	Wiener 过程模型	Gamma 过程模型	逆高斯过程模型
DIC	253.7	251.9	307.7

根据本节所提出的贝叶斯融合模型，可在基于主轴系统退化数据分析的基础上，融合不同源故障时间数据与成败型数据。融合多源异种数据的模型参数后验分布的概率密度函数如图 5-6 所示。

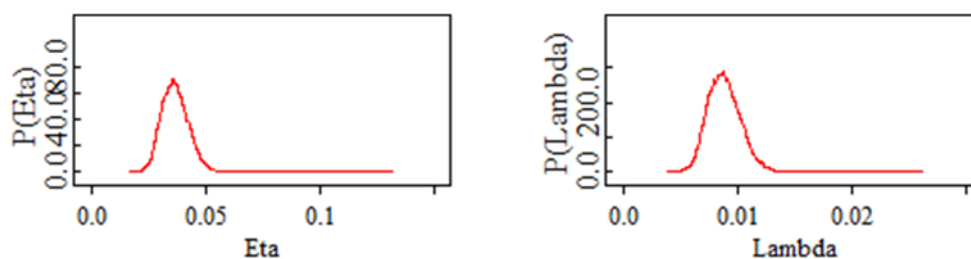


图 5-6 融合多源异种数据模型参数后验分布概率密度函数

图 5-7 展示了模型参数仿真迭代轨迹图，从图中无法观测到显著不规律变化。图 5-8 展示了模型参数自相关函数图，从图中可以清晰地看到，自相关函数值随迭代次数的增加逐渐趋近于 0。综合两种评判方法，可以判定参数估计计算是收敛的。

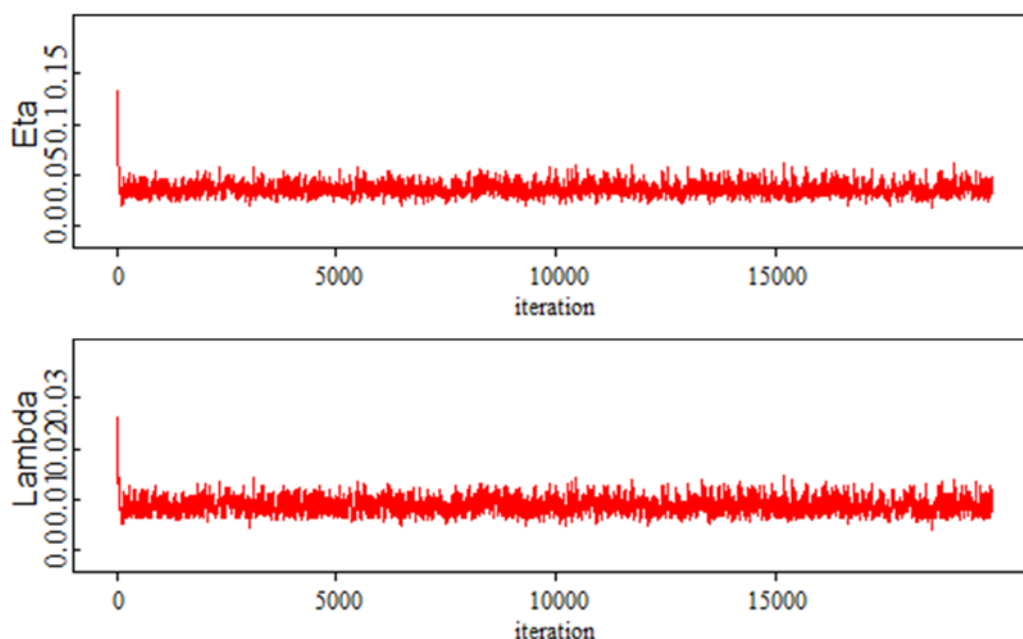


图 5-7 模型参数仿真迭代轨迹图

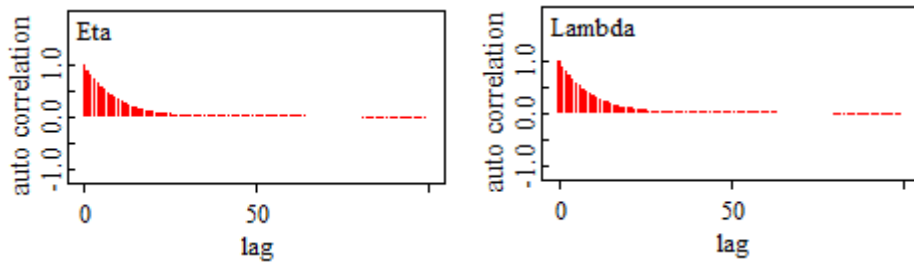


图 5-8 模型参数自相关函数

根据式(5-63)和图 5-6, 可通过 MCMC 方法以及 Gibbs 抽样算法所获取参数估计的结果, 如表 5-5 所示。该结果表征了多源异种数据所包含的可靠性信息。

表 5-5 模型参数估计结果

模型参数		统计特征值		后验置信区间	
		均值	方差	2.5%	97.5%
固定参数	η	0.03675	0.005924	0.02661	0.04888
固定参数	λ	0.008858	0.001432	0.006395	0.01185

5.3.3 模型验证与可靠性评估

本节将采用交叉验证方法对主轴系统性能演变未来观测点进行对比, 以对本章所提出的融合多源异种数据模型进行验证, 并在验证基础上使用该模型对数控机床主轴系统可靠性进行评估。

为了使用交叉验证方法对模型进行验证, 本节将表 5-1 所示主轴系统退化数据的前 9 组数据以及表 5-2 所示主轴系统成败型数据和表 5-3 所示主轴系统故障时间数据作为用于参数估计的观测值, 将表 5-1 所示退化数据的最后一组观测数据作为交叉验证点。根据式(5-61)与参数估计的结果, 可对交叉验证点的性能退化观测值进行预测与比较。交叉验证的比较结果如图 5-9 所示, 图中预测结果以箱形图形式表示, 其上边缘和下边缘分别对应预测结果 90%置信区间的上限与下限, 中间直线对应预测结果的均值。从图中可以观测到, 预测结果箱形图基本涵盖了实际观测结果, 这表明本章所提出的融合模型适用于基于多源异种数据的主轴系统的可靠性评估, 并且本章所提出的性能演变预测方法具有良好的预测能力。

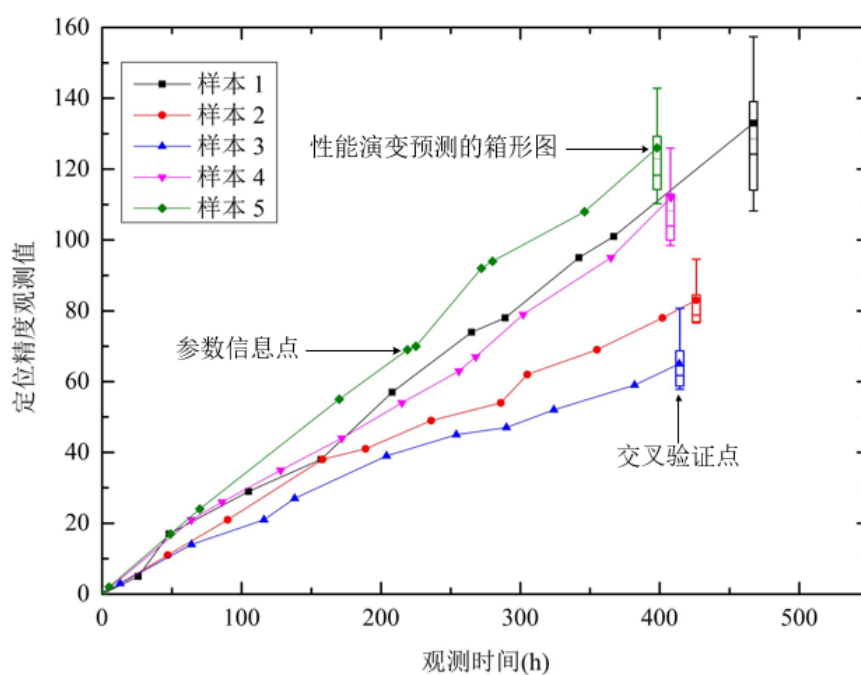


图 5-9 交叉验证点性能退化预测值与观测值对比

根据该型主轴系统的使用需求，定位精度的失效阈值为 $C=300$ 。基于表 5-5 所示参数估计结果，可通过式(5-60)获取如图 5-10 所示主轴系统可靠性评估结果。

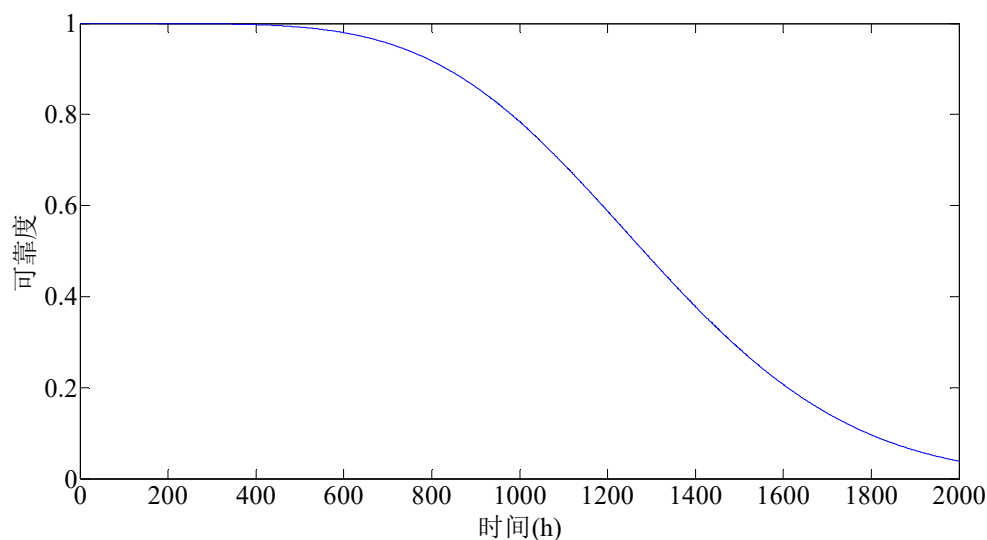


图 5-10 数控机床主轴系统可靠性评估结果

5.4 本章小结

本章针对数控机床主轴系统可靠性数据的多源性和异种性给其可靠性建模与评估工作带来的挑战，基于贝叶斯理论研究了多源异种信息下数控机床主轴系统

可靠性建模与评估技术。首先,研究了故障时间数据与成败型数据、成败型数据与退化数据以及故障时间数据与退化数据的融合建模框架,在此框架下通过 zeros-ones 转化方法实现了两种类型数据的融合建模。在此基础上,应用贝叶斯层次理论构建了融合成败型数据、故障时间数据与退化数据的基本框架,以实现融合多源异种信息的目标。最后通过算例对本章所提出的融合多源异种信息建模与可靠性评估方法进行示例性说明。算例分析表明,本章所提出的融合模型能对小样本下主轴系统可靠性数据多源、异种特性进行较好描述,该模型也对性能演变过程具有良好的预测能力。

第六章 总结与展望

6.1 主要研究结论

现代数控机床，是先进的电子技术、自动控制技术和机械制造技术等高新技术深度融合的产物，具有多功能、高精度、高生产率以及自动化程度高等优点，其被广泛应用于航空航天、轨道交通等行业关键产品与零部件的加工制造。数控机床技术水平特别是其可靠性水平是工作任务成败关键所在，同时也是决定加工产品质量优劣的核心所在。经过几十年的发展，我国数控机床可靠性水平与世界先进水平之间仍存在一定差距，影响用户对国产数控机床的使用信心，成为制约数控机床行业发展的关键所在。

数控机床的可靠性由其各关键子系统所决定。数控机床关键子系统可靠性建模与评估是其整机可靠性评估工作的重要组成环节，也是数控机床整机性能考核的重要方法，同时是机床设计改进、生产方案优化、检修计划制定的重要参考依据。针对数控机床关键子系统的特性，研究其可靠性建模与评估技术具有实际需求与学术价值。本文针对数控机床关键子系统可靠性建模与评估中一些亟待解决的难题进行了研究，主要研究内容与成果概述如下：

(1) 基于多源故障时间数据的数控机床关键子系统可靠性评估

针对数控系统故障时间数据多源的特性，研究了基于多源故障时间数据下数控系统可靠性建模与评估方法。介绍了描述故障时间数据的统计学模型和常见加速模型，在此基础上，将校准系数引入加速模型，以实现复杂工况环境的表征。构建了多源故障时间数据下基于贝叶斯理论的数控系统可靠性建模与评估方法，其中包含了基于 MCMC 方法与 Gibbs 抽样算法的模型参数估计方法。该方法解决了数控系统故障时间数据分析中数据多源情形下的可靠性建模与评估的问题。

(2) 基于退化数据的数控机床关键子系统可靠性评估

系统地研究了基于 Wiener 过程、Gamma 过程以及逆高斯过程的数控机床主轴系统退化数据建模方法，在此基础上将随机效应模型分别引入这三个随机过程模型，构建了三个改进的随机过程模型，解决了主轴系统性能演变过程个体差异性这一建模难题。在此基础上，研究基于贝叶斯理论的退化模型参数估计及可靠性评估基本框架，该框架研究了基于贝叶斯理论性能退化分析模型的建立、个体差异性的表征、模型参数估计、后验分布的获取、模型选择和主轴系统可靠性评估。最后从某型主轴系统退化数据出发，在本文提出的框架下，使用 DIC 方法选择了整合随机效应模型的 Gamma 过程模型对主轴系统退化过程进行建模，应用交叉验证方法

对模型的性能演变预测能力进行了验证。

(3) 基于多源退化数据的数控机床关键子系统可靠性评估

提出基于贝叶斯理论的多源退化信息融合方法，用于处理在小样本问题下退化分析面临的个体差异性问题以及复杂的工况环境问题。使用集成随机效应的 Gamma 过程模型描述存在个体差异性的退化演变过程，并将校准系数结合退化模型的形状参数与尺度参数，以表征主轴系统实际工作时面临的复杂工况环境。在此基础上，应用贝叶斯理论构建了融合多源性能退化数据的可靠性评估框架，实现多源退化数据融合分析以及评估结果实时更新。该方法解决了数控机床主轴系统融合主机厂、用户以及新用户实时退化数据的可靠性协同评估问题。

(4) 基于多源异种信息的数控机床关键子系统可靠性评估

提出了数控机床主轴系统基于多源异种数据的可靠性建模与评估框架，其中包括了成败型数据与故障时间数据、成败型数据与退化数据以及故障时间数据与退化数据的融合建模方法。应用 MCMC 方法与 zeros-ones 转化方法实现了两种类型数据的融合建模。在此基础上，应用贝叶斯层次理论构建了融合成败型数据、故障时间数据与退化数据的基本框架，以实现融合多源异种信息的目标。该方法拓展了现有多源数据融合建模评估体系，解决了数控机床主轴系统可靠性建模与评估中数据的多源性和异种性所带来的难题。

6.2 后续工作展望

本文在针对多源信息下数控机床关键子系统可靠性建模与评估方面进行了初步的研究。随着数控机床朝着智能化方向的发展，数控机床关键子系统的可靠性建模与评估技术会面临新的需求与挑战。在本文研究的基础上，我们将沿着以下方向开展研究工作：

(1) 考虑多退化性能指标数控机床关键子系统可靠性建模与评估方法

由于数控机床关键子系统具有结构复杂、性能指标多样、工作环境多变的特性，其可靠性水平与多个存在相互关系的退化性能指标相关联。这些性能指标一方面受到所承受的工况载荷影响，如高工作负荷产生的内部应力等，另一方面会受到所处的环境应力的影响。传统多性能指标退化分析一般为基于 Copula 函数对两个性能指标进行联合分析，这已难以满足数控机床关键子系统的实际需求。因此，考虑数控机床复杂工况环境下的多性能退化分析技术，有待深入研究。

(2) 考虑不同类阈值的数控机床关键子系统可靠性建模与评估方法

传统的退化分析方法，定义数控机床关键子系统性能指标达到失效阈值则发生故障。但在实际工程中，存在与失效阈值不同的持续时间阈值。如果性能指标超

过持续时间阈值一段时间, 尽管未达到失效阈值, 某些关键子系统仍会发生故障。为了解决这一实际问题, 如何在对数控机床关键子系统的可靠性建模与评估工作中考虑不同类阈值的存在, 是下一步的重点研究方向。

(3) 数控机床关键子系统健康维护方法研究

由于数控机床关键子系统维修成本高昂且相关资源准备时间较长, 传统的定期维修策略易造成资源的浪费与生产成本的提高。因此, 在 PHM 框架下基于多源异种数据建立数控机床关键子系统视情维修策略, 是亟待研究的问题。

致 谢

时光荏苒，白驹过隙，再回首已是而立之年。三十而立即自立于世，即时我将离开母校，脱掉学生的身份，换上新装，踏上开拓崭新世界征途。

在此之际，我十分感谢我所敬爱且钦佩的导师，黄洪钟教授。在我还稚嫩青涩的时候接受我，能让我加入电子科技大学系统可靠性与安全性研究中心这个大家庭。在这期间，您对我的谆谆教诲、对我的关怀备至、对我的用心良苦、对我的劬劳顾复，都让我铭记于心践行于行，终是在曾经成长道路上，未来发展方向上的灯塔。“毋意，毋必，毋固，毋我”这样简明而有力的道理，是我向您学习的地方，它也将指引我在以后的进程里前行。再一次由衷感谢我最亲爱的导师黄洪钟教授，祝愿您身体健康，工作顺利。

感谢电子科技大学系统可靠性与安全性研究中心的所有老师们。感谢刘宇老师、汪忠来老师、朱顺鹏老师、李彦锋老师、许焕卫老师等，感谢你们在工作之余，对我学习和生活上的帮助。

感谢我硕士阶段的导师徐自强副研究员，在我学习之路上给予的悉心指导与无私帮助。

特别感谢我的师兄彭卫文博士、杨圆鉴博士、付国忠博士、殷毅超博士、张小强博士和李翔宇博士，感谢你们在校期间以及毕业后都为我的研究工作排忧解难，让我快速进步。

感谢与我同舟共济的周杰同学和黄承赓同学，在这段艰苦卓绝的日子里，相互鼓励，同心并力，祝福你们未来鹏程万里、前程锦绣。感谢可靠性与安全性研究中心的全体研究生，我的师兄姐妹们。感谢李贺、李享、黄鹏、李懿凡、余奥迪、喻康、曾颖、黄明、黄土地等同学，谢谢你们在此期间给予我的无私帮助。

感谢我的父母，在这近 30 年来为我付出的爱与关怀，是这份情让我坚定不移的前行着，成长在这条充满坎坷与硕果的求学之路上。父母之恩，水不能溺，火不能灭，未来的日子里希望能更多的照顾和关爱你们，望父母幸福安康。

感谢我的妻子，在我一无所成之际将自己托付于我，并且始终相信我，支持我，让我求学道路上坚持不懈。

最后，向辛苦评阅此篇论文的专家们真诚致谢。

参考文献

- [1] 周济. 从“数控一代”到“智能一代”:中国制造业正步入 20 年绝佳发展机遇期[J]. 中国机电工业, 2012, (11): 100-103
- [2] 张根保, 王立平. 国产数控机床可靠性技术综述[J]. 航空制造技术, 2013, (5): 26-31
- [3] 张根保, 柳剑. 数控机床可靠性概述[J]. 制造技术与机床, 2014, (7): 8-14
- [4] 杨兆军, 陈传海, 陈菲, 等. 数控机床可靠性技术的研究进展[J]. 机械工程学报, 2013, 49(20): 130-139
- [5] 申桂香, 陈炳锟, 张英芝, 等. 数控机床小样本类型子系统的可靠性建模[J]. 重庆大学学报, 2011, 34(8): 55-59
- [6] 罗巍. 数控机床故障分析与可靠性评价技术的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2011
- [7] 张义民. 数控机床可靠性技术评述(上)[J]. 世界制造技术与装备市场, 2012, (5): 49-57
- [8] 张义民. 数控机床可靠性技术评述(下)[J]. 世界制造技术与装备市场, 2012, (6): 56-67
- [9] 张根保, 李冬英, 刘杰, 等. 面向不完全维修的数控机床可靠性评估[J]. 机械工程学报, 2013, 23: 136-141
- [10] 张丰收, 韩尚云, 刘建亭, 等. 基于 Bayes 理论的重型数控机床可靠性评估方法研究[J]. 现代制造工程, 2015, 8: 122-125
- [11] 刘征. 混合不确定性下的重型数控机床主轴系统可靠性建模与分析方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2016
- [12] 张义民. 我国数控机床可靠性的研究“何去何从”? [J]. 世界制造技术与装备市场, 2015, 2: 91-103
- [13] 熊尧. 面向重型数控机床的服役可靠性评估方法及增长技术研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2013
- [14] 彭卫文. 重型数控机床可靠性建模与评估技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2015
- [15] 吴军. 基于性能参数的数控装备服役可靠性评估方法与应用[D]. 武汉: 华中科技大学, 2008
- [16] 于捷, 石耀霖, 张海龙, 等. 基于 Bayes 方法的数控机床可靠性研究[J]. 机床与液压, 2009, 37(8): 251-253
- [17] 谢里阳. 机械可靠性理论, 方法及模型中若干问题评述[J]. 机械工程学报, 2014, 50(14): 27-35
- [18] 刘惟信. 机械可靠性设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996
- [19] 牟致忠. 机械可靠性[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011

- [20] 孙志礼, 张义民. 数控机床性能分析及可靠性设计技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011
- [21] J. R. W. Merrick, R. Soyer, T. A. Mazzuchi. A Bayesian semiparametric analysis of the reliability and maintenance of machine tools[J]. *Technometrics*, 2003, 45(1): 58-69
- [22] Y. P. Gupta, T. M. Somers. Availability of CNC machines: multiple-input transfer-function modeling[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1989, 38(3): 285-295
- [23] R. H. P. M. Arts, A. Saxena, G. M. Knapp. Estimation of distribution parameters of mixed failure mode data[J]. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 1997, 3(2): 120-135
- [24] J. P. Kharoufeh, S. M. Cox, M. E. Oxley. Reliability of manufacturing equipment in complex environments[J]. *Annals of Operations Research*, 2013, 209(1): 231-254
- [25] A. Z. Keller, A. R. R. Kamath, U. D. R Perera. Reliability analysis of CNC machine tools[J]. *Reliability Engineering*, 1982, 3(6): 449-473
- [26] K. Salonitis, A. Kolios. Reliability assessment of cutting tool life based on surrogate approximation methods[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, 71(5-8): 1197-1208
- [27] D. A. Tobon-Mejia, K. Medjaher, N. Zerhouni. CNC machine tool's wear diagnostic and prognostic by using dynamic Bayesian networks[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 28: 167-182
- [28] B. M. Hsu, M. H. Shu, Reliability assessment and replacement for machine tools under wear deterioration[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2010, 48(1-4): 355-365
- [29] Z. Yang, D. Zhu, C. Chen, et al. Reliability Modelling of CNC Machine Tools Based on the Improved Maximum Likelihood Estimation Method[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, 2018: 4260508
- [30] Q. Cheng, H. Zhao, Y. Zhao, et al. Machining accuracy reliability analysis of multi-axis machine tool based on Monte Carlo simulation[J]. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2018, 29(1): 191-209
- [31] Y. Liu, H. Peng, Y. Yang. Reliability modeling and evaluation method of CNC grinding machine tool[J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(1): 14-28
- [32] Z. Wang, J. Yang, G. Wang, et al. Application of three-parameter Weibull mixture model for reliability assessment of NC machine tools: a case study[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2011, 225(11): 2718-2726

- [33] D. You, H. Pham. Reliability analysis of the CNC system based on field failure data in operating environments[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2016, 32(5): 1955-1963
- [34] Z. Yang, Y. Kan, F. Chen, et al. Bayesian reliability modeling and assessment solution for NC machine tools under small-sample data[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(6): 1229-1239
- [35] Z. M. Wang, X. Yu. Log-linear process modeling for repairable systems with time trends and its applications in reliability assessment of numerically controlled machine tools[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2013, 227(1): 55-65
- [36] W. Peng, Y. F. Li, Y. J. Yang, et al. Bivariate analysis of incomplete degradation observations based on inverse Gaussian processes and copulas[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2016, 65(2): 624-639
- [37] H. Li, Z. Yang, B. Xu, et al. Reliability evaluation of NC machine tools considering working conditions[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2016, 2016: 9842607
- [38] 王国强, 张根保, 洪涛, 等. 基于任务的数控机床加工过程可靠性建模技术研究[J]. 中国机械工程, 2013, 24(10): 1296-1302
- [39] 黄洪钟, 刘征, 彭卫文, 等. 数控机床可靠性评价体系探究[J]. 制造技术与机床, 2015(7): 71-77
- [40] 张根保, 郭书恒. 基于竞争威布尔模型的加工中心可靠性评估[J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(1): 180-186
- [41] 杨兆军, 杨川贵, 陈菲, 等. 基于 PSO 算法和 SVR 模型的加工中心可靠性模型参数估计[J]. 吉林大学学报(工学版), 2015, 178(3): 829-836
- [42] 张义民, 贾敬存, 黄贤振. 基于数控机床故障信息的可靠性模糊分配[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2015, 36(2): 245-249
- [43] 李洪洲. 考虑工况差异的数控机床可靠性建模及试验周期设计[D]. 长春: 吉林大学, 2016
- [44] 游达章, 唐小琦, 戴怡, 等. 贝叶斯理论的可靠性评估方法及在数控系统评估中的运用[J]. 中国机械工程, 2011, 22(3): 314-317
- [45] Y. Wang, Y. Jia, J. Yu, et al. Failure probabilistic model of CNC lathes[J]. Reliability Engineering & System Safety, 1999, 65(3): 307-314
- [46] Y. Dai, Y. Zhou, Y. Jia. Distribution of time between failures of machining center based on type I censored data[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2003, 79(3): 377-379.
- [47] 张英芝, 申桂香, 吴甦, 等. 随机截尾数控机床三参数威布尔分布模型[J]. 吉林大学学报(工学版), 2009, 39(2): 378-381

- [48] 张海波, 贾亚洲, 周广文. 数控系统故障间隔时间分布模型的研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2005, 37(2): 198-200
- [49] L. Liu, T. Ye. The spindle of remaining lifetime predicted in the failure machine tool[J]. Ferroelectrics, 2018, 523(1): 167-176
- [50] 张根保, 杨毅, 刘杰, 等. 基于混合威布尔分布的数控折弯机可靠性评估[J]. 锻压技术, 2013, 38(6): 76-79
- [51] W. Q. Meeker, M. Hamada. Statistical tools for the rapid development and evaluation of high-reliability products[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1999, 44(2): 187-198
- [52] G. J. Levenbach. Accelerated life testing of capacitors[J]. IRE Transactions on Reliability and Quality Control, 1957: 9-20
- [53] 茆诗松. 加速寿命试验的加速模型[J]. 质量与可靠性, 2003, (2): 15-17
- [54] W. B. Nelson. Accelerated testing: statistical models, test plans, and data analysis[M]. New York: John Wiley & Sons, 2009
- [55] S. Roy. Bayesian accelerated life test plans for series systems with Weibull component lifetimes[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 62: 383-403
- [56] C. Qian, X. J. Fan, J. J. Fan, et al. An accelerated test method of luminous flux depreciation for LED luminaires and lamps[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2016, 147: 84-92
- [57] J. Chen, E. Zio, J. Li, et al. Accelerated life test for reliability evaluation of pneumatic cylinders[J]. IEEE Access, 2018, (6): 75062-75075
- [58] C. Kalaiselvan, L. B. Rao. Accelerated life testing of nano ceramic capacitors and capacitor test boards using non-parametric method[J]. Measurement, 2016, 88: 58-65
- [59] M. S. Chang, T. K. Park, B. J. Sung, et al. Life prediction of brazed plate heat exchanger based on several accelerated life test data[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2015, 29(6): 2341-2348
- [60] S. Roy, C. Mukhopadhyay. Maximum likelihood analysis of multi-stress accelerated life test data of series systems with competing log-normal causes of failure[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2015, 229(2): 119-130
- [61] 游达章. 数控系统加速寿命试验方法及可靠性评估技术研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2011
- [62] 殷毅超. 加速寿命试验与无失效数据下的发射装置可靠性建模与分析方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2018
- [63] 解传宁. 数控系统 PCB 可靠性建模与试验技术研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2014

- [64] W. Q. Meeker, L. A. Escobar. Statistical Methods for Reliability Data [M]. New York, John Wiley & Sons, 1998
- [65] W. Q. Meeker, L. A. Escobar, C. J. Lu. Accelerated degradation tests: Modeling and analysis[J]. Technometrics, 1998, 40(2): 89-99
- [66] 任淑红. 民航发动机性能可靠性评估与在翼寿命预测方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010
- [67] R. S. Chhikara, J. L. Folks. The inverse Gaussian distribution as a lifetime model[J]. Technometrics, 1977, 19(4): 461-468
- [68] K. A. Doksum, A. Hbyland. Models for variable-stress accelerated life testing experiments based on wener processes and the inverse gaussian distribution[J]. Technometrics, 1992, 34(1): 74-82
- [69] S. T. Tseng, J. Tang, L. H. Ku. Determination of burn-in parameters and residual life for highly reliable products[J]. Naval Research Logistics (NRL), 2003, 50(1): 1-14
- [70] S. T. Tseng, C. Y. Peng. Optimal burn-in policy by using an integrated Wiener process[J]. IIE Transactions, 2004, 36(12): 1161-1170
- [71] V. R. Joseph, I. T. Yu. Reliability improvement experiments with degradation data[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2006, 55(1): 149-157
- [72] N. Gebraeel, M. A. Lawley, R. Li, et al. Residual-life distributions from component degradation signals: A Bayesian approach[J]. IIE Transactions, 2005, 37(6): 543-557
- [73] W. Wang, M. Carr, W. Xu, et al. A model for residual life prediction based on Brownian motion with an adaptive drift[J]. Microelectronics Reliability, 2011, 51(2): 285-293
- [74] Y. Wang, Z. S. Ye, K. L. Tsui. Stochastic evaluation of magnetic head wears in hard disk drives[J]. IEEE Transactions on Magnetism, 2014, 50(5): 1-7
- [75] Z. S. Ye, Y. Wang, K. L. Tsui, et al. Degradation data analysis using Wiener processes with measurement errors[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2013, 62(4): 772-780
- [76] S. Tang, C. Yu, X. Wang, et al. Remaining useful life prediction of lithium-ion batteries based on the wiener process with measurement error[J]. Energies, 2014, 7(2): 520-547
- [77] C. Y. Peng, S. C. Hsu. A note on a Wiener process with measurement error[J]. Applied Mathematics Letters, 2012, 25(4): 729-732
- [78] H. Lim, B. J. Yum. Optimal design of accelerated degradation tests based on Wiener process models[J]. Journal of Applied Statistics, 2011, 38(2): 309-325
- [79] X. Wang, P. Jiang, B. Guo, et al. Real-time reliability evaluation with a general Wiener process - based degradation model[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2014, 30(2): 205-220

- [80] X. Wang. Semiparametric inference on a class of Wiener processes[J]. Journal of Time Series Analysis, 2009, 30(2): 179-207
- [81] Z. S. Ye, N. Chen, K. L. Tsui. A Bayesian approach to condition monitoring with imperfect inspections[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2015, 31(3): 513-522
- [82] Q. Zhai, Z. S. Ye. RUL prediction of deteriorating products using an adaptive Wiener process model[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2017, 13(6): 2911-2921
- [83] D. Pan, J. B. Liu, F. Huang, et al. A Wiener process model with truncated normal distribution for reliability analysis[J]. Applied Mathematical Modelling, 2017, 50: 333-346
- [84] C. Paroissin. Inference for the Wiener process with random initiation time[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2016, 65(1): 147-157
- [85] Y. Hu, H. Li, P. Shi, et al. A prediction method for the real-time remaining useful life of wind turbine bearings based on the Wiener process[J]. Renewable Energy, 2018, 127: 452-460
- [86] 刘君强, 谢吉伟, 左洪福, 等. 基于随机 Wiener 过程的航空发动机剩余寿命预测[J]. 航空学报, 2014, 36(2): 564-574
- [87] 李奎, 段宇, 黄少坡, 等. 基于 Wiener 过程的交流接触器剩余电寿命预测[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(13): 3978-3986
- [88] 王小林, 郭波, 程志君. 融合多源信息的维纳过程性能退化产品的可靠性评估[J]. 电子学报, 2012, 40(5): 977-982
- [89] 刘震宇, 马小兵, 赵宇. 非恒定温度场合弹上性能退化型部件贮存可靠性评估[J]. 航空学报, 2012, (9): 1671-1678
- [90] 彭宝华. 基于 Wiener 过程的可靠性建模方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010
- [91] J. M. Van Noortwijk, R. M. Cooke, M. Kok. A Bayesian failure model based on isotropic deterioration[J]. European Journal of Operational Research, 1995, 82(2): 270-282
- [92] P. A. P. Moran. A probability theory of dams and storage systems[J]. Aust. Jour. App. Sci., 1954, 5: 116-124
- [93] M. Abdel-Hameed. A gamma wear process[J]. IEEE transactions on Reliability, 1975, 24(2): 152-153
- [94] C. Meier-Hirmer, G. Riboulet, F. Sourget, et al. Maintenance optimization for a system with a gamma deterioration process and intervention delay: application to track maintenance[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2009, 223(3): 189-198
- [95] Z. S. Ye, M. Xie, L. C. Tang, et al. Semiparametric estimation of gamma processes for deteriorating products[J]. Technometrics, 2014, 56(4): 504-513

- [96] R. Edirisinghe, S. Setunge, G. Zhang. Application of gamma process for building deterioration prediction[J]. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 2013, 27(6): 763-773
- [97] M. Guida, F. Penta. A gamma process model for the analysis of fatigue crack growth data[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2015, 142: 21-49
- [98] S. H. Park, J. H. Kim. Lifetime estimation of LED lamp using gamma process model[J]. *Microelectronics Reliability*, 2016, 57: 71-78
- [99] L. Tan, Z. Cheng, B. Guo, et al. Condition-based maintenance policy for gamma deteriorating systems[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2010, 21(1): 57-61
- [100] Z. Pan, Q. Sun. Optimal design for step-stress accelerated degradation test with multiple performance characteristics based on gamma processes[J]. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 2014, 43(2): 298-314
- [101] C. Zhang, X. Lu, Y. Tan, et al. Reliability demonstration methodology for products with Gamma Process by optimal accelerated degradation testing[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2015, 142: 369-377
- [102] M. E. Cholette, H. Yu, P. Borghesani, et al. Degradation modeling and condition-based maintenance of boiler heat exchangers using gamma processes[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2019, 183: 184-196
- [103] P. H. Jiang, B. X. Wang, F. T. Wu. Inference for constant-stress accelerated degradation test based on Gamma process[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 67: 123-134
- [104] M. Oumouni, F. Schoefs, B. Castanier. Modeling time and spatial variability of degradation through gamma processes for structural reliability assessment[J]. *Structural Safety*, 2019, 76: 162-173
- [105] M. Giorgio, M. Guida, F. Postiglione, et al. Bayesian estimation and prediction for the transformed gamma degradation process[J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 2018, 34(7): 1315-1328
- [106] D. Lu, M. D. Pandey, W. C. Xie. An efficient method for the estimation of parameters of stochastic gamma process from noisy degradation measurements[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*, 2013, 227(4): 425-433
- [107] L. Bordes, C. Paroissin, A. Salami. Parametric inference in a perturbed gamma degradation process[J]. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 2016, 45(9): 2730-2747

- [108] Y. J. Yang, W. Peng, D. Meng, et al. Reliability analysis of direct drive electrohydraulic servo valves based on a wear degradation process and individual differences[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2014, 228(6): 621-630
- [109] F. Duan, G. Wang. Optimal design for constant-stress accelerated degradation test based on gamma process[J]. Communications in Statistics-Theory and Methods, 2018: 1-25
- [110] 朱贝蓓, 蔡景, 陈康. 基于 Gamma 过程的碳化钨涂层磨损剩余寿命[J]. 南京航空航天大学学报, 2016(6): 884-889
- [111] 姜梅. 基于 Gamma 模型和加速退化数据的可靠性分析方法[J]. 海军航空工程学院学报, 2013, 28(4):408-411
- [112] 张英波, 贾云献, 冯添乐, 等. 基于 Gamma 退化过程的直升机主减速器行星架剩余寿命预测模型[J]. 振动与冲击, 2012, 31(14): 47-5
- [113] 杨圆鉴. 基于退化模型的机械产品可靠性评估方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2016
- [114] 潘正强. 加速应力下二元退化可靠性建模及其试验设计方法[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011
- [115] 黄天立, 周浩, 王超, 等. 基于伽马过程的锈蚀钢筋混凝土桥梁检测维护策略优化[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2015, 5: 1851-1861
- [116] X. Wang, D. Xu. An inverse Gaussian process model for degradation data[J]. Technometrics, 2010, 52(2): 188-197
- [117] Z. S. Ye, N. Chen. The inverse Gaussian process as a degradation model[J]. Technometrics, 2014, 56(3): 302-311
- [118] W. Peng, Y. F. Li, Y. J. Yang, et al. Inverse Gaussian process models for degradation analysis: A Bayesian perspective[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2014, 130: 175-189
- [119] S. Zhang, W. Zhou, H. Qin. Inverse Gaussian process-based corrosion growth model for energy pipelines considering the sizing error in inspection data[J]. Corrosion Science, 2013, 73: 309-320
- [120] W. Peng, Y. F. Li, Y. J. Yang, et al. Bayesian degradation analysis with inverse Gaussian process models under time-varying degradation rates[J]. IEEE Transactions on reliability, 2017, 66(1): 84-96
- [121] Z. Liu, X. Ma, J. Yang, et al. Reliability modeling for systems with multiple degradation processes using inverse Gaussian process and copulas[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: 829597

- [122] W. Peng, Y. Liu, Y. F. Li, et al. A Bayesian optimal design for degradation tests based on the inverse Gaussian process[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2014, 28(10): 3937-3946
- [123] 张新生, 李亚云, 王小完. 基于逆高斯过程的腐蚀油气管道维修策略[J]. *石油学报*, 2017, 38(3): 121-127
- [124] 郭昊, 张田, 李亚平, 等. 基于逆高斯过程的竞争失效建模研究[J]. *工业工程与管理*, 2017, 22(1): 89-94
- [125] 杨立安, 张国豪, 朱仲波. 空空导弹两阶段性能退化部件可靠性建模[J]. *装备制造技术*, 2018, 283(7): 217-221
- [126] 李烁, 陈震, 潘尔顺. 广义逆高斯过程的步进应力加速退化试验设计[J]. *上海交通大学学报*, 2017, 51(2): 186-192
- [127] 李明福, 胡昌华, 周志杰, 等. 基于逆高斯过程和证据推理的退化建模方法[J]. *电光与控制*, 2015, 22(1): 92-96
- [128] C. Howson, P. Urbach. Bayesian reasoning in science[J]. *Nature*, 1991, 350(6317): 371-374
- [129] B. Efron. Bayes' theorem in the 21st century[J]. *Science*, 2013, 340(6137): 1177-1178
- [130] G. E. P. Box, G. C. Tiao. Bayesian inference in statistical analysis[M]. New York: John Wiley & Sons, 2011
- [131] M. Hamada, 曾志国. 贝叶斯可靠性[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014
- [132] H. Z. Huang, M. J. Zuo, Z. Q. Sun. Bayesian reliability analysis for fuzzy lifetime data[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2006, 157(12): 1674-1686
- [133] A. Pievatolo, F. Ruggeri. Bayesian reliability analysis of complex repairable systems[J]. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 2004, 20(3): 253-264
- [134] Y. Liu, P. Lin, Y. F. Li, et al. Bayesian reliability and performance assessment for multi-state systems[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2015, 64(1): 394-409
- [135] S. J. Bae, T. Yuan, S. Kim. Bayesian degradation modeling for reliability prediction of organic light-emitting diodes[J]. *Journal of Computational Science*, 2016, 17: 117-125
- [136] M. A. Zaidan, A. R. Mills, R. F. Harrison, et al. Gas turbine engine prognostics using Bayesian hierarchical models: A variational approach[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, 70: 120-140
- [137] T. H. Fan, C. H. Chen. A Bayesian predictive analysis of step - Stress accelerated tests in Gamma degradation - based processes[J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 2017, 33(7): 1417-1424

- [138] J. Guo, Y. F. Li, B. Zheng, et al. Bayesian degradation assessment of CNC machine tools considering unit non-homogeneity[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2018, 32(6): 2479-2485
- [139] Y. J. Yang, H. Z. Huang, W. Peng. A Bayesian approach for sealing reliability analysis considering the non-competing relationship of multiple degradation processes[J]. *Eksplotacja i Niezawodnosc-Maintenance and Reliability*, 2016, 18(1): 10-15
- [140] P. Yontay, R. Pan. A computational Bayesian approach to dependency assessment in system reliability[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2016, 152: 104-114
- [141] M. Li, J. Liu, J. Li, et al. Bayesian modeling of multi-state hierarchical systems with multi-level information aggregation[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2014, 124: 158-164
- [142] C. M. Anderson-Cook, T. Graves, N. Hengartner, et al. Reliability modeling using both system test and quality assurance data[J]. *Journal of the Military Operations Research Society*, 2008, 13: 5-18
- [143] B. Cai, Y. Liu, Q. Fan, et al. Multi-source information fusion based fault diagnosis of ground-source heat pump using Bayesian network[J]. *Applied Energy*, 2014, 114: 1-9
- [144] 彭卫文, 黄洪钟, 李彦锋, 等. 基于数据融合的加工中心功能铣头贝叶斯可靠性评估[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(6):185-191
- [145] 吴晓辉, 蔡忠义, 李全祥. 融合内外场退化数据的可靠性评估方法[J]. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2017, 40(12): 1589-1593
- [146] E. A. Elsayed, 杨舟(译). 可靠性工程[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013
- [147] K. J. Laidler. The development of the Arrhenius equation[J]. *Journal of Chemical Education*, 1984, 61(6): 494
- [148] R. Pan. A Bayes approach to reliability prediction utilizing data from accelerated life tests and field failure observations[J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 2009, 25(2): 229-240
- [149] J. Kruschke. *Doing Bayesian data analysis: A tutorial with R, JAGS, and Stan*[M]. Salt Lake City: Academic Press, 2014
- [150] A. E. Gelfand, A. F. M. Smith. Sampling-based approaches to calculating marginal densities[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1990, 85(410): 398-409
- [151] I. Ntzoufras. *Bayesian modeling using WinBUGS*[M]. New York: John Wiley & Sons, 2011
- [152] W. K. Hastings. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications[J]. *Biometrika*, 1970, 57(1): 97-109

- [153] S. Geman, D. Geman. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1984, (6): 721-741
- [154] G. Casella, E. I. George. Explaining the Gibbs sampler[J]. The American Statistician, 1992, 46(3): 167-174
- [155] A. F. M. Smith, G. O. Roberts. Bayesian computation via the Gibbs sampler and related Markov chain Monte Carlo methods[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 1993, 55(1): 3-23
- [156] 吴宝海, 张莹, 罗明, 等. 现代数控机床的智能化发展及应用[J]. 航空制造技术, 2008, 17: 52-56
- [157] J. Lawless, M. Crowder. Covariates and random effects in a gamma process model with application to degradation and failure[J]. Lifetime Data Analysis, 2004, 10(3): 213-227
- [158] X. Wang. Wiener processes with random effects for degradation data[J]. Journal of Multivariate Analysis, 2010, 101(2): 340-351
- [159] J. Guo, H. Z. Huang, W. Peng, J. Zhou. Bayesian information fusion for degradation analysis of deteriorating products with individual heterogeneity[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2018, DOI: 1748006X18808964
- [160] C. C. Tsai, S. T. Tseng, N. Balakrishnan. Optimal design for degradation tests based on gamma processes with random effects[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(2): 604-613
- [161] H. Hao, C. Su, C. Li. LED lighting system reliability modeling and inference via random effects gamma process and copula function[J]. International Journal of Photoenergy, 2015, 2015: 243648
- [162] X. Wang. A pseudo-likelihood estimation method for nonhomogeneous gamma process model with random effects[J]. Statistica Sinica, 2008, 18(3): 1153-1163
- [163] H. Akaike. A new look at the statistical model identification. IEEE transactions on automatic control [J], 1974, 19(6): 716-723
- [164] G. Schwarz. Estimating the dimension of a model[J]. The Annals of Statistics, 1978, 6(2): 461-464
- [165] K. P. Burnham, D. R. Anderson. Model selection and multimodel inference: a practical information-theoretic approach[M]. New York: Springer Science & Business Media, 2003
- [166] D. J. Spiegelhalter, N. G. Best, B. P. Carlin. Bayesian measures of model complexity and fit[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology), 2002, 64(4): 583-639

- [167] T. L. Graves, M. S. Hamada, R. M. Klamann, et al. Using simultaneous higher-level and partial lower-level data in reliability assessments[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2008, 93(8): 1273-1279
- [168] M. Hamada, H. F. Martz, C. S. Reese, et al. A fully Bayesian approach for combining multilevel failure information in fault tree quantification and optimal follow-on resource allocation[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2004, 86(3): 297-305
- [169] C. Jackson, A. Mosleh. Bayesian inference with overlapping data: Reliability estimation of multi-state on-demand continuous life metric systems with uncertain evidence[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2016, 145: 124-135
- [170] W. Peng, H. Z. Huang, M. Xie, et al. A Bayesian approach for system reliability analysis with multilevel pass-fail, lifetime and degradation data sets[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2013, 62(3): 689-699
- [171] 王立志, 姜同敏, 李晓阳, 等. 融合加速试验及外场使用信息的寿命评估方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(7):947-951
- [172] L. Wang, R. Pan, X. Li, et al. A Bayesian reliability evaluation method with integrated accelerated degradation testing and field information[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2013, 112: 38-47
- [173] L. Wang, R. Pan, X. Wang, et al. A Bayesian reliability evaluation method with different types of data from multiple sources[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 167: 128-135

攻读博士学位期间取得的成果

1. 攻读博士学位期间发表的论文

- [1] **J. Guo**, Y. F. Li, B. Zheng, H. Z. Huang. Bayesian degradation assessment of CNC machine tools considering unit non-homogeneity[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, 32(6): 2479-2485 (第一作者, SCI 检索, IF: 1.194)
- [2] **J. Guo**, G. Z. Fu, H. Z. Huang, Y. Liu, Y. F. Li. Characterizing Wafer Stage Transmission Errors via Binary Decision Diagram and Dynamic Fault Tree[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, 32(11): 5111-5119 (第一作者, SCI 检索, IF: 1.194)
- [3] **J. Guo**, H. Z. Huang, W. Peng, J. Zhou. Bayesian information fusion for degradation analysis of deteriorating products with individual heterogeneity[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2018, DOI: 1748006X18808964 (第一作者, 已录用, 待刊, SCI 检索, IF: 1.373)
- [4] **J. Guo**, Z. Xu, B. Yang. Reliability and process optimization of multilayer ceramic electrical interconnection[J]. Rare Metal Materials and Engineering, 2015, 44: 109-112 (第一作者, SCI 检索, IF: 0.290)
- [5] B. Zheng, Y. F. Li, **J. Guo**, H. Z. Huang. Aeroengine performance prediction based on double-extremum learning particle swarm optimization[J]. International Journal of Turbo & Jet-Engines, 2017, DOI: 10.1515/tjj-2017-0003 (第三作者, 已录用, 待刊, SCI 检索, IF: 0.425)
- [6] J. Zhou, H. Z. Huang, Y. F. Li, **J. Guo**. A framework for fatigue reliability analysis of high-pressure turbine blades[J]. Annals of Operations Research, 2019, DOI: 10.1007/s10479-019-03203-4 (第四作者, 已录用, 待刊, SCI 检索, IF: 1.864)
- [7] **J. Guo**, H. Z. Huang, Y. F. Li, J. Zhou, X. Y. Li. Bayesian information fusion for non-competing relationship degradation process[C]. In Proceedings of The annual European Safety and Reliability Conference2018 (ESREL 2018), 2018, Trondheim, Norway (第一作者, 国际会议论文)
- [8] **J. Guo**, T. Huang, W. Peng, H. Z. Huang. Bayesian degradation analysis for non-competing relationship multiple degradation process. Proceedings of 2018 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE 2018), Qingdao, China, 2018 (第一作者, 国际会议论文)

- [9] **J. Guo**, Y. F. Li, H. Z. Huang. Bayesian degradation analysis with Gamma process model considering individual differences and information fusion. Proceedings of 2017 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE 2017), Chengdu, China, 2017 (第一作者, 国际会议论文)
- [10] **J. Guo**, Z. Xu. Design of miniature tri-band monopole antenna for WLAN and WiMAX applications. The 15th International Conference on Electronic Packaging Technology (ICEPT 2014), Chengdu, China, 2014 (第一作者, 国际会议论文)

2. 攻读博士学位期间参与的项目

- [1] “高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项课题“重型数控机床关键共性技术创新能力平台”(课题编号: 2013ZX04013-011)子课题: 重型数控机床可靠性评价及热变形分析共性技术研究与应用, 子课题编号: 2013ZX04013-011-05
- [2] “高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项课题“重型机床可靠性评价与试验方法研究”(课题编号: 2014ZX04014-011)子课题: 重型机床电器控制与驱动系统可靠性技术研究, 子课题编号: 2014ZX04014-011-01
- [3] 国家自然科学基金项目: 数控装备运行可靠性的多源时变耦合建模与实时评估研究, 项目编号: 51405065