

电子科技大学  
UNIVERSITY OF ELECTRONIC SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

# 博士学位论文

DOCTORAL DISSERTATION

(电子科技大学图标)

论文题目 机械结构的疲劳寿命预测与  
可靠性方法研究

学科专业 机械工程

学号 201211080107

作者姓名 左芳君

指导教师 黄洪钟 教授

分类号 \_\_\_\_\_ 密级 \_\_\_\_\_

UDC <sup>注1</sup> \_\_\_\_\_

# 学 位 论 文

## 机械结构的疲劳寿命预测与

## 可靠性方法研究

(题名和副题名)

左芳君

(作者姓名)

指导教师

黄洪钟

教 授

电子科技大学

成 都

(姓名、职称、单位名称)

申请学位级别 博士

学科专业 机械工程

提交论文日期 2016.03.2

论文答辩日期 2016.05.5

学位授予单位和日期

电子科技大学

2016年06月

答辩委员会主席

崔利荣

教 授

评阅人

注 1: 注明《国际十进分类法 UDC》的类号。

# **Research on Methods for Reliability Analysis and Fatigue Life Prediction for Mechanical Structure**

**A Doctor Dissertation Submitted to  
University of Electronic Science and Technology of China**

Major: **Mechanical Engineering**

---

Author: **Fang-Jun Zuo**

---

Advisor: **Prof. Hong-Zhong Huang**

---

School: **School of Mechatronics Engineering**

---

## 独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

作者签名： \_\_\_\_\_ 日期： \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

## 论文使用授权

本学位论文作者完全了解电子科技大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权电子科技大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后应遵守此规定）

作者签名： \_\_\_\_\_ 导师签名： \_\_\_\_\_

日期： \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

## 摘 要

随着机械结构服役环境的愈加恶劣以及随机影响因素的日益增加, 疲劳作为机械结构主要的失效形式, 占失效总数的 50%~90%。疲劳现象和机理异常复杂, 受到各种不确定因素的影响(材料性能、服役环境、使用时间、荷载效应等)。机械结构的载荷、强度、运行环境等参数都随时间或载荷作用次数等寿命相关指标发生变化, 疲劳过程是机械结构随时间的变化, 其损伤不断累积的过程, 其可靠性也是随时间发生变化的, 因此, 时变性是机械结构疲劳过程的主要特征, 是机械结构疲劳可靠性的一个重要属性, 能反映出机械结构性能与系统质量随时间的变化, 受到学术界和工业界的关注。传统机械结构疲劳可靠性模型缺乏考虑失效模式的相关性、多部位损伤以及多构件之间的关联, 未能全面反映载荷历程、强度退化、结构特征等要素, 不能较好地表征并描述工程实际中存在的 uncertainty 因素。因此, 难以准确地预测机械结构的疲劳寿命和可靠度。

本论文针对目前机械结构疲劳寿命预测模型及可靠性分析方法存在的不足、可靠性试验时间长和费用高等问题, 以机械传动装置关键零部件的材料及结构作为研究对象, 拟从全寿命周期角度对其在多工况、复杂环境-随机性交互作用下基于失效物理的疲劳损伤累积、裂纹萌生、裂纹扩展机理和疲劳时变可靠性进行研究。对于机械结构设计的改进、制造工艺的提高、安全可靠的运行, 具有重要的学术价值和现实意义。

本文主要研究内容和研究成果如下:

(1) 基于累积损伤的疲劳寿命预测。为了提高疲劳累积损伤模型的计算精度, 本文基于累积损伤曲线法中考虑载荷的加载顺序以及 Carten-Dolna 模型中指数“ $d$ ”的选择, 考虑载荷间的相互影响, 提出一种改进累积损伤模型, 该模型考虑了加载次序以及载荷间相互作用的影响, 改进模型的预测寿命精度比现有模型精度有一定的提高。同时, 通过对改进模型及现有模型进行评估和对比分析, 说明了 Miner 法则在工程中应用的广泛性。针对传统 Miner 法则存在的缺点, 通过考虑载荷及损伤的分散性以及随机性对疲劳寿命的影响, 提出基于模糊理论的 Miner 法则, 该法则考虑载荷之间相互效应和载荷次序对疲劳寿命的影响, 保持了传统 Miner 法则应用简单的优点, 通过算例分析, 说明了所提模型的可行性与准确性。

(2) 疲劳裂纹萌生阶段的寿命预测-修正的总应变能损伤函数模型。机械结构的疲劳裂纹形成阶段的寿命, 是指从加载开始至结构出现宏观可测裂纹的这一过程。这一阶段受到多种因素的影响, 多数情况下这些因素会产生交互作用直至机械

结构发生疲劳破坏。本文研究机械传动系统关键零部件材料在多种失效因素共同作用下的力学行为及其对寿命的影响,提出了修正的总应变能损伤模型,该模型综合考虑了外在的加载条件和材料的能量耗散宏观特性等因素对疲劳损伤的影响,有较广的适用范围。研究表明,在不同的加载试验条件下,改进模型的预测寿命精度比传统模型精度有一定的提高,可满足工程的需要。

(3) 疲劳裂纹扩展阶段的寿命预测-修正的裂纹扩展率函数模型。机械结构疲劳裂纹扩展阶段的寿命是指:构件在循环载荷作用下,出现宏观可测裂纹之后,裂纹扩展-破坏的这一过程。由于影响疲劳裂纹扩展的因素众多,扩展机理比较复杂。因此,对疲劳裂纹扩展寿命的预测,目前还没有统一的表达式,如何预测含裂纹构件的剩余疲劳寿命一直是人们研究的重点。本文通过对以往已提出的疲劳裂纹扩展理论进行分析研究,分析其优点及不足。在此基础上,推导出改进的疲劳裂纹扩展公式,该模型反映了裂纹在三个不同阶段的扩展率,为实现准确的预测机械装备剩余寿命提供有效方法。研究表明,相比现有模型,所提模型扩展了现有模型的预测范围,预测精度也有较显著的提高。

(4) 基于性能退化的失效相关疲劳可靠性分析方法。机械结构在复杂交变载荷作用下,载荷、损伤和环境等不确定因素的分散性和随机性会导致系统特性表现出很大的分散性,要有效进行机械结构疲劳寿命预测与可靠性分析,需切实反映载荷历程的复杂性与不确定性、零部件不同失效模式之间的统计相关性、性能退化与载荷历程之间的关系及退化过程中载荷与应力重新分布、复杂零部件的可靠性对载荷不确定性的依赖性等。本文利用与载荷作用次数相关的动态可靠性模型,考虑疲劳过程中材料强度退化规律、强度的衰减对结构疲劳寿命的影响、材料和载荷的随机性,通过故障物理分析,推导机械结构强度和疲劳寿命的概率分布等,建立了机械结构疲劳时变可靠性分析和评估方法,同时建立了基于失效数据的多失效模式相关的 Copula 综合可靠性评估模型。

**关键词:** 可靠性分析, 疲劳寿命, 累积损伤, 强度退化, 时变性, 失效相关。

**ABSTRACT**

With the increasingly harsh environment service and random factors influence, fatigue is the main failure mode of the mechanical structure, which accounts for the total failure of 50%~90%. The phenomenon and mechanism of fatigue are very complex, which are influenced by various kinds of uncertain factors (such as material properties, service environment, time of use, load effect, etc.). Mechanical parts of the load, strength, operating environment parameters changes with time or times of load and life index, the fatigue process is dependent on the time of the damage cumulative to the time, its reliability is changing. Therefore, time-dependent is the main features of the mechanical structure fatigue, is one of the most important attributes of component fatigue reliability, can reflect the performance of components and system quality changes with time, subject to the attention of academia and industry. Traditional reliability model fails to completely reflect the effect of complicated random load history, strength degradation and structure geometry. Which can't describe the uncertainty factors in engineering practice. Therefore, it is difficult to accurately predict the fatigue life and fatigue reliability of structures.

This dissertation aims at the problem that the fatigue life prediction and reliability analysis method is insufficient, the reliability test time is long and the cost is high, with mechanical transmission device key parts as the research object, intends to the perspective of the whole life cycle of the conditions, environment is complex and random interaction based on failure physical fatigue cumulative damage and crack initiation, crack propagation mechanism, time-dependent fatigue reliability. For the improvement of the design, manufacturing process, to achieve a safe and reliable operation of major mechanical structure, has important practical and strategic significance.

The main contents and achievements of this dissertation are summarized as follows:

(1) Fatigue life prediction based on cumulative damage. In order to improve the accuracy of fatigue damage accumulation, and expand its application range, it is necessary to modify the traditional fatigue damage accumulation model. This paper based on the cumulative damage curve method considering load sequence and Corten-Dolan method index ' $d$ ' considering the load interaction, a modified damage model is proposed. This model considers not only the load sequence effects, but also the effects of load interaction, thus it has a wider applicability. In addition, through modified damage model

and the existing model evaluation, comparative analysis, the extensive application of Miner rule in engineering is explained. And then for the shortcomings of traditional Miner's rule, by considering dispersion and randomness of load and damage on the fatigue life, a Fuzzy Miner's rule is developed, which consider the mutual effect between the load and the load order of the fatigue life prediction, maintaining the traditional advantages of simple applications Miner rule, by a numerical example, to verify the accuracy and feasibility of the proposed model.

(2) Fatigue life prediction of crack initiation stage-development of a generalized energy-based damage parameter for fatigue life prediction. Fatigue crack formation stage of mechanical structure, which is from the beginning to the macro-structure of the process can be measured cracks appear. This stage is affected by many factors, in most cases, the interaction of these factors until the fatigue failure. In this paper, we study materials of the key parts for transmission system in a variety of failure factors on the mechanical behavior and its impact on life expectancy and generalized total strain energy damage model is proposed and the model considering the external loading conditions and material energy dissipation macro characteristics due to the prime influence on fatigue damage, has a wide scope of application. The results show that, under different loading conditions, the life forecasting precision of the improved model is more precise than the traditional model is improved and can meet engineering needs.

(3) Fatigue life prediction of crack growth stage-development of a generalized crack growth rate function model for fatigue life prediction. Fatigue crack propagation life of mechanical structure is the process of fatigue crack growth and failure under alternating load. Due to the fatigue crack propagation mechanism is complex and affected by many factors. Due to fatigue crack propagation mechanism is very complex, and affected by many factors, Therefore, there is no unity of fatigue life estimation of crack propagation of quantitative analytical expressions, and how to determine the crack growth rate has been a hot research topic. In this paper, the fatigue crack propagation theories have been proposed to analyze, and its advantages and disadvantages are analyzed. On this basis, to derive the generalized fatigue crack propagation equation, the model reflects the crack growth rate in three different stages, providing an effective method for accurate prediction of complex structures remaining life of machinery and equipment. The results show that, compared to the existing model, which extends the scope of existing models predict, and the prediction accuracy is significantly improved.

(4) Fatigue reliability analysis of the performance degradation by considering the correlation of multiple failure modes. The system under the action of complex alternating load, the dispersion and randomness of the uncertain factors such as load, damage, environment and so on, which lead to the great dispersion of the system characteristics. To truly realize the fatigue life and reliability design goal, need to effectively reflect the load history of complexity and uncertainty, different parts failure mode between the statistical correlation, performance degradation, and the relationship between the load history and degradation process load and stress re-distribution, complex parts of the reliability of the uncertainties of load dependent. In this paper, the dynamic reliability model is used which associated with the load number. The key technology lies in considering the fatigue strength of materials performance degradation and strength attenuation to influence the life of the structure, material and load randomness, through physical failure analysis and derivation of structural strength and fatigue life probability distribution, to establish system fatigue time-dependent reliability analysis and evaluation method. In addition, the comprehensive evaluation model of reliability is established based on failure data considering the correlation of multiple failure modes with copula function

**Keywords:** reliability analysis, fatigue life prediction, damage accumulation, strength degradation, time-dependent reliability, failure correlation

## 目 录

第一章 绪论	1
1.1 课题来源、研究背景及意义	1
1.1.1 课题来源	1
1.1.2 研究背景及意义	1
1.2 疲劳研究现状	3
1.2.1 疲劳的发展	3
1.2.2 疲劳与抗疲劳设计	4
1.2.3 疲劳寿命的预测方法	6
1.3 机械结构的疲劳可靠性	8
1.3.1 结构疲劳可靠性研究现状	8
1.3.2 结构疲劳时变可靠性	11
1.3.3 多失效模式相关可靠性	12
1.4 本文的主要研究内容	13
第二章 基于疲劳累积损伤的寿命预测方法研究	15
2.1 引言	15
2.2 疲劳累积损伤基本理论	15
2.2.1 线性疲劳累积损伤 Miner 法则	15
2.2.2 双线性疲劳损伤累积模型	18
2.2.3 非线性疲劳损伤累积模型	19
2.3 修正的非线性疲劳损伤累积模型	23
2.4 累积损伤模型的评估	25
2.5 基于模糊理论的 Miner 法则	31
2.5.1 疲劳寿命预测中的模糊现象	31
2.5.2 模糊 Miner 法则	31
2.5.3 隶属函数的确定	34
2.6 算例分析	35
2.7 本章小结	39
第三章 疲劳裂纹形成阶段寿命预测-修正的总应变能函数	40
3.1 引言	40
3.2 疲劳寿命的预测方法	40

3.2.1 Basquin 公式 .....	41
3.2.2 Manson-Coffin 方程 .....	41
3.2.3 基于能量法的疲劳寿命预测方法 .....	42
3.3 修正的 Manson-Coffin 方程 .....	44
3.3.1 平均应力效应 .....	44
3.3.2 常用平均应力修正公式 .....	44
3.3.3 修正的 Manson-Coffin 方程 .....	46
3.4 修正的总应变能函数 .....	48
3.4.1 考虑平均应力的总应变能函数 .....	48
3.4.2 修正的总应变能函数 .....	50
3.5 算例分析 .....	53
3.5.1 修正的 Manson-Coffin 方程 .....	53
3.5.2 修正的总应变能函数 .....	56
3.6 本章小结 .....	59
<b>第四章 疲劳裂纹扩展阶段的寿命预测-修正裂纹扩展函数 .....</b>	<b>60</b>
4.1 引言 .....	60
4.2 应力强度因子与断裂韧度 .....	60
4.2.1 应力强度因子 .....	61
4.2.2 断裂韧度 .....	61
4.3 疲劳裂纹的失效机理及影响因素 .....	61
4.3.1 疲劳裂纹扩展失效机理分析 .....	62
4.3.2 控制疲劳裂纹扩展的因素 .....	63
4.3.3 影响疲劳裂纹扩展的因素 .....	64
4.4 改进疲劳裂纹的扩展速率模型 .....	66
4.4.1 常用疲劳裂纹扩展速率及特点 .....	66
4.4.2 疲劳裂纹扩展修正模型-广义裂纹扩展率 .....	68
4.5 剩余寿命的估算 .....	72
4.5.1 初始裂纹尺寸 $a_0$ 的确定 .....	72
4.5.2 临界尺寸 $a_c$ 的确定 .....	72
4.5.3 疲劳裂纹扩展寿命计算 .....	72
4.6 算例分析 .....	73
4.6.1 裂纹扩展率模型的验证 .....	73
4.6.2 疲劳剩余寿命的估计 .....	75

4.7 本章小结 .....	78
<b>第五章 考虑强度退化失效相关的疲劳可靠性分析</b> .....	<b>80</b>
5.1 引言 .....	80
5.2 疲劳时变可靠性模型 .....	80
5.3 考虑强度退化的零部件疲劳时变可靠性模型 .....	81
5.3.1 剩余强度退化理论 .....	81
5.3.2 基于疲劳损伤的剩余强度退化模型 .....	82
5.3.3 剩余强度的分布 .....	86
5.3.4 考虑强度退化的疲劳可靠性模型 .....	87
5.4 考虑强度退化失效相关的可靠性模型 .....	89
5.4.1 Copula 函数 .....	89
5.4.2 性能退化相关参数 $\theta_i$ 估计 .....	90
5.4.3 随机载荷作用下多失效相关的综合可靠性评估 .....	91
5.5 算例分析 .....	92
5.5.1 考虑强度退化的齿轮疲劳时变可靠性分析 .....	92
5.5.2 多种失效模式相关齿轮综合可靠性分析 .....	97
5.6 本章小结 .....	99
<b>第六章 总结与展望</b> .....	<b>100</b>
6.1 全文总结 .....	100
6.2 后续工作展望 .....	101
<b>致 谢</b> .....	<b>103</b>
<b>参考文献</b> .....	<b>104</b>
<b>在学期间参与的项目研究</b> .....	<b>120</b>
<b>攻读博士学位期间取得的成果</b> .....	<b>121</b>

## 图目录

图 2-1 线性损伤累积图 .....	16
图 2-2 双线性疲劳损伤累积图 .....	18
图 2-3 两级载荷作用下的损伤等效图 .....	21
图 2-4 两级载荷作用下疲劳损伤参数的累积图 .....	24
图 2-5 三级载荷作用下疲劳损伤参数的累积图 .....	25
图 2-6 钢在高-低加载下模型预测值与试验数据对比 .....	26
图 2-7 钢在低-高加载下模型预测值与试验数据对比 .....	27
图 2-8 铝在高-低加载下模型预测值与试验数据对比 .....	27
图 2-9 铝在低-高加载下模型预测值与试验数据对比 .....	28
图 2-10 铝在多级单调递减加载下模型预测值与试验数据对比 .....	28
图 2-11 铝在多级单调递增加载下模型预测值与试验数据对比 .....	29
图 2-12 45 钢多级加载下模型预测值与试验数据对比 .....	29
图 2-13 不同加载次序对疲劳极限的影响 .....	32
图 2-14 光滑悬臂式弯曲试样 .....	35
图 3-1 通用斜率法的应变寿命曲线 .....	42
图 3-2 平均应力的影响 .....	44
图 3-3 Morrow 平均应力修正模型 .....	45
图 3-4 不同应力比下的粘性参数 $E_p$ .....	50
图 3-5 三角加载波形 .....	54
图 3-6 16Mn 疲劳试样 .....	54
图 3-7 三种预测模型结果对比 (16Mn, $R = 0.5$ ) .....	55
图 3-8 三种预测模型结果对比 (16Mn, $R = 1$ ) .....	55
图 3-9 正弦加载波形 .....	57
图 3-10 齿轮弯曲试验断齿 .....	57
图 3-11 三种预测模型结果对比 (42CrMo, $R = -1$ ) .....	58
图 3-12 三种预测模型结果对比 (42CrMo, $R = 1$ ) .....	58
图 4-1 裂纹的基本类型 .....	61
图 4-2 交变载荷 .....	63
图 4-3 裂纹的扩展曲线 .....	64
图 4-4 裂纹扩展钝化-开裂模型示意图 .....	69

图 4-5 40Cr 裂纹扩展曲线 ( $R=1$ ) .....	73
图 4-6 42CrMo 裂纹扩展曲线 ( $R=0.5$ ) .....	73
图 4-7 LZ50 纹扩展曲线 ( $R=0$ ) .....	74
图 4-8 16Mn 裂纹扩展曲线 ( $R=0.2$ ) .....	74
图 4-9 16Mn 裂纹扩展曲线 ( $R=0.4$ ) .....	74
图 4-10 16Mn 裂纹扩展曲线 ( $R=0.6$ ) .....	74
图 4-11 转子的裂纹示意图 .....	75
图 4-12 应力强度因子随裂纹面积的变化率 .....	78
图 4-13 齿根裂纹扩展寿命估算 .....	78
图 5-1 强度退化规律 .....	84
图 5-2 钢在应力 310MPa 下的强度退化试验值与计算值对比 .....	86
图 5-3 不同失效模式退化量的数据散点图 .....	91
图 5-4 齿轮接触疲劳可靠度随载荷次数的变化 .....	94
图 5-5 齿轮接触疲劳可靠度随载荷次数的变化(考虑强度退化) .....	94
图 5-6 齿轮弯曲可靠度随载荷次数的变化 .....	96
图 5-7 齿轮弯曲可靠度随载荷次数的变化(考虑强度退化) .....	97
图 5-8 随失效相关参数 $\hat{\theta}_{id}$ 变化齿轮的综合可靠度 .....	99

## 表目录

表 2-1 非线性累积损伤模型.....	19
表 2-2 随机载荷作用下疲劳寿命的预测值与试验值.....	30
表 2-3 多级应力加载试验数据.....	36
表 2-4 采用不同隶属函数下多级应力加载下 (H-L) 寿命预测结果.....	37
表 2-5 16Mn 钢在低-高加载顺序下试验数据.....	37
表 2-6 试验 I 16Mn 低-高加载下不同隶属函数的预测寿命与试验结果对比.....	38
表 2-7 试验 II 16Mn 低-高加载下不同隶属函数的预测寿命与试验结果对比.....	38
表 2-8 试验 III 16Mn 低-高加载下不同隶属函数的预测寿命与试验结果对比.....	38
表 3-1 16Mn 的疲劳性能参数.....	54
表 3-2 42CrMo 疲劳性能参数.....	56
表 3-3 42CrMo 齿轮基本参数.....	56
表 4-1 材料的参数及其特性数据.....	74
表 5-1 接触疲劳计算式中各参数的均值及其变异系数.....	92
表 5-2 弯曲疲劳计算式中各参数的均值及其变异系数.....	95
表 5-3 齿轮各故障模式的退化量分布参数.....	97
表 5-4 齿轮各故障模式的随机失效阈值分布参数.....	98
表 5-3 齿轮的退化量-失效阈值的相关性参数及边缘失效概率分布.....	98

## 主要符号及缩略语

$a$	裂纹长度
$b$	疲劳强度指数
$c$	疲劳延性指数
$N_f$	疲劳寿命
$N_i$	应力 $\sigma_i$ 作用下失效的疲劳寿命
$n_i$	应力 $\sigma_i$ 作用下的循环次数
$\varepsilon'_f$	疲劳延性系数
$E$	弹性模量
$\Delta W_t$	总应变能密度
$\Delta W_p$	塑性应变能密度
$\Delta W_e$	弹性应变能密度
$\sigma_m$	平均应力
$\sigma_{-1}$	疲劳极限
$\Delta K_{th}$	应力强度因子门槛值
$K_C$	材料的断裂韧度
M-C	Manson-Coffin 方程
SWT	Smith-Watson-Topper 模型
PSED	塑性应变能密度(Plastic Strain Energy Density)

## 第一章 绪论

目前，机械装备向大型化、复杂化及精密化方向发展，随着服役环境的愈趋恶劣，以及随机影响因素的日益增加，可靠性作为非常重要的指标，以确保设备安全、高效运行，发挥其最大价值，创造出最大经济效益。机械结构主要破坏方式为疲劳失效，由于裂纹在其形成和扩展过程中具有很强的隐蔽性，而疲劳断裂又具有瞬时性，严重威胁机械装备运行的安全性、可靠性，如若发生，必然导致灾难性后果，造成重大经济损失，因此准确的进行机械结构的寿命预测以及可靠性评估，能有效确保机械设备可靠、安全、经济的运行，并合理指导相关抗疲劳设计及合理制定检修周期，发挥其应有的现实意义及工程意义。本章将概要阐述目前机械结构的疲劳寿命预测、可靠性的研究背景现状，以及本文的主要研究内容。

### 1.1 课题来源、研究背景及意义

#### 1.1.1 课题来源

本文得到了以下项目的研究资助：

(1) 国家自然科学基金项目：基于故障物理技术的结构疲劳可靠性设计理论及其应用研究，项目编号：11272082。

(2) 国防科技工业技术基础科研项目：XX 装备系统的可靠性和剩余寿命预测研究，项目编号：11272082。

(3) 中国人民解放军总装备部装备预研基金重点项目：考虑多重失效机理的XX 典型部件可靠性评估和寿命分析与预测方法研究，项目编号：9140A19021011DZ0207。

#### 1.1.2 研究背景及意义

机械结构的寿命预测与可靠性评估作为目前是我国装备制造业亟需解决的问题，也是目前机械设计理论与方法研究必须重视的问题。许多国家都把可靠性列为了 21 世纪的战略技术<sup>[1,2]</sup>。机械传动在国防设备、航空航天、矿产冶金、石化化工、制药、电力等领域广泛的应用，在国防建设与国民经济中，发挥重要作用。目前，随着工业能力与科技水平的不断发展进步，传动系统逐步朝着自动化、智能化、精密化等方向发展，设备性能在逐步提升，功能日趋完善。设备的关键零部件，如：齿轮、轴、轴承等全天候工作在高负荷下，各部件承受着复杂循环载荷的作用，非常容易出现故障，特别是疲劳破坏，在各种破坏形式中，是最主要且最危险，具备

潜藏性与突发性，在静载荷下能表现出脆性或韧性破坏的材料，当在疲劳破坏发生前塑性变形均不明显，极难发现，呈脆性断裂，轻则造成设备停机，影响正常生产秩序，重则导致连锁损坏，引发重大事故，造成机械设备损毁、人员伤亡等。因此，正确评估和预测结构的疲劳寿命、可靠性，首先可以充分发挥利用设备功能，其次，可以尽力避免设备损毁停机确保生产秩序，避免发生灾难性的损毁事故确保人民生命财产安全。其已成为保障系统安全性和可靠性以及降低寿命周期费用所亟待解决的重要问题<sup>[3-8]</sup>。

目前，重要机械设备运行条件日趋苛刻，随着科技的不断发展，以及相关产业的推动，机械设备的使用条件，可靠运行时长，使用地点与方式，使用环境等，不断提升。人们所能设计，制造出更高性能，更加复杂，功能更加完善的机械零部件。比如飞机发动机检修周期不断延长，猎鹰火箭的循环使用等。而这些，都对疲劳寿命预测、可靠性分析提出更高要求。零件与结构日趋复杂，导致其失效机理与失效模式相对传统研究对象更加复杂。此外，复杂的载荷和苛刻的使用条件，使疲劳寿命预测更为重要，同时具有挑战性<sup>[2, 5, 7]</sup>。疲劳破坏是一个受到大量不确定因素影响的极其复杂的现象，如材料性能、结构尺寸、载荷、应力计算模型等，这些不确定因素对其可靠性和安全性构成极大的潜在威胁。此外，结构的可靠性问题涉及到彼此联系、相互作用、需要同时考虑的多个重要因素（控制变量），其中包括载荷（强烈程度、复杂性、统计特性）、系统及零部件结构形式（系统功能结构、零部件几何结构）、零部件性能及其退化规律、服役时间等。要真正实现疲劳寿命预测与可靠性评估，需要切实反映载荷历程的复杂性与不确定性、零部件间的失效相关性、不同失效机理之间的相互作用与竞争关系、不同失效模式之间的统计相关性、性能退化与载荷历程之间的关系及退化过程中载荷及应力重新分布、系统及几何形状复杂的零部件的可靠性对载荷不确定性的依赖性等<sup>[7, 8, 9, 11]</sup>。这些的理论方法显然已大大超出传统的机械寿命预测和可靠性分析理论的范畴。

以机械传动系统的行星齿轮传动（Planetary Gearbox System）为例，具有重量轻，体积小、传动比大、承载能力强，传动效率高等优点，因此大量应用于工程机械、风力发电、船舶、航空、车载、等。由于行星齿轮传动系统通常服役在低速重载的恶劣环境下，并且连续工作时间长，其关键零部件发生严重疲劳断裂、磨损等故障的几率大幅的增加。如果故障一旦萌生，不能及时地发现和有效的控制，将持续传递和扩展，最终导致整个系统的完全失效，造成严重的经济损失，甚至人员伤亡和灾难性的损失。例如：行星齿轮传动是风力发电系统的关键装置之一，长期在无规律变向风载荷的风力作用以及强阵风的瞬时冲击下工作，导致其故障率极高。又如，美国军方在对 UH-60A “黑鹰” 直升机的一次常规检测中，意外的发现了未

被检测装置探测出的行星齿轮传动系统中行星架的严重裂纹，而这种故障将导致机毁人亡，为此美国军方下令停飞和检测所有在役直升机<sup>[8-11]</sup>。因此，随着近几年齿轮传动系统作为主要的传动装置被广泛地应用在我国自主研发的重大技术装置和重大工程中，提高对机械传动系统的疲劳寿命的预测及可靠性的分析已成为保障重大机械装备安全性和可靠性以及降低全寿命费用所亟待解决的重要问题。

本论文将以机械传动系统的关键零部件材料及结构作为研究对象，拟从全寿命周期角度分析复杂结构的载荷、损伤及环境等不确定因素的分散性和随机性，建立不确定性的量化方法；以量化不确定性因素为出发点，立足于不同失效机理相互作用和不同失效模式之间概率竞争关系的科学描述，明确复杂结构的载荷特征和失效规律，将模糊性、随机性引入结构疲劳寿命可靠性分析中，以“复杂随机载荷作用下机械结构的疲劳寿命预测和时变可靠性分析方法”为主要研究内容。拓宽了传统疲劳可靠性方法的实际应用范围，并提出新的方法思路加以研究，既能提升理论研究高度，又能解决相关工程实用。

## 1.2 疲劳研究现状

### 1.2.1 疲劳的发展

通常我们对疲劳的定义为：构件或材料在交变载荷作用下，由于性能的退化，产生的损伤及破坏。美国试验与材料协会（ASTM）在 1979 年对疲劳提出的标准定义为<sup>[6]</sup>：“在某点承受扰动载荷，且在足够多的循环载荷作用之后形成裂纹或者完全断裂的材料所发生局部的、永久的结构变化的发展过程”。

金属疲劳问题出现由来已久，19 世纪 50 年代，德国工程师 Wöhler 针对当时铁道车轴在循环交变载荷作用下，在轴肩部发生了断裂事故，首先开展了疲劳试验的相关研究。并于 1871 年发表论文，详细论述了循环应力与疲劳寿命两者之间的关系，提出应力-寿命曲线以及疲劳极限概念<sup>[3]</sup>。

19 世纪 70~90 年代，科研人员通过大量的试验发现平均应力对疲劳寿命及强度的影响，Goodman 提出了重要的简化曲线-古德曼图<sup>[4]</sup>。Gerbe 提出了抛物线方程。

Bauschinger 在 1884 年，基于 Wöhler 的疲劳实验，发现在循环载荷作用下，弹性极限下降，材料出现“循环软化”，由此提出应力-应变迟滞回线概念。由于当时的科学技术水平，以及设备运用环境，该项研究工作未能发挥其应有的作用与影响，直到 Keulyan 在 1952 年，通过对铜棒的试验，才又一次提出了该理论，并命名为“包辛格”效应<sup>[4]</sup>。

在 20 世纪，人们开始利用金相显微镜来研究疲劳损伤机制；研究了循环应力

产生滑移、循环硬化及循环软化、复合疲劳等；1910年 Griffith 用玻璃来研究相关脆断理论，由此奠定断裂力学基础，被尊称为“断裂力学之父”；1924年 Gough 发表巨著金属疲劳，研究应力集中理论，进行缺口应变分析，提出内应力的概念，利用喷丸技术提高疲劳强度，在表层建立压缩残余应力，引入应力梯度的概念；1945 Miner 年提出线性累积损伤理论法则；1952年 Coffin 和 Manson 在美国航空航天管理局，NASA 研究所通过大量的试验研究，提出了 Manson-Coffin 方程，用于体现塑性应变和疲劳寿命的关系，奠定了低周疲劳的基础；1961年 Neuber 通过用局部应力-应变法来分析材料疲劳寿命，并提出 Neuber 法则；1963年 Paris 以断裂力学为基础，研究出裂纹扩展-Paris 公式，推进损伤容限设计，促使疲劳同断裂力学两门学科相互结合。20世纪60年代科研人员开始尝试在疲劳设计与疲劳试验中应用统计力学。1971年，Wetzel 基于 Manson-Coffin 方程，利用局部应力-应变的方法来预测疲劳寿命。到上世纪80年代，随着实际需求的不断刺激，以及科技水平的不断发展，疲劳以及断裂问题的研究进入快速发展期<sup>[4]</sup>。

### 1.2.2 疲劳与抗疲劳设计

目前，机械设备向集成化、高速化、耐高温、耐低温、重型化、大型化、微型化等方向不断发展，导致其不确定性因素与日俱增，疲劳破坏更加普遍。据统计，在实际工程中，机械零部件的疲劳破坏占到总失效的 50%~90%<sup>[9-11]</sup>。疲劳寿命包括两个阶段：疲劳裂纹形成阶段和疲劳裂纹扩展阶段的寿命。疲劳破坏由多重因素导致，应力水平，材料抗疲劳破坏能力都至关重要。通常表现为，高应力水平导致寿命变短，低应力水平时则相对较长，在相同条件下高韧性、高强度材料疲劳寿命更长。对材料结构疲劳寿命的影响包括以下几个方面<sup>[5]</sup>：结构尺寸；载荷的特性，如载荷的类型、载荷变化的幅值、加载频率大小、平均应力大小等；应力集中状况；表面的完整性因素，比如表面粗糙度水平、组织结构情况等。

疲劳破坏的发展是一个渐变的过程，一般需要运行一段时间才会导致破坏，而且在该破坏发生之前不会表现出明显的征兆，由于其突发性，使其危险性极高，必须在设计时给予足够重视<sup>[7-10]</sup>。对于机械结构而言，要保证其质量稳定可靠，必须通过采用合理的抗疲劳设计。在设计中除了满足其静强度外，最重要是一定要进行疲劳分析与相关抗疲劳设计。人们经过不断深入研究疲劳问题，总结出了一些基本规律，并逐步把这些基本规律应用在工程实际中，从而指导设计工作，使结构趋于更加合理、完善。常用抗疲劳设计方法主要有以下四种<sup>[4]</sup>：

#### 1、名义应力抗疲劳设计方法

该方法以名义应力作为基础设计参数，主要依据  $S-N$  寿命曲线进行抗疲劳设

计方法。可以细分为以下两种：

### (1) 无限寿命设计法

无限寿命设计法是人们最早采用的疲劳设计法，它主要依据疲劳极限  $S-N$  曲线的水平部分进行设计，产品寿命的循环次数大于等于  $10^7$  次，可以认为具有无限寿命。该方法相对简单，但零部件尺寸较大，较为笨重。

### (2) 有限寿命设计法（安全寿命设计法）

有限寿命设计法是从无限寿命设计法的基础发展完善而形成的，首先为零部件设定一个安全使用的服役期限，然后以此为目标进行设计，允许零部件在工作时的应力水平超过它的疲劳极限  $S-N$  曲线的斜线部分，因此零部件的尺寸得以缩小，也减轻了重量。使零部件的安全服役时间控制在设计的范围内，故而也可称为安全寿命设计法。现在，绝大多数机械产品运用该方法设计。

## 2、损伤容限设计法

安全寿命设计方法从 20 世纪 50 年代开始使用于飞机设计，是由断裂力学发展而来的抗疲劳设计方法。损伤容限设计方法它的设计思路同之前两种方法有所区别。之前都是假定材料的内部没有初始的缺陷或损伤，而该方法首先承认零件的内部会存在初始的缺陷或损伤，把初始缺陷认定为裂纹，根据裂纹在服役载荷下的扩展性质来估计其剩余寿命值。该设计方法思路是：零件内部的缺陷或损伤(可认定为裂纹)既然无法避免的，就要给予认可，并进行评估，然后正确的对其进行剩余寿命估算，提前做好断裂控制与补救措施，以确保有缺陷或损伤零件在其使用期内可靠安全工作。

## 3、耐久性设计法

耐久性设计法首先需要定义零件上影响疲劳的结构像孔、台阶等疲劳破坏处所具有的初始疲劳量。用以描述零件的初始疲劳损伤状态，预测在不同服役阶段零件损伤状态的变化，评估其疲劳剩余寿命。该方法能很好的从安全性和经济性等方面综合考虑，可较充分发挥零部件价值。

## 4、疲劳可靠性设计法

疲劳可靠性设计法是把概率统计法结合到疲劳设计发展而来的，也可称概率疲劳设计法。该方法在设计时，需要充分考虑材料的疲劳性能、零部件的载荷以及其它相关影响疲劳设计的数据所具有的分散性，把导致破坏的概率控制在设定的范围之内。由于考虑了众多因素，因此设计难度也相应较大，但该方法的设计精度高。

目前抗疲劳设计的方法各有优缺，局部应力应变法是实际工程中广泛应用且最为有效的，耐久性设计方法与疲劳可靠性设计方法深具发展潜力。随着人们认识

水平的不断提高,实际生产需要的不断推动,科技水平的不断提高,推动疲劳寿命预测、抗疲劳设计不断发展,从起初不考虑零件缺陷到开始考虑零件缺陷,从起初传统抗疲劳设计法仅考虑均值设计,到采用概率统计的疲劳设计法,利用概率分布进行复杂结果的设计分析,由确定性分析逐步向随机性、模糊性等分析方法,由仅考虑结构安全向着综合考虑设计、生产制造、安装使用、维护保养、环境保护等全寿命周期内使用成本,发挥设备最大价值,创造最大效益方面发展<sup>[9]</sup>。

### 1.2.3 疲劳寿命的预测方法

机械疲劳寿命预测是为了使材料或结构不失去正常工作的能力,将可靠性中的“规定时间”进行更加明确的量化过程<sup>[3,4]</sup>。结构疲劳寿命相关问题日益引起人们的重视,国内外学者不断在预测疲劳寿命方面进行了大量卓有成效的研究工作,逐步认识和不断总结出一些规律,认为疲劳寿命同应力、应变、损伤、能量等密切相关。现有的确定性寿命预测模型大都是将疲劳寿命与这些参量联系起来,并从累积损伤理论、断裂力学、损伤力学等角度出发得到的。主要的确定性疲劳寿命预测模型可分为如下几类:

#### (1) 应力疲劳寿命预测方法 ( $S-N$ 曲线法)

基于  $S-N$  曲线进行寿命预测的应力疲劳寿命预测法,在工程中普遍使用的为 Basquin<sup>[12]</sup>公式,它的基本表达式为:

$$\sigma'_f (2N_f)^b = \frac{E\Delta\varepsilon_e}{2} = \sigma_a \quad (1-1)$$

由上式可得到相应  $S-N$  曲线的幂函数表达式为:

$$\sigma^m N = C \quad (1-2)$$

式中,  $m$  和  $C$  是与材料、应力比及加载方式等相关的参数。

工程中,各种机械结构会以不同的方式产生应力集中,而描述不同方式的应力集中的应力参数不同。因此,根据所采用的基本应力参数的不同,应力-寿命曲线疲劳寿命预测方法可分为名义应力法、热点应力法、缺口应力法以及结构应力法。当通过大量试验得到材料或结构的  $S-N$  曲线时,即可结合疲劳累积损伤理论进行寿命预测。

#### (2) 应变疲劳寿命预测方法 ( $\varepsilon-N$ 曲线方法)

目前,应变-寿命预测寿命方法中, Manson-Coffin 方程使用最为广泛,描述了疲劳寿命与塑性应变之间的关系,其表达式为:

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (1-3)$$

结合 Basquin 公式, Manson 和 Hirschberg<sup>[13]</sup>提出了用总应变表征疲劳寿命的关系式, 即

$$\frac{\Delta \varepsilon_t}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (1-4)$$

### (3) 疲劳累积损伤理论

该理论是研究变幅循环载荷作用与机械构件, 疲劳损伤会按什么样的规律进行累积, 累积到什么样的程度机械构件就会产生疲劳破坏的理论。现有的损伤模型可以分为线性累积损伤与非线性累积损伤<sup>[14]</sup>。

### (4) 基于断裂力学的疲劳寿命预测方法

基于断裂力学的疲劳寿命预测方法是承认构件的内部缺陷, 在交变载荷作用下, 当应力强度因子逐步达到临界值时, 构件将发生疲劳断裂。裂纹扩展速率  $da/dN$  描述裂纹长度  $a$  随着循环次数  $N$  的变化率<sup>[15-17]</sup>。  $da/dN$  的一般表达式为:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R, \sigma, \dots) \quad (1-5)$$

式中,  $\Delta K$  为应力强度因子幅值。

### (5) 基于能量的疲劳寿命预测方法

基于能量法的疲劳寿命预测模型具有较强的理论基础, 同时, 具有明确的物理意义, 较多专家和学者致力于对该方法的研究和探讨, 至今已提出和发展了较多经典模型以及改进形式, 主要有: 塑性应变能理论、总应变能理论及热力学熵理论<sup>[18-23]</sup>。

### (6) 基于损伤力学的疲劳寿命预测方法

损伤力学(Continuum Damage Mechanics, CDM)<sup>[24-26]</sup>是从一个连续角度来考虑材料的性能不断衰减退化的力学分析方法, 主要研究构件或材料的内部缺陷是如何产生、如何发展为能引起宏观力学效应以及最终导致疲劳破坏的过程。

以上疲劳寿命的预测方法都是基于物理失效研究的, 都是确定性的方法, 是依据材料物理失效与材料破坏机制的相关动力学特性来进行疲劳寿命预测的, 针对目前机械装备寿命预测研究方法的特点及应用情况, 张小丽等<sup>[2]</sup>综述了国内外相关疲劳寿命预测的研究方法, 总结出在目前机械结构寿命预测中存在: 理论建模难、数据累积难以及试验验证难等问题, 为今后进行深入研究机械结构的疲劳寿命提供借鉴方向。当前确定性机械构件的疲劳寿命预测需要解决的难题, 仍然是如何构建能确切反应疲劳损伤过程中各种影响因素对寿命的影响。

## 1.3 机械结构的疲劳可靠性

### 1.3.1 结构疲劳可靠性研究现状

疲劳断裂作为机械结构的主要破坏形式，日益受到人们的重视。疲劳裂纹的产生与不断扩展，受到结构材质、外载荷随机波动、工艺参数内在的不均匀性，会使得在同一工况作用下的同一类别结构，体现出差异化的效能，结构的疲劳寿命会相差多达数倍，存在相当大的分散性。显而易见，用确定性的寿命预测方法无法安全合理的对结构寿命进行评估。机械结构疲劳损伤导致裂纹的形成，以及裂纹的扩展，直到后期断裂破坏，受必然性和偶然性协同作用。其中，必然性反映其规律，偶然性反映其差异。疲劳现象变化的基本规律可以利用确定性的物理表达式表示其因果关系，紊乱无序的随机现象则无法利用确定性方法描述<sup>[8, 27]</sup>。因此，针对结构疲劳分析中存在的 uncertainty，将可靠性分析引入到结构疲劳分析中势在必行。

结构的可靠性定义为：在规定的时间内和规定的条件下，结构完成规定功能的能力。其理论的提出和发展源于工程中存在大量的 uncertainty 因素。这些 uncertainty 因素都源于实际工程中：结构尺寸形状的分散性、材料属性分散性、加工制造与安装调试等导致的分散性、服役环境差异、保养维修差异，以及各种偶然因素、环境因素等相关因素的影响。通常将 uncertainty 分为随机和认知 uncertainty<sup>[28-50]</sup>，所谓随机 uncertainty (Aleatory Uncertainty) 是实际工程中所固有且客观存在，而且无法消除。处理此类不确定信息，目前主要利用概率统计理论对其进行研究分析；认知 uncertainty (Epistemic Uncertainty) 是指由于零部件数据的缺乏、信息的不完备引起的，其主要的理论研究方法有：模糊理论<sup>[28-41]</sup>、贝叶斯方法<sup>[5, 42, 43]</sup>、区间分析<sup>[46-52]</sup>、凸集理论<sup>[53-55]</sup>、证据理论<sup>[56-57]</sup>不精确概率<sup>[58-61]</sup>等。如何量化这些不确定信息，把这些不确定信息引入到设计，并在有限元建模与优化设计阶段以及可靠性分析时，给予充分考虑这种内在 uncertainty 对结构的影响，才能更好的反映工程实际情况，发挥材料的最大作用，提升工程设计的水平，节约工程使用成本，提升工程结构的经济性、可靠性、安全性。

从 20 世纪 60 年代以来，结构可靠性问题逐步引起了全球学者的普遍关注，并开展了系统研究，在国防工业、航空航天、土木建筑、海洋工程及交通运输等领域得到了广泛且有效的应用<sup>[8-9]</sup>。然而，开展结构疲劳可靠性的研究时间并不长，1949 年 Weibull 首次将疲劳分析和可靠性相结合，开创了一个新的研究领域，Weibull 分布被用来描述机械结构的疲劳寿命分布<sup>[44]</sup>，由此为开端，后续科研人员又逐步提出了 Gamma 分布、极值分布、正态分布、指数分布和对数正态分布等多种结构疲劳寿命的分布模型。其中，Weibull 分布和对数正态分布应用最为广泛。

Kececioglu 分别在 1974 年与 1978 年, 提出疲劳可靠性递推算法与疲劳应力-强度干涉模型<sup>[8-9]</sup>。Carter<sup>[10]</sup>、Wirsching<sup>[11]</sup>在疲劳可靠性分析中都做出了很多贡献。结构疲劳可靠性研究是预测结构的疲劳寿命和评估结构在疲劳失效方面的安全性。要对结构疲劳寿命进行可靠性分析, 需要从三个方面考虑输入条件: 设计工作(如几何尺寸、联结方式、材料特性、制造工艺等)、性能数据(如材料性能、应力分布、应力强度因子、 $S-N$ 曲线等)和载荷谱(如承受载荷、环境因素等)。根据目前结构可靠性的发展现状, 将疲劳分析同结构的可靠性分析方法相结合主要集中在三个方面, 即基于概率统计的结构疲劳可靠性分析(随机不确定性下疲劳可靠性理论)、结构疲劳寿命的非概率可靠性的研究(在认知不确定性情况下的结构疲劳寿命可靠性理论)及随机和认知不确定性同时存在的结构疲劳可靠性分析<sup>[4, 8, 9]</sup>。

随机不确定性疲劳可靠性分析方法主要是从概率的角度, 与疲劳断裂理论相结合, 预测结构的疲劳寿命和评估结构在疲劳失效方面的安全性。目前, 国外在概率疲劳断裂理论研究方面, Castillo<sup>[68]</sup>、Mahadevan<sup>[42, 62]</sup>、Bastidas-Arteaga<sup>[69]</sup>、Calvo<sup>[64]</sup>、Freudenthal<sup>[61]</sup>、Karlen<sup>[63]</sup>、Liao<sup>[67]</sup>、Laz<sup>[65-66]</sup>等, 相继提出新的研究成果。国内在概率疲劳寿命方面也开展了卓有成效的研究, 取得了较多的成果。高镇同<sup>[37]</sup>基于概率和数理统计理论, 创立了“疲劳统计学”, 并提出了二维疲劳应力作用下的强度干涉模型; 倪侃<sup>[70, 72]</sup>将 Miner 法则从一维扩展到二维, 并认为累积损伤服从对数正态分布, 建立了二维 Miner 法则的疲劳寿命可靠性分析模型; 熊峻江<sup>[27, 71]</sup>提出了广义疲劳等寿命曲线的概念; 赵少汴<sup>[73-74]</sup>分析了正态参数分布下疲劳寿命的概率疲劳设计方法; 赵永翔<sup>[75-76]</sup>通过试验对低周疲劳裂纹产生的过程的进行拟合发现: 在实际的工程应用中, 极大值分布、两参数 Weibull 分布以及对数正态分布, 比较符合疲劳过程中寿命的分布。因此, 结构疲劳可靠性分析时的假设分布可以采用这三种分布; 高德平<sup>[77]</sup>论述了结构疲劳寿命概率方法研究的理论基础及工程应用; 董聪<sup>[78]</sup>从能量变化的角度来研究疲劳累积损伤, 把这一过程看做是不可逆的能量耗散过程, 从随机过程的视角出发, 建立了随机疲劳累积损伤可靠性模型, 该模型的优点是不依赖疲劳寿命具体分布。杨冰和赵永翔等<sup>[16-17]</sup>在考虑了试样数量对概率的影响和数据分散性后, 提出新的裂纹扩展概率模型, 并相应地在损伤随机演化机制方面、概率疲劳应变试验法等方面取得新进展; 卢延辉<sup>[79]</sup>研究了概率累加理论应用到 Miner 法则中进行疲劳可靠性分析; 谢里阳<sup>[7, 81]</sup>提出疲劳破坏的应力水平会影响累积损伤的阈值, 并基于应力-强度干涉理论建立线性累积损伤概率模型, 利用载荷加权平均方法解释应力-强度干涉模型, 分析了疲劳概率理论中存在的多个问题; 白罍宇<sup>[82]</sup>等分析了材料概率疲劳曲线的确定; 黄洪钟和朱顺鹏等<sup>[91]</sup>研究非线性损伤累积的疲劳寿命预测概率模型。

人们通过收集、整理相关信息等一些方法,来提高认知不确定性程度,以便提高疲劳可靠性分析的准确性,以 Bayes 理论为基础,开展了不确定性疲劳可靠性分析。Bayes 理论是一种建立在主观概率的基础上,基于总体信息、样本信息及先验信息的概率分析方法<sup>[42, 92, 93]</sup>。基于 Bayes 推理的不确定性疲劳结构可靠性分析提供表征各种不确定性的理论基础,依据历史数据、经验、知识,给出模型参数的先验概率分布,利用现有新的知识进行信息更新,以便准确地进行寿命预估、可靠性分析和维修决策。在国外, Sankararaman<sup>[42]</sup>提出基于 Bayes 方法的疲劳寿命预测方法; Azarkhail<sup>[93]</sup>基于 Bayes 理论考虑了物理的不确定性; Modarres<sup>[94]</sup>在预测飞机结构的可靠度时,是利用裂纹长度的分布、疲劳裂纹扩展规律基于 Bayes 理论而进行的; Liu<sup>[134]</sup>进行概率疲劳损伤模型的选择与更新以及平均,而这些是以 Bayes 理论为基础;国内基于 Bayes 理论的疲劳寿命研究也做出了很多工作,黄洪钟<sup>[5]</sup>、刘建中<sup>[83]</sup>、茆诗松<sup>[96]</sup>、姚卫星<sup>[92]</sup>、朱顺鹏<sup>[5]</sup>等诸多学者提出了很多理论。

模糊理论是利用数学的方法把生活中存在的大量模糊现象给以定量描述,模糊集合是普通集合的推广,1965 年由美国著名学者 Zadeh<sup>[40]</sup>提出的。模糊可靠性的研究始于 20 世纪 80 年代。1989 年 Bardossy<sup>[35]</sup>把模糊概率引入到疲劳寿命预测中; Majidian<sup>[36]</sup>等基于模糊理论对网络进行分析; Utkin<sup>[39]</sup>提出了不同单元隶属函数的模糊可靠性的分析方法。基于模糊理论的疲劳可靠性分析是将模糊数学和基于疲劳物理失效的理论相结合,考虑疲劳失效中的模糊不确定。Bowman 等<sup>[34]</sup>在研究金属疲劳的失效时考虑了模糊因素; Rao<sup>[37]</sup>在评估复合材料断裂失效时,考虑应力和强度的模糊不确定性; Bordossy<sup>[41]</sup>在利用模糊理论进行量化结构可靠性分析中出现的不确定性因素,在寿命预测中结合了模糊理论进行预测; Muc<sup>[97-98]</sup>基于模糊理论研究复合材料的层间疲劳损伤、裂纹扩展与断裂; 黄洪钟<sup>[33]</sup>、刘文珽<sup>[99]</sup>、冯刚<sup>[32]</sup>、李廷杰<sup>[100]</sup>、王旭亮<sup>[11]</sup>、李锋<sup>[102]</sup>等研究了作用于构件的载荷,其大小近似于疲劳极限值时,对构件能否产生损伤的模糊性。以此为基础,黄洪钟、朱顺鹏等<sup>[7, 33]</sup>通过考虑了“低载强化”效应,低于疲劳极限以下的载荷所产生的损伤,利用模糊理论考虑对疲劳极限的影响。模糊可靠性的研究范围不断得到扩展,黄洪钟<sup>[28-32]</sup>在可靠性设计中应用模糊理论,发展完善模糊可靠性以及疲劳寿命预测; 孟广伟<sup>[100]</sup>,提出了结构疲劳寿命可靠性问题,并将设计寿命与结构寿命视为随机和模糊变量加以计算; 蔡开元<sup>[101]</sup>、李廷杰<sup>[102-105]</sup>较系统地研究了模糊可靠性问题。

基于非概率的结构可靠性的研究可追溯到 20 世纪 90 年代, Elishakof 和 Ben-Haim 等<sup>[53-54]</sup>在基于非概率的结构可靠性的研究方面,把凸集理论(Convex Model)应用到不确定性建模分析中,提出了结构可靠性非概率分析方法。1995 年, Ben-Haim<sup>[53]</sup>重新定义了系统可靠和不可靠,大致如下:对系统的可靠认定为,假如系

系统在失效前,还能承受大量的不确定性影响,而不发生失效,那么系统就是可靠的;对系统不可靠的认定为,假如系统对不确定性因素非常敏感,那么系统就是不可靠的。基于这些理论,由 Ben-Haim 建立的信息间隙 (Info-gap) 方法,在数据严重不足时可以很好的应用于可靠性分析中。Ben-Haim 和 Takewaki<sup>[106]</sup>在对结构参数和载荷进行分析时,很好的利用了信息间隙方法,并且提出以信息间隙方法为基础的结构可靠性分析理论。Vinot 等<sup>[107]</sup>建立的结构非概率可靠性模型是基于凸集模型的。在我国非概率结构可靠性研究也取得了许多成果,郭书祥、吕震宙等<sup>[47,51]</sup>提出基于区间分析的结构可靠性分析模型。在信息不多,无法进行大量计算时,非概率的区间分析可靠性模型非常适用,因此在结构可靠性分析中得以广泛应用。另外,邱志平和王晓军等<sup>[50,58,108]</sup>对结构非概率疲劳可靠性准则、可靠性模型、进行了深入研究。乔心州等<sup>[52]</sup>通过研究非概率与概率可靠性之间的关系,提出概率-非概率、模糊-非概率的混合概率结构可靠性评估模型。

### 1.3.2 结构疲劳时变可靠性

时变性是机械系统的主要特征,是产品可靠性的一个重要属性,能反映出零部件性能与系统质量随时间的变化,因此受到学术界和工业界的关注。机械零部件的载荷、强度等参数都随时间或载荷作用次数等寿命指标在发生变化,其可靠性是随时间发生变化的。传统的可靠性方法未能较好的体现机械零部件结构的时变特征,因此,难以准确地反应出零部件可靠性随时间的变化规律。

国内外学者很早对建筑结构及复杂系统的时变可靠性进行了研究<sup>[109-115]</sup>,但对机械零部件与系统结构的时变可靠性研究则相对较少<sup>[111]</sup>。近年来,国外很多学者从不同角度对时变可靠性理论建模、方法及其应用进行了大量研究。Artur 和 Andrzej<sup>[116]</sup>对钢架桥在腐蚀环境下进行了时变可靠性分析。Cazuguel<sup>[118]</sup>等研究分析了非线性结构带孔平板在随机载荷作用下的时变可靠性。Marco 和 Sonia<sup>[119]</sup>考虑性能劣化时,结构时变可靠性分析方法。Streicher 和 Rackwita<sup>[120]</sup>建立了标准空间下利用一阶矩法,进行失效独立串联的时变可靠性分析方法。chen<sup>[121]</sup>研究了天线受到随机风载荷作用,而导致反射精度发生变化的时变可靠性问题,并且假设风载荷导致结构产生的响应,属于随机响应,并且服从正态随机分布且相互独立,而它们的边界响应,服从泊松随机过程,来分析天线反射镜精度的时变可靠性。Wang<sup>[122]</sup>等提出了以代数(AE 模型)的形式与微分方程(DE 模型)的形式的两种不同形式时变可靠性模型。Kopustinskas 等<sup>[123]</sup>提出以随机微分方程的时变可靠性模型。O'Connor<sup>[124]</sup>研究在多载荷作用下,对机械构件的可靠性所产生的影响,当机械构件受到多个载荷作用时可靠性的计算模型则为:

$$R^{(n)} = \int_0^{+\infty} f_{\delta}(\delta) \left[ \int_{-\infty}^{\delta} f_s(s) ds \right]^n d\delta \quad (1-7)$$

式中,  $f_{\delta}(\delta)$  是强度的概率密度函数;  $f_s(s)$  是载荷的概率密度函数;  $n$  是施加的载荷次数。特殊情况下, 施加  $n$  次统计独立载荷的可靠性模型为:

$$R^{(n)} = (1-p)^n \quad (1-8)$$

式中,  $p$  为每次施加载荷所对应的失效概率。

在国内, 李艺<sup>[125]</sup>等指出“对于现役结构, 其载荷及抗力都是随时间变化的随机过程, 因此, 可以说现役结构的可靠度则是动态的变化过程”, 给出反应结构动态变化的功能函数, 即:

$$Z(t) = (\delta(t), s(t)) = \delta(t) - s(t) \quad (1-9)$$

式中,  $\delta(t)$  为结构抗力;  $s(t)$  为载荷效应的随机过程。

姚卫星提出考虑时间因素的动态应力-强度干涉模型, 给出了结构元件的安全状态方程<sup>[9]</sup>。左志勇<sup>[126]</sup>等也提出了与式(1-9)相类似的结构时变可靠性随机模型。苏春等<sup>[127]</sup>利用 Petri 网量化机械系统的动态行为, 研究系统的时变可靠性建模。黄飞腾等<sup>[128]</sup>对系统状态采用马尔科夫方法进行离散化处理, 采用状态转移对系统进行动态可靠性分析。

从已有的数据资料可以看出, 目前时变可靠性的研究主要针对比较复杂的大型系统, 运用的主要方法包括: 随机 Petri 网、GO 方法、动态故障树、马尔科夫方法、蒙特卡罗 (Monte Carlo) 方法等<sup>[110-128]</sup>。然而, 这些方法是存在一定的局限性, 主要是针对可修复的复杂系统, 很难适用于零部件在服役时段内, 任意时刻的可靠性分析

### 1.3.3 多失效模式相关可靠性

相关失效 (Dependent Failure) 广泛地存在于各类机械结构中, 特别是复杂的机械装置中。大多数机械零件存在多种失效模式, 由于载荷激励作用的同源性以及结构参数表征的同一性, 使得机械零部件不同失效模式之间存在失效相关性。多失效模式相关性分析是可靠性工程研究的难题, 现阶段研究还不够深入, 未能广泛应用于实际工程分析中<sup>[139]</sup>。

自 Ditlevsen 等<sup>[129-130]</sup>根据相关系数, 考虑两两失效模式间的相关性, 提出上下窄界理论, 该理论为国内外很多学者所接受<sup>[131-152]</sup>, 但随着失效模式数量的增加, 计算冗繁。谢里阳等<sup>[49]</sup>针对系统相关失效问题进行了研究, 提出了比较完整的机械结构失效相关系统可靠性分析方法。孙志礼等<sup>[136]</sup>提出了功能函数含有共同变量

情况下的机械零部件可靠度计算模型，并验证了机械零部件可靠度与相关系数的关系。喻天翔等<sup>[135]</sup>基于 Detlevsen 的上下窄界理论，提出了考虑主次失效模式相关系数的可靠度计算方法，并以传动轴为例，对提出的方法进行了验证。韩文钦等<sup>[52]</sup>针对结构失效相关性，提出了基于 Copula 函数的失效概率计算方法，利用 Matlab 和 Monto Carlo 方法估算 Copula 函数的参数，实现了变量联合概率分布的 Copula 建模。周金字等<sup>[138]</sup>利用 Nataf 变换给出了载荷相关下，共因失效的概率定量分析方法，将联合失效概率转化为一维标准正态积分的乘积。李贵杰等<sup>[149]</sup>利用鞍点近似法和 Nataf 变换相结合实现多失效模式的多维响应功能函数联合分布的近似。吴波<sup>[137]</sup>分析了轴的多失效模式，提出了多失效模型相关下的可靠度计算模型。唐家银等<sup>[139]</sup>利用 Copula 函数，提出了用于失效相关构件可靠度计算的 Copula-Reliability 算法，该方法克服了 Dietlevsen 窄界、主次失效模式、独立性假设等方法在失效相关研究中的局限性，验证多失效模式相关下的零件可靠度是介于独立假设计算值和最薄弱环节计算值之间的一个连续变化值。闫明等<sup>[54]</sup>用线性回归法研究了机械零部件不同失效模式的极限状态函数关系式，建立了多失效模式相关下的可靠度计算二重积分模型。

综上所述，国内外学者在多失效相关的研究方面做了大量的工作，取得了相当成果。相关失效的普遍性、重要性、广泛性决定了它在研究过程中的复杂性、艰巨性。因此，多失效相关问题仍值得进一步的深入研究及探索。

## 1.4 本文的主要研究内容

本论文针对目前结构疲劳寿命预测及可靠性理论发展中依然存在尚未解决的诸多问题，以机械传动装置关键零部件的材料及结构作为研究对象，拟从全寿命周期角度对其在多工况、复杂环境-随机性交互作用下基于物理失效的疲劳损伤累积、裂纹发展、裂纹扩展机理的寿命预测和疲劳时变可靠性进行分析。主要研究内容如下：

### (1) 基于疲劳累积损伤的寿命预测方法研究

为了提高疲劳累积损伤模型的计算精度，本文基于累积损伤曲线法，提出一种改进累积损伤模型，该方法考虑加载次序以及载荷间相互作用的影响。此外，通过对改进模型及常用模型进行评估、对比分析，说明 Miner 法则在工程应用中的广泛性，然后针对传统 Miner 法则存在的缺点，通过考虑载荷及损伤的分散性及随机性对疲劳寿命的影响，提出基于模糊理论的 Miner 法则，该法则考虑载荷之间相互效应和载荷次序对疲劳寿命预测，保持 Miner 法则应用简单的优点。通过算例分析，验证所提模型的可行性与准确性。

## (2) 疲劳裂纹形成阶段的寿命预测-修正的总应变能损伤函数模型

机械结构的疲劳寿命,受到多种因素的影响,多数情况下这些因素会交互作用直至机械结构发生疲劳破坏。本文研究传动系统关键零部件材料在多种失效因素共同作用下的力学行为及其对疲劳寿命的影响,提出修正的总应变能损伤模型,该模型综合考虑外在的加载条件和材料的能量耗散宏观特性等因素对疲劳损伤的影响,有较广的适用范围。

## (3) 疲劳裂纹扩展寿命预测-修正裂纹扩展率函数模型

疲劳裂纹扩展机理复杂,影响因素众多,为了解决在疲劳裂纹扩展阶段诸多因素的影响,本文对已提出的疲劳裂纹扩展理论进行研究,分析其优点及不足。在此基础上,推导出改进的疲劳裂纹扩展公式,该模型应能反映裂纹在三个不同阶段的扩展率,为预测机械装备复杂结构剩余寿命提供有效方法。

## (4) 基于强度退化失效相关疲劳可靠性分析

机械结构在复杂交变载荷作用下,载荷、损伤和环境等不确定因素的分散性和随机性导致系统特性表现出很大的分散性,对其进行疲劳可靠性设计,需切实反映载荷历程的复杂性与不确定性,零部件间的失效相关性,不同失效机理之间的相互作用与竞争关系,不同失效模式之间的统计相关性,性能退化与载荷历程之间的关系及退化过程中载荷及应力重新分布,系统及几何形状复杂的零部件的可靠性对载荷不确定性的依赖性等。本文利用与载荷作用次数相关的动态可靠性模型,考虑疲劳过程中材料强度退化规律,强度的衰减对材料寿命的影响,材料和载荷的随机性,通过失效物理分析,推导结构强度和疲劳寿命的概率分布等,建立系统疲劳时变可靠性分析和评估方法,同时建立基于失效数据的多失效模式相关的 Copula 综合可靠性评估模型。

本文共六章,各章主要内容如下:

第一章为绪论,主要介绍论文的研究背景、意义和研究现状,并概述本论文的主要研究内容和基本结构。

第二章研究考虑载荷间相互作用效应的累积损伤疲劳寿命预测方法。

第三章分析疲劳破坏的机制和影响因素,以及实际的承载状态,预测疲劳裂形成阶段的寿命。

第四章在断裂力学理论上,分析裂纹在三个不同扩展阶段的特点,提出广义的裂纹扩展率,预测疲劳裂扩展阶段的寿命。

第五章进行基于强度退化的疲劳失效相关可靠性分析。

第六章对本文的研究工作进行总结,在此基础上对未来研究进行展望。

## 第二章 基于疲劳累积损伤的寿命预测方法研究

### 2.1 引言

机械结构长期服役在高载荷,高转速下,各部件承受着复杂交变载荷的作用,疲劳是其最主要破坏形式。因此,对疲劳机理的研究具有很重要的工程实用价值,一方面解决定寿的问题,即可以预测或者估算出构件的疲劳寿命,以此来预防结构发生灾难性破坏,避免产生巨大损失;另一方面则是解决延寿问题,即可以进行材料优选和工艺过程的优化,以此来延长零部件的疲劳寿命,为后续研制新的抗疲劳材料提供理论依据<sup>[213]</sup>。

疲劳累积损伤理论是疲劳寿命预测的关键问题,是研究当变幅载荷作用于材料时,所产生的疲劳损伤会以怎么样的规律累积发展,累积发展到一个怎么样的程度,材料就会产生疲劳失效的相关理论。因此,寿命预测研究的核心问题是疲劳损伤累积导致的疲劳破坏。对抗疲劳设计和疲劳可靠性尤为重要,受到众多专家和学者的高度重视。通过大量的试验和理论研究,许多学者提出了很多种疲劳累积损伤理论与方法,分为线性和非线性疲劳损伤累积模型两大类。但这些方法大多是确定性的理论方法,然而疲劳损伤的形成往往受到材料特性、载荷历程、结构几何尺寸以及使用环境等因素的作用,而这类因素由于个体差异,具有相当的不确定性<sup>[88,91,165,218]</sup>。因此,如何建立一个符合疲劳损伤累积机理又能正确反映疲劳破坏中各种不确定因素的影响是目前结构疲劳寿命预测的热点。

本章首先将简要的介绍各种疲劳损伤模型,分析其存在的问题,然后提出一种改进累积损伤模型,该模型考虑了加载次序以及载荷间相互作用的影响,通过模型评估、对比分析,说明 Miner 法则在工程中应用的广泛性,针对传统 Miner 法则的缺点,把载荷之间相互效应和载荷次序对疲劳寿命预测的影响定量地考虑到 Miner 法则中,提出考虑载荷次序的模糊 Miner 法则。通过试验对齿轮的合金钢分析,验证所提模型和方法的可行性与准确性。

### 2.2 疲劳累积损伤基本理论

#### 2.2.1 线性疲劳累积损伤 Miner 法则

##### 2.2.1.1 Miner 法则

线性累积损伤理论(Miner 法则)<sup>[167]</sup>,因其使用简便、计算方便,因此被广泛应用于多级载荷下的疲劳寿命预测,Miner 法则将损伤曲线简化为直线,认为可以用

线性关系来表达疲劳损伤与循环比之间的关系，且它们之间的关系成线性叠加，如图 2-1 所示。

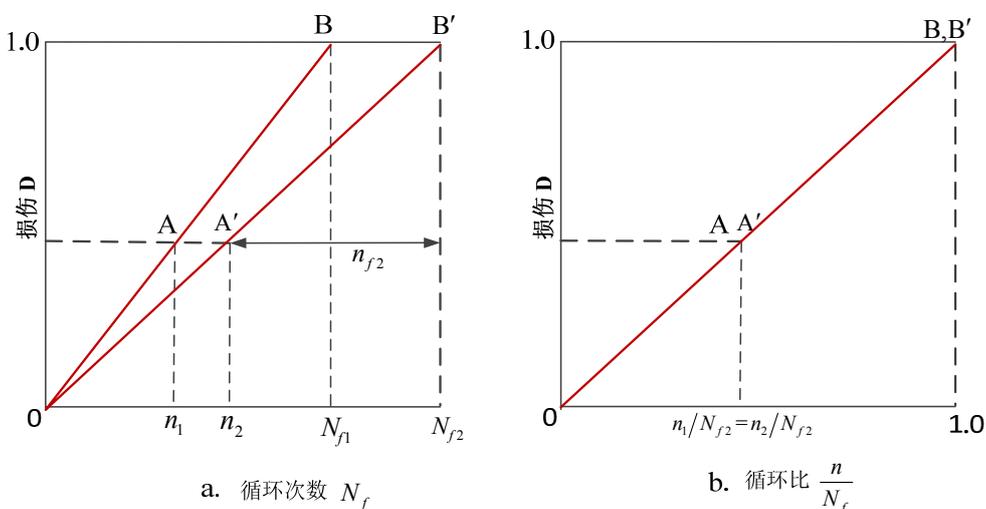


图 2-1 线性损伤累积

在该分析法中，假设应力  $s_i$  之间是独立，疲劳累积损伤  $D$  逐步增大，当到达某一值时，构件或试件无法承受，就会产生疲劳破坏：

$$D = \sum_{i=1}^r \frac{n_i}{N_i} \quad (2-1)$$

式中， $N_i$  为在应力  $s_i$  下的疲劳极限寿命。

当临界疲劳损伤值  $D_c$  等于 1 时，部件发生疲劳破坏：

$$D_c = 1 \quad (2-2)$$

传统的 Miner 法则在很大程度上对疲劳破坏的机理和疲劳破坏准则进行了简化处理。因此，其预测值和试验结果存在较大的偏差，这是因为<sup>[5]</sup>：

(1) Miner 法则属于线性累积导致疲劳损伤理论，它没有纳入载荷的加载次序还有各级载荷间的彼此影响对疲劳损伤累积所产生的影响，是造成预测不准的主要因素之一。通常在两级应力加载试验中，当采用低-高加载次序时，传统 Miner 法则得到的结果就会偏于保守，因小载荷的强化作用，使构件的疲劳强度得以提高，推迟了裂纹形成的时间，故疲劳损伤累积量  $D > 1$  时构件破坏；而当采用高-低加载次序时，利用传统 Miner 法则得到的结果就偏于危险，因高应力的作用加快了裂纹的形成时间，而在低应力作用时就使裂纹扩展，故  $D < 1$  时构件发生破坏<sup>[155]</sup>。

(2) Miner 法则属于确定性的理论，有其局限性，没有考虑分散性。比如由于外载荷和材料属性的分散性，以及它们所引起的瞬时累积损伤等等，均未被考虑其

中。多重因素会影响材料或构件的疲劳累积损伤，比如应力集中、尺寸结构、材料自身的属性、表面粗糙度及热处理等影响因素。因此，很多研究者通过试验研究，提出了修正的 Miner 法则<sup>[158-159]</sup>，其表达式为：

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \alpha \quad (2-3)$$

上式中的  $\alpha$  值可通过试验方法来确定。对于中、低碳钢，取  $\alpha=0.69$ ，高碳钢则取  $\alpha=0.67$ ，一般情况下对钢材通常取其均值  $\alpha=0.68$ 。

(3) Miner 法则忽略小载荷的作用，认为低于疲劳极限值的载荷作用不会引起的损伤，所以忽略不计，而认为高于疲劳极限值的载荷作用才会导致疲劳损伤。实际情况是，疲劳极限值附近作用的小载荷，会使机械构件在低幅交变载荷作用时产生强化作用，从而不同程度的提高机械构件的疲劳强度，即：低载荷强化作用<sup>[5, 155]</sup>。

综上所述，Miner 法则虽然具有形式简单、使用方便等特点，但因一些假定与实际工程不符，导致了疲劳寿命预测精度不高。如何提高 Miner 法则的精度，又使其计算简单是目前研究的热点问题。

### 2.2.1.2 相对 Miner 法则

Miner 法则因为没有纳入残余应力复杂变化以及载荷的作用顺序的非线性相互作用而导致的影响，分散性很大，累积损伤值  $D$  在 0.3~10 之间变化。相对 Miner 法则<sup>[156]</sup>一方面保留 Miner 法则的线性累积假设，另一方面避开累积损伤值  $D=1$  的假设。相对 Miner 法则的数学表达式为：

$$N_A = N_B \frac{\left( \sum \frac{n_i}{N} \right)_B}{\left( \sum \frac{n_i}{N} \right)_A} \quad (2-4)$$

式中， $N_A$  为载荷谱  $A$  作用下的疲劳裂纹寿命， $N_B$  为载荷谱  $B$  作用下的疲劳裂纹寿命，计算累积损伤分别为： $\left( \sum \frac{n_i}{N} \right)_A$ 、 $\left( \sum \frac{n_i}{N} \right)_B$ 。

式(2-4)表明，只要两个载荷历程相似，则这两个载荷谱的寿命之比等于其累积损伤之比的倒数。相对 Miner 法则在使用时，如何确定相似谱  $B$  至关重要。为了保证比例因子接近于 1，相似载荷谱能较好的模拟计算载荷谱作用在缺口根部所造成的塑性变形。那么，相似谱  $B$  的主要峰谷应该和计算谱  $A$  成比例或者近似成比例，相似谱  $B$  的主要峰值顺序应该相近或者相同于计算谱  $A$ 。由于载荷谱的相似程度在实际工程实际难以确定，故而，该方法的广泛使用受到极大限制。

### 2.2.2 双线性疲劳损伤累积模型

依据疲劳过程中损伤在不同阶段的累积机理，可把疲劳过程分为以下阶段：疲劳裂纹的形成与扩展的两个不同阶段。因此，假设损伤曲线由双线性构成的。如图 2-2。

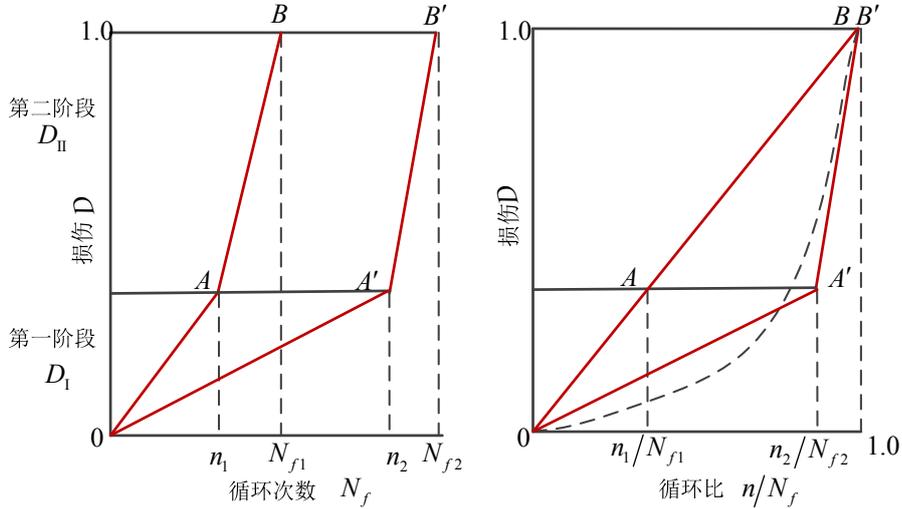


图 2-2 双线性疲劳损伤累积

为了考虑不同阶段的损伤，Manson-Grover<sup>[14]</sup>在 1981 年提出疲劳裂纹形成阶段（第 I 阶段）和裂纹扩展阶段（第 II 阶段）的疲劳寿命计算公式：

$$N_I = N \exp(ZN^\phi) \tag{2-5}$$

$$N_{II} = N - N_I \tag{2-6}$$

式中， $N$  为总的疲劳寿命； $Z$  和  $\phi$  为由载荷谱中的  $N_1 = N_{low}$  和  $N_2 = N_{high}$  比值确定的两个待定系数（ $N_{low}$  和  $N_{high}$  分别为载荷在最低和最高应力作用下的疲劳寿命），可分别通过式(2-7)和(2-8)来确定。

$$\phi = \frac{1}{\ln(N_1/N_2)} \ln \left\{ \frac{\ln[0.35(N_1/N_2)^{0.25}]}{\ln[1-0.65(N_1/N_2)^{0.25}]} \right\} \tag{2-7}$$

$$Z = \frac{\ln(0.35(N_1/N_2)^{0.25})}{N_1^\phi} \tag{2-8}$$

式中， $N_1$  和  $N_2$  与  $N_I$  和  $N_{II}$  的含义不同。

在进行疲劳寿命计算时，先按  $N_I$  进行累积损伤计算，当  $\sum_{i=1}^k (n_i/N_{li}) = 1$ ，再按

$N_{ii}$  进行累积计算, 当  $\sum_{i=1}^k (n_i/N_{ii}) = 1$  时产生疲劳破坏。疲劳损伤在不同阶段的累积规律可以由该模型反映出, 且考虑了由于加载次序的不同而对损伤所导致的影响。因此, 在二级载荷该计算模型比线性疲劳损伤累积模型的准确性高, 但该模型中的拐点不易确定, 使用也较为麻烦, 故很难应用于工程实际。

### 2.2.3 非线性疲劳损伤累积模型

自 Miner 法则提出以来, 被广泛应用于工程实际中, 载荷的次序、应力之间的相互作用以及低于疲劳极限值的应力作用不产生损伤的假设, 均受 Miner 法则的局限性影响, 未能考虑在内, 从而导致计算结果相较试验值相去甚远。对此, 学者提出了大量的非线性疲劳累积损伤理论和方法。将常用的非线性疲劳累积损伤理论归纳为三大类, 如表 2-1 所示<sup>[5]</sup>。

表 2-1 非线性累积损伤模型<sup>[5]</sup>

方法名称	模型	优点	缺点
考虑载荷之间相互作用影响的非线性累积损伤理论	Corten-Dolann 模型	考虑多级载荷之间相互的影响	损伤核数目难以确定, 此外模型指数 $d$ 需要通过大量的试验来获得
	Freudenthal-Heller 模型		
	Bui-Quoc 模型		
基于损伤曲线法的非线性累积损伤模型	Marco-Starkey 模型	考虑载荷水平及载荷次序效应, 对两级载荷试验的结果能较好的吻合	未能考虑载荷间相互作用的影响, 在多级及随机载荷下的应用还需要进一步验证
	Manson-Halfor 模型		
基于能量的非线性累积损伤理论	韧性耗散模型	物理意义明确, 形式简单, 不需要其它试验常数	缺乏考虑载荷之间相互作用的影响
	Bui-Quoc 模型		
	剩余强度模型		
	Henry 模型		

黄洪钟<sup>[157]</sup>等通过研究疲劳过程中材料强度的衰减退化规律, 推导出考虑材料强度退化与载荷状态相关性的非线性疲劳累积损伤模型。除了一些常用的疲劳累积损伤模型外, 大量学者通过对疲劳损伤的机理进行研究, 建立了诸多反映疲劳损伤发展规律的疲劳累积损伤模型, 但由于缺乏试验的验证以及建立的模型较复杂,

因此，未能获得广泛的应用。Schijve<sup>[158]</sup>，Fatemi 和 Yang<sup>[159, 230]</sup>，姚卫星<sup>[9]</sup>，嵇应凤<sup>[160]</sup>等综合论述了当前疲劳累积损伤理论和疲劳寿命的预测模型。本节将对常用的两种非线性疲劳累积损伤模型进行简要的介绍和分析说明。

### 2.2.3.1 基于损伤曲线的非线性损伤累积模型

此类模型起初由 Marco-Stkare 提出，后来 Manson-Halford，Hashin 和 Subramanyan 提出了不同的损伤曲线法。本节主要介绍 Manson-Halford<sup>[13-14]</sup>法。

零件的损伤通常可以用可承受裂纹长度的最大累积量来表示。可以假设，在发生断裂时一个光滑试样的裂纹长度为  $a_f$ ，用  $a$  表示循环载荷下累积量，那么在给定应力水平下  $s_i$  下，累积损伤量  $D$  为  $a$  与  $a_f$  的比值。1981 年 Manson-Halford 提出裂纹的扩展方程：

$$a = a_0 + (a_f - a_0) \left( \frac{n}{N_f} \right)^{\frac{2}{3}(N_f)^{0.4}} \quad (2-9)$$

式(2-9)是依据早期裂纹扩展断裂机理推导的，利用二阶寿命/应力载荷试验的数据拟合来处理式中设定初始疲劳导致的裂纹长度  $a_0$ ；那么当达到裂纹长度  $a$  时所加载荷循环数为  $n$  次； $a_f$  为外加载荷的疲劳寿命为  $N_f$  时的裂纹长度。经过大量的研究发现，计算方法如下：

$$a_f = \frac{2}{3} N_f^{0.4} \quad (2-10)$$

累积损伤  $D$  是瞬时裂纹长度  $a$  与最终裂纹长度  $a_f$  的比值，如下式：

$$D = \frac{a}{a_f} = \frac{1}{a_f} \left[ a_0 + (a_f - a_0) \left( \frac{n}{N_f} \right)^{\frac{2}{3}(N_f)^{0.4}} \right] \quad (2-11)$$

对于二级加载，在第一级载荷  $s_1$  持续作用下的循环次数采用  $n_1$  表示，在第二级载荷  $s_2$  持续作用下并且最终导致疲劳失效，循环次数则采用  $n_{f2}$  表示。分别用  $N_{f1}$  和  $N_{f2}$  来表示两级载荷水平下的疲劳寿命，可通过  $S-N$  获取。图 2-3 给出了两级载荷下的非线性损伤示意图。

由于这两个载荷水平在  $A$  点和  $A'$  点上的疲劳损伤值相同，因此循环  $n_1/N_{f1}$  和等效循环比  $n_2/N_{f2}$  之间的关系可用下列方程表示：

$$\left( \frac{n_{f2}}{N_{f2}} \right) = 1 - \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{(N_{f1}/N_{f2})^{0.4}} \quad (2-12)$$

$$\left(\frac{n_1}{N_{f1}}\right) = \left(\frac{n_2}{N_{f2}}\right)^{(N_{f2}/N_{f1})^{0.4}} \quad (2-13)$$

式中,  $n_2$  为在  $N_{f2}$  寿命水平时的循环次数, 其等效损伤与初始循环比  $n_1/N_{f1}$  相对应。

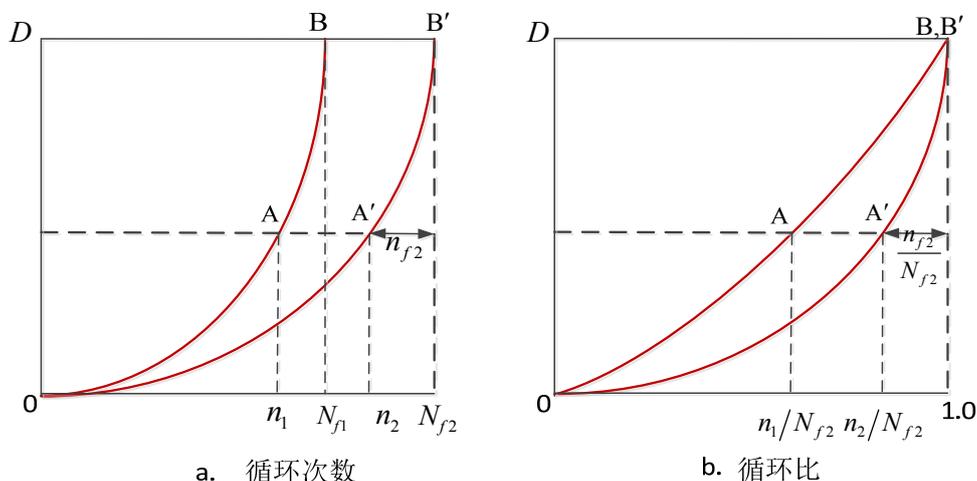


图 2-3 两级载荷下非线性损伤累积

显而易见, 式(2-12)与材料和在损伤累积方程(2-10)中引入的几何参数  $a_0$ 、 $a_f$  无关。因此, 利用零代替  $a_0$ 、 $(1/N_{f1})^{0.4}$  替代  $2/3$ , 可以使基准寿命水平 ( $N_{f2}$ ) 的非线性损伤曲线实现线性化。故基准寿命的损伤函数可以被简化为  $(0,0)$  与  $(1,1)$  相连接的一条直线, 即:

$$D_1 = \frac{n_1}{N_{f1}} \quad (2-14)$$

$$D_2 = \left(\frac{n_2}{N_{f1}}\right)^{(N_{f2}/N_{f1})^{0.4}} \quad (2-15)$$

对于多级寿命水平 (例如,  $N_{f1} < N_{f2} < \dots < N_{fn}$ ), 通过将最低寿命水平的损伤曲线作为基准寿命, 基于等效损伤的原则, 以快速构建损伤曲线来预测疲劳寿命。

此模型也称为非线性幂指数损伤模型。Manson<sup>[14]</sup>通过试验验证, 该理论在两级载荷作用下寿命预测与试验值吻合较好, 在多级及随机载荷作用下模型的有效性未得到证明, 另外该模型对载荷间的相互作用缺乏考虑。陈涛<sup>[16]</sup>以两阶段模型为基础, 扩展出三阶段模型, 但对第三阶段的损伤累积方式的选取, 存有争议, 需要进一步探讨, 同时, 也只能通过经验估值来确定损伤临界值。

### 2.2.3.2 考虑载荷之间相互作用影响的非线性累积损伤方法

考虑载荷之间相互作用影响的非线性、等效损伤累积理论可分为三类。第一类包括 Carten-Dolan<sup>[163]</sup>模型、Freudenthal-Heller<sup>[14]</sup>模型，以上两种模型均是基于  $S-N$  曲线推导的，Spitzer 和 Mnason<sup>[13]</sup> 对其进行修正改进。第二类和第三类模型均由 Bue-Quco<sup>[164]</sup> 提出，第二类模型通常称之为假想载荷法，第三类模型基于对循环比进行修正。目前，只有 Cartrn-Dolan 模型在工程上得以应用，故这里仅介绍 Carten-Dolna 模型。

1956 年 Carten 和 Dolan 提出指数损伤模型，该模型是基于疲劳损伤的物理模型提出的。他们认为疲劳裂纹形成和扩展可以分为三个阶段：局部区域产生加工硬化、局部区域内形成微观空穴或微观裂纹、裂纹进一步扩展至断裂<sup>[4]</sup>。

依据上述疲劳破坏过程，提出以下疲劳损伤假设<sup>[4]</sup>：

- (1) 产生永久性疲劳损伤需要一个裂纹的成核期。
- (2) 当应力逐渐增加时，试件裂纹核数目将增多。
- (3) 损伤量随着应力的增加而增大。
- (4) 随应力的增加，每个循环的损伤增长率增大。
- (5) 对所有载荷历程来讲，造成构件疲劳失效总损伤量为常数。
- (6) 当应力水平小于疲劳损伤的极限值时，损伤还是在不断累积的。

在给定应力  $s$  作用下，产生的疲劳损伤累积量  $D$  用指数关系表达为：

$$D = mrn^a \quad (2-16)$$

式中，疲劳裂纹核的数目用  $m$  表示，与应力水平相关的损伤增长系数用  $r$  表示，应力的循环数用  $n$  表示，与应力水平相关的指数常数用  $a$  表示。

当两级大小不同的应力  $s_1$  和  $s_2$  以交替的方式作用在试件上时，假设应力  $s_1$  的经过  $\alpha n$  次循环，那么用  $(1-\alpha)n$  来表示应力  $s_2$  的循环次数，则疲劳寿命在两级应力作用下的估算式为：

$$N_g = \frac{N_1}{\alpha + (1-\alpha)(s_2/s_1)^d} \quad (2-17)$$

将上式的两级应力疲劳寿命估算公式推广至多级载荷，得到：

$$N_g = \frac{N_1}{\sum_{i=1}^r \alpha_i (s_i/s_1)^d} \quad (2-18)$$

式中， $N_g$  为疲劳总寿命， $N_1$  为应力  $s_1$  作用下的疲劳寿命，各级应力水平  $s_i$  下的循环数所占总循环数的比例用  $\alpha_i$  表示，多级交变载荷作用中的最大应力幅值用  $s_1$  表

示,  $r$  为应力水平,  $d$  为材料常数, 通常由两级载荷试验来确定, Corten-Dolan 模型中唯一的材料参数, 根据 Corten 和 Dolan 的建议, 在任何加载情况下, 该参数都是一个固定的值,

在实际工程中, 零部件的实际服役载荷谱与试验中的两级程序载荷有很大的区别, 通过两级载荷试验拟合得到的材料参数  $d$ , 来估算零部件的寿命时, 同实际相差较大。经过大量的研究发现, 材料常数  $d$  并非是恒定值, 是同加载水平相关的函数, 加载水平越高  $d$  越小<sup>[4, 165, 196]</sup>。

因此, 如果  $d$  的值同载荷的水平相联系, 考虑为载荷的函数, 来预测疲劳寿命, 模型的计算精度将会得到很大的提高。但通常需要大量的试验才能获得指数  $d$  的表达式<sup>[222]</sup>。

### 2.3 修正的非线性疲劳损伤累积模型

传统的线性损伤理论存在缺陷, 非线性理论的迭代计算过于冗长, 而且参数不易确定, 双线性理论的疲劳裂纹萌生与裂纹扩展的分界点不易确定, 因此促使我们寻求更好的方法克服上述方法的不足。

通常材料的  $S-N$  曲线可近似的表达为:

$$N_f S^m = C \quad (2-19)$$

式中,  $m$  和  $C$  是材料的参数, 与材料的性质、结构和加载方式相关。

依据  $S-N$  曲线, 本节基于 Manson-Halford 损伤曲线方法, 考虑载荷的加载次序以及 Corten-Dolan 模型中指数  $d$  考虑载荷的相互影响<sup>[222, 229]</sup>, 提出应力控制的疲劳损伤参数  $S_D$  为<sup>[166]</sup>:

$$S_D = N_f^\beta S^m \quad (2-20)$$

式中,  $\beta = \frac{n}{N_f}$  为循环比。

首先考虑两级载荷作用, 第一级载荷作用  $n_1$  次, 第二级载荷作用  $n_2$  次, 直至发生疲劳失效, 如图2-4所示。

根据式(2-20), 在第一级载荷  $s_1$  作用  $n_1$  次时, 疲劳损伤参数  $S_{D_1}$  为:

$$S_{D_1} = s_1^m N_{f_1}^\beta \quad (2-21)$$

依据疲劳损伤参数等效性, 在第一级载荷  $s_1$  作用下循环  $n_1$  次造成的损伤应等于第二级载荷  $s_2$  作用下循环  $\tilde{n}_2$  次造成的损伤, 即:

$$S_{D_1} = \tilde{S}_{D_2} \quad (2-22)$$

$$\tilde{S}_{D_2} = S_2^m N_{f_2}^{\tilde{\beta}_2} \quad (2-23)$$

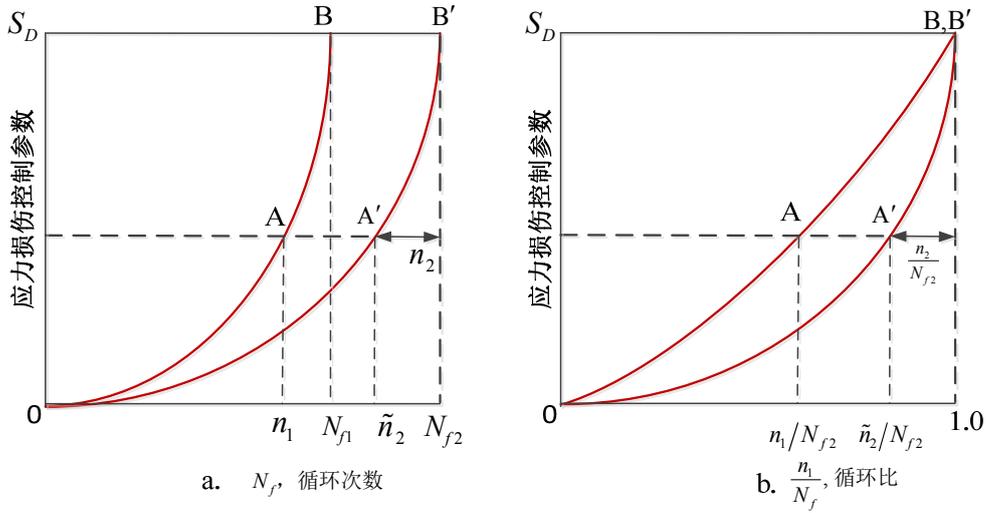


图 2-4 两级载荷作用疲劳损伤参数的累积

根据式(2-22)、(2-23)，有：

$$S_1^m N_{f_1}^{\frac{n_1}{N_{f_1}}} = S_2^m N_{f_2}^{\frac{\tilde{n}_2}{N_{f_2}}} \quad (2-24)$$

则在载荷  $s_2$  作用下达达到疲劳破坏时的损伤参数  $S_{D_{1-2}}$  为：

$$S_{D_{1-2}} = S_2^m \cdot N_{f_2}^{\tilde{\beta}_1 + \beta_2} = S_2^m \cdot N_{f_2}^{\frac{(\tilde{n}_2 + n_2)}{N_{f_2}}} \quad (2-25)$$

根据式(2-23)、(2-24)，有：

$$S_{D_{1-2}} = S_2^m \cdot N_{f_2}^{\frac{(\tilde{n}_2 + n_2)}{N_{f_2}}} = S_2^m \cdot N_{f_2}^{\frac{(\tilde{n}_2 + n_2)}{N_{f_2}}} = S_1^m \cdot N_{f_1}^{\beta_1} \cdot N_{f_2}^{\tilde{\beta}_2} \quad (2-26)$$

当损伤参数达到临界值  $C$  时，有：

$$S_1^m \cdot N_{f_1}^{\beta_1} \cdot N_{f_2}^{\tilde{\beta}_2} = C \quad (2-27)$$

根据式(2-19)和(2-27)，有：

$$N_{f_1}^{\beta_1} \cdot N_{f_2}^{\tilde{\beta}_2} = \frac{C}{S_1^m} = N_{f_1} \quad (2-28)$$

对上式两边取对数，得：

$$\beta_1 \ln N_{f_1} + \tilde{\beta}_2 \ln N_{f_2} = \ln N_{f_1} \quad (2-29)$$

因此，对于两级载荷作用下，根据式(2-20)和式(2-29)，其疲劳损伤累积量为：

$$D = \tilde{\beta}_2 + \beta_2 = (1 - \beta_1) \frac{\ln N_{f1}}{\ln N_{f2}} + \beta_2 \quad (2-30)$$

同理，对于三级载荷的加载，如图 2-5 所示。

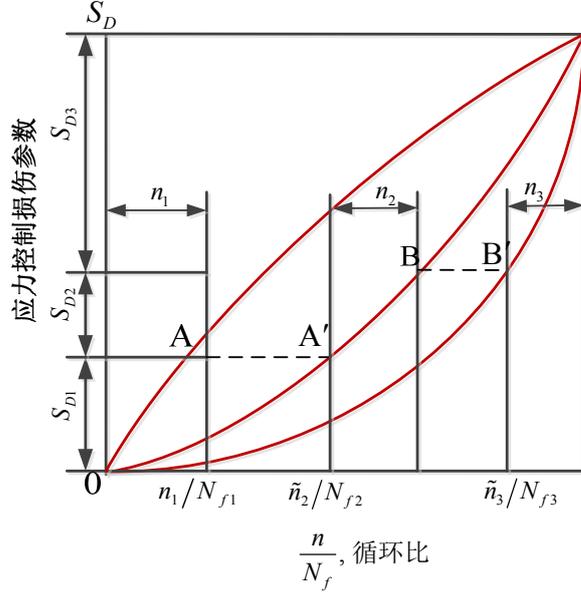


图 2-5 三级载荷作用疲劳损伤参数的累积

依据损伤的等效性，应把第一级载荷  $s_1$  和第二级载荷  $s_2$  共同作用产生的损伤等效转换为第三级载荷  $s_3$  作用下循环  $\tilde{n}_3$  次造成的损伤参数：

$$\tilde{S}_{D3} = S_3^m N_{f3}^{\tilde{\beta}_3} = S_1^m N_{f1}^{\beta_1} \cdot S_2^m N_{f2}^{\beta_2} \quad (2-31)$$

则三级载荷作用下的疲劳损伤累积量为：

$$D = \tilde{\beta}_3 + \beta_3 = 1 - \left\{ 1 - (1 - \beta_1) \frac{\ln N_{f1}}{\ln N_{f2}} + \beta_2 \right\} \frac{\ln N_{f1}}{\ln N_{f3}} + \frac{n_3}{N_{f3}} \quad (2-32)$$

以此类推，对于多级载荷作用下的疲劳损伤累积量为：

$$\begin{aligned} D &= \tilde{\beta}_{n-1} + \beta_n \\ &= 1 - \left\{ 1 - \dots - \left( 1 - \left( 1 - (1 - \beta_1) \frac{\ln N_{f1}}{\ln N_{f2}} \right) + \frac{n_2}{N_{f2}} \right) \frac{\ln N_{f2}}{\ln N_{f3}} + \dots + \beta_{n-1} \right\} \frac{\ln N_{f2}}{\ln N_{f3}} + \frac{n_i}{N_{fi}} \end{aligned} \quad (2-33)$$

上式即为改进型损伤曲线法的非线性疲劳损伤累积模型，此模型不但考虑了载荷间的次序对寿命预测的影响，而且考虑了载荷间相互作用对寿命预测的影响，模型的参数较少，能较方便地应用于实际工程中。

## 2.4 累积损伤模型的评估

下面对线性累积损伤 Miner 法则、修正的非线性模型、Manson-Halford 模型和 Carten-Dolan 模型利用文献[168-174]的数据进行评估、分析。

### (1) 两级加载

两级加载下寿命预测值和试验值的比较结果见图 2-6 至图 2-9(图中实线为其  $\pm 2$  倍误差带)。

由图可知,无论是在高-低、低-高加载下,改进的模型因考虑了载荷的次序及相互作用预测结果和试验值能较好的吻合;在高-低加载下 Miner 法则寿命预测值较危险,低高加载下则相反;Manson-Halford 模型无论是在高-低、低-高两级加载下的预测值都比较保守;Carten-Dolan 模型对于钢的评估时,低-高或高-低加载下得出的预测值都偏于保守;而对于铝,预测趋势不一致,铝 7050 和 2024 的预测值与 Miner 法则相比偏于危险。但总的来说,在两级加载条件下,修正后的模型预测精度最高,Manson-Halford 模型次之,若载荷间的相互作用非常明显时,Carten-Dolan 模型的精度将会有所提高。

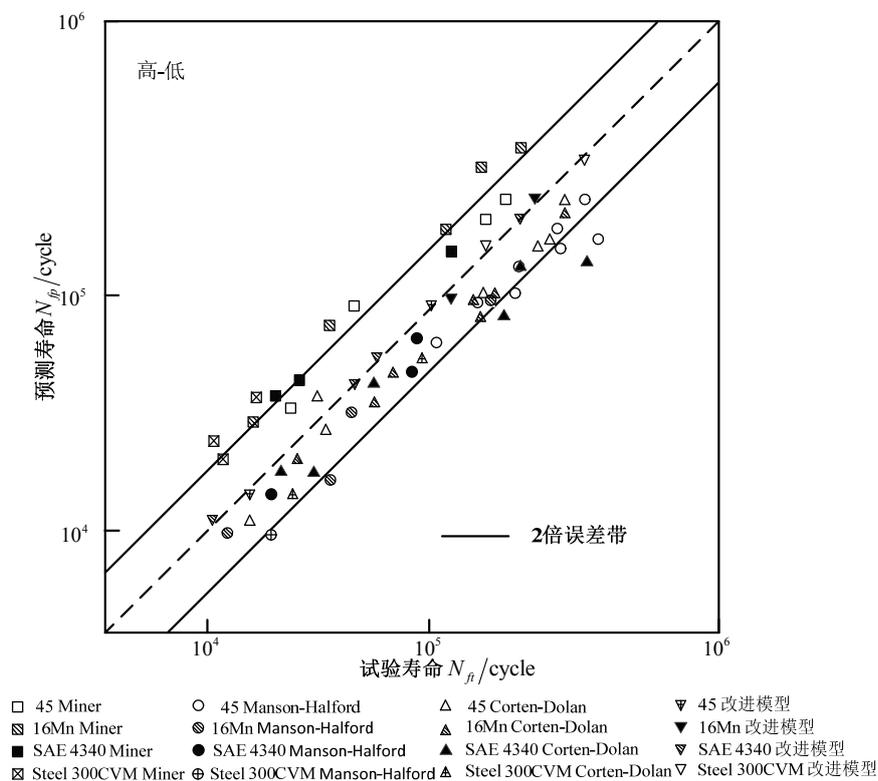


图 2-6 钢在高-低加载下模型预测值与试验数据对比

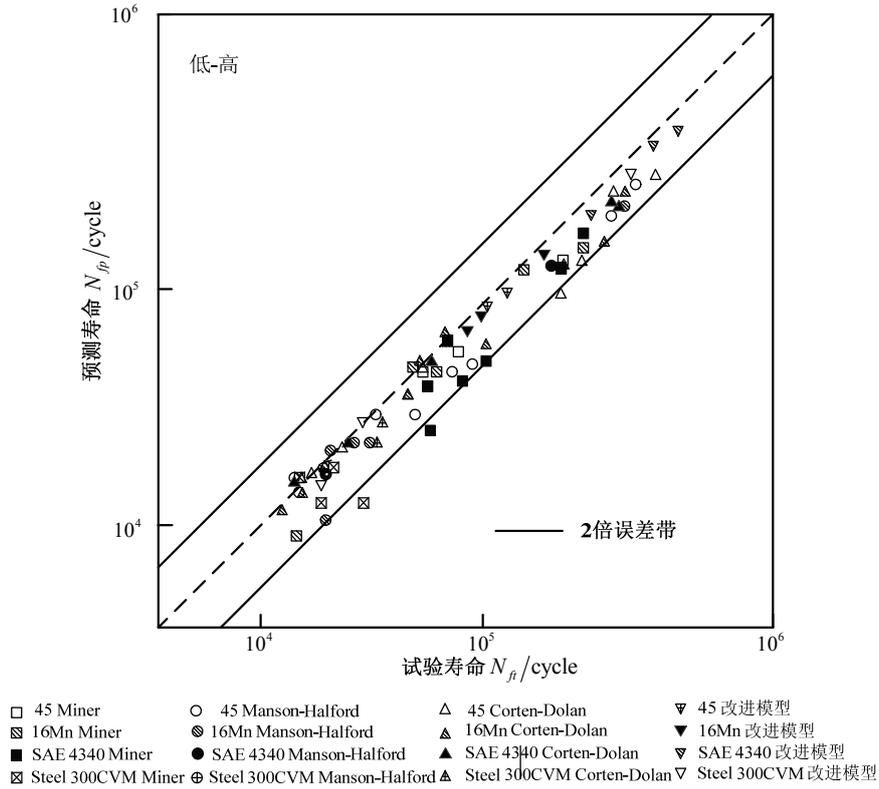


图 2-7 钢在低-高加载下模型预测值与试验数据对比

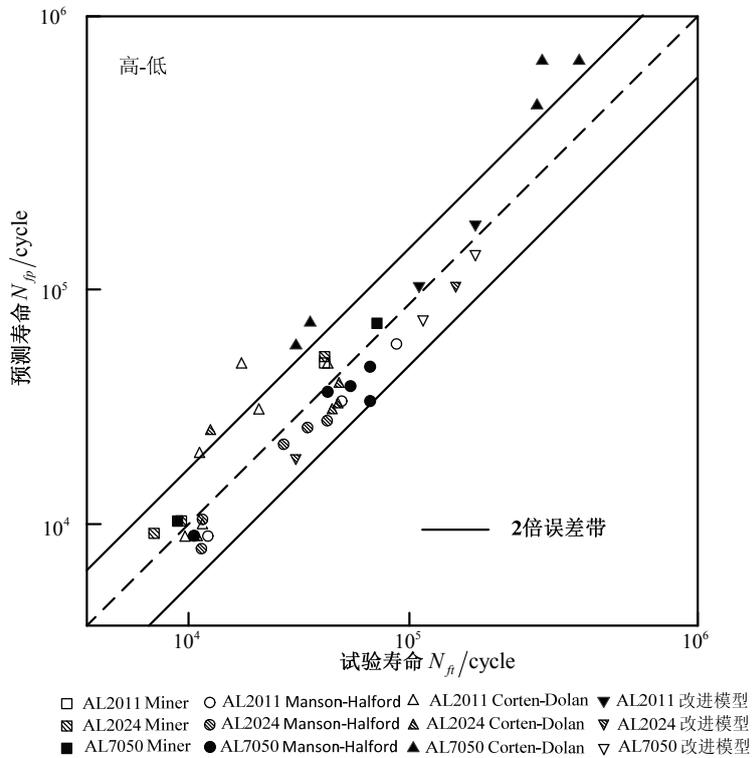


图 2-8 铝在高-低加载下模型预测值与试验数据对比

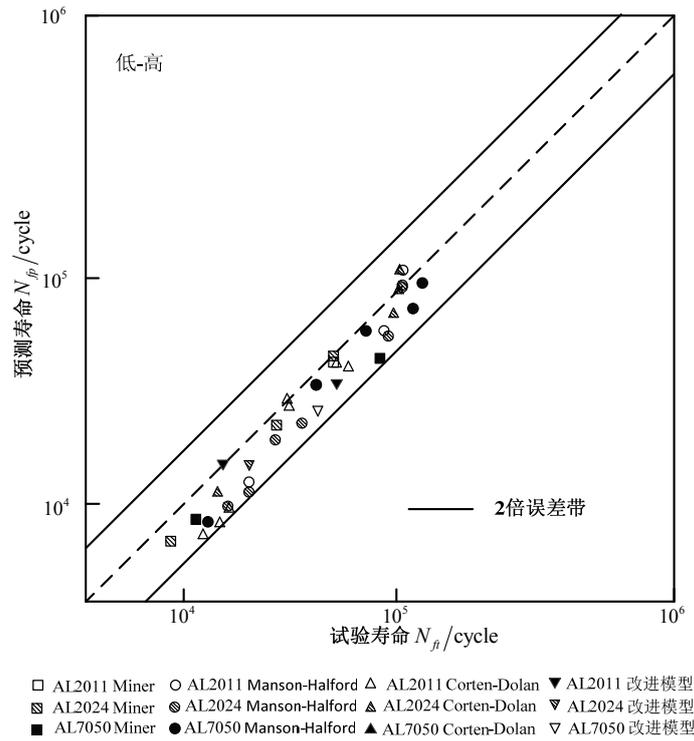


图 2-9 铝在低-高加载下模型与试验数据对比

(2) 多级加载

多级加载下寿命预测值和试验值的比较结果见图 2-10 至图 2-12。

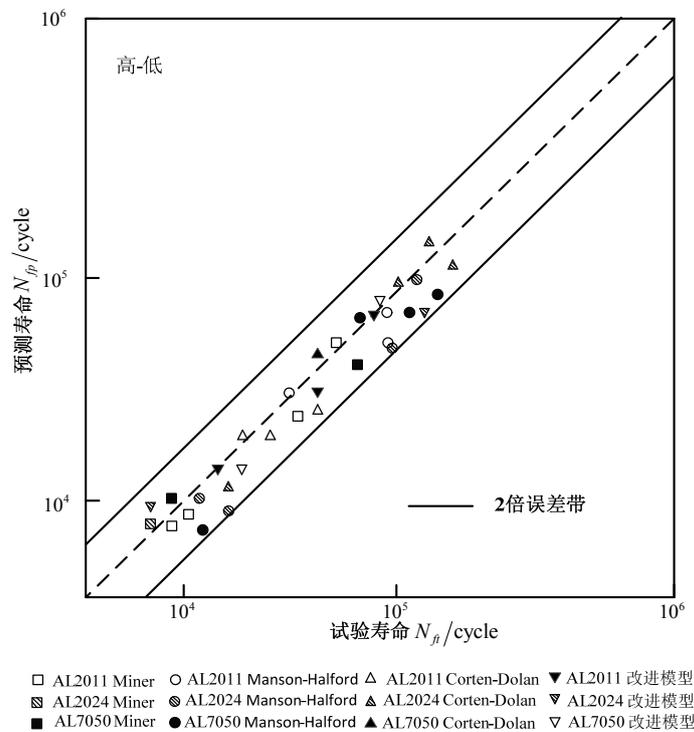


图 2-10 铝在多级单调递减加载下模型预测值与试验数据对比

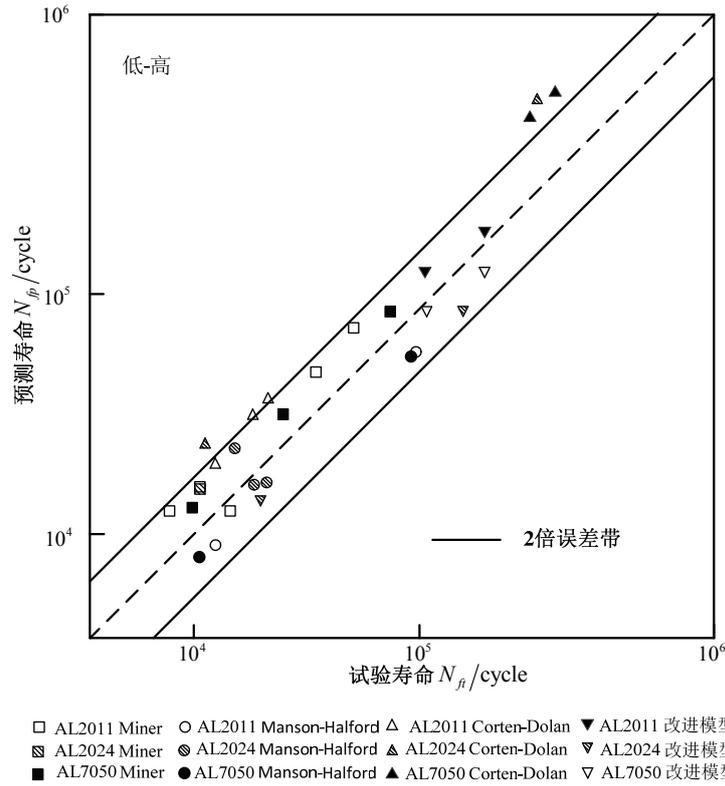


图 2-11 铝在多级单调递增加载下模型预测值与试验数据对比

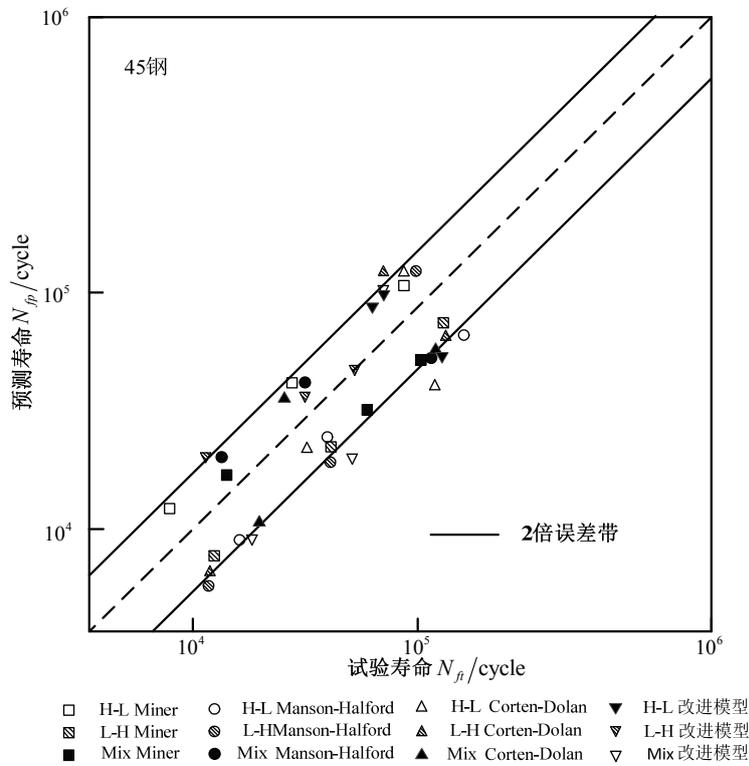


图 2-12 45 钢在多级加载下模型预测值与试验数据对比

由图 2-10 至图 2-12 可以看出，在单调递减（H-L）加载下，Corten-Dolan 模型预测结果较差，这可能是由于 Corten-Dolan 模型中指数  $d$  选择引起的误差；改进后的模型在多级载荷下的预测精度低于两级载荷的预测精度；与两级加载相比，Miner 法则的寿命预测精确度有明显提高，Manson-Halford 模型相对于 Miner 法则的预测能力没有明显的优势。

### (3) 随机加载

表 2-2 为随机载荷谱下预测寿命值与试验值而得出对比结果。在随机载荷谱下，无论改进后的模型，还是 Manson-Halford 模型，或者 Miner 准则的预测结果相差不是很大；钢在采用 Corten-Dolan 模型预测时可以得出较好的精度，但预测铝时误差较大。

表 2-2 随机载荷作用下疲劳寿命的预测值与试验值

材料	2024-T3	2024-T3	2024-T3	7075-T6	7075-T6
Miner	5.5	11.47	18.13	4.47	5.6
Manson-Halford	4.32	7.67	17.30	3.45	5.44
Corten-Dolan	25.39	120.12	9.20	33.00	61.06
改进后的模型	5.22	8.42	16.56	3.32	4.38
试验值	5.97	1.78	9.59	1.78	3.60
材料	7075-T6	7075-T6	7075-T6	16Mn	16Mn
Miner	5.11	17.99	10	3.33	95.85
Manson-Halford	4.71	15.23	9.57	3.23	94.57
Corten-Dolan	206.34	13.73	23.00	2.29	75.00
改进后的模型	3.96	15.42	10.37	3.04	97.3
试验值	12.12	13.20	20.25	2.07	138.00

综上所述，依据三种经典的疲劳损伤模型和改进后的模型，就预测精度和模型的复杂程度来说，能总结出以下结论：

(1) 在两级加载条件下，改进的模型因考虑了载荷之间的次序以及载荷效应，因此，与试验结果能较好的吻合；Manson-Halford模型考虑了载荷之间的加载顺序，预测精确度相对来说也比较好，并且在两级加载预测中计算比较简单，不需要额外确定模型参数；在两级加载作用下，因应力之间的相互效应而产生较大的影响，Corten-Dolan模型较为适用，但参数  $d$  的取值还有相当难度，特别是针对不同载荷谱和材料。

(2) 在多级载荷加载下，改进的模型、Manson-Halford模型都需要不断的迭代

计算, 计算量很大, 而线性Miner法则计算则方便易行, 改进的模型、Manson-Halford模型相对Miner法则精度提高不是很多, 而Corten-Dolan模型由于指数  $d$  的选择问题, 预测精度比较差。

(3) 在随机载荷作用下, 改进后的模型、Corten-Dolan模型和Manson-Halford模型计算过程复杂; Miner法则计算相对简单方便, 精度相对于复杂的非线性模型来说也不是很差。在实际工程结构中, 构件所承受的载荷基本都是随机载荷, 根据雨流计数法对载荷谱的处理, 对于载荷谱的峰谷值的大小和顺序的随机性, Manson-Halford模型和Corten-Dolan模型也体现不出对载荷次序及载荷相互影响的考虑, 没有从根本上避免Miner法则所存在的缺陷。

由以上的分析结果可以看出: 在实际工程中, 线性累积损伤理论(Miner 法则)因其简单、应用方便, 在工程中应得到广泛的应用, 在多级随机载荷作用下, 用模型复杂的非线性理论得出的预测精度并不比它高很多。同时, 随着科学技术的不断发展, 结构的工作环境与其所服役载荷也更为苛刻, 在进行疲劳寿命预测时, 如材料、载荷、结构布局及制造工艺等不确定性因素越来越至关重要。确定性的疲劳寿命预测由于其本身的缺陷, 无法纳入不确定性因素的影响, 导致其寿命预测值误差偏大, 已不能满足实际需求。

因此, 将针对 Miner 模型存在的缺陷, 利用模糊理论考虑疲劳损伤中存在的确定性, 对不同载荷顺序下疲劳损伤的模糊性进行定量描述<sup>[5, 11, 33, 177]</sup>, 通过具体试验数据证明此方法的正确性和实用性, 来提高对疲劳寿命的预测能力。

## 2.5 基于模糊理论的 Miner 法则

### 2.5.1 疲劳寿命预测中的模糊现象

1965 年美国控制论专家 Zadeh<sup>[40]</sup>教授创立了模糊数学, 之前人们用数学只能处理“非此即彼”的二元逻辑问题, 而模糊数学解决了“亦此亦彼”问题, 弥补了之前的二元逻辑缺陷。在结构疲劳寿命预测中, 疲劳破坏完全不同于静力破坏, 具有本质的差异, 循环应力持续作用下引起的损伤不断累积而导致疲劳破坏, 进而导致结构元件的失效。这一过程是渐变的过程, 从完好状态发展到失效状态, 各个中间的过渡状态相互渗透、相互关联, 这些中间的过渡状态属于“亦此亦彼”的模糊状态, 处于“完好”与“失效”的两者之中<sup>[7, 31, 32]</sup>。传统疲劳寿命预测法都是把疲劳极限定义为确定值, 认为凡是低于疲劳极限的应力, 都不会对结构元件造成损伤。用简单的非此即彼来判定是否产生损伤, 显然, 这同客观事实是不符合的。构件或材料在服役过程中, 因应力情况、载荷加载次序、外形结构尺寸、加工质量、表面

完好程度等因素，最终导致机械元件的疲劳极限无法成为“确定值”。既然疲劳极限值具有不确定性，必然导致是否造成损伤存在一定的“模糊性” [175-177]。

### 2.5.2 模糊 Miner 法则

通常 Miner 法则依据构件的疲劳极限为界，来判断应力是否对构件产生损伤，但构件的疲劳极限受到诸多外界不确定因素的影响，是一个“不确定性”的量，因此，这一不确定性因素也传导至下一环节，导致应力是否对构件造成疲劳损伤问题的不确定性 [29, 32, 99, 114]。加载的次序是疲劳寿命的一个重要影响因素，在上一节已经研究过。当对机械元件施加高-低载荷加载时，机械结构的疲劳极限会在高载荷作用下发生变化，其值会降低，在这种情况下估算疲劳寿命时，如果应用传统的 Miner 法则，其估算结果比实际情况要偏于危险；当采用低-高载荷的加载顺序时，低载荷对疲劳极限有强化的作用，使得疲劳极限会有一些的提高，此时采用传统的 Miner 法则计算疲劳寿命，其估算结果比实际情况要偏于保守。通过以上的分析，不同加载次序下，机械元件的累积损伤值是不同的，是一区间变量。

若构件的疲劳极限为  $s_R$ ，在高-低加载作用下，疲劳极限的模糊下届为： $(s_R)_{H-L}$ ；在低-高加载作用下，疲劳极限的模糊上届为： $(s_R)_{L-H}$ ，三者之间的关系可由图 2-13 表示。

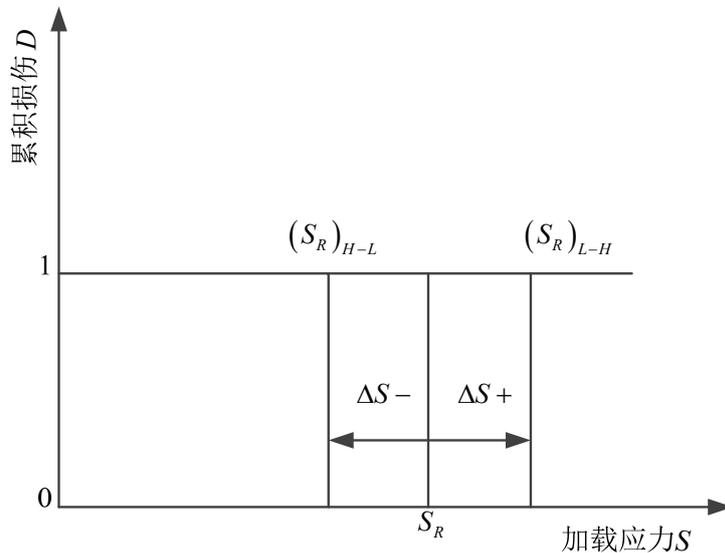


图 2-13 不同加载次序对疲劳极限影响

$$\begin{cases} (s_R)_{H-L} = s_R - \Delta S_- \\ (s_R)_{L-H} = s_R + \Delta S_+ \end{cases} \quad (2-34)$$

式中， $(s_R)_{H-L}$  表示构件在高-低加载次序下的疲劳极限， $\Delta S_-$  为高-低加载次序

下疲劳极限的变化量； $(s_R)_{H-L}$  表示构件在高-低加载次序下的疲劳极限， $\Delta s_+$  为低-高加载顺序下疲劳极限的变化量。 $\Delta s_-$  和  $\Delta s_+$  的大小值取决与构件所承受的载荷谱中最大应力的幅值和频次。

将不同加载次序下的疲劳极限可以用区间变量来表示，在高-低加载顺序下，疲劳极限下降，为下界；在低-高加载顺序下，疲劳极限上升，为上界。即：

$$[s_R] = \begin{cases} [s_R \xrightarrow{-} (s_R)_{H-L}] & \text{H-L 加载次序} \\ [s_R \xrightarrow{+} (s_R)_{L-H}] & \text{L-H 加载次序} \end{cases} \quad (2-35)$$

式中， $(s_R)_{H-L} < s_R < (s_R)_{L-H}$ ，不同载荷次序下疲劳极限的上下界值，可通过相关试验获得。研究表明，低碳钢的标准试样在低-高加载作用下，强化后其疲劳极限增长幅度高达 28%，铸铁为 25%<sup>[175]</sup>。

由图 2-13 可以看出：在疲劳极限  $s_R$  的附近，因为加载次序的不同，产生一个“模糊区”。在这一区域，将采用模糊理论中的隶属度函数来量化载荷造成的损伤。

若构件在服役过程中，承受  $m$  种不同的应力水平，记为： $s_i (i=1,2,3 \dots m)$ ，每种应力水平所对应的加载次数，记为： $n_i (i=1,2,3 \dots l)$ 。有  $k$  级应力水平在疲劳极限以上，每种应力所对应的疲劳失效循环数，记为： $N_i (i=1,2,3 \dots l)$ ；有  $m-k$  级低于疲劳极限，极限疲劳寿命为  $N_0 (N_0 = 10^7)$ 。假设每次循环载荷所造成的损伤，用模糊集  $\tilde{D}$  来表示，对应于应力  $s_i$  加载一次造成的损伤则为  $\tilde{D}(s_i)$ 。

若按照传统的 Miner 计算法则，不考虑加载次序对疲劳极限的影响，疲劳损伤  $D$  的隶属函数可表示：

$$\mu_{\tilde{D}}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i \geq s_R \\ 0, & s_i \leq s_R \end{cases} \quad (2-36)$$

若考虑载荷加载顺序的不同对于疲劳极限的影响，由图 2-13 可知不同的加载顺序会对疲劳极限产生一个“模糊区”，则隶属函数可表示为：

(1) 载荷高-低加载时：

$$\mu_{\tilde{D}}(s_i) = \begin{cases} 0, & s_i \geq (s_R)_{H-L} \\ \mu_{\tilde{D}}(s_i), & (s_R)_{H-L} < s_i < s_R \\ 1, & s_R \leq s_i \end{cases} \quad (2-37)$$

(2) 载荷低-高加载时：

$$\mu_{\tilde{D}}(s_i) = \begin{cases} 0, & s_i \geq s_R \\ \mu_{\tilde{D}}(s_i), & s_R < s_i < (s_R)_{L-H} \\ 1, & (s_R)_{L-H} \leq s_i \end{cases} \quad (2-38)$$

由于传统的 Miner 法则所存在的缺陷，在寿命预测中存在误差，尤其是在两级

载荷加载下，根据以上考虑载荷加载顺序对疲劳极限的影响，可以对其修正为：

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} + \sum_{i=k+1}^m \mu_{\bar{D}}(s_i) \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (2-39)$$

式(2-39)是模糊 Miner 法则的一种通用表达式，考虑概率  $S-N$  曲线，可以得到模糊概率 Miner 法则，可表示为：

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_{pi}} + \sum_{i=k+1}^m \mu_{\bar{D}}(s_i) \frac{n_i}{N_{0p}} = 1 \quad (2-40)$$

式中， $N_{pi}$  表示第  $i$  级应力单独作用下可靠度为  $p$  的疲劳失效寿命， $N_{0p}$  则表示概率为  $p$  的疲劳极限寿命。

### 2.5.3 隶属函数的确定

隶属度的变化规律称为隶属函数(membership function)，是指由完全可用到完全不可用的中间过渡区内隶属度的变化。不同模糊条件的隶属函数确定，应根据约束性质和具体应用条件来确定。客观上讲，隶属函数的确定，应该进行模糊统计，但又允许一定人为技巧。目前，对于隶属函数的确定方法尚处于经验阶段，需利用长期累积的实践经验，不断进行校正试验，以达到预期的目标。在隶属函数的选取方面，黄洪钟<sup>[7, 28, 30, 32]</sup>、陈胜军<sup>[176]</sup>，刘克格<sup>[177]</sup>等人作了相关研究。

在疲劳损伤模糊评定量化时，疲劳寿命的预测结果误差大小同隶属函数的选取有很大的关系。即使对同一隶属函数来讲，如果隶属函数的参数不同，预测的结果也存在差异。因此，隶属函数的选择与隶属函数参数的设定对疲劳寿命的预测都很重要。在机械工程领域中，常用的一些递增型启发式的隶属函数如下<sup>[28-32]</sup>：

#### (1) 直线型隶属函数

$$\mu_{\bar{D}}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i \geq s_R \\ \frac{s_i - s_L}{s_{-1} - s_L}, & s_L < s_i < s_R \\ 0, & s_i \leq s_L \end{cases} \quad (2-41)$$

#### (2) 平方根型隶属函数

$$\mu_{\bar{D}}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i \geq s_R \\ \left( \frac{s_i - s_L}{s_R - s_L} \right)^{1/2}, & s_L < s_i < s_R \\ 0, & s_i \leq s_L \end{cases} \quad (2-42)$$

#### (3) Haibach形隶属函数

Haibach给出在 $[0, s_R]$ 上的疲劳寿命曲线模型 $\sigma^{2m-1}N = C$ ，于是有：

$$\mu_{\bar{D}}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i \leq s_L \\ \left( \frac{s_i - s_L}{s_R - s_L} \right)^{2m-1}, & s_L < s_i < s_R \\ 0, & s_R \leq s_i \end{cases} \quad (2-43)$$

(4) 抛物线型隶属函数

$$\mu_{\bar{D}}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i \geq s_R \\ \left( \frac{s_i - s_L}{s_{-1} - s_L} \right)^2, & s_L < s_i < s_R \\ 0, & s_i \leq s_L \end{cases} \quad (2-44)$$

(5) 正态型隶属函数

$$\mu_{\bar{D}}(\sigma_i) = \begin{cases} \exp \left[ - \left( \frac{s_i - s_{-1}}{s_c} \right)^2 \right], & s_i < s_R \\ 1, & s_i \geq s_R \end{cases} \quad (2-45)$$

## 2.6 算例分析

为了验证模型的准确性，本节将结合实例，利用常用齿轮用合金钢材料 40Cr 及 16Mn 的试验数据，分别从载荷加载顺序为高-低和低-高两个方面进行模型的验证<sup>[11, 166]</sup>。

(1) 高-低载荷顺序下加载试验

算例所用标准光滑试样如图 2-14 所示。

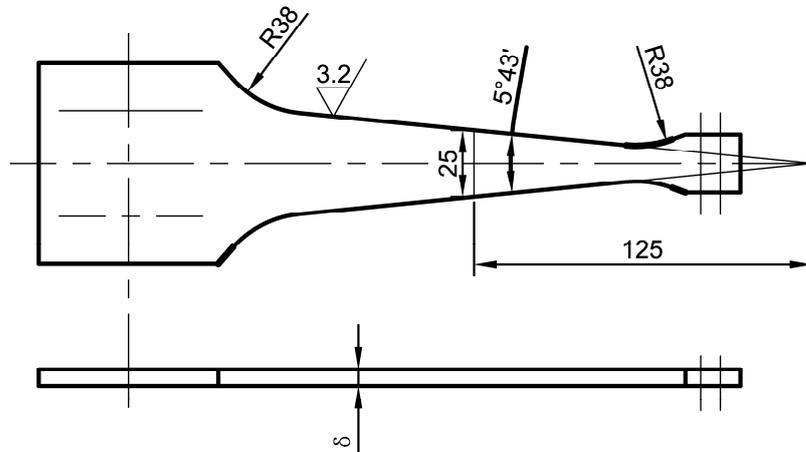


图 2-14 光滑悬臂式弯曲试样

材料为 40Cr，静强度  $\sigma_b = 850 \sim 900\text{MPa}$ ，加载方式为循环弯曲，平均应力  $s_m = 0$ ，应力循环特征  $R = 1$ 。

试件按照表 2-3 所给出的 8 级循环应力加载， $n_i$  为各级应力加载的频次，试验材料的疲劳寿命为  $2.2 \times 10^7$ ，表中  $N_i$  的数值为不同应力水平  $s_i$  下试样的疲劳寿命，可以从  $S-N$  曲线中获取。利用线性 Miner 疲劳累积损伤法则估算，可得：

$$N_{fp} = \frac{\sum n_i}{\sum (n_i/N_i)} = 3.554 \times 10^7 \quad (2-46)$$

估算误差为：

$$\varepsilon = \frac{N_{fp} - N_0}{N_{fp}} = 61.57\% \quad (2-47)$$

显然，上述估算结果没有考虑载荷加载次序对疲劳损伤的影响，因此误差较大。

表 2-3 多级应力加载试验数据

应力级数	$\sigma_i / (\text{MPa})$	频次 $n_i$	$N_i$	$n_i/N_i$
1	350	44	$5.6 \times 10^4$	0.0008
2	332	352	$7.4 \times 10^4$	0.0047
3	298	6160	$1.3 \times 10^5$	0.0475
4	254	59840	$2.8 \times 10^5$	0.2140
5	201	440000	$1.25 \times 10^5$	0.3520
6	149	2024000	$\rightarrow \infty$	0
7	96	6160000	$\rightarrow \infty$	0
8	44	13310000	$\rightarrow \infty$	0

根据式(2-39)模糊 Miner 法则，考虑载荷高-低加载次序对疲劳极限的影响，在原疲劳极限  $s_{-1}$  的左侧扩展出一个“模糊区间”，二级加载疲劳试验测得  $(s_{-1})_{H-L} = (0.82 \sim 0.9)s_R$  [176-177]。

为了更好对比采用不同类型的隶属函数估算构件疲劳寿命，同时采用非线性疲劳损伤模型(上节提出的修正后的模型，Manson-Halford 模型和 Corten-Dolan 模型)估算构件的疲劳寿命。计算结果如表 2-4 所示。

表 2-4 采用不同隶属函数下多级应力加载 (H-L) 的寿命预测结果

编号	疲劳累积损伤模型	$D$	$N_{fp}/10^7$ 次	误差 $\delta$ /%	
1	传统 Miner 法则	0.619	3.549	61.57	
2	修正后的模型	1.083	2.03	24.24	
3	Manson-Halford 模型	1.157	1.87	27.6	
4	Corten—Dolan 模型	1.36	1.79	31.9	
5	隶属函数的类型	直线型	0.808	2.72	19.11
6		抛物线型	1.128	2.17995	11.34
7		平方根型	1.103	1.92191	10.32
8		Haibach 型	0.694	2.95752	30.6
9					
10	正态型	0.785	2.8025	21.5	

## (2) 低-高载荷顺序下加载试验

以文献[166]16Mn 钢棒材光滑试验件的低-高载荷顺序下两级应力加载的三组实验数据为例。试验件在第一级载荷  $s_1$  作用  $n_2$ ，然后在第二级载荷  $s_2$  作用下直至试件发生疲劳破坏 ( $s_1 < s_2$ )，疲劳极限为  $s_{-1} = 370.8\text{MPa}$ ，试验参数  $m = 2.3$ ， $N_0 = 5 \times 10^5$  次。试验参数和数据见表 2-5。在低-高加载试验 I、II、III 中，由疲劳试验测得强化系数为  $m' = 6.25043 \times 10^{-8}$ ，强化载荷的下界为  $s_L = 342.8\text{MPa}$ 。低-高加载顺序下的疲劳极限取  $(s_{-1})_{H-L} = (1.15 \sim 1.25)s_{-1}$  [252, 259]。应用模糊 Miner 法则和修正后的模型 [166] 对试件进行寿命预测，其结果对比如表 2-6、2-7 及 2-8 所示。

表 2-5 16Mn 钢在低-高加载顺序下的试验数据

试验编号	应力级数	应力幅值 $\sigma_i$ / (MPa)	$n_i$ / 次	$N_i$ / 次	$n_i / N_i$
I	1	392.3	224123	400220	0.56
	2	562.9	57950	93500	0.62
II	1	372.65	351725	470300	0.75
	2	392.3	16892	400220	0.52
III	1	372.65	178714	470300	0.38
	2	562.9	71600	93500	0.76

表 2-6 试验 I 16Mn 低-高加载顺序下不同隶属函数的预测寿命与试验结果对比

编号	疲劳累积损伤模型	加载 顺序	$D$	$N_{fp}/10^6$ 次	误差 $\delta/\%$
1	传统 Miner 法则		1.18	2.71	42.5
2	修正后的模型		1.02	2.26	10.09
3	直线型		0.96	2.14	13.46
4	抛物线型	L-H	1.12	2.43	9.33
5	隶属函数 平方根型		1.003	2.75	10.42
6	Haibach 型		0.842	3.44	21.4
7	正态型		0.779	3.62	32.4

表 2-7 试验 II 16Mn 低-高加载顺序下不同隶属函数的预测寿命与试验结果对比

编号	疲劳累积损伤模型	加载 顺序	$D$	$N_{fp}/10^6$ 次	误差 $\delta/\%$
1	传统 Miner 法则		1.28	2.93	31.75
2	修正后的模型		1.072	2.63	9.09
3	直线型		0.941	2.51	14.8
4	抛物线型	L-H	0.974	2.58	9.33
5	隶属函数 平方根型		1.041	2.75	10.93
6	Haibach 型		0.894	3.25	19.90
7	正态型		0.812	3.46	26.35

表 2-8 试验 III 16Mn 低-高加载顺序下不同隶属函数的预测寿命与试验结果对比

编号	疲劳累积损伤模型	加载 顺序	$D$	$N_{fp}/10^6$ 次	误差 $\delta/\%$
1	传统 Miner 法则		1.14	2.13	41.25
2	修正后的模型		1.003	2.43	10.09
3	直线型		0.894	2.28	14.3
4	抛物线型	L-H	0.936	2.228	9.78
5	隶属函数 平方根型		1.035	2.125	12.43
6	Haibach 型		0.836	2.83	17.90
7	正态型		0.719	2.972	38.35

## 2.7 本章小结

本章首先提出了改进型非线性疲劳损伤累积模型，即通过引入应力控制的损伤参数，考虑载荷间的相互作用影响，利用损伤的等效性对 Manson-Halford 提出的损伤曲线法进行改进，该改进的非线性疲劳损伤累积模型不但能考虑载荷间的相互作用，同时还考虑载荷的次序效应，完善了传统的损伤曲线方法，使其更加合理地考虑实际的损伤问题。接着，通过在两级载荷、多级载荷以及随机载荷的作用下对四种模型进行评估，发现因修正模型的复杂性，在随机载荷下的预测结果并不是很理想。从模型的精度、复杂程度来说，在工程应用中最为广泛的 Miner 法则具有一定的优势。因此针对 Miner 法则的缺陷，把载荷之间相互效应和载荷次序对疲劳寿命预测的影响定量地纳入 Miner 法则中，提出考虑载荷次序的模糊 Miner 法则。通过对齿轮用合金钢材料的分析，其结果证明了所提模型和方法的可行性与准确性。

## 第三章 疲劳裂纹形成阶段寿命预测-修正的总应变能函数

### 3.1 引言

针对复杂机械结构，如机械传动系统的关键零部件，齿轮、轴承等，由于长期连续工作在高温、高载荷，高转速下，承受着随机、变幅载荷的反复作用，非常容易出现疲劳破坏，疲劳破坏为其主要失效方式之一。因此，预测其疲劳寿命一直是工程界关心的一个重要问题，如何预防和减少疲劳事故的发生，关键之一是合理准确的估算出材料或者结构的疲劳寿命，以确保机械设备可靠性、稳定性、经济性、安全性。

机械结构的疲劳寿命，受到多重因素交互作用，比如：机械性能、加载的水平、加载速率、平均应力、热处理工艺、工作温度、载荷因素、环境介质、理化指标等等因素的影响，多数情况下这些因素交互作用直至最后的疲劳破坏。为揭示疲劳损伤过程的这一本质，本章将研究结构在多种失效因素共同作用下的力学行为对其对疲劳寿命的影响，将提出修正的总应变能模型，该模型应能综合考虑外在的加载条件以及材料的能量耗散宏观特性等因素对疲劳损伤的影响。最后通过具体工程算例对提出的模型进行验证分析。

### 3.2 疲劳寿命的预测方法

要想进行准确的疲劳寿命预测，那么预测的方法必须做到严谨求实，需要一系列因素的保障，首先要弄清楚疲劳失效机理；并且需要大量试验寿命数据作为支撑，进行分析。自 19 世纪以来，许多国内外的专家学者把不同行业领域内的机械装备作为研究对象，从零部件到整体，针对不同的材料，从理论和试验两方面进行入手，经过系统深入的研究，提出了多种疲劳寿命预测模型<sup>[18-25]</sup>。这些模型一般都是将疲劳寿命与应力、应变、塑性功、应变能密度等参数联系在一起，即：

$$N_f = f\left(\frac{\Delta\varepsilon}{2}, \sigma_m, \varepsilon_m, \sigma'_f, \varepsilon'_f, b, c, \dots\right) \quad (3-1)$$

式中， $N_f$  为疲劳寿命； $\frac{\Delta\varepsilon}{2}$  为循环载荷下的应变幅值； $b$  为疲劳强度指数； $\sigma_m$  为平均应力； $\sigma'_f$  为疲劳强度系数； $\varepsilon_m$  为平均应力幅值； $c$  为疲劳延性指数； $\varepsilon'_f$  为疲劳延性系

常用的疲劳裂纹形成的寿命预测方法很多，通常使用可分为名义应力法，应力-应变法、能量法和场强法等几种。在对结构进行疲劳寿命预测时，首先应考虑模

型的预测能力, 面对如此多的可用模型, 模型是否可行及模型的合理性是本章首要考虑的问题, 下面就几种常用寿命预测方法进行简要的分析说明。

### 3.2.1 Basquin 公式

在高周疲劳寿命(HCF)预测的方法中, 应力疲劳寿命预测法是应用最为广泛且最早提出的<sup>[4]</sup>。应力疲劳寿命预测方法基于  $S-N$  曲线进行寿命预测, 在工程中常用 Basquin 方程表示恒幅载荷下疲劳寿命与应力的关系, 其基本表达式为:

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b \quad (3-2)$$

式中,  $N_f$  为到破坏时的疲劳寿命循环次数;  $\sigma_a$  为应力幅值;  $\sigma'_f$  为疲劳强度系数, 在一般简化计算中  $\sigma'_f = \sigma_f$ ,  $\sigma_f$  为静拉伸断裂时的真实应力系数;  $b$  为疲劳强度指数, 金属材料的指数通常在  $-0.04 \sim -0.15$  之间变化。

根据式(3-2)可得到相应  $\sigma-N$  曲线的幂函数表达式, 即:

$$\sigma^m N = C \quad (3-3)$$

式中,  $m$  和  $C$  是与结构的材料、加载方式、应力比等相关的参数。

工程结构的应力集中主要是由结构几何变化、结构不连续性及焊接等因素引起的<sup>[195]</sup>。根据应力集中产生的不同方式, 可分为名义应力法、缺口应力法以及热点应力法等。

### 3.2.2 Manson-Coffin 方程

在高应力循环的范围内, 用  $\varepsilon-N$  曲线比  $\sigma-N$  曲线更有效。这是由于在高应力循环作用下, 材料进入了弹塑性状态, 应力不再是唯一与寿命相关的控制量。这时, 应变对疲劳寿命的影响, 可以说更为重要<sup>[231]</sup>。

Manson-Coffin 方程描述了应变-寿命曲线, 在总应变控制的疲劳试验中, 总应变幅  $\Delta\varepsilon_t/2$  为弹性应变幅  $\Delta\varepsilon_e/2$  和塑性应变幅  $\Delta\varepsilon_p/2$  两部分之和, 即:

$$\Delta\varepsilon_t/2 = \Delta\varepsilon_e/2 + \Delta\varepsilon_p/2 \quad (3-4)$$

若材料不存在稳定的或封闭的迟滞回线时, 通常可根据其半寿命时的应力-应变迟滞回线来获取塑性应变幅和弹性应变幅。

弹性应变幅与疲劳循环的次数关系可表示为:

$$\Delta\varepsilon_e/2 = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b \quad (3-5)$$

塑性应变幅与疲劳循环的次数关系可表示为:

$$\Delta\varepsilon_p/2 = \varepsilon'_f(2N_f)^c \quad (3-6)$$

式(3-5)和式(3-6)相加，即为著名的 Manson-Coffin 公式(M-C 公式)：

$$\Delta\varepsilon_t/2 = \Delta\varepsilon_e/2 + \Delta\varepsilon_p/2 = \varepsilon'_f(2N_f)^c + \frac{\sigma'_f}{E}(2N_f)^b \quad (3-7)$$

将式(3-5)、式(3-6)以及式(3-7)画在同一坐标图中，即可得到通用斜率法的应力、应变寿命曲线，如图 3-1 所示。

图 3-1 中，弹性线与塑性线的交点对应的寿命  $N_T$  称为拐点寿命， $N_T = 10^4 \sim 10^5$ ；寿命  $N$  低于拐点寿命， $N < N_T$  时，塑性应变占优势，属于低循环疲劳寿命范围；寿命  $N$  高于拐点寿命， $N > N_T$  时，弹性应变占优势，属于高周疲劳范围。

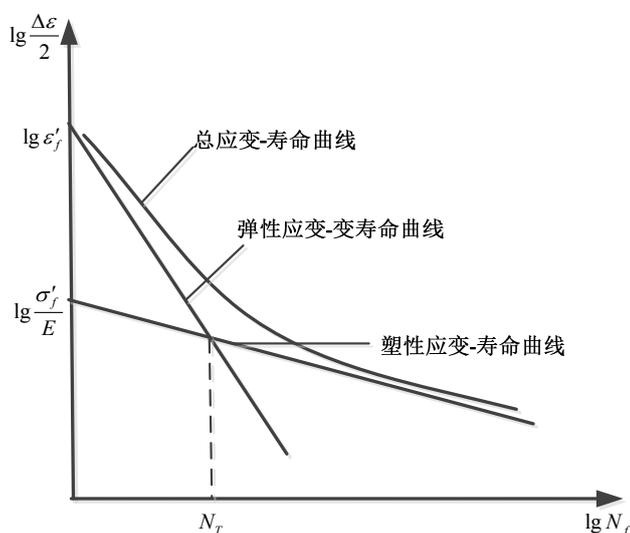


图 3-1 通用斜率法的应变寿命曲线

### 3.2.3 基于能量法的疲劳寿命预测方法

Inglis<sup>[178]</sup>于 1972 年发现在疲劳损伤的过程中，由于能量的耗散而使得材料出现疲劳迟滞现象，与疲劳过程中的演化行为相关。疲劳过程中，损伤的产生、累积及最终的疲劳失效，都与能量耗散密切相关。因此，基于能量模型来估算构件的疲劳寿命，可以揭示疲劳过程中损伤的本质，具有物理意义明确、准确性高等特点。Ellyin 等提出多种基于能量的疲劳寿命预测模型<sup>[181, 182, 228]</sup>。目前，主要应用的模型有：塑性应变能理论、总应变能理论。

#### 3.2.3.1 塑性应变能理论 (PSED)

循环载荷作用下材料的塑性变形引起疲劳损伤的产生、累积，疲劳过程中观察到 Bauschinger 效应以及迟滞现象都证明了在这个过程中有大量的能量耗散<sup>[22]</sup>。因

此, 可以利用塑性应变能量化疲劳损伤<sup>[183, 227]</sup>。通过计算循环应力-应变滞后环内的面积, 即可获得塑性应变能密度  $\Delta W_p$ , 塑性应变能  $\Delta W_p$  与疲劳寿命  $N_f$  的关系式为:

$$\Delta W_p N_f^\alpha = C \quad (3-8)$$

$$\Delta W_p = 4 \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} \quad (3-9)$$

式中,  $\Delta W_p$  为塑性应变能密度,  $N_f$  为疲劳寿命,  $n'$  为为循环应变硬化系数,  $K'$  为为循环强度系数,  $\alpha$  和  $C$  为材料常数。

对于塑性应变能理论的研究, 近年来很多学者依据  $\Delta W_p$  建立了相关疲劳失效依据<sup>[20-24]</sup>。Tchankov<sup>[18]</sup>、童小燕、Lefebvre<sup>[181]</sup>、徐灏<sup>[155]</sup>、Ellyin<sup>[183]</sup>等<sup>[19]</sup>提出很多相类似的关系式。Koh<sup>[23]</sup>基于应变能密度对高压管道材料进行了疲劳寿命的研究。Lee<sup>[22]</sup>基于通用斜率法以及塑性应变能密度, 提出能量损伤参数, 但该参数未能考虑应变的时效性以及不同载荷效应对寿命的影响。

由以上的分析, 我们可知塑性应变能作为量化疲劳损伤非常重要的参量指标, 但是其它能量在疲劳损伤的过程中同样不可忽视, 起到促进或者加速的作用。因此, 仅通过塑性应变能对疲劳损伤过程进行描述量化是不全面的<sup>[226]</sup>。

### 3.2.3.2 总应变能理论

弹性应变能与塑性应变能都会对疲劳损伤产生及累积起作用<sup>[225-227]</sup>。因此, 总应变能与材料疲劳寿命之间存在如下关系式:

$$\Delta W_t N_f^\beta = (\Delta W_p + \Delta W_e) N_f^\beta = C \quad (3-10)$$

其中, 弹性应变能  $\Delta W_e$  计算公式为:

$$\Delta W_e = \frac{1}{2E} \left( \frac{\sigma}{2} \right)^2 \quad (3-11)$$

式(3-10)中总应变能密度  $\Delta W_t$  缺乏考虑考虑平均应力对寿命的影响 Koh<sup>[23]</sup>考虑了拉伸平均应力引起的弹性应变能  $\Delta W_e^+$ , 对总应变能密度进行修正。Ellyin 和 Xia<sup>[182]</sup>根据应变能同寿命的关系, 考虑平均应变和应力效应对疲劳寿命的影响, 修正的关系式为:

$$\Delta W_p + f \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_a} \right) \Delta W_e = k_u N_f^a + \Delta W_{FL} \quad (3-12)$$

式中,  $k_u$  和  $a$  为材料的常数;  $\Delta W_{FL}$  为材料疲劳极限所对应的应变能密度。

### 3.3 修正的 Manson-Coffin 方程

#### 3.3.1 平均应力效应

Basquin 方程和 Manson-coffin 方程均未能考虑平均应力对其疲劳损伤的影响, 学者们经过大量的研究发现, 零件的疲劳损伤不仅与外加应力幅及外加应力范围有关, 并且受到平均应力的影响<sup>[20]</sup>。不同平均应力水平下, 获取的  $S-N$  曲线有很大的差异。当应力幅值  $\sigma_a$  给定时, 应力循环特征  $R$  增大, 平均应力  $\sigma_m$  增大。对于平均应力来讲, 平均拉应力是有害的, 而平均压应力却是有利的, 如图 3-2 所示。

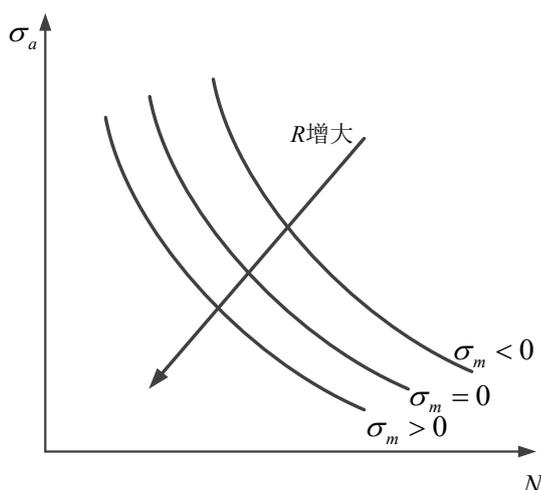


图 3-2 平均应力的影响

因此, 为了提高疲劳寿命, 在实际生产中, 可以使用冷挤压、喷丸强化或压应变等工艺方法, 在高应力细节处先引入残余压应力, 以有效地提高其疲劳寿命<sup>[25]</sup>。

#### 3.3.2 常用平均应力修正公式

为了补偿平均应力对疲劳寿命的影响, Gerber、Goodman、Haigh 和 Soderberg 等<sup>[4]</sup>提出了完全基于经验的早期模型。

Gerber 平均应力修正模型:

$$S_e = \frac{S_a}{1 - \left(\frac{S_m}{S_u}\right)^2} \quad (3-13)$$

Goodman 平均应力修正方法:

$$S_e = \frac{S_a}{1 - \frac{S_m}{S_u}} \quad (3-14)$$

式中， $S_e$  为对称循环载荷时的疲劳极限，等效于应力幅  $S_a$  和平均应力  $S_m$  的载荷状态。

1930 年，Soderberg 提出，最大平均应力应被限制到屈服强度  $S_y$ ，这时平均应力的修正公式表示为：

$$S_e = \frac{S_a}{1 - \frac{S_m}{S_y}} \quad (3-15)$$

1968 年，在对以上模型改进的基础上，Morrow<sup>[185-186]</sup>提出了新的平均应力效应的修正模型。认为应力幅加上平均应力绝不允许超过疲劳强度系数  $\sigma'_f$ ，即在一次反向的疲劳强度，将疲劳强度与平均应力假设为线性关系，对 Manson-Coffin 方程进行修正，即：

$$\varepsilon_a = \varepsilon'_f (2N_f)^c + \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N_f)^b \quad (3-16)$$

式(3-15)利用平均应力  $\sigma_m$  修正应变-寿命的弹性部分，将平均正应力的影响考虑进去。如图 3-3 所示。

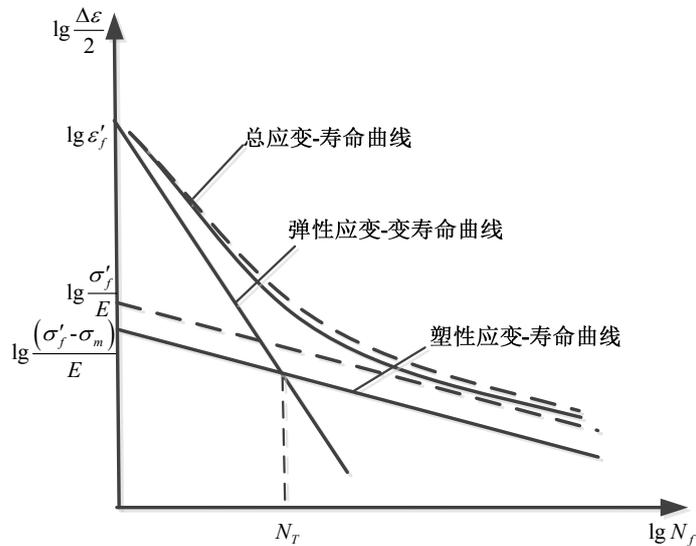


图 3-3 Morrow 平均应力修正模型

该模型进一步表明，拉伸平均应力会降低疲劳强度系数  $\sigma'_f$ ，而压缩平均应力则会增强疲劳强度系数  $\sigma'_f$ 。该方程广泛应用于钢铁材料，并且当塑性应变幅不起主导作用时，在高周疲劳寿命区域预测结果比较准确。

1970 年 Smith、Watson、Topper 等提出一种模型 SWT<sup>[187]</sup>，该模型假设在一个循环周期中的疲劳损伤量是通过  $\sigma_{\max} \varepsilon_a$  确定的，其中  $\sigma_{\max}$  是最大拉应力， $\varepsilon_a$  是应变

幅。此外，SWT 参数还说明：“对称循环载荷试验的  $\sigma_a \varepsilon_a$  等于平均应力试验中的  $\sigma_{\max} \varepsilon_a$ ”，因此，此概念可以用如下表达式来描述：

$$\sigma_{\max} \varepsilon_a = \sigma_{a, \text{rev}} \varepsilon_{a, \text{rev}}, \quad \sigma_{\max} > 0 \quad (3-17)$$

式(3-17)中  $\sigma_{a, \text{rev}}$  和  $\varepsilon_{a, \text{rev}}$  分别为对称应力幅和对称应变幅，由此产生一个由 SWT 参数引起的当量疲劳损伤。 $\varepsilon_{a, \text{rev}}$  的值应由循环应力-应变的曲线获取。SWT 参数还表明，如果最大的拉应力为零或为负值，疲劳损伤就不存在。利用 Newton-Raphson 迭代过程，即可求得式(3-17)的解。SWT 平均应力修正公式可以表示为：

$$\sigma_{\max} \varepsilon_a = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_f)^{2b} + \varepsilon'_f \sigma'_f (2N_f)^{b+c} \quad (3-18)$$

经研究表明，SWT 模型在高周疲劳寿命预测中较好地考虑了平均应力效应，已成功应用于灰铸铁、淬硬碳钢以及合金钢<sup>[187]</sup>。

1979 年瓦尔歇等研究发现：对于其它材料、由于  $\sigma'_f$  值太高而无法对平均应力进行修正，但是中值  $k_m \sigma'_f$  可通过试验确定<sup>[183]</sup>，因此，提出了一个广义公式：

$$\varepsilon_a = \varepsilon'_f (2N_f)^c + \frac{k_m \sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N_f)^b \quad (3-19)$$

式(3-19)需要额外的试验数据来确定  $k_m \sigma'_f$ 。

### 3.3.3 修正的 Manson-Coffin 方程

从上一小节讨论可以看出，以上在考虑平均应力对疲劳寿命的影响时大多是基于经验提出的<sup>[179, 190, 191]</sup>，其物理意义不明确，根据大量的疲劳试验数据，在不同平均应力载荷作用下，疲劳寿命是不同的。

根据 Basquin 公式分析得出，疲劳强度指数  $b$  通常为负值(金属材料的指数通常在 -0.04~0.15)，如果假设平均应力  $\sigma_m$  对疲劳强度指数  $b$  影响很小或者没有影响，若  $b$  为一常数，则当应力幅值  $\sigma_a$  为恒定值时，疲劳寿命  $N_f$  与疲劳强度系数  $\sigma'_f$  为正比关系。由于平均应力使疲劳裂纹尖端保持张开，能够加速疲劳损伤的累积过程，不同的平均应力作用下，疲劳寿命必然不同，平均应力引起材料疲劳强度  $\sigma_b$  的减小<sup>[190]</sup>。

文献[200]认为平均应力影响材料的疲劳强度  $\sigma_b$ ，进而影响疲劳强度系数  $\sigma'_f$ 。因此，可假设疲劳强度系数  $\sigma'_f$  为平均应力与疲劳强度的  $\sigma_m / \sigma_b$  的指数函数形式：

$$\sigma'_f = f(\sigma_b / \sigma_m) = \sigma'_{f_0} \exp[-\lambda(\sigma_b / \sigma_m)] \quad (3-20)$$

根据疲劳寿命的预测模型分析，通过对大量疲劳试验数据的拟合分析，同典型

曲线进行对照, 得出幂函数比较符合疲劳寿命曲线的非线性特点<sup>[190-192]</sup>, 可假设疲劳强度系数  $\sigma'_f$  同  $\sigma_m/\sigma_b$  的关系为:

$$\sigma'_f = f(\sigma_m/\sigma_b) = \sigma'_{f_0} (\sigma_m/\sigma_b)^\lambda \quad (3-21)$$

式中,  $\sigma'_{f_0}$  为对称循环 ( $R=0$ ) 作用下的疲劳强度系数,  $\lambda$  为平均应力的灵敏系数, 取决于平均应力对材料影响程度, 可以通过试验数据的拟合获取。

把式(3-21)代入到(3-2)得:

$$\sigma_a = \sigma'_{f_0} (\sigma_m/\sigma_b)^\lambda (2N_f)^b \quad (3-22)$$

上式即为考虑平均应力影响的高周疲劳寿命预测的修正公式。如果参数  $\sigma'_{f_0}$ ,  $\lambda$ ,  $b$  已知, 可以通过拟合相同平均应力下的数据获取应力-寿命曲线。

对式(3-22)两边同时取对数得:

$$\ln \sigma_a = \lambda \ln \sigma'_{f_0} (\sigma_m/\sigma_b) + b \ln (2N_f) \quad (3-23)$$

整理式(3-22)得:

$$\sigma_a \left[ (\sigma_m/\sigma_b)^{-\lambda} \right] = \sigma'_{f_0} (2N_f)^b \quad (3-24)$$

假设平均应力  $\sigma_m$  对疲劳强度指数  $b$  的影响很小或者没有影响, 则可以利用式(3-24)进行平均应力影响的等寿命修正。在不同的应力比  $R$  下, 式(3-24)右端为常量, 即:

$$\left\{ \sigma_a \left[ (\sigma_m/\sigma_b)^\lambda \right] \right\}_R = C \quad (3-25)$$

特殊的当应力比  $R=1$  时, 上式为:

$$\sigma_a / \sigma_{-1} = (\sigma_m/\sigma_b)^\lambda \quad (3-26)$$

当  $\lambda$  分别取  $1$ 、 $\sigma_b/\sigma_s$ 、 $\sigma_m/\sigma_b$ 、 $\sigma_b/\sigma'_{f_0}$  时, 式(3-25)就变为 Goodman、Soderberg、Gerber、Morrow 平均应力修正公式。因此, Goodman、Soderberg、Gerber、Morrow 可以认为是式(3-25)的特例。

从以上的分析中可以得出, 假设疲劳强度系数  $\sigma'_f$  是平均应力  $\sigma_m$  与材料疲劳强度  $\sigma_b$  的函数, 这与经验方法是一致的。

因此, 根据以上平均应力的修正方法, Manson-Coffin 方程可以修正为:

$$\Delta \varepsilon_t / 2 = \Delta \varepsilon_e / 2 + \Delta \varepsilon_p / 2 = \varepsilon'_f (2N_f)^c + \frac{\sigma'_{f_0} (\sigma_m/\sigma_b)^\lambda}{E} (2N_f)^b \quad (3-27)$$

### 3.4 修正的总应变能函数

#### 3.4.1 考虑平均应力的总应变能函数

现有基于能量的疲劳预测修正模型，基本都是设定不同的平均应力的影响函数，对弹性应变能部分进行修正<sup>[194-196]</sup>。但是这些修正方法存在一定的缺陷，表现在选取的平均应力影响函数物理意义不是很明确，不能合理的解释疲劳损伤的机理。考虑到材料疲劳损伤产生及累计与材料的微观结构及材料表面的应力状态等因素相关，裂纹萌生位置通常出现在材料内部的晶格缺陷、夹杂或者微裂纹，在拉伸平均应力作用下，促进疲劳裂纹的扩展，而压缩平均应力却阻碍裂纹的扩展<sup>[190-192]</sup>。

通过分析已有的理论方法，考虑到平均应力对总应变能的影响，提出一种考虑应力比和拉伸平均应力的疲劳寿命预测模型的修正模型。总应变能包括塑性应变能和弹性应变能的拉伸部分以及由于存在拉伸应力而出现的其它能量<sup>[20, 187, 192, 220, 219]</sup>。

塑性应变能为：

$$\Delta W_p = \frac{1-n'}{1+n'} \Delta \sigma \Delta \varepsilon_p = \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} \quad (3-28)$$

拉伸的弹性应变能密度为：

$$\Delta W_e = \begin{cases} \frac{(\sigma_{\max} + \sigma_m)^2}{2E} & R \geq 0 \\ \frac{2\sigma_{\max}^2}{E} & R < 0 \end{cases} \quad (3-29)$$

总应变能为一次循环塑性应变能和弹性应变能的拉伸部分以及由于拉伸应力产生的其他能量之和。因此：

$$\Delta W_t = \Delta W_p + \Delta W_e + \Delta W_h = \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} + \frac{(\sigma_{\max} + \sigma_m)^2}{2E} + \sigma_{\min} \Delta \varepsilon \quad (3-30)$$

当应力比  $R \geq 0$  时，总应变能为循环周期内塑性应变能和弹性应变能的拉伸部分之和。因此：

$$\Delta W_t = \Delta W_p + \Delta W_e = \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} + \frac{(\sigma_{\max} + \sigma_m)^2}{2E} \quad (3-31)$$

当应力比  $-1 \leq R < 0$  时, 有:

$$\Delta W_t = \Delta W_p + \Delta W_e + \Delta W_h = \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} + \frac{2\sigma_{\max}^2}{E} + \sigma_{\min} \Delta \varepsilon \quad (3-32)$$

当应力比  $R \leq -1$  时, 有:

$$\Delta W_t = \Delta W_p + \Delta W_e = \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} + \frac{2\sigma_{\max}^2}{E} \quad (3-33)$$

考虑平均应力修正后的总应变能密度-寿命模型为:

$$\Delta W_t N_f^\beta = \begin{cases} \left[ \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} + \frac{(\sigma_{\max} + \sigma_m)^2}{2E} + \sigma_{\min} \Delta \varepsilon \right] N_f^\beta = C & R > 0 \\ \left[ \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} + \frac{2\sigma_{\max}^2}{E} + \sigma_{\min} \Delta \varepsilon \right] N_f^\beta = C & -1 \leq R < 0 \\ \left[ \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} + \frac{2\sigma_{\max}^2}{E} \right] N_f^\beta = C & R \leq -1 \end{cases} \quad (3-34)$$

此外, 考虑到不同应力比作用时, 疲劳损伤过程的不同, 对上述模型进行改进, 提出一种考虑应力比和拉伸平均应力影响的疲劳寿命预测模型, 并给出应力比  $R \geq 0$  以及  $-1 \leq R < 0$  时材料疲劳损伤起作用的总应变能。

当应力比  $R \geq 0$  时, 有:

$$\Delta W_t = \Delta W_p + \Delta W_e + \Delta W_h = \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} + \frac{(\sigma_{\max} + \sigma_m)^2}{2E} \frac{1-R}{1+R} + \sigma_{\min} \Delta \varepsilon \frac{1-R}{1+R} \quad (3-35)$$

当  $-1 \leq R < 0$  时, 有:

$$\Delta W_t = \Delta W_p + \Delta W_e + \Delta W_h = \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} + \frac{2\sigma_{\max}^2}{E} + \sigma_{\min} \Delta \varepsilon \frac{1-R}{1+R} \quad (3-36)$$

则, 考虑平均应力及应力比修正后的总应变能密度-寿命模型为:

$$\Delta W_t N_f^\beta = \begin{cases} \left[ \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} + \frac{(\sigma_{\max} + \sigma_m)^2}{2E} \frac{1-R}{1+R} + \sigma_{\min} \Delta \varepsilon \frac{1-R}{1+R} \right] N_f^\beta = C & R \geq 0 \\ \left[ \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} + \frac{2\sigma_{\max}^2}{E} + \sigma_{\min} \Delta \varepsilon \frac{1-R}{1+R} \right] N_f^\beta = C & -1 \leq R < 0 \end{cases} \quad (3-37)$$

### 3.4.2 修正的总应变能函数

机械结构的疲劳寿命，受到多种因素的影响，这些因素互相影响，在多数情况下共同交互作用于机械机构，直至发生疲劳破坏，不仅平均应力对疲劳寿命产生影响，频率、载荷的保持时间、温度等都会对疲劳寿命产生影响。

文献[5, 95]提出在任意波形加载下，利用粘性系数来  $E_p$  来描述疲劳损伤。此参数的提出不仅考虑了应力比、平均应力对疲劳寿命的影响，还考虑载荷的保持时间及加载速率的影响，如图 4-2 所示， $E_p$  定义为：疲劳试验加载波形同零应力线之间的面积，有：

$$E_p = T_{du} \sigma_{\max} + (T_{dl} + T) \sigma_{\min} H(\sigma_{\min}) + Tf(\sigma_{\max}, \sigma_{\min})/2 \quad (3-38)$$

式中， $Tf(\sigma_{\max}, \sigma_{\min})/2$  为构件在一次循环载荷周期作用下，拉伸与压缩阶段粘性参数之和。

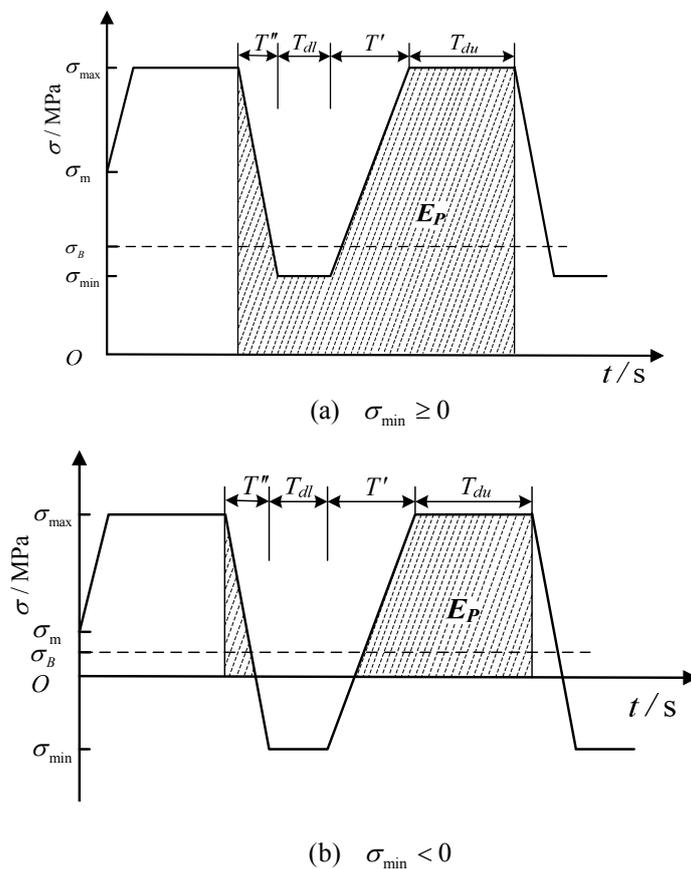


图 3-4 不同应力比下的粘性参数  $E_p$  [5]

由物理边界条件得，当  $\sigma_{\min} > 0$  时，有：

$$\frac{T}{2} f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min}) \propto \Delta \sigma \quad (3-39)$$

当  $\sigma_{\min} \leq 0$  时, 有:

$$\frac{T}{2} f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min}) \propto \frac{\sigma_{\max}^2}{\Delta\sigma} \quad (3-40)$$

则有:

$$f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min}) = \frac{\sigma_{\max}^2}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min} H(-\sigma_{\min})} - \sigma_{\min} H(\sigma_{\min}) \quad (3-41)$$

原则上, 可以通过获取大量的试验数据来总结出应力的转换函数为  $f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min})$ , 但在数据不足时, 通常由应力的最大  $\sigma_{\max}$  值、最小值  $\sigma_{\min}$  及材料的属性参数来决定<sup>[220]</sup>。  $H(\sigma_{\min})$  为  $\sigma_{\min}$  的阶跃函数, 因为假设疲劳损伤的形成原因是由拉伸阶段应力引起的, 则函数为:

$$H(\sigma_{\min}) = \begin{cases} 1, & \sigma_{\min} > 0 \\ 0, & \sigma_{\min} \leq 0 \end{cases} \quad (3-42)$$

将式(3-42)代入式(3-41)得:

$$f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min}) = \begin{cases} \Delta\sigma, & \sigma_{\min} > 0 \\ \frac{\sigma_{\max}^2}{\Delta\sigma}, & \sigma_{\min} \leq 0 \end{cases} \quad (3-43)$$

利用塑性应变能损伤函数法<sup>[22]</sup>, 有:

$$\Delta W_p = \frac{1-n'}{1+n'} K' \left( \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \right)^{1+n'} \quad (3-44)$$

在损伤过程中的塑性应变能, 利用粘性参数  $E_p$  来定义<sup>[20]</sup>, 有:

$$\Delta W_p = \left( \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \right)^{1+n'} (E_p)^\phi \quad (3-45)$$

式中,  $\phi$  为不同加载方式下的应力损伤指数。

类似于塑性应变能模型, 塑性应变能同寿命的关系可以表示为:

$$\left\{ \left( \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \right)^{1+n'} (E_p)^\phi \right\} N_f^\beta = C \quad (3-46)$$

则总的应变能同寿命的关系为:

$$\left\{ \left( \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \right)^{1+n'} (E_p)^\phi + \frac{1}{2E} \left( \frac{\sigma}{2} + \sigma_m \right)^2 \right\} N_f^\beta = C \quad (3-47)$$

考虑到加载频率的影响, 引入频率因子  $\nu$  对上式进行修正<sup>[216]</sup>, 得:

$$\nu^\lambda \left\{ \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} (E_p)^\phi + \frac{1}{2E} \left( \frac{\sigma}{2} + \sigma_m \right)^2 \right\} N_f^\beta = C \quad (3-48)$$

结合式(3-48)，可得广义应变能损伤函数模型：

$$\left\{ \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{1+n'} \left( T_{dt} \sigma_{\max} + (T_{dt} + T) \sigma_{\min} H(\sigma_{\min}) + \frac{T}{2} f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min}) \right)^\phi + \frac{1}{2E} \left( \frac{\sigma}{2} + \sigma_m \right)^2 \right\} N_f^\beta = C \quad (3-49)$$

考虑频率和加载波形对疲劳寿命的影响，采用文献[5]的频率分离技术修正模型式(3-49)。应力幅值  $\Delta \sigma$  与塑性应变的范围  $\Delta \varepsilon_p$  关系为：

$$\Delta \sigma = C (\Delta \varepsilon_p)^\mu \nu^\nu \quad (3-50)$$

式中， $\mu$ 、 $\nu$  为与材料相关的参数。根据式(3-50)对于不对称的波形，会得出两个不同的应力范围，取其平均值作为平均应力。平均频率是由拉伸半周期和压缩半周期所对应的频率  $\nu_t$  和  $\nu_c$  的均值获得。等效塑性应变范围  $\Delta \varepsilon'_p$  及应力  $\Delta \sigma'$  范围分别为：

$$\Delta \varepsilon'_p = \Delta \varepsilon_p \left[ \frac{(\nu_c/\nu_t)^\nu + 1}{2} \right]^{1/\mu} \quad (3-51)$$

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma' \left[ \frac{(\nu_c/\nu_t)^\nu + 1}{2} \right]^{1/\mu} \quad (3-52)$$

将式(3-51)、(3-52)和  $\nu_t/2$  代入式(3-44)，得：

$$\left\{ \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \left( \frac{(\nu_c/\nu_t)^\nu + 1}{2} \right)^{1/\mu} \right)^{1+n'} (E_p)^\phi + \frac{1}{2E} \left( \frac{\sigma}{2} \left( \frac{(\nu_c/\nu_t)^\nu + 1}{2} \right)^{1/\mu} \right)^2 \right\} \left( \frac{\nu_t}{2} \right)^\lambda N_f^\beta = C \quad (3-53)$$

由式(3-53)可知，疲劳寿命与拉伸阶段的时间长度  $1/\nu_t$  以及加载波形的不对称度  $\nu_c/\nu_t$  及有关，则有：

$$\left\{ \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \left[ \frac{\nu_c}{\nu_t} \right]^\varphi \right)^{1+n'} (E_p)^\phi + \frac{1}{2E} \left( \frac{\sigma}{2} \left[ \frac{\nu_c}{\nu_t} \right]^\varphi \right)^2 \right\} (\nu_t)^\lambda N_f^\beta = C \quad (3-54)$$

式中， $\varphi$  可以通过不对称加载的波形的试验数据拟合获得。结合式(3-49)，有：

$$\left\{ \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \left[ \frac{\nu_c}{\nu_t} \right]^\phi \right)^{1+n'} \left( T_{du} \sigma_{\max} + (T_{dt} + T) \sigma_{\min} H(\sigma_{\min}) + \frac{T}{2} f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min}) \right)^\phi + \frac{1}{2E} \left( \frac{\sigma}{2} \left[ \frac{\nu_c}{\nu_t} \right]^\phi \right)^2 \right\} (\nu_t)^\lambda N_f^\beta = C \quad (3-55)$$

在无载荷保持时间的加载波形情况下，即  $T_{du} = T_{dt} = 0$ ，当  $\phi = 1/2$  时，有：

$$\left\{ \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \left[ \frac{\nu_c}{\nu_t} \right]^\phi \right)^{1+n'} \left( T \sigma_{\min} H(\sigma_{\min}) + \frac{T}{2} f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min}) \right)^\phi + \frac{1}{2E} \left( \frac{\sigma}{2} \left[ \frac{\nu_c}{\nu_t} \right]^\phi \right)^2 \right\} (\nu_t)^\lambda N_f^\beta = C \quad (3-56)$$

该模型提出不仅考虑了应力比、平均应力对疲劳寿命的影响，还考虑加载波形，包括载荷的保持时间及加载速率的影响，因此可称为修正的广义的总应变能函数。

### 3.5 算例分析

目前随着渗碳、渗氮、磨齿等工艺水平的发展及广泛应用，齿轮表面的硬度、强度、光洁度、精度等不断提高，接触疲劳强度也得以提升，如某些大型齿轮经渗碳工艺处理后与原有调质工艺处理的齿轮相比允许接触疲劳应力提高了 300%，由于渗碳工艺属于表面硬化，对轮齿的强度影响不大，导致允许的弯曲疲劳强度提高不明显，仅能提高 50%，对于此类硬齿面齿轮来说，由于表面强度高，不易磨损。那么，齿轮弯曲疲劳失效就成为它的主要失效形式<sup>[200]</sup>。要实现传动系统抗疲劳设计，以及可靠性设计就必须准确评估弯曲疲劳寿命才能得出关键基础数据，受实际情况制约，我国标准齿轮的弯曲疲劳试验数据不足，严重的影响了齿轮的抗疲劳设计。相比齿轮试验而言，材料的试验简单方便易于操作，本节先选用合金钢 16Mn 试验数据进行修正 Manson-coffin 模型验证，再选取 42CrMo 齿轮的弯曲疲劳试验数据，对修正的广义总应变能损伤函数模型进行验证。

#### 3.5.1 修正的 Manson-Coffin 方程

为了验证考虑平均应力修正的 M-C 模型的正确性及可行性，本节利用文献合金钢 16Mn<sup>[200]</sup>，材料的疲劳性能参数见表 3-1，试验用应变比分别为  $R = 0.5$ ， $R = 1$ 、加载波形为三角加载如图 3-5、加载频率为 0.5~1Hz，为对称加载，以试样产生疲劳裂纹时的循环次数作为失效依据，其标志是试验机峰值载荷的下降率，或者为标志为一定长度的裂纹扩展量。试样外形与尺寸如图 3-6 所示。

表 3-1 16Mn 的疲劳性能参数(室温、应力比  $R = -1$ )

抗拉强度 $\sigma_b$ (MPa)	屈服极限 $\sigma_s$ (MPa)	疲劳强度指 数 $b$	疲劳塑性 指数 $c$	疲劳强度 系数 $\varepsilon'_f$	疲劳塑性 系数 $\sigma'_f$
570	520	-0.1066	-0.5112	0.4376	1032

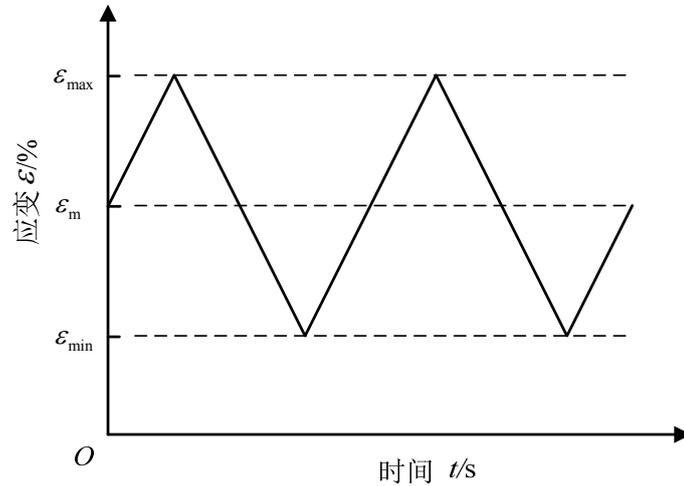


图3-5 三角加载波形

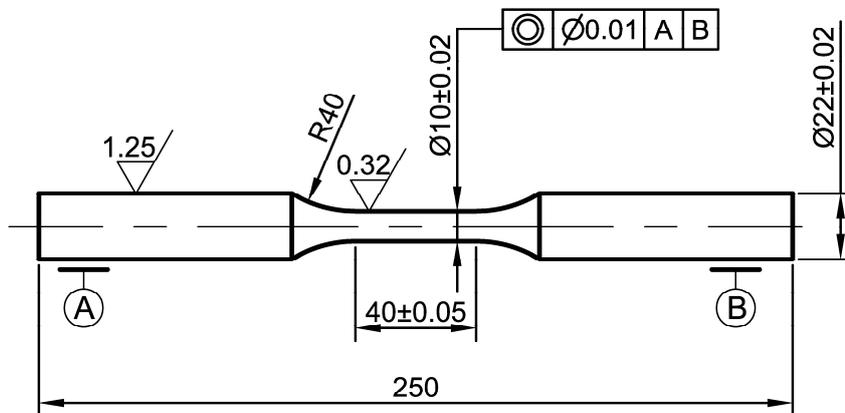


图3-6 16Mn疲劳试样

根据以上试验结果，利用修正后的 Manson-Coffin 方程进行寿命预测，为了对比模型的有效性，同时采用了 SWT 模型，及 Manson-Coffin 方程进行预测。预测结果如图 3-7 和图 3-8 所示，图中虚线为预测寿命与试验寿命的 $\pm 1.5$  倍误差带，实线为其 $\pm 2$  倍误差带。

由图 3-7 可知，应用修正后的 Manson-Coffin 方程和 SWT 方程的预测结果均在 2 倍误差内，且分别有 82%和 75%的数据位于 1.5 倍误差带内，Manson-Coffin

方程预测的结果 40%数据位于 1.5 倍的误差带之内, 约 54%数据位于 1.5 倍与 2 倍误差带之间, 约 16%的数据位于 2 倍误差带以外。

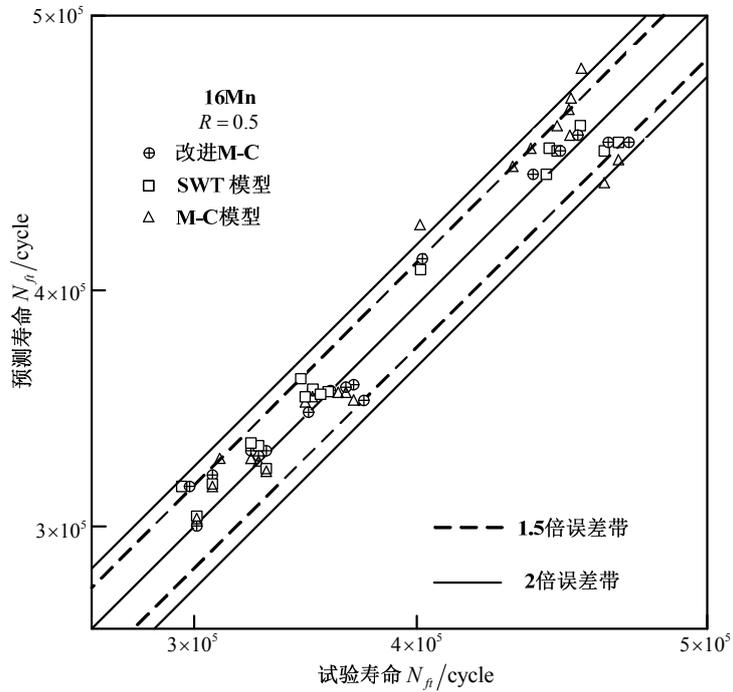


图 3-7 三种预测模型结果对比(16Mn,  $R = 0.5$ )

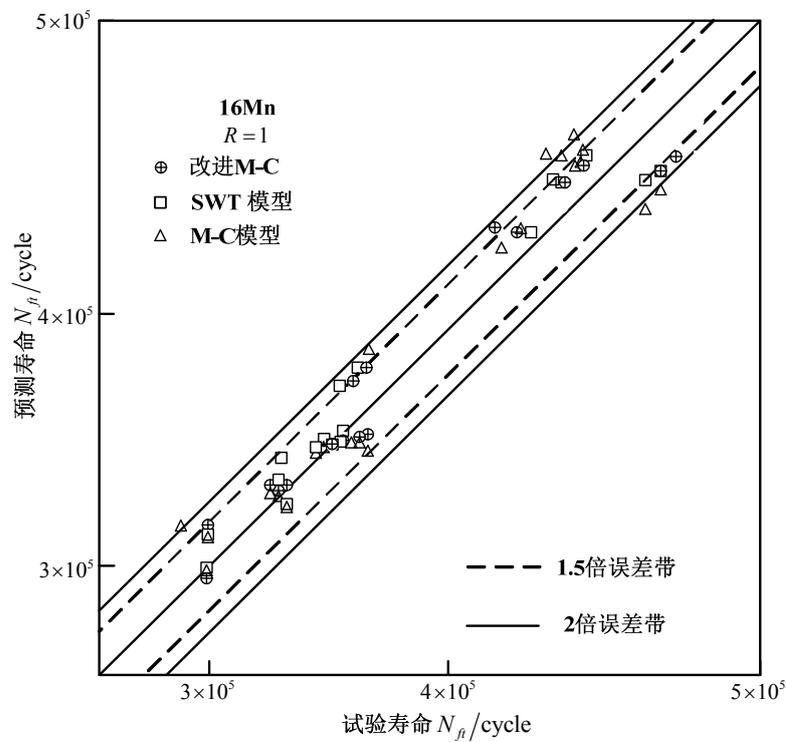


图 3-8 三种预测模型结果对比(16Mn,  $R = 1$ )

由图 3-8 可知, 应用修正后的 Manson-Coffin 方程和 SWT 方程的预测结果均在 2 倍误差内, 且分别约有 78%和 70%的数据位于 1.5 倍误差带内, Manson-Coffin 方程预测的结果约 34%数据位于 1.5 倍的误差带之内, 约 44%数据位于 1.5 倍与 2 倍误差带之间, 约 22%的数据位于 2 倍的误差带以外。

由上述几种预测寿命结果看出, 修正的 Manson-Coffin 方程同 SWT 模型的疲劳寿命预测误差相差不是很大, 主要原因是这两模型都考虑了平均应力对疲劳寿命的影响; 而 Manson-Coffin 方程误差相对大些, 是由于该模型没有考虑平均应力的影响。应力比不同, 三种模型的预测精度不同, 尤其是未考虑平均应力影响的 Manson-Coffin 方程, 这是因为随着应力比  $R$  增大, 平均应力对疲劳寿命的影响增大。

### 3.5.2 修正的总应变能函数

本节利用 42CrMo 齿轮的弯曲疲劳试验数据, 采用修正的总应变能函数模型对其进行寿命估算。试验采用 GB/T14230-1993《齿轮弯曲疲劳强度试验方法》中介绍的 B 试验法, 材料的力学性能见表 3-2, 试验齿轮按照国标要求, 为直齿圆柱齿轮, 具体参数如表 3-3, 齿轮的精度等级为 6 级(GB/10095-1988)。取 6 级应变幅值, 应变范围  $\pm 0.4\% \sim \pm 2.2\%$ , 正弦加载, 加载频率为 0.25~1Hz, 加载波形如图 3-9, 实验采用电磁谐振疲劳试验机及其夹具, 该夹具可自动实现均匀加载, 能使被测试的两齿载荷均匀分布, 且使载荷沿齿宽均匀分布, 基本消除偏载现象。试验以轮齿折断时的循环次数作为失效寿命, 或以轮齿出现可见裂纹的应力循环次数作为失效寿命, 或以载荷频率下降 5%~10%时的应力循环次数作为失效寿命。图 3-10 为试验的断齿图片。

表 3-2 42CrMo 的疲劳性能参数

抗拉强度 $\sigma_b$ (MPa)	屈服极限 $\sigma_s$ (MPa)	疲劳塑性 指数 $\varepsilon'_f$	疲劳强度系 数 $\sigma'_f$	循环强度系 数 $K'$	循环应变硬 化指数 $n'$
1100	940	70	1243	1132	0.809

表 3-3 42CrMo 齿轮基本参数

模数 $m$ (mm)	齿数 $z$	齿宽 $B$ (mm)	齿顶系数 $h^*$	顶隙系数 $c^*$	变位系数 $x$
4	38	14	1	0.25	0

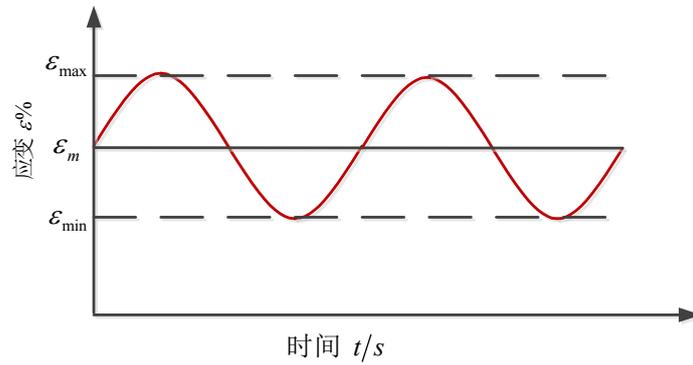


图 3-9 正弦加载波形

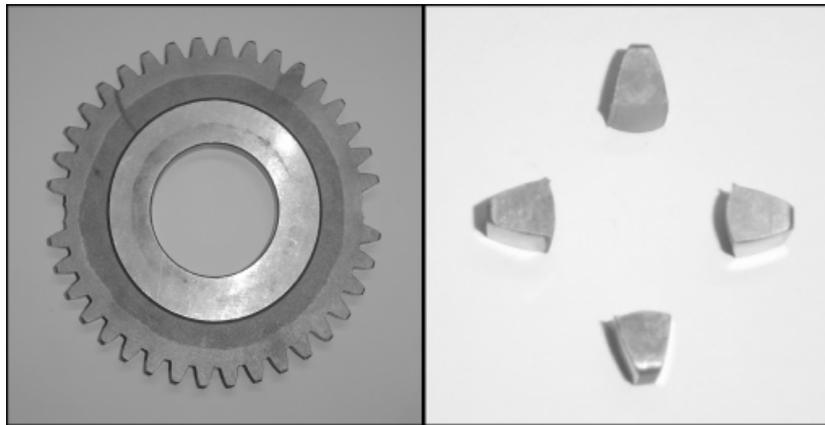


图 3-10 齿轮弯曲试验部分断齿

依据上述的试验条件所得数据，应用改进的总应变能模型，42CrMo 在应力比  $R = -1$ ，拟合方程为：

$$\Delta W_t = 0.37241 + 182.3 N_f^{-0.8276} \quad (3-57)$$

$R = 1$  时，拟合方程为：

$$\Delta W_t = 0.37241 + 221.4 N_f^{-0.57341} \quad (3-58)$$

以上两式曲线拟合相关系数分别为 0.942 和 0.914。

根据式(3-57)、(3-58)修正模型的预测结果，与 PSED 模型和 SWT 模型预测结果进行对比分析，如图 3-11、3-12 所示。

由图 3-11 可知，在应力比  $R = -1$ ，基于广义总能量模型所有预测点都位于 1.25 倍误差带之内；而 PSED 模型和 SWT 模型的预测结果都包括在 2 倍误差带内，分别有 68%和 79%数据点包括在 1.5 倍误差带之内。

由图 3-12 可知，在应力比  $R = 1$  时，基于修正总能量模型及 SWT 模型的预测结果都在 1.5 倍误差带内；SWT 模型所有预测结果位于 2 倍误差带内，83%预测

结果位于 1.5 倍误差带之内；PSED 模型仅有 5% 在 2 倍误差外，74% 预测结果位于 1.5 倍误差带内。从 3-11 和图 3-12 对比可知，不同应力比下模型的预测精度不同，这是因为平均应力的影响以及模型输入、参数的不确定性等因素所引起的。

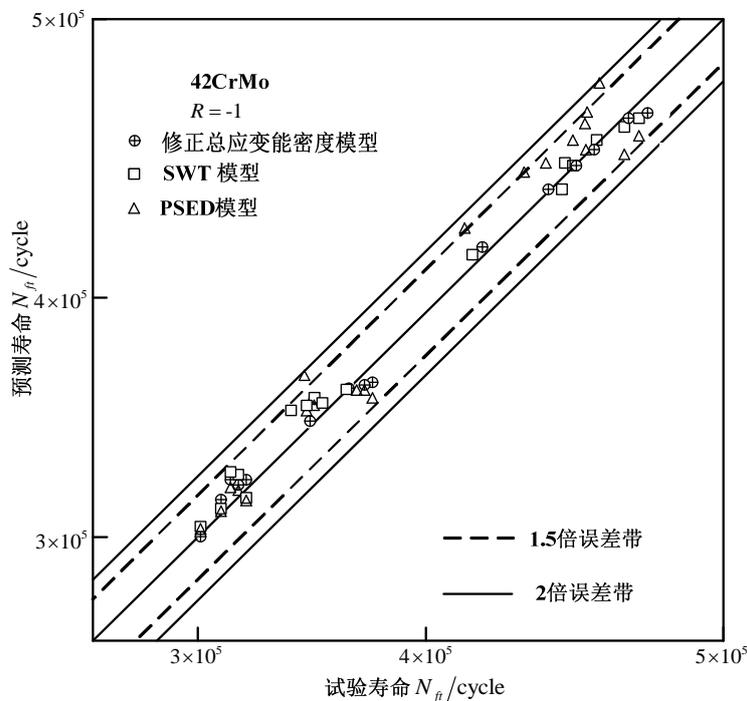


图 3-11 三种预测模型结果对比(42CrMo,  $R = -1$ )

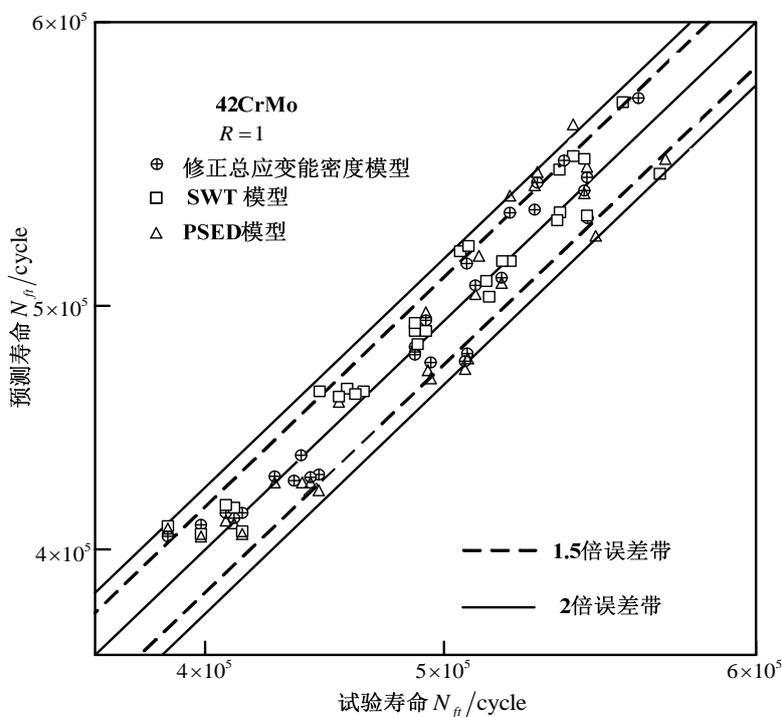


图 3-12 三种预测模型结果对比(42CrMo,  $R = 1$ )

由上述几种预测寿命结果看出, 本文提出的修正的总应变能密度模型优于 SWT 模型和 PSED 法, 并且模型试验拟合参数少, 可应用于机械构件在多种失效因素共同作用下的疲劳寿命评估。

### 3.6 本章小结

本章首先分析了平均应力对疲劳寿命的影响, 提出考虑平均应力的 Manson-Coffin 方程, 同时考虑到零部件在多种失效因素共同作用下的力学行为及其对寿命的影响, 提出了修正的广义总应变能损伤模型, 该模型综合考虑了外在的加载条件(应力比、平均应力、加载波形)和材料的能量耗散宏观特性等因素对疲劳损伤的影响, 有较广的适用范围。通过对齿轮弯曲疲劳试验数据进行验证, 修正的总应变能模型预测精度高于其他模型。研究表明, 在不同的应变比, 改进的模型的预测寿命精度比传统模型精度有一定的提高, 可满足工程的需要。

## 第四章 疲劳裂纹扩展阶段的寿命预测-修正裂纹扩展函数

### 4.1 引言

机械传动系统的关键零部件，如齿轮、轴承等，广泛应用于各类重大机电设备或者结构中并承担重要的作用，准确的预测其疲劳寿命是现代设计的一项重要内容。而要实现这一目标，必须全面了解疲劳裂纹的萌生、扩展以及断裂的全过程，掌握其在萌生、扩展以及断裂各阶段的失效机理。基于裂纹形成阶段的寿命预测方法都是假设材料内部无初始裂纹，而大量试验和实践证明，许多含裂纹构件仍然能承受规定的工作载荷，从初始裂纹扩展到临界裂纹长度，还有相当长的寿命，可以继续工作到下一轮的检修。若对出现裂纹的构件不加区别的予以报废，将对国民经济造成极大的浪费。

美国科研人员经过大量实验研究发现，航空发动机涡轮盘 TF33，从可测裂纹到临界裂纹长度，还甚至拥有比起始裂纹时间长 5 倍多的寿命；我国科研人员对某航空涡轮盘也进行了疲劳试验，产生可测裂纹时进行了 21000 次循环，继续循环至 36000 次，都没有发生破坏迹象，裂纹扩展也很慢<sup>[4]</sup>。为了估算裂纹在扩展阶段的疲劳寿命，本章将基于断裂力学进行疲劳寿命的预测。断裂力学理论是以含裂纹的材料或结构的力学特性为研究内容的学科，其目的是得到以主裂纹在疲劳载荷下逐渐扩展最终发生失效所需的定量条件。裂纹发展规律主要用裂纹扩展率来表征，因此，当描述裂纹扩展率的函数已知时，可结合断裂力学理论，获取疲劳寿命预估值。为了表示裂纹扩展的快慢，疲劳裂纹扩展速率  $da/dN$  描述了疲劳载荷作用下裂纹长度  $a$  随着循环次数  $N$  的变化率。综合疲劳破坏过程中各相关因素的影响，裂纹扩展的一般表达式为：

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, K_{th}, K_c, R, \sigma, \dots) \quad (4-1)$$

式中， $K$  为应力强度因子， $\Delta K$  为应力强度因子范围， $\Delta K_{th}$  应力强度因子门槛值， $K_c$  材料的断裂韧性， $R$  为应力比， $\sigma$  为疲劳应力， $f(K, \Delta K, K_{th}, K_c, R, \sigma, \dots)$  为非负函数。

由式(4-1)可以看出：疲劳裂纹扩展机理复杂，影响因素众多，为了解决在疲劳裂纹扩展阶段诸多因素的影响，本文对以往已提出的疲劳裂纹扩展理论进行分析研究，分析其优点及不足。在此基础上，推导出改进的疲劳裂纹扩展公式，该模型反映了裂纹在三个不同阶段的扩展率，为实现准确的预测机械装备复杂结构剩余寿命提供有效方法。研究表明，相比现有模型，该模型扩展了现有模型的预测

范围，预测精度也有显著的提高。

## 4.2 应力强度因子与断裂韧性

### 4.2.1 应力强度因子

19世纪20年代欧文在格里菲斯理论上<sup>[4]</sup>，首次提出应力强度因子  $K$  概念，奠定了线弹性断裂力学的基础。欧文认为：当构件内存在裂纹时，在理论上说裂纹尖端由于应力集中，可以说为无穷大。此时就要采用应力强度因子  $K$  来表示，而不能使用理论应力集中系数  $K_t$  来表示。裂纹尖端区域内弹性应力场的强弱通过用  $K$  的大小来表明。

根据裂纹不同受力情况，应力强度因子  $K$  一般可以分为  $K_1$ 、 $K_2$  和  $K_3$ ，它们分别代表 I 型，II 型和 III 型变形情况的裂纹尖端的应力强度<sup>[4]</sup>，如图 4-1 所示。

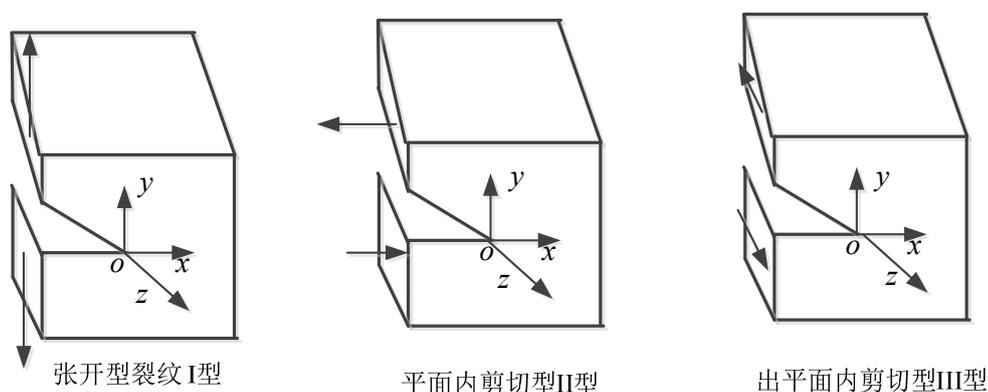


图 4-1 裂纹的基本类型

求解应力强度因子的方法归纳为为两类<sup>[193]</sup>：一类为：理论计算方法（解析法和数值法），二类为：试验方法（标准试验和实测法）。

在一般情况下，应力强度因子计算表达式为：

$$K = \xi \sigma \sqrt{\pi a} \quad (4-2)$$

式中， $a$  为裂纹尺寸， $\sigma$  为外加应力， $\xi$  是与加载方式、裂纹形状及位置相关的系数，可能是常量，也可能是裂纹长度的  $a$  的函数。

通过查阅应力强度因子手册来得到一些常见的裂纹形状的应力强度因子表达式，对于一些形状复杂的构件可通过有限元方法计算获取。

### 4.2.2 断裂韧性

根据式(4-2)可以看出，应力强度因子  $K$  的值随着载荷  $\sigma$  的增加而增加。发生断

裂时应力强度因子为断裂韧度，用  $K_C$  来表示，是反映材料韧度强弱的重要指标之一。由此，可得发生断裂的失效判据为：

$$K \geq K_C \quad (4-3)$$

平面应变条件下的断裂失效的判据为：

$$K \geq K_{IC} \quad (4-4)$$

### 4.3 疲劳裂纹的失效机理及影响因素

#### 4.3.1 疲劳裂纹扩展失效机理分析

在静载荷  $\sigma$  的作用下，存在裂纹机械构件只要载荷  $\sigma$  小于材料的屈服强度  $\sigma_s$ ，材料就不会产生塑性变形。但该构件在交变载荷  $\sigma$  的作用下，即使载荷  $\sigma$  远低于材料的屈服强度  $\sigma_s$  时，裂纹也会发生缓慢的扩展。当机械构件的有效截面随着裂纹长度的不断扩展而持续减少至临界值，以至于不足以承受此交变载荷，这时内部抗力(断裂韧度  $K_C$ )不足以抵御外部驱动力(应力强度因子  $\Delta K$ )的破坏作用，而发生失稳扩展直至断裂。

恒载和交变荷载从力学观点来看都属于外在荷载，而交变荷载属于一种动荷载，它的大小、方向随时间而变化。动荷载较恒荷载而言，会对机械构件产生附加惯性效应，该效应也会在裂纹尖端处产生附加应力强度因子，并与原荷载产生的应力强度因子相叠加，很可能超过材料的门槛值  $\Delta K_{th}$ ，促使裂纹产生扩展，一旦该作用力大于材料的断裂韧度  $K_C$  便会使材料发生失稳断裂。

假设含裂纹的构件受交变载荷作用，如图 4-2 所示。

交变荷载的大小为：

$$\sigma_F = \sigma \sin \omega t \quad (4-5)$$

构件上任一质点  $A$  均以频率  $\omega$  在其平衡位置作微振动，则质点  $A$  的位移、加速度和惯性力分别为：

$$u_y = A_y \sin \omega t \quad (4-6)$$

$$\ddot{u}_y = -A_y \omega^2 \sin \omega t \quad (4-7)$$

$$F_y = mA_y \omega^2 \sin \omega t \quad (4-8)$$

式中， $m$  为质点的质量， $A$  为质点的振幅。

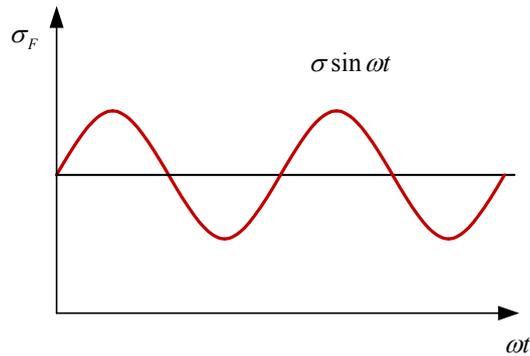


图 4-2 交变载荷

由式(4-8)可知, 惯性力作为一种附加的载荷作用到机械构件上, 当外载荷方向与惯性力方向一致时, 达到最大值。根据达朗伯尔原理, 惯性力作为一种附加载荷作用到构件上, 这样该问题转化为静力学的问题。从定性上来讲, 线弹性断裂力学裂纹尖端的应力场是一个奇异场, 因此, 叠加到机械构件上的惯性力引起的裂纹尖端的应力场也为奇异场。裂纹尖端处的应力强度因子由两部分构成, 包括惯性力引起的应力强度因子  $\Delta K_A$  和原荷载引起的应力强度因子  $\Delta K$ 。

在交变载荷作用下, 根据叠加原理, 裂纹尖端作用的实际应力强度因子为:

$$K_B = K_A + \Delta K = \left(\frac{K_A}{\Delta K} + 1\right)\Delta K = n\Delta K \quad (4-9)$$

式中,  $\Delta K$  为静载荷作用  $\sigma$  下的应力强度因子,  $\Delta K = \sigma\sqrt{\pi a}$ ;  $n$  为大于 1 的系数, 力学意义与动力学的影响系数相类似, 通常在给定试验条件下, 因为惯性力基本相同, 可认为是一常数<sup>[83-84]</sup>。

假设构件在交变载荷作用下的裂纹扩展门槛值为  $\Delta K_{th}$ , 在静载荷下的门槛值为  $K_{th}$ 。当裂纹尖端的实际应力强度因子值在外载荷作用下由小逐渐增大, 当该值等于静载荷下的门槛值时, 裂纹则开始扩展, 公式如下:

$$n\Delta K_{th} = K_{th} \quad (4-10)$$

由式(4-10)看出, 在交变荷载作用下, 裂纹扩展门槛值  $\Delta K$  为静载荷下门槛值  $K_{th}$  的  $1/n$ 。这就很清楚的解释了, 含裂纹构件在交变载荷  $\sigma$  的作用下, 即使载荷  $\sigma$  远低于材料的屈服强度  $\sigma_s$  时, 裂纹也会发生缓慢的扩展, 而在静载荷作用裂纹不发生扩展的原因。

### 4.3.2 控制疲劳裂纹扩展的因素

了解疲劳裂纹的扩展机理, 可以分析控制疲劳裂纹扩展的因素, 才能正确的推

导出疲劳裂纹的扩展规律。通常用  $da/dN \sim \Delta K$  在双对数坐标下的扩展速率曲线来表示疲劳裂纹的扩展规律，裂纹的扩展分为三个区域，包括：近门槛扩展区(区域 I)、稳态扩展区(区域 II)和快速扩展区(区域 III)，如图 4-3 所示。

疲劳裂纹扩展过程是材料内部抗力与外部荷载驱动力之间的一种“对抗”过程。疲劳裂纹扩展机理复杂，影响因素众多。根据裂纹扩展及断裂的判据，大量文献对此进行了研究和总结<sup>[16,83,84]</sup>发现：扩展门槛值  $\Delta K_{th}$ 、弹性模量  $E$  和断裂韧度  $K_C$  作为裂纹扩展直接控制因素，它们的变化导致裂纹扩展速度直接发生变化，而其它间接因素通过影响直接因素来影响裂纹扩展。

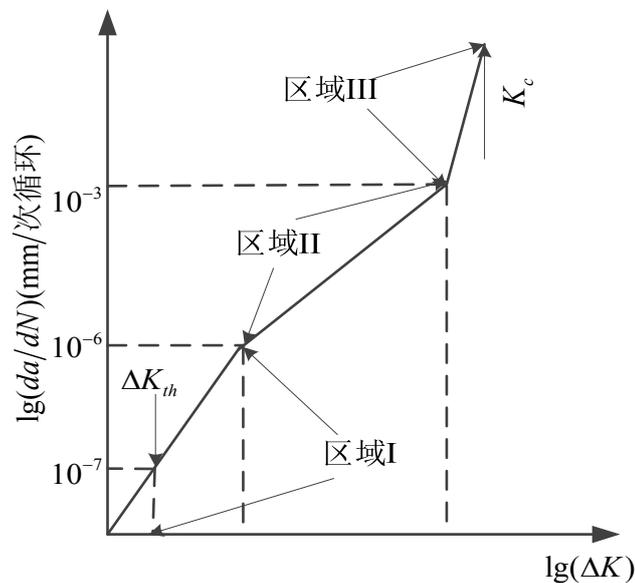


图 4-3 裂纹的扩展曲线  $\frac{da}{dN} \sim K$

(1) 稳定扩展区的主要影响因素-弹性模量  $E$

弹性模量  $E$  是材料最基本的力学性能指标之一，对疲劳裂纹扩展行为具有很重要的影响作用。弹性模量不仅影响材料的门槛值和断裂韧性，而且对稳态扩展区的裂纹扩展速率起决定作用。对于高弹性模量材料来说，需要较大的外载荷使裂纹尖端钝化，裂纹才有可能发生扩展<sup>[193]</sup>。

(2) 裂纹扩展曲线的上下边界

从图 4-3 可以看出，疲劳裂纹扩展速率曲线存在上、下边界，分别为  $\Delta K_{th}$ 、 $K_C$ 。 $\Delta K_{th}$  和  $K_C$  是与材料内部属性相关的参数，因此，不同材料的  $\Delta K_{th}$  和  $K_C$  是不同。 $\Delta K_{th}$  值越大，则裂纹不易发生扩展； $K_C$  值越大，则裂纹不易快速扩展和最终的疲劳断裂失效<sup>[75-76]</sup>。

### 4.3.3 影响疲劳裂纹扩展的因素

上一小节分析了控制裂纹扩展的主要参量。影响裂纹扩展的因素众多,包括:外在的载荷、应力比、频率、试样尺寸及环境等因素和内在的材料强度、塑性、循环性能以及微观组织结构。这些外部因素和内部因素共同影响着控制裂纹扩展的三个基本参量 ( $\Delta K_{th}$ 、 $K_C$ 、 $E$ ) 发生变化,通过基本参量的变化来控制疲劳裂纹扩展的速度<sup>[15, 83, 84, 193]</sup>。

#### (1) 门槛值 $\Delta K_{th}$ 的影响因素

裂纹扩展门槛值  $\Delta K_{th}$  受多种因素的影响,一些主要因素可能引起裂纹扩展门槛值发生很大的变化。大量的试验研究表明<sup>[15, 200]</sup>, 在所有的外部因素中, 应力循环比对门槛值  $\Delta K_{th}$  的影响最大, 通常随应力比  $R$  的增大门槛值  $\Delta K_{th}$  减小。目前, 已经提出了多种门槛值  $\Delta K_{th}$  和应力比  $R$  函数关系式, 常用的有<sup>[199]</sup>:

$$\Delta K_{th(R)} = \Delta K_{th(0)} (1 - R)^\gamma \quad (4-11)$$

式中,  $\Delta K_{th(R)}$  为应力比为  $R$  时的门槛值,  $\Delta K_{th(0)}$  为应力比 ( $R = 0$ ) 下的门槛值,  $\gamma$  为通过试验得待定常数, 取值在  $0 \sim 1.0$  之间, 其大小与材料的属性及环境因素相关。式(4-11)对于不同材料适用范围是不同的, 对于低合金钢 ( $\sigma_s = 600 \sim 800 \text{ MPa}$ ), 在  $-1 \leq R \leq 0.8$  范围内适用, 而对某些材料的适用范围则比较窄<sup>[202]</sup>。

此外, 外在的温度、试件厚度、过载、载荷的保持时间等因素对门槛值  $\Delta K_{th}$  也有一定的影响。温度是通过弹性模量来影响的, 而加载波形、频率和试件结构一般对门槛值  $\Delta K_{th}$  影响较小<sup>[16-17]</sup>。

内部因素对门槛值  $\Delta K_{th}$  的影响比较复杂, 这是由于裂纹尖端后部受闭合效应的影响, 闭合效应作用越大门槛值  $\Delta K_{th}$  就越大, 此外裂纹尖端的钝化和裂纹尖端材料的力学性能对门槛值也有一定影响。文献[201]给出了关于门槛值的计算公式:

$$\Delta K_{th} = 0.32 \sqrt{\pi E \sigma_f \varepsilon_f \rho_{\min}} \quad (4-12)$$

式中:  $E$  为弹性模量,  $\varepsilon_f$  为材料的断裂延性,  $\sigma_f$  为材料的断裂强度,  $\rho_{\min}$  为裂纹尖端的临界钝化半径, 当加载后裂纹尖端的钝化半径超过临界钝化半径  $\rho_{\min}$  时, 裂纹开始扩展。 $\rho_{\min}$  为与材料的显微组织结构相关的常数。 $E$  和  $\rho_{\min}$  对于同类材料的合金构件差别不是很大, 因此, 材料的断裂强度  $\sigma_f$  及断裂延性  $\varepsilon_f$  对门槛值影响比较大。

#### (2) 断裂韧度 $K_C$ 的影响因素

有关学者通过断裂韧度  $K_C$  及其影响因素的研究, 提出了一些理论及模型来对断裂韧度  $K_C$  进行估算。这些模型可以确定影响断裂韧度  $K_C$  的一些因素。根据拉伸

性能估算断裂韧性的模型如下<sup>[202]</sup>:

$$K_C = 0.32\sqrt{\pi E \sigma_f \varepsilon_f \rho_c} \quad (4-13)$$

式中： $\rho_c$  是裂纹尖端临界钝化半径，当加载后裂纹尖端钝化半径超过  $\rho_c$ ，裂纹发生失稳扩展至断裂。

### (3) 弹性模量 $E$ 的影响因素

弹性材料  $E$  是金属材料最重要、最具特征的力学性质，是物体弹性变形难易程度的表征，取决于材料原子间的结合力，热处理工艺的变化对弹性模量的影响不是很大。温度变化会引起弹性模量变化，温度降低弹性模量升高，因而裂纹的扩展率  $da/dN$  降低<sup>[15, 17]</sup>。

## 4.4 改进疲劳裂纹的扩展速率模型

### 4.4.1 常用疲劳裂纹扩展速率及特点

(1) Paris 公式<sup>[203]</sup>:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (4-14)$$

(2) Trantina-Johnson 公式<sup>[204]</sup>:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_{th})^m \quad (4-15)$$

(3) Walker 公式<sup>[205]</sup>:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n (1-R)^m \quad (4-16)$$

(4) Elber 公式<sup>[75]</sup>:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_{op})^m \quad (4-17)$$

(5) Forman 公式<sup>[206]</sup>:

$$\frac{da}{dN} = C \frac{(\Delta K)^n}{(1-R)K_C - \Delta K} \quad (4-18)$$

广义的 Forman<sup>[206]</sup>公式:

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \left( \frac{1-f_0}{1-R} \right) \Delta K \right]^{m_1} \frac{\left( 1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^n}{\left[ 1 - \frac{\Delta K}{(1-R)K_C} \right]^{m_3}} \quad (4-19)$$

式中,  $C$ ,  $n$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  为材料常数;  $R$  为应力比;  $\Delta K_{op}$  为裂纹尖端开裂的应力强度因子;  $K_C$  为材料的平面应力断裂韧度, 随试件厚度而变化, 但是对常用薄板厚度 (如 1.0mm ~ 2.5mm),  $K_C$  可近似认为只和材料有关;  $f_0$  为疲劳裂纹的张开函数, 可由下式确定:

$$f_0 = \frac{K_{open}}{K_{max}} = \begin{cases} \max(R, A_0 + A_1 R + A_2 R^2 + A_3 R^3) & R \geq 0 \\ A_0 + A_1 R & -2 \leq R < 0 \end{cases} \quad (4-20)$$

其中,

$$\begin{cases} A_0 = (0.825 - 0.34\alpha_0 + 0.05\alpha_0^2) \left[ \cos\left(\frac{\pi S}{2\sigma_0}\right) \right]^{a_0} \\ A_1 = (0.415 - 0.071a_0) \frac{S}{\sigma_0} \\ A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3 \\ A_3 = 2A_0 + A_1 - 1 \end{cases} \quad (4-21)$$

式中,  $S/\sigma$  为最大应力同流动应力比,  $\alpha_0$  为平面应力/应变约束系数。

在上述公式中: Paris 公式的应用最为广泛, 是疲劳断裂理论的基础, 适合描述裂纹在稳定扩展区域的扩展规律。Trantina-Johnson 公式考虑了应力强度因子的门槛值, 适合描述裂纹门槛值附近的扩展。Walker 公式考虑了平均应力, 适合描述裂纹的稳定扩展, 其预测精度高于 Paris 公式。Elber 公式将裂纹扩展的规律单向拓展至门槛值附近, 仅可描述门槛值附近和稳定阶段的扩展规律。Forman 公式考虑了平均应力和材料断裂韧度  $K_C$  的影响, 适合于描述裂纹在稳定扩展区域及快速扩展区域的扩展规律。

上述模型的不足在于没有考虑裂纹在不同阶段的影响因素, 及循环应力比  $R$  的影响。因此, 赵永翔<sup>[75, 76, 199]</sup>等依据上述经验公式, 同时考虑循环应力比对  $\Delta K_{th}$ 、 $K_C$  的影响, 提出了以下的经验模型:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C}{(1-R)K_C - \Delta K} \left( \frac{2(\Delta K - \Delta K_{th})}{1-R} \right)^{m_2} \quad (4-22)$$

式(4-22)考虑门槛值  $\Delta K_{th}$ 、疲劳断裂韧  $K_C$  和循环应力比  $R$  等因素对裂纹扩展的影响, 因此能比较准确地描述整个疲劳裂纹扩展的过程。

式(4-14)-(4-18)不能描述裂纹在三个扩展期内的扩展规律，同时式中存在一些物理意义并不明确的材料常数，使得其不便于进行工程应用和分析。

#### 4.4.2 疲劳裂纹扩展修正模型-广义裂纹扩展率

一个合理的疲劳裂纹扩展模型，应能体现出裂纹的扩展率  $da/dN$  与材料内部抗力及外部载荷驱动力之间的关系。目前常用的疲劳裂纹扩展公式，适用裂纹特定的阶段扩展的。能够描述整个疲劳扩展阶段的通用模型很少。本节将把裂纹在三个不同扩展区域的裂纹驱动力及内部抗力参量进行分离，分别以函数  $g_1$ 、 $g_2$ 、 $g_3$  表示不同阶段的裂纹扩展率，分析每个裂纹扩展阶段的特点，考虑和下一扩展阶段的边界条件，基于现有的模型理论，以推导出整个裂纹扩展区的裂纹扩展率<sup>[207]</sup>，即：广义裂纹扩展率，定义如下：

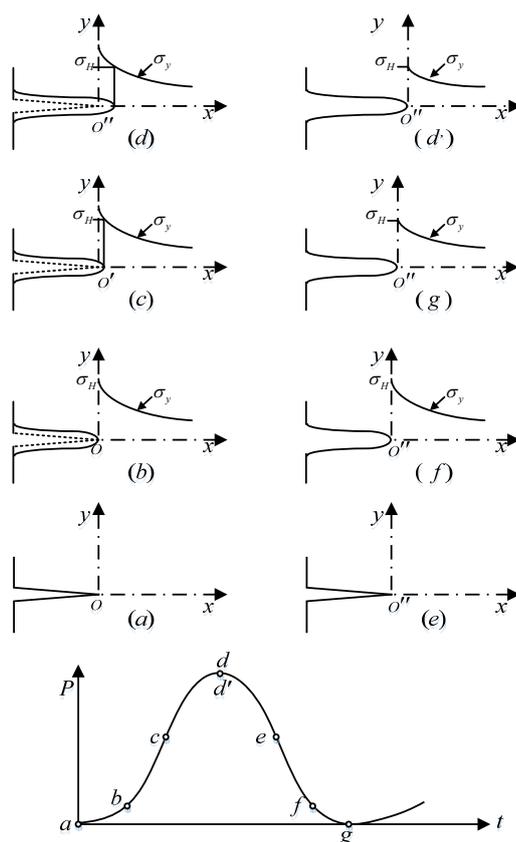
$$\frac{da}{dN} = g(\Delta K, E, \Delta K_{th}, K_C) = g_1(\Delta K, \Delta K_{th}) \cdot g_2(\Delta K, E) \cdot g_3(\Delta K, K_C) \quad (4-23)$$

式中，其中  $g_1(\Delta K, \Delta K_{th})$  为在近门槛区的扩展率； $g_2(\Delta K, E)$  为在稳定扩展区域的扩展率； $g_3(\Delta K, K_C)$  为在快速扩展区域的扩展率。

##### 4.4.2.1 裂纹在中部稳定区的扩展率（区域 II）

稳定扩展区域，是决定疲劳裂纹扩展寿命的最主要区域，条纹扩展机制是这一扩展区域的主要特征，很多学者经过大量的理论及试验研究发现，在此区域  $da/dN$  与  $\Delta K$  在双对数坐标图中基本呈线性的关系。在疲劳裂纹的扩展过程中，裂纹的闭合效应对裂纹扩展的影响不可忽视，如图 4-4 所示<sup>[208]</sup>。

未加载时，裂纹的尖端处于闭合状态，裂纹尖端半径值很小，如图 *a*。当施加载荷到 *b* 点时，应力强度因子  $\Delta K$  逐步增加至裂纹扩展的门槛值  $\Delta K_{th}$ ，此时裂纹尖端开始发生钝化，使裂纹尖端的应力有所减小，未能超过材料的临界断裂应力  $\sigma_{ff}$ ；此时，裂纹尖端没有向前移动，如图 *b*。当施加的载荷超过 *b* 点，裂纹尖端进一步发生钝化，如图 *c*。直到加载到最大值，裂纹顶端前进到 *o''* 点，半径进一步增大，如图 *d*。在卸载时，裂纹的顶端则不发生位移，但继续发生钝化，如图 *d ~ g*。在所有的加载情况下，裂纹尖端的应力  $\sigma_y$  都不超过临界断裂应力  $\sigma_{ff}$ ，即  $\sigma_y \leq \sigma_{ff}$ ，这是保持裂纹尖端力学平衡所要求的。


 图 4-4 裂纹扩展钝化—开裂模型示意图<sup>[207]</sup>

根据文献[208], 若在每次加载循环中, 裂纹尖端前进距离为  $oo'' = x_y$ , 则有:

$$\frac{da}{dN} = x_y = x_{(\sigma_y - \sigma_H)} \quad (4-24)$$

根据式(4-2), 裂纹尖端正应力  $\sigma_y$  沿  $x$  轴向分布表示如下:

$$\sigma_y = \Delta K / \sqrt{2\pi x} \quad (4-25)$$

把式(4-25)代入式(4-24), 得:

$$\frac{da}{dN} = \frac{\Delta K^2}{2\pi\sigma_H^2} \quad (4-26)$$

有效应力强度因子  $K_{eff} = K_{max} - K_{th}$  更能准确的描述裂纹扩展的实际驱动力。采用消除裂纹闭合影响的有效应力强度因子  $K_{eff}$  来表征  $\frac{da}{dN}$  曲线才能与实际情况相符合。因此, 利用  $K_{eff}$  代替  $\Delta K$ , 有:

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{2\pi\sigma_H^2} (K_{max} - K_{th})^2 \quad (4-27)$$

当应力比  $R = 0$  时,  $K_{\max} = \Delta K$ ,  $K_{th} = \Delta K_{th}$ ,  $K_{eff} = \Delta K_{eff}$ , 则:

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{2\pi\sigma_{ff}^2} (K_{\max} - K_{th})^2 = M (\Delta K - \Delta K_{th})^2 \quad (4-28)$$

式中,  $M = \frac{1}{2\pi\sigma_{ff}^2}$  为疲劳裂纹扩展系数。由前面分析可知, 在稳定区裂纹以条纹机制扩展, 根据固体材料的理论强度, 约为  $0.1E$  [207]。令  $\sigma_{ff} = 0.1E$ , 则有:

$$M = \frac{1}{2\pi(0.1E)^2} = \frac{15.9}{E^2} \quad (4-29)$$

将式(4-29)代入式(4-28), 得:

$$\frac{da}{dN} = \frac{15.9}{E^2} (\Delta K - K_{th})^2 \quad (4-30)$$

公式(4-30)为文献[208]提出的裂纹扩展模型, 此模型可用来描述裂纹在稳定扩展部区的扩展。由式(4-30)可以看出, 该模型体现出裂纹扩展的抗力  $E$ 、 $\Delta K_{th}$  与扩展驱动力  $\Delta K$  的关系。此外, 该模型的优点是不含有待确定的参量, 在工程中应用比较方便。

当裂纹在稳定扩展阶段  $\Delta K \gg K_{th}$ , 则  $(\Delta K - K_{th})^2 \rightarrow \Delta K^2$ , 由式(4-30)可得出裂纹在稳定扩展区域 (区域 II) 的表达式为:

$$g_2(\Delta K, E, ) = \frac{15.9}{E^2} \Delta K^2 \quad (4-31)$$

#### 4.4.2.2 裂纹在近门槛值区的扩展率 (区域 I)

近门槛区的裂纹扩展, 可以理解为: 当应力强度因子  $\Delta K$  逐渐增大时, 由不扩展区域向非连续扩展直至稳定扩展的一种加速进化过程, 或者认为是裂纹稳定扩展行为的退化行为。在此阶段的扩展率函数  $g_1(\Delta K, \Delta K_{th})$  应能体现出裂纹内部抗力  $\Delta K_{th}$  与近门槛区的外部驱动力  $\Delta K$  之间的关系; 体现门槛值  $\Delta K_{th}$  的存在, 即当  $\Delta K \rightarrow \Delta K_{th}$  时, 扩展函数  $g_1(\Delta K, \Delta K_{th}) \rightarrow 0$ ; 当  $\Delta K > \Delta K_{th}$  时, 要能体现出退化机制的消失, 即函数  $g_1(\Delta K, \Delta K_{th})$  趋近于 1。扩展函数  $g_1(\Delta K, \Delta K_{th})$  随  $\Delta K$  减小退化的速率与实验结果吻合 [207]。

根据以上分析以及经验模型 [203-206], 可构建如下裂纹在近门槛区的函数关系式:

$$g_1(\Delta K, \Delta K_{th}) = \left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K}\right)^m \quad (4-32)$$

式中,  $m$  为退化速率相关的参数, 由大量的试验数据拟合,  $m = 1/2$  [207]。

#### 4.4.2.3 裂纹在快速扩展区的扩展率（区域 III）

目前对于裂纹在快速扩展区域的描述，提出了很多经验模型，解释了断裂韧度  $K_C$  与扩展率的关系，但大多模型存在一些物理意义不明确的参数，如式(4-18)、(4-19)、(4-22)。这也是这类模型不便于在工程上应用的原因。在此阶段的扩展率  $g_3(\Delta K, K_C)$  应能体现出裂纹在快速扩展区域的驱动力  $\Delta K$  同内部抗力  $K_C$  之间的关系；即当驱动力  $K_{\max} \rightarrow K_C$ ，函数  $g_3(\Delta K, K_C)$  趋近于无穷大。当  $K_{\max} < 0.65$  时， $g_3(\Delta K, K_C) \approx 1$ ， $K_{\max} > 0.65$  时， $g_3(\Delta K, K_C) \geq 1$ ，随  $K_{\max}$  的增大而增大<sup>[180]</sup>。

根据以上分析，可构建如下裂纹在快速扩展区域的函数关系式<sup>[203-208]</sup>：

$$g_3(\Delta K, K_C) = \left( \frac{0.65K_C}{K_C - K_{\max}} \right)^n \quad (4-33)$$

考虑到应力比  $R$  的影响，有：

$$K_{\max} = \Delta K / (1 - R) \quad (4-34)$$

把式(4-34)代入(4-33)得：

$$g_3(\Delta K, K_C) = \left( \frac{0.65(1-R)K_C}{K_C(1-R) - \Delta K} \right)^n \quad (4-35)$$

式中， $n$  为加速扩展速率常数，根据大量的试验数据拟合， $n = 2/3$ <sup>[205]</sup>。

#### 4.4.2.4 修正的广义裂纹扩展模型

将式(4-31)、(4-32)、(4-35)代入式(4-23)，有：

$$\frac{da}{dN} = \left( 1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{15.9}{E^2} \Delta K^2 \right) \left( \frac{0.65(1-R)K_C}{K_C(1-R) - \Delta K} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4-36)$$

式(4-36)描述三个区域裂纹扩展行为的广义裂纹扩展公式。它由控制材料的裂纹扩展三个基本参量（弹性模量  $E$ ，裂纹断裂门槛值  $\Delta K_{th}$ ，断裂韧度  $K_C$ ）和外部载荷参量构成（应力强度因子  $\Delta K$ ，应力比  $R$ ）构成。

随机载荷下疲劳裂纹的扩展速率不仅取决于  $\Delta K$ ，还取决于以前的载荷历程，当载荷历程不同时，虽然当时的应力强度的因子范围相同，但裂纹尖端前缘的形状、方向、钝化情况与残余应力情况并不相同，因此，裂纹的扩展速率也不相同，即载荷历程对以后的循环的裂纹扩展有干涉效应。如，当有过峰载荷时，将使以后若干循环的裂纹扩展速率减少，周期性的加载则将加强这一效应。因此随机载荷下的裂纹扩展速率比恒定载荷下裂纹扩展的速率要快。

经过大量的理论研究及实验证明<sup>[4]</sup>，对于稳定的随机载荷，其疲劳裂纹扩展的

驱动力由应力强度因子的范围的均方值  $\Delta K_{rms}$  来表示, 即:

$$\Delta K_{rms} = \Delta \sigma_{rms} \sqrt{\pi a} \quad (4-37)$$

式中,  $\Delta \sigma_{rms}$  为应力范围的均方值。

把式(4-37)带入式(4-36), 得到随机载荷下疲劳裂纹的广义扩展公式为:

$$\frac{da}{dN} = \left( 1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K_{rms}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{15.9}{E^2} \Delta K_{rms}^2 \right) \left( \frac{0.65(1-R)K_C}{K_C(1-R) - \Delta K_{rms}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4-38)$$

## 4.5 剩余寿命的估算

### 4.5.1 初始裂纹尺寸 $a_0$ 的确定

利用断裂力学方法预测裂纹扩展寿命的一个关键问题, 是初始裂纹尺寸  $a_0$  的确定。通常初始裂纹  $a_0$  可以按下述方法确定<sup>[4, 17]</sup>:

(1) 利用无损检测测定出初始裂纹。

(2) 当用不能检测裂纹缺陷时, 可取初始缺陷尺寸为该种检测方法的阈值。在一般情况下, 对于超声波探测, 可取  $a_0 = 2\text{mm}$ 。

初始缺陷裂纹尺寸对零件的裂纹扩展有显著的影响, 因此正确的评估  $a_0$  的值, 对疲劳寿命的预测至关重要。当给定零件的尺寸及寿命, 也可以反过来估算容许初始缺陷尺寸。当容许初始缺陷小于所检测仪器的灵敏度时, 必须更换无损检测的方法, 加大零件尺寸, 或者选用裂纹扩展率比较小的材料。

### 4.5.2 临界尺寸 $a_c$ 的确定

临界尺寸的确定要遵循以下原则<sup>[4]</sup>:

(1) 零件截面应力应小于或者等于强度极限  $\sigma_b$ 。

(2) 应力强度因子  $\Delta K$  小于快速扩展区的应力强度因子值。无法获取这一数据时, 可以利用断裂韧性  $K_C$  的下届值代替。

### 4.5.3 疲劳裂纹扩展寿命计算

如果每个循环块的裂纹的扩展速率为:

$$\frac{da}{d\lambda} = \sum_{i=1}^n \left[ n_i \left( \frac{da}{dN} \right)_i \right] \quad (4-39)$$

式中,  $\frac{da}{d\lambda}$  为每循环块的裂纹的扩展速率。

则以循环块计数的裂纹扩展寿命为:

$$\lambda = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{\sum_{i=1}^n \left[ n_i \left( \frac{da}{dN} \right)_i \right]} \quad (4-40)$$

式中,  $n_i$  第  $i$  级载荷在每循环块中出现的次数;  $\left( \frac{da}{dN} \right)_i$  为第  $i$  个载荷作用下的裂纹的扩展速率;  $k$  的载荷的水平数。

## 4.6 算例分析

### 4.6.1 裂纹扩展率模型的验证

为了验证本章所提出的广义裂纹扩展率的准确性及可行性, 利用来自文献[15, 16, 17, 75, 156]几种合金材料的疲劳裂纹扩展速率试验数据进行验证。材料的性能参数见表4-1, 试样的形状、(平面应力或应变) 状态和几何参数等参见文献[156]。根据表4-1的材料参数及试验结果绘制不同材料裂纹扩展率的曲线图如图4-5至图4-10所示。

比较图4-5~4-10的试验数据和预测结果可知, Forman模型描述裂纹在稳定区及快速扩展区域的裂纹扩展过程, 在近门槛值附近与试验结果偏差较大; Elber模型在门槛值附近和稳定扩展区对裂纹的描述同试验数据相吻合, 在快速扩展区域与试验数据吻合不好; 赵永翔模型、和本章所提出广义裂纹扩展模型均可描述裂纹扩展的整个过程; 广义裂纹扩展率模型的提出, 能体现出三种主要影响裂纹扩展的参数同扩展率的关系, 反映出裂纹在不同扩展阶段的扩展规律, 获得了更好的逼近效果, 使的预测结果与试验数据更为吻合; 此外, 模型简单, 无意义不明确的参数, 便于在工程实际中应用。

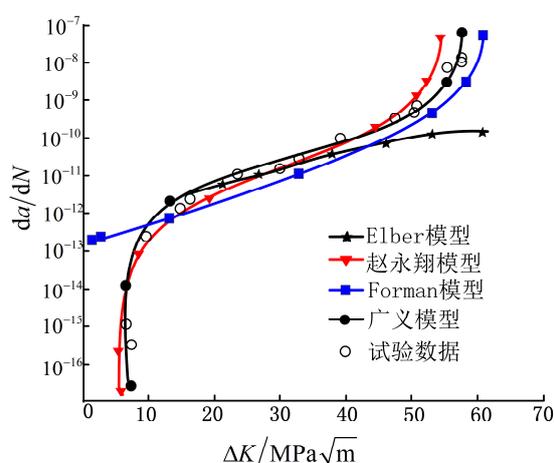


图 4-5 40Cr 裂纹扩展曲线 ( $R=1$ )

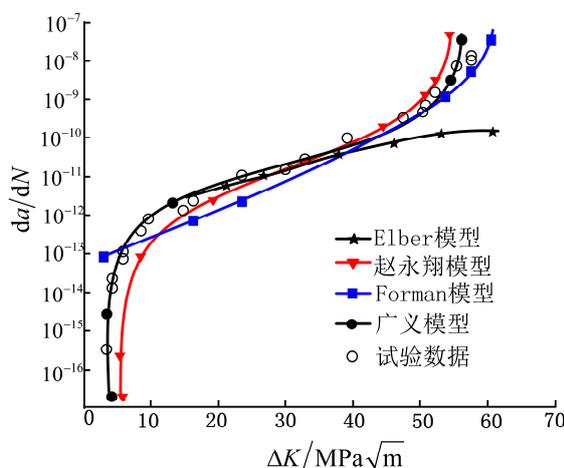


图 4-6 42CrMo 裂纹扩展曲线 ( $R=0.5$ )

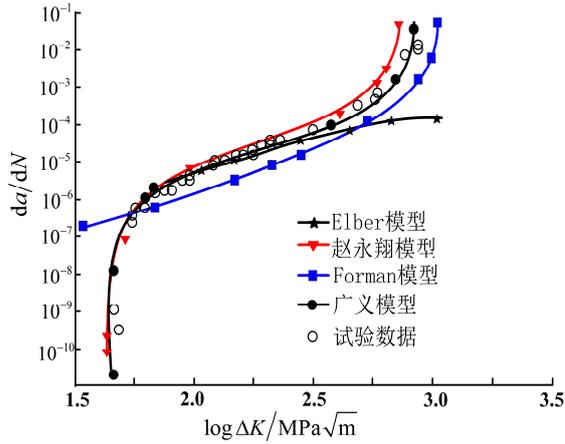


图 4-7 LZ50r 纹扩展曲线 ( $R = 0$ )

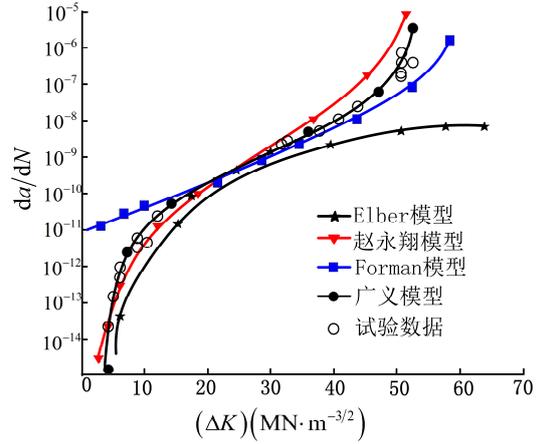


图 4-8 16Mn 裂纹扩展曲线 ( $R = 0.2$ )

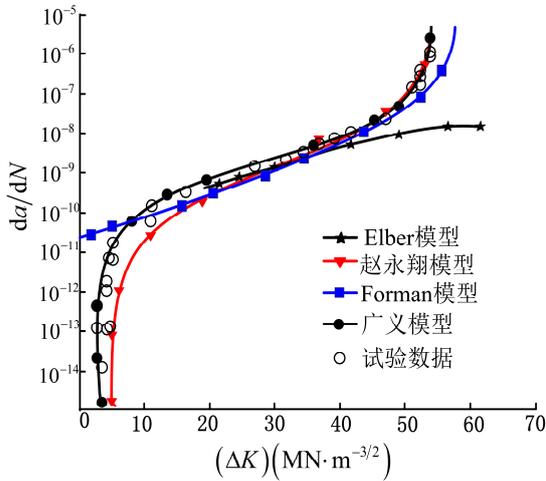


图 4-9 16Mn 裂纹扩展曲线 ( $R = 0.4$ )

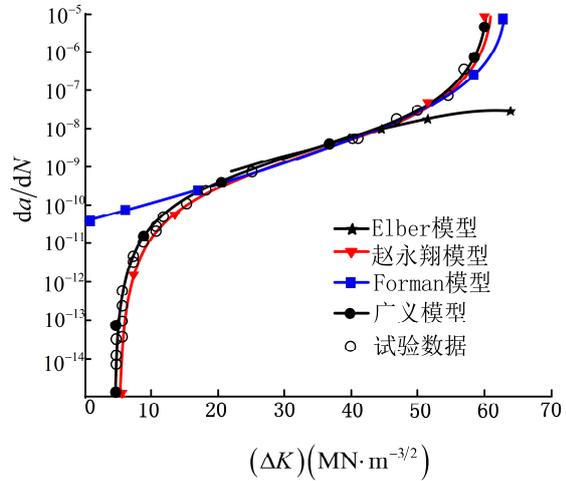


图 4-10 16Mn 裂纹扩展曲线 ( $R = 0.6$ )

表4-1 材料的参数及其特性数据

材料名称	40Cr	LZ50	42CrMo	16Mn		
状态	调制状态	正火回火	850油淬	热轧		
$R$	1	0	0.5	0.2	0.4	0.6
$\Delta K_{th}$ ( $\text{MN} \cdot \text{m}^{-3/2}$ )	9.72	77.77	6.92	9.6	6.91	6.68
$\Delta K_{IC}$ ( $\text{MN} \cdot \text{m}^{-3/2}$ )	1960	1341.06	112.2	189	182	167
$\sigma_s$ (MPa)	805	329.94	1024	873		
$\sigma_b$ (MPa)	940	628.96	917	937		
$n$	0.14	0.1702	0.173	0.153		
$\varepsilon_f$	0.3294	0.5433	0.3293	0.41		
$E$ (GPa)	210	209.75	185	206		

## 4.6.2 疲劳剩余寿命的估计

在本节利用上节中所提出的广义裂纹扩展率，对工程实例进行疲劳寿命的估算。

### 4.6.2.1 转子的疲劳寿命估算

算例来自文献[156]，图4-10为发电机转子的裂纹示意图，材料为34CrNi3Mo，材料的力学性能为  $\sigma_b = 686\text{MPa}$ ， $\sigma_s = 549\text{MPa}$ ，弹性模量为  $E = 549\text{GPa}$ ， $K_{IC} = 549\text{MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ ，最危险裂纹尺寸及位置为  $H = 350\text{mm}$ ， $2a_0 = 70\text{mm}$ （假设为圆片状裂纹），轴转速为3600rpm，估算其至断裂时的疲劳寿命。

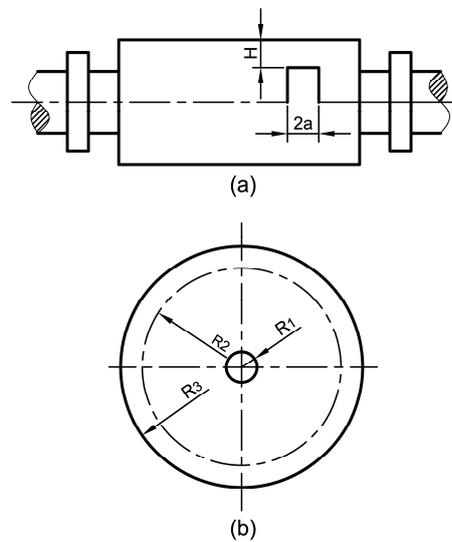


图 4-11 发电机转子的裂纹示意图

转子的横截面如图4-11(b)所示，计算应力时，做以下假设：转子嵌线槽以外的区域，以片状结构处理，考虑离心力对中心部分影响；从中心部到线槽根部，作为轴来处理，此轴受均匀外载荷  $p$  和自身离心力作用。

此时外载荷为  $p$ ，片状区的平均密度为  $\rho_1$ ，转子的角速度为  $\omega$ ，则有：

$$\sigma_i = \sigma_i'' + \sigma_i' = \frac{3+V}{8} \rho \omega^2 \left( R_2^2 + R_1^2 + \frac{R_1^2 R_2^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2 \right) + \rho \omega^2 \frac{(R_3^3 - R_2^3)}{3(R_2^2 - R_1^2)} \left( 1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right) \quad (4-41)$$

$$p R_2 d\theta = \int_{R_2}^{R_3} \rho_1 r d\theta dr \omega^2 r \quad (4-42)$$

$$p = \frac{1}{3} \rho_1 \omega^2 (R_3^3 - R_2^3) / R_2 \quad (4-43)$$

周向应力的计算:

假设转子体的密度为 $\rho$ ，泊松比为 $\nu$ 。在半径为 $R_2$ 的圆周上，由于载荷 $p$ 的作用引起切向力 $\sigma'_t$ ，利用厚壁圆筒公式计算，有：

$$\sigma'_t = \frac{pR_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \left( 1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right) \quad (4-44)$$

由转子引起的离心力为：

$$\sigma''_t = \frac{3+V}{8} \rho \omega^2 \left( R_2^2 + R_1^2 + \frac{R_1^2 R_2^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2 \right) \quad (4-45)$$

转子的总周向应力为：

$$\sigma_t = \sigma'_t + \sigma''_t = \frac{pR_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \left( 1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right) + \frac{3+V}{8} \rho \omega^2 \left( R_2^2 + R_1^2 + \frac{R_1^2 R_2^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2 \right) \quad (4-46)$$

式中， $V = \frac{\nu}{1-\nu}$ ，泊松比 $\nu = 0.3$ ，则 $V = 0.427$ 。

本例所用的数据<sup>[156]</sup>如下：

对于钢： $\rho = 77 \times 10^{-3} / 980 \text{N} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}^4$ ，

对于铜： $\rho_1 = 88.3 \times 10^{-3} / 980 \text{N} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}^4$ ，

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 377 / \text{s}，$$

$R_1 = 5 \text{cm}$ ， $R_2 = 28.3 \text{cm}$ ， $R_3 = 42.6 \text{cm}$ ，缺陷半径 $r = 42.6 - 35 = 7.6 \text{cm}$ 。

将上述数据代入，则缺陷处的周向应力为：

$$\sigma_t = 177 \text{MPa} \quad (4-47)$$

计算临界尺寸，根据应力强度因子公式有：

$$\Delta K = \frac{2}{\pi} \sigma \sqrt{\pi a} \quad (4-48)$$

当 $\Delta K_I = K_{IC}$ ， $a \approx a_c$ ，则临界尺寸为：

$$a_c \approx 151 \text{mm} \quad (4-49)$$

估算裂纹的扩展寿命：转子从 $a_0 = 35 \text{mm}$ 扩展到 $a_c \approx 151 \text{mm}$ 的疲劳寿命。

根据本章提出的裂纹扩展率模型，有：

$$N_P = \int_{35}^{151} \frac{E^2 da}{4.8 (\Delta K - \Delta K_{th})^2 \left( \frac{1}{\Delta K} - \frac{1}{(1-R)K_C} \right)^{\frac{2}{3}}} = 1.173 \times 10^6 \text{(次)} \quad (4-50)$$

文献[156]采用Paris公式计算转子的寿命预测值为：

$$N_p = \frac{1}{\left(1 - \frac{m}{2}\right) C_1 (\Delta\sigma)^m} \left[ a_c^{\left(1 - \frac{m}{2}\right)} - a_0^{\left(1 - \frac{m}{2}\right)} \right] = 1.1513 \times 10^6 \text{ (次)} \quad (4-51)$$

材料34CrNi3Mo的性能参数  $C_1$  为:

$$C_1 = C\alpha^m \pi^{m/2} = 0.0059 \times 10^{-9} \quad (4-52)$$

对比式(4-48)和式(4-50)结果,可以看出,通过本章提出的广义裂纹扩展率估算的裂纹扩展寿命大于Paris公式预测的结果,这是因为Paris公式只考虑了裂纹在稳定扩展区域的寿命,结果比较保守,而广义裂纹扩展率则考虑了裂纹在三个扩展期的寿命。

此外,若取临界尺寸为原来的1/2,即  $a_c \approx 75.5\text{mm}$ ,则:

$$N_p = \int_{35}^{75.5} \frac{E^2 da}{4.8(\Delta K - \Delta K_{th})^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{\Delta K} - \frac{1}{(1-R)K_C} \right)} = 1.03 \times 10^6 \text{ (次)} \quad (4-53)$$

若临界尺寸  $a_c$  不变,初始尺寸  $a_0$  为原来的1/2,即  $a_0 = 17.5\text{mm}$ ,则:

$$N_p = \int_{17.5}^{151} \frac{E^2 da}{4.8(\Delta K - \Delta K_{th})^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{\Delta K} - \frac{1}{(1-R)K_C} \right)} = 5.68 \times 10^6 \text{ (次)} \quad (4-54)$$

由此可见,临界尺寸  $a_c$  对疲劳裂纹扩展寿命的影响较小,而初始尺寸  $a_0$  对寿命影响较大。因此,在估算剩余寿命时,必须谨慎的确定初始尺寸  $a_0$ 。

#### 4.6.2.2 齿轮疲劳寿命预测

以齿根含裂纹的齿轮为例<sup>[209]</sup>。齿轮材料为:42CrMo,材料的断裂韧性为:  $K_{Ic} = 2620\text{N}\cdot\text{mm}^{-3/2}$ ,齿顶施加10000N法向载荷。图4-12应力强度因子随裂纹面积增大的变化曲线,当裂纹面积大约为  $6.6\text{mm}^2$ 时,  $K_{max}$  达到  $2628\text{N}\cdot\text{mm}^{-3/2}$ ,超过了材料的断裂韧性,即发生失稳扩展,估算裂纹扩展寿命。

采用本章提出的广义裂纹扩展率方程,对其进行寿命的预测,图4-13为齿根疲劳裂纹扩展寿命的估算结果。在裂纹扩展的初始阶段,其扩展速度较为缓慢,随着循环次数的不断增加,裂纹以较快的速度扩展,齿根裂纹疲劳扩展寿命大约为  $3.00 \times 10^5$  次应力循环。

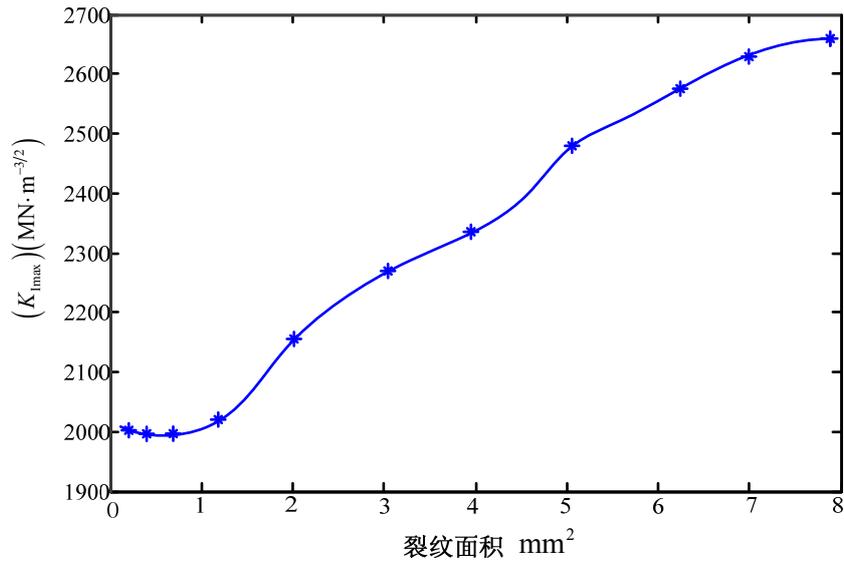


图 4-12 应力强度因子随裂纹面积的变化率

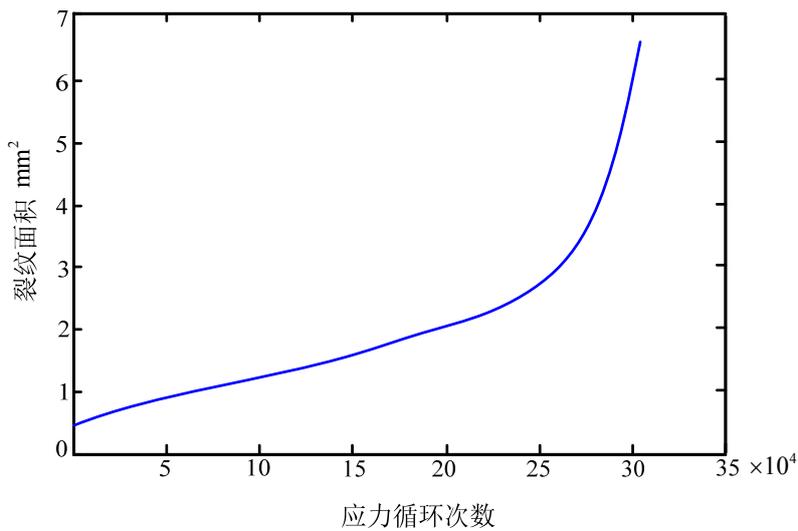


图 4-13 齿根裂纹扩展寿命估算

## 4.7 本章小结

工程中常用裂纹扩展公式有 Paris、Forman 等公式。其中，Paris 公式应用最为广泛，也是疲劳断裂理论的基础，适用于描述裂纹在稳定区域的扩展，但其没有考虑平均应力效应对寿命的影响；Forman 公式考虑了平均应力和材料断裂韧性  $K_c$  的影响，适用于描述稳定扩展和失稳断裂，此外，这些模型存在一些物理意义不明确的参数，不能描述裂纹在整个扩展区域的扩展率。针对这些问题，本章基于疲劳裂纹的断裂机理及不同阶段裂纹扩展的规律，提出了一种广义的裂纹扩展率模型，该

模型简单，不含无明确物理意义的待定参量。经过数据验证，该模型能与试验数据较好的吻合，反应疲劳裂纹在不同扩展阶段的扩展规律。

## 第五章 考虑强度退化失效相关的疲劳可靠性分析

### 5.1 引言

对于机械零部件来说,无论是在产品早期的设计、生产,还是后期的使用、维护过程中,可靠性都是一个非常重要的指标。而传统可靠性模型通常是把载荷和强度看作静态,但在实际工程过程中,尤其对于疲劳过程,由于零部件的材料性能、所处服役环境、服役时间、荷载效应的变化及其它各种因素的影响,可靠性指标、产品的性能一般会随服役时间的增加而出现逐渐衰减退化的趋势,这一衰减退化的过程是一个动态时变的过程;此外,大多数机械零件存在多种失效模式,由于不同失效模式状态方程参数的相关性,以及外部激励载荷作用的同源性,使得不同失效模式之间存在相关性。目前传统机械零部件的可靠性模型缺乏考虑失效模式的相关性、未能全面反映载荷历程、强度退化、结构特征等要素,不能较好地表征并描述工程实际中存在的确定性因素,因此,难以准确地评估机械结构的可靠性。

本章将考虑疲劳过程中材料强度性能退化规律、强度的衰减对材料寿命的影响、材料和载荷的随机性,通过故障物理分析,推导结构强度及载荷的概率分布,建立系统疲劳时变可靠性评估方法,同时,根据不同失效退化量间之间的相关性,建立多失效模式相关的 Copula 综合可靠性评估模型。

### 5.2 疲劳时变可靠性模型

从可靠性分析的角度来看,通常我们在进行静强度分析时,所关心的是“是否失效”的问题,只需考虑应力和强度这两个物理量,采用静态的应力-强度干涉模型来分析其可靠度<sup>[111]</sup>;而在进行疲劳可靠性分析时,不仅要考虑“是否失效”,同时还必须考虑失效出现在什么时间,这时不仅需要考虑应力和强度,还要考虑与时间、载荷作用的次数等与寿命指标相关的物理量。相对于静强度问题,疲劳可靠性问题,应考虑更多的物理量,包括累积损伤的计算,才可了解结构处于什么状态时,是安全可靠的<sup>[210-212]</sup>。

假设零件的应力  $s$  的概率密度和累积分布分别  $f_s(s)$  和  $F_s(s)$ , 强度  $\delta$  的概率密度函数为  $f_\delta(\delta)$ , 依据应力-强度干涉理论,零件的可靠度为<sup>[110]</sup>:

$$\begin{aligned} R &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_\delta(\delta) \int_{-\infty}^{\delta} f_s(s) ds d\delta \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_\delta(\delta) F_s(\delta) d\delta \end{aligned} \quad (5-1)$$

式(5-1)为传统的应力-强度干涉模型, 说明了应力与强度这两个随机变量在某一时刻概率的相对大小, 对于疲劳可靠度随载荷作用次数的变化未能体现。

参考文献[80], 根据顺序统计量理论, 若载荷(应力)累积分布函数为 $F_X(s)$ , 概率密度函数 $f_X(s)$ , 用 $X$ 表示 $n$ 个载荷(应力)样本 $(s_1, s_2, \dots, s_n)$ 中的最大值(即等效应力或等效载荷), 因此当随机载荷作用 $n$ 次时, 等效应力概率密度函数 $f_X(s)$ 和累积分布 $F_X(s)$ 可分别表示为<sup>[210]</sup>:

$$f_X(s) = n[F_s(s)]^{n-1} f_s(s) \quad (5-2)$$

$$F_X(s) = [F_s(s)]^n \quad (5-3)$$

例如, 若载荷 $s$ 服从正态分布 $s \sim N(\mu_s, \sigma_s)$ , 则载荷作用 $n$ 次时, 等效载荷的累积分布函数 $F_X(s)$ 为:

$$F_X(s) = \left\{ \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left[-\frac{(s-\mu_s)^2}{2\sigma_s^2}\right] ds \right\}^n \quad (5-4)$$

等效概率密度函数 $f_X(s)$ 为:

$$f_X(s) = n \left\{ \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left[-\frac{(s-\mu_s)^2}{2\sigma_s^2}\right] ds \right\}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left[-\frac{(s-\mu_s)^2}{2\sigma_s^2}\right] \quad (5-5)$$

把式(5-2)、(5-3)代入式(5-1), 单一失效模下载荷作用 $n$ 次时, 零件的可靠度模型为:

$$\begin{aligned} R(n) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_\delta(\delta) \int_{-\infty}^{\delta} n[F_s(s)]^{n-1} f_s(s) ds d\delta \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_\delta(\delta) [F_s(s)]^n d\delta \end{aligned} \quad (5-6)$$

## 5.3 考虑强度退化的零部件疲劳时变可靠性模型

### 5.3.1 剩余强度退化理论

机械零部件的材料内部累积损伤在循环载荷作用下不断的增加, 导致其性能则不断退化, 剩余寿命减少<sup>[80]</sup>。研究和确定材料的强度退化对准确预测疲劳可靠性有着重要工程的意义<sup>[80,232,233]</sup>。

剩余强度的概念为: 结构在服役一段时间后抵御外载荷的能力, 同加载的方式及载荷的作用次数密切相关, 即:

$$\delta(n) = f(n, S_{\max}, R) \quad (5-7)$$

式中,  $\delta(n)$ 是指构件在服役一段时间的剩余强度,  $S_{\max}$ 是指承受交变载荷的最大值,  $R$ 是指载荷的应力比。

$$R = \frac{S_{\min}}{S_{\max}} \quad (5-8)$$

剩余强度应满足以下两个边界条件:

$$\delta(0) = \sigma_b \quad (5-9)$$

$$\delta(N) = S_{\max} \quad (5-10)$$

### 5.3.2 基于疲劳损伤的剩余强度退化模型

经过大量研究表明,不同的材料,其强度衰减退化方式是不同的。从金属材料疲劳损伤机理看,加载初期,零件在疲劳载荷作用下产生的缺陷,例如错位、滑移、空洞等对零件强度影响较小,但在后期由于缺陷而导致的裂纹使零部件的强度快速降低,从而发生疲劳破坏。因此对于金属来说,其剩余强度开始衰减退化得比较慢,但当加载循环比  $\beta$  接近于1时则急剧减少,从而发生疲劳破坏。

国外很多学者提出了多种剩余强度衰减退化理论<sup>[157, 235, 236]</sup>。Broutman等根据玻璃纤维复合材料(GFRP)的疲劳试验提出了一个剩余强度的线性衰减模型:

$$\delta(n) = \delta(0) - [\delta(0) - S_{\max}] \left[ \frac{n}{N_f} \right] \quad (5-11)$$

式中,  $\delta(0)$ 是静拉伸强度;  $N_f$ 是对应于载荷的疲劳寿命。此模型假定剩余强度  $\delta(n)$  随循环比线性衰退。

Yang假设纤维复合材料强度的退化率与当时的剩余强度成正比,由此导出的模型为:

$$\delta^a(n) = \delta^a(0) - [\delta^a(0) - \delta_{\max}^a] \left[ \frac{n}{N_f} \right] \quad (5-12)$$

式中,  $a$  为一个常数。Hashin在以上模型的基础上,做一般化处理,得到如下模型:

$$\psi[\delta(n)] = \psi[\delta(0)] - [\psi[\delta(0)] - \psi[S_{\max}]] \left[ \frac{n}{N_f} \right] \quad (5-13)$$

此模型认为:疲劳寿命数据一般情况下都是用对数正态分布来描述的。上式中的函数  $\psi$  须通过大量的剩余强度试验才能确定,因此难以在实际工程中应用。

基于强度-寿命等效秩, Chou等给出的剩余强度退化模型为:

$$\delta^a(n) = \delta^a(0) - [\delta^a(0) - S_{\max}^a]^{1-i} n^{ia_i} \quad (5-14)$$

式中,  $i$  为试验待定常数,  $a$  为静强度双参数Weibull分布的形状参数,  $a_i$  为疲劳寿命双参数Weibull分布的形状参数。

Hahn依据试验结果得出的剩余强度模型为:

$$\delta^c(n) = \delta(0) - \beta^c k S^b n \quad (5-15)$$

式中  $c$ ,  $\beta$ ,  $k$ ,  $b$  都是依据试验来确定的待定常数。

Charewicz等提出剩余强度模型满足边界条件(5-10)。

$$\delta(n) = S_{\max} + [\delta(0) - S_{\max}] f\left(\frac{n}{N_f}\right) \quad (5-16)$$

Schaff 等认为在常幅载荷作用下, 剩余强度按幂指数规律退化:

$$\delta(n) = \frac{n}{N_f} - [\delta(0) - S_{\max}] \left[\frac{n}{N_f}\right]^c \quad (5-17)$$

式中,  $c$  通过剩余强度的退化试验数据确定。

剩余强度曲线随参数  $c$  的取值不同, 形状也不同。如图 5-1 所示。当  $c=1$  时, 式(5-17)成线性规律退化; 当  $c>1$  时,  $R(n)$  开始退化较慢, 后期快速下降; 当  $c<1$  时,  $R(n)$  开始退化较快, 后期退化慢; 当  $c \rightarrow \infty$  时,  $R(n)$  退化规律成为折线的形式。

国内一些学者也对疲劳剩余强度衰减退化进行了研究, 谢里阳、林晨等<sup>[81,156]</sup>基于试验研究了疲劳载荷引起的材料剩余强度衰退现象, 提出利用对数函数来描述强度模型:

$$\delta(n) = \delta_0 + \frac{(\delta_0 - \sigma_{\max}) \ln(n/N)}{\ln N} \quad (5-18)$$

姚卫星<sup>[9]</sup>根据断裂力学的基本知识, 解释了金属强度的退化规律。根据断裂力学可知:

$$K_I = SF\sqrt{\pi a} \quad (5-19)$$

式中,  $K_I$  为含裂纹元件的应力强度因子;  $S$  为载荷;  $a$  为裂纹长度, 是加载次数  $n$  的单调升函数;  $F$  为几何修正因子。当含裂纹元件的应力强度因子  $K_I$  达到材料的断裂韧性  $K_{IC}$  时, 元件断裂, 此时的应力  $\delta$  即为剩余强度  $\delta(n)$ :

$$\delta(n) = \frac{K_{IC}}{K_I} = \frac{K_{IC}}{SF\sqrt{\pi a(n)}} \quad (5-20)$$

吕文阁、谢里阳等<sup>[170]</sup>描述了在等幅应力作用下，疲劳过程中零部件的材料静强度衰减退化过程：

$$\frac{d\delta(n)}{dn} = -\sigma^p \sigma^{-q}(n) \quad (5-21)$$

式中， $\sigma$ 为循环载荷的水平， $n$ 为循环载荷的次数， $p$ 和 $q$ 为材料常数，与外在的加载频率、湿度、温度等因素相关。

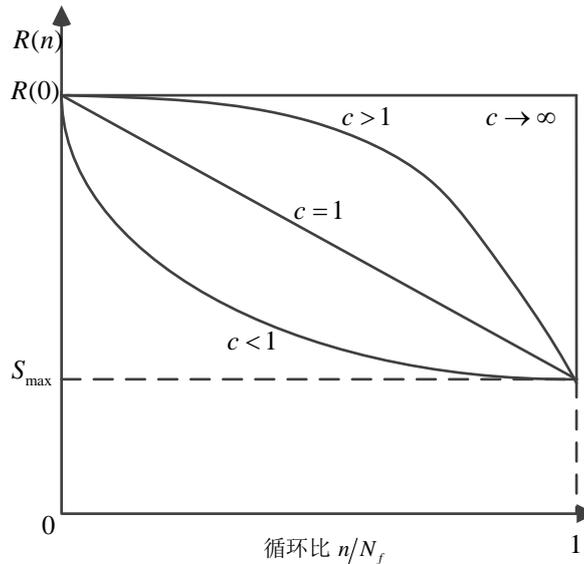


图 5-1 强度退化规律

从上述论述知，以上模型在一定程度上给出了较为符合强度衰减退化机理的解释。根据其推导原理，一般情况下可分为两类：宏观唯象模型和微观机理模型。宏观唯象模型由于需要大量的试验数据来估算参数，因此，目前大多数模型在工程应用中受到限制；微观机理模型是基于材料内部微观损伤的发展而推导的退化规律，但影响对材料内部退化机理因素众多，因此，这类模型还需进一步的研究。Philippidis 等对以上疲劳过程中的剩余强度模型进行试验和对比探讨<sup>[232]</sup>。

本文利用 Schaff 在恒幅载荷下的退化公式，基于等效损伤原理，推导变幅载荷作用下剩余强度的退化模型。假设构件在循环载荷  $\sigma_1$  下作用  $n_1$ ，则在  $n_1$  载荷后造成的损伤为  $D(n_1)$  为：

$$D(n_1) = \frac{n_1}{N_{f1}} \quad (5-22)$$

式中， $N_{f1}$  为与载荷  $\sigma_1$  相对应的疲劳寿命。

若在载荷  $\sigma_2$  下作用  $n_2$  次循环。根据等效损伤的原理，在载荷  $\sigma_2$  的作用下，循环  $\tilde{n}_2$  会造成相同的损伤，即  $D(\tilde{n}_2) = D(n_1)$ ，有：

$$\tilde{n}_2 = n_1 \frac{N_{f_2}}{N_{f_1}} \quad (5-23)$$

式中,  $N_{f_2}$  为与载荷  $\sigma_2$  相对应的疲劳寿命。

根据材料的  $S-N$  曲线, 有:

$$\sigma_1^m N_{f_1} = C \quad (5-24)$$

$$\sigma_2^m N_{f_2} = C \quad (5-25)$$

以上两式相除得:

$$\frac{N_{f_2}}{N_{f_1}} = \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^m \quad (5-26)$$

将式(5-26)代入式(5-23), 得:

$$\tilde{n}_2 = n_1 \frac{N_{f_2}}{N_{f_1}} = n_1 \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^m \quad (5-27)$$

那么, 在  $n_1$  和  $n_2$  次循环后, 零件的剩余强度为:

$$\delta(n_1 + n_2) = \delta(0) - [\delta(0) - \sigma_2] \left( \frac{\tilde{n}_2 + n_2}{N_2} \right)^{a_2} \quad (5-28)$$

则零件在载荷  $\sigma_3$  下经历  $n_3$  循环, 零件的剩余强度为:

$$\delta(n_1 + n_2 + n_3) = \delta(0) - [\delta(0) - \sigma_3] \left( \frac{n_3 + \tilde{n}_3}{N_2} \right)^{a_3} \quad (5-29)$$

式中,  $\tilde{n}_3 = (\tilde{n}_2 + n_2) \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_3} \right)^m = \left[ n_1 \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^m + n_2 \right] \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_3} \right)^m = \frac{n_1 \sigma_1^m + n_2 \sigma_2^m}{\sigma_3^m}$ 。

由此类推  $k$  级应力作用下, 零件结构的剩余强度为:

$$\delta(n_1 + n_2 + \dots + n_k) = \delta(0) - [\delta(0) - \sigma_k] \left( \frac{n_k + n_{k \dots 1}}{N_k} \right)^{a_k} \quad (5-30)$$

式中,  $n_{k \dots 1} = \frac{n_1 \sigma_1^m + n_2 \sigma_2^m + \dots + n_{k-1} \sigma_{k-1}^m}{\sigma_k^m} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} n_i \sigma_i^m}{\sigma_k^m}$ 。

运用文献[236]中 45 钢的试验数据, 静强度均值为 833.6MPa, 循环载荷为 310MPa 时所对应的疲劳寿命为  $N_f = 34875$ , 循环载荷为 833.6MPa 时所对应的寿命为  $N_f = 4928$ 。结合 310MPa 循环载荷作用下不同疲劳损伤与剩余强度的试验数据, 得到如图 5-2 所示结果, 验证了强度退化模型的正确性与可行性。

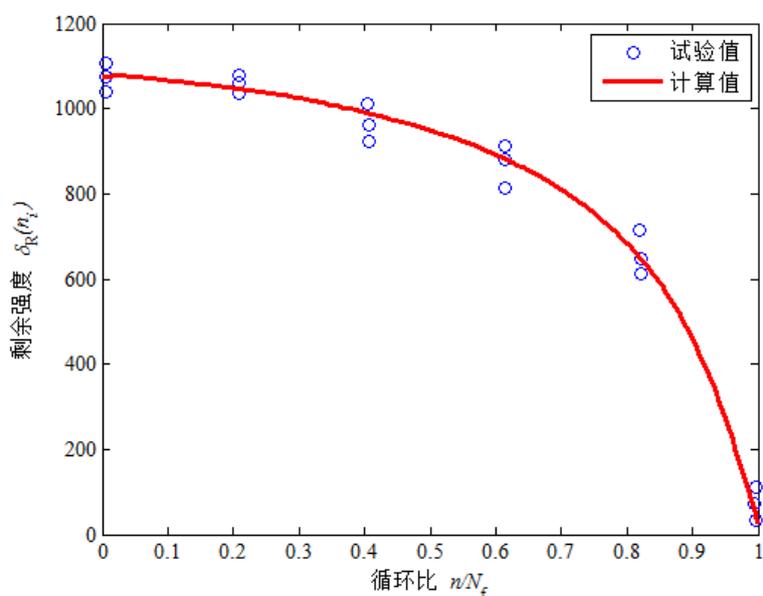


图 5-2 45 钢在应力 310MPa 下的强度退化试验值与计算值对比

由图 5-2 可看出,在循环载荷的前期以及中期,强度的退化近似于线性变化;而在后期,强度的变化较大,表现出“构件的突然死亡”特点。同时,试验值和估算值两者间的吻合较好,说明所提模型是可行的。

在实际工程中,零部件承受的大多数载荷为随机载荷。假设对随机载荷谱进行分析,  $f(\sigma_{\max})$  为峰值载荷的概率密度函数,总的循环数为  $n_t$ ,由上述推导可知,在载荷  $f(\sigma_{\max})$  下经历  $n_t$  次循环,等价于当量载荷  $\sigma_d$  经历  $n_t \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{\max}^m f(\sigma_{\max}) d\sigma_{\max} / \sigma_d^m$ , 则有:

$$\delta(n_t) = \delta(0) - [\delta(0) - \sigma_d] \left( \frac{n_t \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{\max}^m f(\sigma_{\max}) d\sigma_{\max}}{\sigma_d^m N_{fd}} \right)^{a_k} \quad (5-31)$$

式中,  $E(\sigma_{\max}^m) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{\max}^m f(\sigma_{\max}) d\sigma_{\max}$  为  $\sigma_{\max}$  的  $m$  阶矩。

### 5.3.3 剩余强度的分布

由以上分析可知,恒幅载荷作用下剩余强度  $\delta(n)$  是静强度  $\delta(0)$  的函数,即  $\delta(n) = g(\delta(0))$ 。因此,可以依据静强度  $\delta(0)$  的概率密度函数推导剩余强度的分布。假设静强度  $\delta(0)$  服从对数正态分布,即:

$$f(\delta(0)) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\ln \delta(0) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (5-32)$$

则:

$$E(\delta(0)) = e^{\mu+\sigma^2/2} \quad (5-33)$$

$$D(\delta(0)) = e^{2\mu+\sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) \quad (5-34)$$

则剩余强度的概率密度函数为:

$$f(\delta(n)) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\sigma} \frac{[\delta(n) - s_{\max}\beta^a]}{1-\beta^a}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\ln[\delta(n) - s_{\max}\beta^a] - \ln(1-\beta^a) - \mu}{\sigma} \right]^2 \right\} \quad (5-35)$$

则:

$$E(\delta(n)) = (1-\beta^a)^2 e^{\mu+\sigma^2/2} + s_{\max}\beta^a (1-\beta^a) \quad (5-36)$$

$$D(\delta(n)) = e^{2\mu+\sigma^2} (4\beta^a - \beta^{4a} - 2\beta^{2a}) \quad (5-37)$$

把式(5-36)、(5-37)代入式(5-35), 可推导出在随机载荷下的剩余强度  $\delta(n_t)$  的概率密度函数为:

$$f(\delta(n_t)) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi} \frac{[R(n_t) - s_d\beta'^{a_d}]}{1-\beta'^{a_d}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\ln[R(n_t) - s_d\beta'^{a_d}] - \ln(1-\beta'^{a_d}) - \mu}{\sigma} \right]^2 \right\} \quad (5-38)$$

式中,  $\beta' = n_t E(s_{\max}^m) / (s_d^m N_{fd})$  为当量载荷的循环比, 是当量载荷  $s_d$  作用下构件的疲劳寿命  $N_{fd}$  与等价于当量载荷的随机载荷的循环次数  $n_t E(s_{\max}^m) / s_d^m$  的比值。

由式(5-38), 可计算出剩余强度的均值和方差为:

$$\mu_{\delta(n)} = (1 - k'^{a_d}) e^{\mu+\sigma^2/2} + s_d k'^{a_d} (1 - k'^{a_d}) \quad (5-39)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\delta(n)}^2 = & e^{2\mu+\sigma^2} (-k'^{4a_d} - 2k'^{2a_d} + 4k'^{a_d}) + \\ & e^{\mu+\sigma^2/2} [2s_d k'^{a_d} (1 - k'^{a_d}) (k'^{2a_d} - 2k'^{a_d})] + \\ & s_d^2 k'^{2a_d} (1 - k'^{a_d})^2 + e^{2\mu+\sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) \end{aligned} \quad (5-40)$$

从以上的推导可以看出, 当初始强度  $\delta(0)$  服从对数正态分布时, 剩余强度  $\delta(n)$  在强度衰减退化过程中也符合对数正态分布的特征。

### 5.3.4 考虑强度退化的疲劳可靠性模型

产品本身对外部载荷的影响具有不确定性，同时工作环境也具有不确定性，这样必然导致恒幅载荷作用下产生载荷分散性。由于加工制造、装配调试等因素也会造成同批机械产品具有一定差异<sup>[234-235]</sup>。恒幅载下载荷的概率密度函数以及剩余强度的概率密度函数，分别利用  $L(s)$  与  $f(\delta(n))$  表示，则可靠性模型为：

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} L(s) ds \int_s^{\infty} f(\delta(n)) d\delta(n) \quad (5-41)$$

在随机载荷作用，承受的最大载荷  $s'$  的概率密度函数为  $L(s')$ ， $n_i$  次循环载荷作用下剩余强度  $\delta(n_i)$  的概率密度为  $f(\delta(n_i))$ ，则可靠性模型为<sup>[210]</sup>：

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} L(s') ds' \int_s^{\infty} f(\delta(n_i)) d\delta(n_i) \quad (5-42)$$

由上一小节分析可知，机械结构在疲劳循环载荷作用下，材料内部的损伤将会不断增加，则其性能不断退化，结构的疲劳强度也会不断衰减，因此结构疲劳可靠性分析中考虑强度的退化是必要的。

采用上节推导的强度退化函数，即：

$$f(\delta(n_i)) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi} \frac{[\delta(n_i) - s_d \beta'^{a_d}]}{1 - \beta'^{a_d}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\ln[\delta(n_i) - s_d \beta'^{a_d}] - \ln(1 - \beta'^{a_d}) - \mu}{\sigma} \right]^2 \right\} \quad (5-43)$$

若初始的强度  $\delta(0)$  为一定值，用事件  $A_n$  表示零件在经历循环载荷作用  $n-1$  次后不发生失效，第  $n$  次载荷作用后仍未失效，事件  $A_n$  发生的概率为<sup>[111]</sup>：

$$P(A_n | \delta) = \int_{-\infty}^{\delta(n-1)} f_s(s) ds = F_s[\delta(n-1)] \quad (5-44)$$

根据概率的乘法规律，则载荷作用  $n$  次时，零件的可靠度  $R(n|\delta)$  为：

$$\begin{aligned} R[n|\delta] &= R[n-1|\delta] P(A_n | \delta) \\ &= \prod_{i=1}^n P(A_i | \delta) \end{aligned} \quad (5-45)$$

把式(5-44)代入式(5-45)，得：

$$\begin{aligned} R[n|\delta] &= \prod_{i=1}^n \int_{-\infty}^{\delta(n-1)} f_s(s) ds \\ &= \prod_{i=1}^n F_s[\delta(i-1)] \end{aligned} \quad (5-46)$$

根据式(5-30)，零件在经历载荷作用  $i-1$  次后，剩余强度  $\delta(i-1)$  可表示为初始强度  $\delta$  和载荷的循环次数  $(i-1)$  的函数，式(5-46)可写为：

$$R[n|\delta] = \prod_{i=1}^n F_s[\delta, (i-1)] \quad (5-47)$$

考虑材料性能的分散性及工艺过程的不稳定性等影响因素。因此，零件的初始强度  $\delta$  也为一随机变量，假设零件初始强度的概率密度为  $f_\delta(\delta)$ ，根据全概率公式，当强度发生退化、载荷作用  $n$  时，零件的可靠度为：

$$\begin{aligned} R(n) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_\delta(\delta) R(n|\delta) d\delta \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_\delta(\delta) \prod_{i=1}^n F_s(\delta, i-1) d\delta \end{aligned} \quad (5-48)$$

## 5.4 考虑强度退化失效相关的可靠性模型

机械零件在服役期间，由于其自身的材料性能、载荷效应、运行工况的复杂性等影响，因此存在多种失效模式。由于激励作用的同源性和结构参数表征的同一性，使得不同失效模式之间存在相关性<sup>[198, 234]</sup>。

假设零件在外部载荷  $T$  作用下存在  $k$  种失效模式，则任何一种失效模式不发生的概率为：该失效模式所对应的强度退化量  $\delta_i$  小于该失效模式的失效阈值  $s_i$ ：

$$R_i(T) = P(\delta_i < s_i) = \int_{s_i}^{+\infty} f_i(\delta_i) d\delta_i, \quad i=1, 2, \dots, k \quad (5-49)$$

式中， $\delta_i$ ， $s_i$  并不是传统意义上的强度及应力，这里指广义载荷及强度，包括强度、温度、湿度、变形量等。

若多失效模式性能退化特征矢量为  $(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k)$ ，相关性采用 Copula 函数表示为  $C_\theta(u_1, u_2, \dots, u_k)$ ， $\theta$  是其相关程度的参数，则产品各失效模式之间的相关性作用体现为对任意  $(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k) \in R^k$ ，有：

$$P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_p \leq x_p) \geq \prod_{k=1}^p P(X_k \leq x_k) \quad (5-50)$$

对应的相关 Copula 函数映射为：

$$C_\theta(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_p}(x_p)) \geq \prod_{k=1}^p F_{X_p}(x_p) \quad (5-51)$$

式中， $\theta$  为相关性的参数。

### 5.4.1 Copula 函数

Copula 函数可以将一个联合概率密度函数分解成一个 Copula 密度函数和  $n$  个边际概率密度函数的乘积<sup>[237]</sup>，其中 Copula 密度函数用来描述变量之间的相关性。

联合概率密度函数描述的是整体的信息，边缘概率密度函数描述的是单变量的信息。

根据 Sklar 定理，若  $n$  个随机变量的联合分布函数及各个变量的边缘分布函数分别为  $F(X)$  和  $F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)$ ，那么 Copula 函数使得：

$$F(X) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \quad (5-52)$$

此外，若  $n$  个随机变量的联合概率密度函数及各个变量的边缘概率密度函数分别为  $f(X)$  和  $f_1(x_1), \dots, f_n(x_n)$ ，那么 Copula 函数使得：

$$f(X) = c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \prod_{i=1}^n f_i(x_i) \quad (5-53)$$

其中， $c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) = \frac{\partial^n C(u_1, \dots, u_n)}{\partial u_1 \dots \partial u_n}$ 。如果  $f_i(x_i)$  是连续函数，那么 Copula 函数是唯一确定的。

#### 5.4.2 性能退化相关参数 $\theta_i$ 估计

若零部件的  $n$  个试样，在时刻  $t_j (j=0, 1, \dots, m)$  的不同失效模式退化量为：

$$(\delta_{i1}(t_j), \delta_{i2}(t_j), \dots, \delta_{ik}(t_j))$$

根据两两是失效模式的退化量之间的散点图如图5-3或根据经验密度函数曲线的形状，来选择 Copula  $C_{\theta_i}(u_1, u_2, \dots, u_k)$  函数，来反映不同失效模式退化量之间的相关性；而性能退化参量  $(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k)$  的相关性随参数  $\theta_i$  随工作时  $t$  单调递增，采用极大似然估计法，来实现其动态退化量样本的估计<sup>[211-212]</sup>， $\{\theta_i\} = (\theta_{i0}, \theta_{i1}, \dots, \theta_{im})$ 。 $\theta_{ij}$  的似然函数为：

$$L(\theta_{ij}) = \prod_{i=1}^n \left[ c_{\theta_{ij}}(u_1, u_2, \dots, u_k) \times \prod_{m=1}^k f_{\delta_m}(\delta_{im}(t_j), \hat{\mu}_{\delta_m}(t_j), \hat{\sigma}_{\delta_m}(t_j)) \right] \quad (5-54)$$

式中： $\hat{\mu}_{\delta_m}(t_j)$  和  $\hat{\sigma}_{\delta_m}(t_j)$  为某种失效模式的性能退化参量的估计均值及方差， $c_{\theta_{ij}}$  是  $C_{\theta_{ij}}$  密度函数，即：

$$c_{\theta_{ij}} = \frac{C_{\theta_{ij}}(u_1, u_2, \dots, u_k)}{\partial u_1 \partial u_2 \dots \partial u_k} \quad (5-55)$$

对数似然函数为：

$$L(\theta_{ij}) = \sum_{i=1}^n \left[ c_{\theta_{ij}}(u_1, u_2, \dots, u_k) \right] + \sum_{m=1}^k f_{\delta_m}(\delta_{im}(t_j), \hat{\mu}_{\delta_m}(t_j), \hat{\sigma}_{\delta_m}(t_j)) \quad (5-56)$$

求解上式，确定  $\hat{\theta}_{ij} (j=0, 1, \dots, m)$ 。对时序  $\{\hat{\theta}_i\} = (\hat{\theta}_{i0}, \hat{\theta}_{i1}, \dots, \hat{\theta}_{im})$  进行确定性趋势

时序分析,即可预测出不同故障模式的退化量 $(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k)$ 之间的相关参数的估计值 $\hat{\theta}_{ij}$ 。

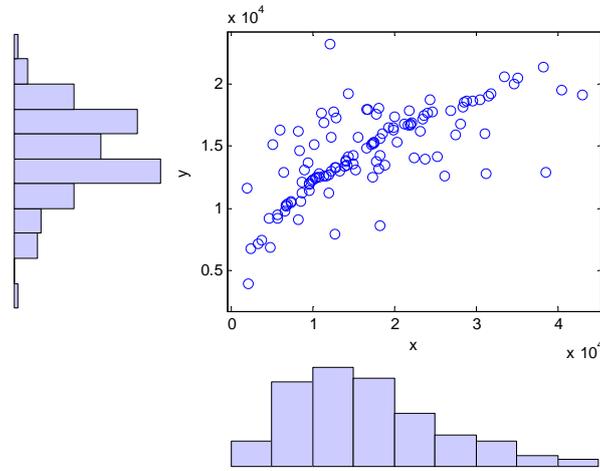


图 5-3 不同失效模式退化量的数据散点图

### 5.4.3 随机载荷作用下多失效相关的综合可靠性评估

实际工况下,机械零件的尺寸、材料的性能、热处理的方法、表面的质量等参数都会影响其强度,因此,强度退化失效阈值为—随机变量<sup>[232]</sup>,

由以上综合分析,这些影响因素不仅影响着强度的退化量 $\delta_k$ ,同时也影响强度退化的失效阈值 $s_k$ 。由此导致两者之间呈现负相关性。在综合作用影响因素下,强度退化速率越快,其失效阈值 $s_k$ 愈小<sup>[139]</sup>。

假设在 $t_d$ 时刻,利用 Copula  $\tilde{C}_{ak}(u, v)$  来表示强度的退化量 $\delta_k(t_d)$ 与失效阈值 $s_k$ 之间的负相关性,则在随机失效阈值下,不同失效模式相关性边缘失效概率为:

$$f_{\delta_i}(t_d) = P(\delta_i(t_d) > s_{if}) \\ = \int_0^{+\infty} g_{s_i}(s) \int_s^{+\infty} \frac{\partial \tilde{C}_{ak}(u, v)}{\partial u \partial v} \Big|_{\substack{u=F_{\delta_i}(t_d)(\delta) \\ v=G_{s_k}(s)}} f_{\delta_i}(\delta, \hat{\mu}_{\delta_m}(t_j), \hat{\sigma}_{\delta_m}(t_j)) d\delta ds \quad (5-57)$$

式中: $a_k$ 为两者负相关的程度。

若不考虑 $\delta_k(t_d)$ 与 $s_k$ 之间的负相关性,则:

$$\frac{\partial C_{ak}(u, v)}{\partial u \partial v} = \frac{\partial^2 uv}{\partial u \partial v} = 1 \quad (5-58)$$

把式(5-50)代入式(5-57),有:

$$\begin{aligned}
 f_{\delta_i}(t_d) &= P(\delta_i(t_d) > s_{if}) \\
 &= \int_0^{+\infty} g_{s_i}(s) \int_0^{+\infty} f_{\delta_i}(\delta, \hat{\mu}_{\delta_m}(t_j), \hat{\sigma}_{\delta_m}(t_j)) d\delta ds
 \end{aligned} \tag{5-59}$$

若不考虑失效阈值  $s_k$  的随机性,  $s_k = s_{kf}$ , 则有:

$$\begin{aligned}
 f_{\delta_i}(t_d) &= P(\delta_i(t_d) > s_{if}) \\
 &= \int_0^{+\infty} g_{s_i}(s) \int_0^{+\infty} f_{\delta_i}(\delta, \hat{\mu}_{\delta_m}(t_j), \hat{\sigma}_{\delta_m}(t_j)) d\delta ds
 \end{aligned} \tag{5-60}$$

## 5.5 算例分析

齿轮是典型的多失效模式并存的机械零件, 包括: 疲劳、磨耗、老化、腐蚀等。因此, 仅以单一模式失效模式进行齿轮的可靠性分析是与实际不相符的。本节先基于强度退化对某机构的一级齿轮为例, 分析其接触疲劳及弯曲疲劳分析; 再基于某航空齿轮的强度退化数据进行多失效模式相关性分析。

### 5.5.1 考虑强度退化的齿轮疲劳时变可靠性分析

以某机构减速器的一级齿轮传动为例, 各齿轮的主要参数如下, 小齿轮材料为 40Cr, 大齿轮材料为 35CrMo。传递功率为  $P = 9\text{kW}$ , 小齿轮的转速为  $n_1 = 720\text{rpm}$ , 传动比  $i = 6.25$ , 齿数  $z_1 = 24$ ,  $z_2 = 150$ , 模数  $m_1 = 10\text{mm}$ ,  $m_2 = 10\text{mm}$ , 齿宽  $B_1 = 170$ ,  $B_2 = 160$ , 压力角  $\alpha = 20^\circ$ , 制造精度为 7 级, 齿轮的表面粗糙度  $R_z = 3.2\mu\text{m}$ , 载荷有小的冲击, 单向传动<sup>[156, 233]</sup>。

#### 5.5.1.1 考虑强度退化的齿轮疲劳时变可靠性模型

齿面接触疲劳强度分析是以破坏性点蚀开始, 逐步发展为齿面损坏的极限状态, 接触应力可以根据 IS06336 计算, 其表达式为:

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{KF_t}{d_1 b} \cdot \frac{u \pm 1}{u} K_A K_V K_{H\beta} K_{Ha}} \tag{5-61}$$

接触强度为:

$$\sigma_{HS} = \sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X \tag{5-62}$$

则齿轮接触疲劳失效的功能函数为:

$$\begin{aligned}
 g_H &= \delta_{HS} - \sigma_H \\
 &= \sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X - Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{KF_t}{d_1 b} \cdot \frac{u \pm 1}{u} K_A K_V K_{H\beta} K_{Ha}}
 \end{aligned} \tag{5-63}$$

以上各式中参数的意义可参考GB3480-97，在这里就不一一表述，各参数的取值如表5-1<sup>[234]</sup>。

表 5-1 接触疲劳计算式中各参数的均值及其变异系数

变量	$F_t, N$	$K$	$K_A$	$Z_H$	$Z_H/N \cdot \text{mm}^{-2}$	$Z_\epsilon$	$Z_\beta$
均值	2982.4	1	1	2.45	189.8	0.78	0.99
变异系数	0.12	0.12	0	0	0.02	0	0
变量	$K_V$	$K_{H\beta}$	$K_{H\alpha}$	$Z_N$	$\sigma_{H\text{lim}}/N \cdot \text{mm}^{-2}$	$Z_L$	$Z_V$
均值	1.06	1.12	1.2	1.04	672.751	1.06	0.94
变异系数	0.0189	0.08	0.056	0.08	0.0375	0.03	0.02
变量	$Z_R$	$Z_W$	$Z_X$	$d_1/\text{mm}$	$b/\text{mm}$	$u$	
均值	0.87	1	1	59.426	50	3.207	
变异系数	0.02	0.02	0	0	0	0	

利用变异系数法求取接触应力的均值、变异系数及标准差：

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_H &= Z_H \bar{Z}_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{\bar{K} \bar{F}_t}{d_1 b} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \bar{K}_A \bar{K}_V \bar{K}_{H\beta} \bar{K}_{H\alpha}} \\ &= 497.78 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \end{aligned} \quad (5-64)$$

$$\begin{aligned} V_{\sigma_H} &= \left[ V_{Z_E}^2 + \frac{1}{4} (V_K^2 + V_{F_t}^2 + V_{K_V}^2 + V_{K_{H\beta}}^2 + V_{K_{H\alpha}}^2 + V_{K_V} V_{K_{H\alpha}} + V_{K_V} V_{K_{H\beta}}^2 + V_{K_{H\alpha}} V_{K_{H\beta}}) \right] \\ &= 0.108 \end{aligned} \quad (5-65)$$

$$s_{\sigma_H} = \bar{\sigma}_H V_{\sigma_H} = 497.78 \times 0.108 = 53.11 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5-66)$$

利用变异系数法求取接触强度的均值、变异系数和标准差：

$$\bar{\sigma}_{HS} = \bar{\sigma}_{H\text{lim}} \bar{Z}_{NT} \bar{Z}_L \bar{Z}_V \bar{Z}_R \bar{Z}_W Z_X = 606.51 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5-67)$$

$$V_{\sigma_{HS}} = (V_{\sigma_{H\text{lim}}}^2 + V_{Z_N}^2 + V_{Z_L}^2 + V_{Z_V}^2 + V_{Z_R}^2 + V_{Z_W}^2)^{\frac{1}{2}} = 0.098 \quad (5-68)$$

$$s_{\sigma_{HS}} = \bar{\sigma}_{HS} V_{\sigma_{HS}} = 606.51 \times 0.098 = 59.44 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5-69)$$

若接触应力和接触强度均服从正态分布，则根据应力-强度干涉模型，齿轮的接触疲劳可靠度为：

$$z_{R_1} = \frac{\bar{\sigma}_{HS} - \bar{\sigma}_H}{(\sigma_{\sigma_{HS}}^2 + \sigma_{\sigma_H}^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{606.51 - 491.78}{(59.44^2 + 53.11^2)^{\frac{1}{2}}} = 2.13 \quad (5-70)$$

$$R_H = \Phi(Z_{R_1}) = \Phi(1.637) = 0.982 \quad (5-71)$$

上述接触疲劳的可靠度是一固定值，不能反映随着齿轮啮合次数的增加，可靠度逐渐减低的特征。

根据式(5-7)，考虑载荷作用次数时，齿轮的接触疲劳可靠度随载荷作用次数变化如图 5-4 所示，齿轮的疲劳可靠度为：

$$R(n) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{59.44\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\delta_{HS}-606.51)^2}{2 \times (59.44)^2}} \left[ \frac{1}{53.11\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\delta_{HS}-497.78)^2}{2 \times (53.11)^2}} \right]^n d\delta_{HS} \quad (5-72)$$

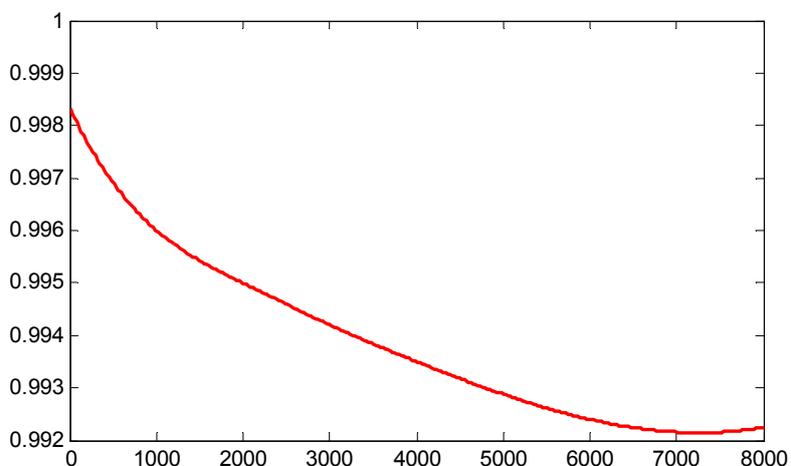


图 5-4 齿轮接触疲劳可靠度随载荷次数的变化

根据式(5-48)，则考虑强度退化时齿轮接触疲劳可靠度随载荷作用次数的变化如图 5-5 所示。

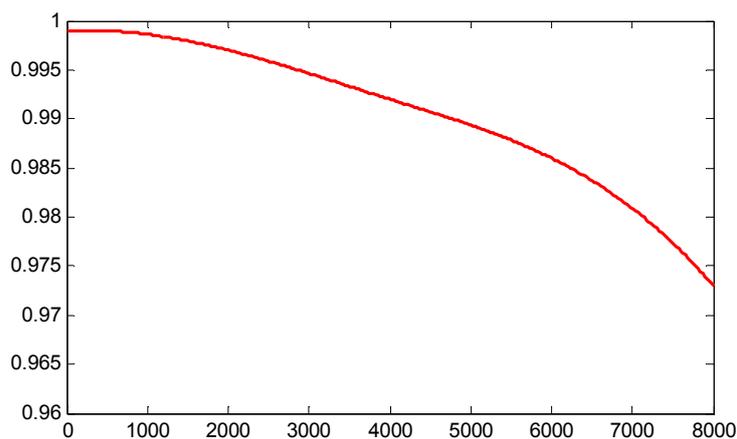


图 5-5 齿轮接触疲劳可靠度随载荷次数的变化(考虑强度退化)

### 5.5.1.2 齿轮弯曲疲劳时变可靠性分析

轮齿弯曲疲劳强度的计算以齿根折断为极限状态，弯曲应力可以根据 IS06336 计算，其表达式为：

$$\sigma_F = \frac{F_t}{bm_n} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\varepsilon Y_\beta K_A K_V K_{F\beta} K_{Fa} \quad (5-73)$$

弯曲强度为：

$$\sigma_F = \sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT} Y_{\delta rel} Y_{Rrel} Y_X \quad (5-74)$$

则齿轮弯曲疲劳失效的功能函数为：

$$\begin{aligned} g_F(X) &= \sigma_{FS} - \sigma_F \\ &= \sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT} Y_{\delta rel} Y_{Rrel} Y_X - \frac{F_t}{bm_n} Y_{Fa} Y_{Sa} K_A K_V K_{F\beta} K_{Fa} \end{aligned} \quad (5-75)$$

以上各式中参数的意义可参考GB3480-97，各参数取值如表5-2。

表 5-2 弯曲疲劳计算式中各参数的均值及其变异系数

变量	$F_t, N$	$K$	$Y_{Fa}$	$Y_{Sa}$	$Y_\varepsilon$	$Y_\beta$
均值	2982.4	1	3.12 2.41	1.63 1.79	0.704	0.8 95
变异系数	0.12	0.06	0.02	0	0	0
变量	$K_V$	$K_{F\beta}$	$\sigma_{Flim}/N \cdot mm^{-2}$	$Y_{NT}$	$Z_V$	$Z_R$
均值	1.27	1.32	264 243	1	$\approx 1$ $\approx 1$	0.8 7
变异系数	0.0189	0.0162	0.10	1	0	0
变量	$m_n/mm$	$Y_{ST}$	$b/mm$	$K_{Fa}$	$K_A$	$Z_W$
均值	2	2	50	1.2	1	1
变异系数	0	0	0	0.556	0	0

同样，根据式(5-73)，利用变异系数法求取弯曲应力的均值、变异系数和标准差：

$$\bar{\sigma}_{F_1} = \frac{\bar{F}_t}{bm_n} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\varepsilon Y_\beta K_A \bar{K}_V \bar{K}_{F\beta} \bar{K}_{Fa} = 275.9 N \cdot mm^{-2} \quad (5-76)$$

$$\bar{\sigma}_{F_2} = \bar{\sigma}_{F_1} \frac{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}{Y_{Fa1} Y_{Sa1}} = 248.46 N \cdot mm^{-2} \quad (5-77)$$

$$V_{\sigma_F} = (V_{F_t}^2 + V_{K_V}^2 + V_{K_{F\beta}}^2 + V_{K_{Fa}}^2 + V_{K_V} V_{K_{F\beta}} + V_{K_{F\beta}} V_{K_{Fa}} + V_{K_V} V_{K_{Fa}}) = 0.175 \quad (5-78)$$

$$s_{\sigma_{F_1}} = \bar{\sigma}_{F_1} V_{\sigma_F} = 175.9 \times 0.155 = 42.62 N \cdot mm^{-2} \quad (5-79)$$

$$s_{\sigma_{F2}} = \bar{\sigma}_{F2} V_{\sigma_F} = 148.46 \times 0.175 = 40.9 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5-80)$$

根据式(5-74)，利用变异系数法求取弯曲强度的均值、变异系数和标准差：

$$\bar{\sigma}_{F1} = \bar{\sigma}_{Flim1} Y_{ST} \bar{Y}_{NT} Y_{\delta rel} Y_{Rrel} Y_X = 473.28 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5-81)$$

$$\bar{\sigma}_{F2} = \bar{\sigma}_{Flim2} Y_{ST} \bar{Y}_{NT} Y_{\delta rel} Y_{Rrel} Y_X = 425.28 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5-82)$$

$$V_{\sigma_{FS}} = (V_{Flim}^2 + V_{Y_{NT}}^2)^{\frac{1}{2}} = 0.10 \quad (5-83)$$

$$s_{\sigma_{FS1}} = \bar{\sigma}_{FS1} V_{\sigma_{FS1}} = 47.28 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5-84)$$

$$s_{\sigma_{FS2}} = \bar{\sigma}_{FS2} V_{\sigma_{FS2}} = 42.5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (5-85)$$

若弯曲应力和弯曲强度均服从正态分布，则根据应力-强度干涉模型，齿轮的弯曲疲劳可靠度指标为：

$$z_{R_1} = \frac{\bar{\sigma}_{FS} - \bar{\sigma}_F}{(\sigma_{\sigma_{FS}}^2 + \sigma_{\sigma_F}^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{473.3 - 275.9}{(47.3^2 + 42.46^2)^{\frac{1}{2}}} = 2.637 \quad (5-86)$$

$$z_{R_2} = \frac{\bar{\sigma}_{FS} - \bar{\sigma}_F}{(\sigma_{\sigma_{FS}}^2 + \sigma_{\sigma_F}^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{425.28 - 248.46}{(42.5^2 + 40^2)^{\frac{1}{2}}} = 2.38 \quad (5-87)$$

对比以上两式，则齿轮弯曲疲劳的可靠性为：

$$R_F = \Phi(Z_{R_2}) = \Phi(2.38) = 0.993 \quad (5-87)$$

根据式(5-7)，载荷作用  $n$  次时齿轮的弯曲疲劳可靠度随载荷作用次数的变化规律如图 5-6 所示。

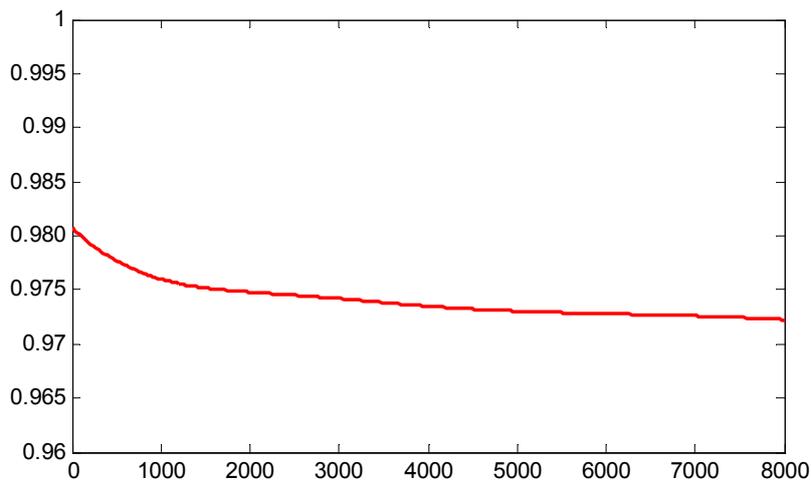


图 5-6 齿轮弯曲疲劳可靠度随载荷次数的变化

根据式(5-48)，考虑强度退化时齿轮的弯曲疲劳可靠度随载荷作用次数的变化规律如图 5-7 所示。

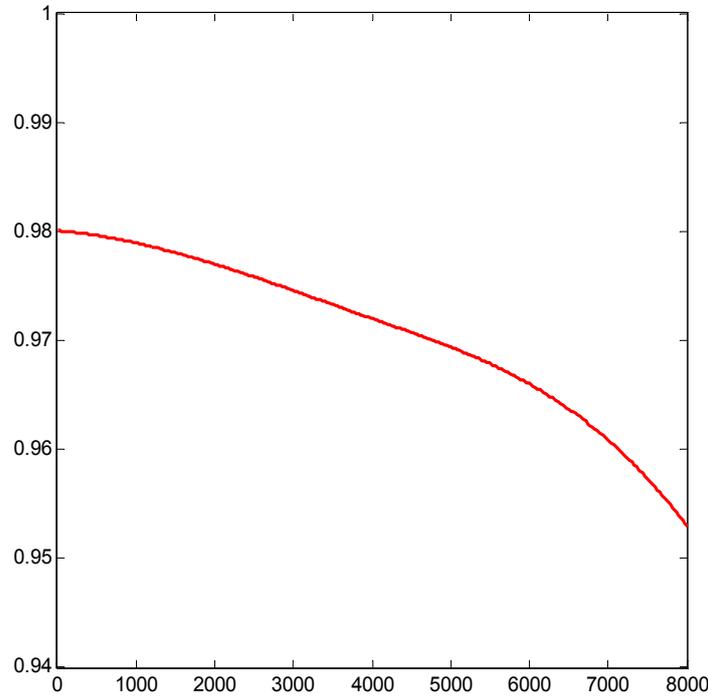


图 5-7 齿轮弯曲疲劳可靠度随载荷次数的变化(考虑强度退化)

### 5.5.2 多种失效模式相关齿轮综合可靠性分析

航空齿轮为航空发动机的关键零部件，随着航空发动机性能及可靠性的不断提高，齿轮承受的交变载荷及冲击载荷的不断增加，主要的失效形式包括：疲劳、变形、腐蚀、磨损等。分析该航空齿轮的四类故障模式强度退数据，计算该齿轮在服役 3000h 后的可靠性。

对各退化量  $\delta_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) 进行时序统计分析后，得到服役 3000h 后正态分布特征量  $(\mu_i, \sigma_i)$  的估计值如表 5-3。表 5-4 为不同失效模式下失效阈值的分布参数。

表5-3 齿轮各失效模式的退化量分布参数

分布参数	裂纹长度	磨损程度	腐蚀程度	变形尺寸
均值	53.2	43.18	26.32	0.68
均方差	10.24	9.23	5.34	0.12

表5-4 齿轮各失效模式的随机失效阈值分布参数

分布参数	随机失效阈值			
	裂纹长度	磨损程度	腐蚀程度	变形尺寸
均值	70	60	50	1.5
均方差	5.4	4	6	0.24

根据两两失效模式的退化分量之间的散点图，选择服从 Clayton Copula 族来表示不同失效模式下的齿轮强度退化量  $\delta_k$  和随机失效阈值  $s_k$  的之间的相关性。

$$C_\theta(u, v; \theta) = \max \left( \left( u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1 \right)^{\frac{1}{\theta}} \right), \theta \in [-1, 0] \quad (5-88)$$

根据式(5-57)，利用极大似然估算法估算相关程度参数  $\theta$ ，由相关参数  $\theta$ ，计算各边缘失效概率，如表5-5。

表5-5 齿轮的退化量-失效阈值的相关参数及边缘失效概率分布

故障模式	裂纹失效	磨损失效	腐蚀失效	变形失效
相关参数	-0.74	0.71	0.48	-0.27
边缘失效概率	0.11764	0.05712	0.03142	0.00543

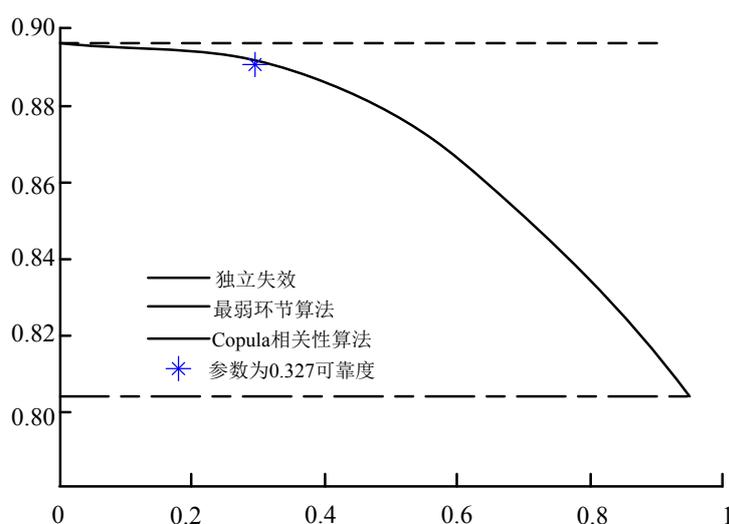
评估齿轮的综合可靠度，采用 Gumbel Copula 来拟合不同失效模式退化量之间的相关性，有：

$$C_\theta(u_1, u_2, u_3, u_4, \theta) = \exp \left\{ - \left[ \left( -\ln \mu_1 \right)^{\frac{1}{\theta}} + \left( -\ln \mu_2 \right)^{\frac{1}{\theta}} + \dots + \left( -\ln \mu_n \right)^{\frac{1}{\theta}} \right]^\theta \right\}, \theta \in [0, 1] \quad (5-89)$$

依据退化特征量数据样本值，采用二阶段极大似然估计法得到  $(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k)$  之间的相关性参数  $\theta$  的估计时序值  $\{\theta_t\} = (\theta_{t_0}, \theta_{t_1}, \dots, \theta_{t_m})$ ，采用差分方程计算动态变化预测值  $\hat{\theta}_{t_d}$ ，可靠度随相关参数的变化如图5-8所示，则齿轮在时刻  $t_d$  (服役 3000h) 可靠度为：

$$\begin{aligned} \hat{R}_c(3000h) &= P(\hat{\delta}_1 < s_1, \hat{\delta}_2 < s_2, \hat{\delta}_3 < s_3, \hat{\delta}_4 < s_4) \\ &= C_{\hat{\theta}_{t_d}}^{\text{Gum}} \left[ 1 - F_{X_1}(3000), 1 - F_{X_2}(3000), 1 - F_{X_3}(3000), 1 - F_{X_4}(3000) \right] \end{aligned} \quad (5-90)$$

图5-8反映了齿轮可靠度随失效模式  $\hat{\theta}_{t_d}$  动态变化。

图5-8 随失效相关参数 $\hat{\theta}_{id}$ 变化齿轮的综合可靠度

在本例中获得服役3000h估计值 $\hat{\theta}_{3000} = 0.327$ ，将表5-5中边缘失效概率代入式(5-90)中，得到齿轮的综合可靠度为：

$$\hat{R}_c(3000h) = 0.8895 \quad (5-91)$$

在不考虑多失效模式的失效相关性条件下，齿轮的可靠度为图5-7的下界：

$$\bar{R}_c(3000h) = \prod_{k=1}^4 \{1 - F_{X_k}(3000)\} = 0.806 \quad (5-92)$$

针对单一失效模式的最薄弱环节算法得到的齿轮可靠度为图5-7的上界：

$$\hat{R}_c(3000h) = \min\{1 - F_{X_k}(3000)\} = 0.8923 \quad (5-93)$$

显然，不考虑多失效相关的计算的可靠度于保守，而依据最弱理论计算的齿轮的可靠度过高，不利于对该类高可靠性产品经济使用和准确的可靠性评估。

## 5.6 本章小结

本章研究了与载荷作用次数相关的动态可靠性模型，考虑疲劳过程中材料强度退化规律、强度的衰减对材料寿命的影响、材料和载荷的随机性，通过故障物理分析，推导结构强度和疲劳寿命的概率分布等，建立系统疲劳时变可靠性分析和评估方法，同时，根据不同失效模式退化量之间的相关性，建立了多失效模式相关的Copula综合可靠性评估模型。与传统机械零部件的可靠性分析模型相比，本章提出的方法更符合工程实际。

## 第六章 总结与展望

### 6.1 全文总结

疲劳失效作为机械结构的主要破坏形式，破坏机理复杂，影响因素众多。对疲劳寿命的预测及可靠性分析涉及到力学、数学及系统可靠性等多学科领域。由于裂纹在其形成和扩展过程中有很强的隐蔽性，而疲劳断裂又具有瞬时性，因此会对机械结构的可靠性、安全性造成很大的威胁，疲劳寿命的预测及可靠性分析作为机械结构安全服役的基础，对我国国民经济的发展和国防建设具有重大意义。

本论文针对传统的结构疲劳寿命预测以及可靠性分析中存在的诸多未能解决的问题，对复杂环境-随机性交互载荷作用下的基于失效物理的疲劳损伤累积、裂纹萌生、裂纹的扩展机理和强度退化失效相关的疲劳可靠性进行分析。主要研究内容和研究成果如下：

(1) 基于累积损伤的疲劳寿命预测。目前，工程中应用较广的线性疲劳损伤法则，其基本假设与工程实际不符，为提高其疲劳寿命的预测精度，完善其工程适用范围，本文提出了一种改进累积损伤模型。该模型考虑了加载次序和载荷间相互作用的影响，使其更加合理地考虑实际的损伤问题。此外，通过模型评估、对比分析，说明 Miner 法则在工程中广泛应用的原因，然后针对传统 Miner 法则的缺点，把载荷之间相互效应和载荷次序对疲劳寿命预测的影响考虑到 Miner 法则中，提出基于模糊理论考虑载荷次序的 Miner 法则。

(2) 疲劳裂纹形成阶段的寿命预测-修正的总应变能函数。机械结构的疲劳寿命受到多种因素的影响，多数情况下这些因素交互作用直至最后的疲劳破坏。本文研究机械传动系统关键零部件的材料，在多种失效因素共同作用下的力学行为及其对寿命的影响。提出了修正的总应变能损伤模型，该模型综合考虑了外在的加载条件和材料的能量耗散宏观特性等因素对疲劳损伤的影响，有较广的适用范围，研究表明，在不同的加载条件下改进的模型，比传统模型预测精度有一定的提高，可满足工程的需要。

(3) 疲劳裂纹扩展阶段的寿命预测-修正的裂纹扩展率函数模型。疲劳裂纹扩展机理复杂，影响因素众多，为了解决在疲劳裂纹扩展阶段诸多因素的影响，本文对已提出的疲劳裂纹扩展理论进行分析研究，分析其优点及不足。在此基础上，提出了一种广义的裂纹扩展率模型。该模型形式简单，不含无明确物理意义的待定参量。研究表明，相比现有模型，该模型扩展了现有模型的预测范围，预测精度也有显著的提高。为实现准确的预测机械结构剩余寿命提供了有效方法。

(4) 考虑强度退化失效相关疲劳可靠性分析。系统在复杂交变载荷作用下, 载荷、损伤和环境等不确定因素的分散性和随机性导致系统特性表现出较大的分散性, 要真正实现疲劳寿命预测与可靠性设计目标, 需要切实反映载荷历程的复杂性与不确定性、零部件间的失效相关性、不同失效机理之间的相互作用, 性能退化与载荷历程之间的关系及退化过程中载荷及应力重新分布、系统及几何形状复杂的零部件的可靠性对载荷不确定性的依赖性等。本文利用与载荷作用次数相关的动态可靠性模型, 考虑疲劳过程中材料强度性能退化规律、强度的衰减对材料寿命的影响、材料和载荷的随机性, 通过失效物理分析, 推导结构强度和疲劳寿命的概率分布等, 建立系统疲劳时变可靠性分析和评估方法, 同时建立了基于失效数据的多失效模式相关的 Copula 综合可靠性评估模型。

## 6.2 后续工作展望

近年来, 随着疲劳学科不断发展, 出现了很多新的研究热点及尚待解决的技术难题。随着数据处理、混沌力学、遗传算法、神经网络等新兴学科的发展, 疲劳学科与新兴学科的结合已成为解决疲劳问题新的有效手段。研究者们已开始从不同角度, 应用不同方法, 试图更好地解决复杂载荷条件的疲劳寿命可靠性计算问题。其中包括随机有限元法, 非概率建模, 区间估计及其分析计算方法, 基于遗传算法和神经网络的方法, Bayes 方法, 信息理论方法, 基于模糊理论的结构可靠性分析方法等。本文对传统的疲劳寿命预测及可靠性研究进行了扩展, 但仍有很多工作需要进一步研究和完善。后续将采用一些现代分析方法, 继续围绕解决机械结构在复杂载荷、多失效模式及不确定性条件下的寿命预测和可靠性评估问题, 开展以下几方面的工作:

(1) 建立随机载荷-动态环境作用下的机械结构材料多失效机制累积损伤计算方法。如何解决时变载荷及动态环境作用下多失效机制损伤之间的耦合竞争失效问题是当前结构寿命及可靠性分析的难点问题之一。本文对于结构的损伤的研究, 只是单一失效损伤累计的研究, 因此, 如何反应载荷的随机性, 开展结构材料基于典型工况载荷特征下的多失效模式的综合损伤, 研究多失效机制损伤的交互作用与竞争失效行为, 建立包含环境效应的材料多失效机制累积损伤破坏的统一描述模型和方法是后续研究的工作内容之一。

(2) 建立不确定性条件下的疲劳性能退化分析方法。由于重大装备在服役过程中受到材料属性、结构尺寸、载荷及外部环境等的影响, 存在诸多不精确数据、不确定因素问题, 因此, 拟在将来的工作中采用模糊理论、证据理论、区间分析等深入研究不确定性条件下的疲劳过程的性能退化问题。

(3) 适用于小子样结构面向全寿命周期的疲劳寿命预测及可靠性分析方法。确定性的寿命预测方法适用于大样本的试验数据，疲劳的性能试验需要比较复杂的设备，且一般需要花费较长时间，因此疲劳试验数据不易获得，即为小样本问题；此外，影响疲劳失效的因素众多，失效机理比较复杂，功能函数一般为非线性的隐式性能函数，故直接根据功能函数来分析结构的疲劳可靠性面临较大的困难。鉴于以上问题，在以后的研究中，将利用智能机器学习算法来构建疲劳功能函数，以充分利用已有的信息，简化功能函数。

## 致 谢

岁月如梭，光阴似箭，未曾静心品味，却已忙碌至终。也许是每日奔波于上下求索之路，也许是时刻沉思于学术之海。四年的博士研究生学习阶段，在不知不觉中，即将结束。即将为这段学习生涯画上完美句号的，是这篇凝结着老师、同学、家人及自己心血的毕业论文。

此刻，心潮澎湃，思绪万千，能有幸踏上这条求学之路，幸运的加入可靠性工程团队，并一路走来，我怀着万分激动的心情，衷心的感谢我敬爱的导师黄洪钟教授，感谢黄老师四年来给予的关心、教导和帮助。黄老师工作作风严谨求实、学术视野广阔且深具前瞻性、学术素养渊博深厚、治学精神一丝不苟、让我十分钦佩，是我工作、学习的楷模，是我人生的灯塔。在四年的学习期间，黄老师为我的学业和成长倾注了大量的心血，学业上的点滴进步都离不开黄老师的悉心培养和谆谆教诲。生活上的经历也离不开黄老师给予的无数关心和鼓励。同时，黄老师兢兢业业的工作，呕心沥血的奉献，使得可靠性工程团队实力日益壮大，在国际国内影响力也更加深远，身为可靠性工程团队一员，我感到无上的光荣和自豪！在此刻，怀着无比激动的心情，向恩师黄老师表达我由衷的感谢与最崇高的景仰！

感谢电子科技大学可靠性工程研究所的张小玲老师、凌丹老师、朱顺鹏老师、李海庆老师、刘宇老师、何俐萍老师、许焕卫老师、汪忠来老师、李彦锋老师、孟德彪老师、陈中柘老师和邱静老师等，感谢他们在我学习、科研、生活中提供的关心和帮助，是他们的关心及帮助让我在艰辛的求学之路上倍感欣慰，且获益良多。

感谢可靠性工程团队的袁容博士、付国忠博士、刘征博士、彭伟博士、杨圆鉴博士、彭卫文博士、吕志强博士、王海琨博士、高会英博士、米金华博士、殷毅超博士、彭兆春博士等及硕士的师弟、师妹们，感谢他们无私的帮助，是他们的支持与陪伴让我度过最难忘的博士时光。

感谢各位教授专家，向您们致以诚挚谢意！感谢您们对本论文答辩和评阅，是您们的支持和鼓励让我不断进步！

一路走来，是父母给予我前行的信念！是爱人给予我坚持的动力，唯有他的理解和支持才使得我在学习过程中心无旁骛！是女儿给予我开心与快乐！感谢你们的爱！

最后，对文中所引著作、文献的作者表示最真诚的感谢！

## 参考文献

- [1] 国家中长期发展规划纲要(2006-2020)[R]. 国务院, 2006.
- [2] 张小丽, 陈雪峰, 李兵, 等. 机械重大装备寿命预测综述[J]. 机械工程学报, 2011, 47(11): 100-116.
- [3] W. Schütz. A history of fatigue[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1996, 54(2): 263-300.
- [4] 李舜酩. 机械疲劳与可靠性设计[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [5] 朱顺鹏. 高温复杂结构的混合概率故障物理建模与疲劳寿命预测[D]. 成都: 电子科技大学, 2011.
- [6] ASTM American National Standard. ASTM E206-72[S]. ANSI/ASTM, E206-72, 1979.
- [7] 朱顺鹏, 黄洪钟, 谢里阳. 考虑小载荷强化的模糊疲劳寿命预测理论[J]. 航空学报, 2009, 30(6): 1048-1052.
- [8] 吴世伟. 结构可靠度分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 1990.
- [9] 姚卫星. 结构疲劳寿命分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.
- [10] I. Lopez, N. Sarigul-Klijn. A review of uncertainty in flight vehicle structural damage monitoring, diagnosis and control: challenges and opportunities[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2010, 46(7): 247-273.
- [11] 王旭亮. 不确定性疲劳寿命预测方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.
- [12] W. Cui. A state-of-the-art review on fatigue life prediction methods for metal structures[J]. Journal of Marine Science and Technology, 2002, 7(1): 43-56.
- [13] S. S. Manson, M. H. Hirschberg. Fatigue: an interdisciplinary approach[M]. Syracuse: Syracuse University Press, 1964.
- [14] S. S. Manson, G. R. Halford. Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage[J]. International Journal of Fracture, 1981, 17(2): 169-192.
- [15] 王坤茜, 徐人平, 林捷晖. 考虑应力比的疲劳裂纹扩展概率模型[J]. 航空动力学报, 2009, 24(9): 2012-2018.
- [16] 赵永翔, 杨冰, 梁红琴, 等. 测定概率疲劳长裂纹扩展门槛值的新方法[J]. 应用数学和力学, 2005, 26(6): 701-706.
- [17] 杨冰, 赵永翔, 何朝明, 等. 考虑概率与置信度的疲劳裂纹扩展率模型及其参

- 数测定方法[J]. 机械工程学报, 2004, 40(6): 183-187.
- [18] D. Tchankov, K. Vesselinov. Fatigue life prediction under random loading using total hysteresis energy[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 1998, 75(13): 955-960.
- [19] X. Tong, D. Wang. Investigation of cyclic hysteresis energy in fatigue failure process[J]. International Journal of Fatigue, 1989, 11(5): 353-359.
- [20] Y. C. Chiou, M. C. Yip. An energy-based damage parameter for the life prediction of AISI304 stainless steel subjected to mean strain[J]. Journal of the Chinese Institute of Engineers, 2006, 29(3): 507-517.
- [21] A. Varvani-Farahani, T. Kodric, A. Ghahramani. A method of fatigue life prediction in notched and un-notched components[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005, 169(1): 94-102.
- [22] K. O. Lee, S. G. Hong, S. B. Lee. A new energy-based fatigue damage parameter in life prediction of high-temperature structural materials[J]. Materials Science and Engineering: A, 2008, 496(1-2): 471-477.
- [23] S. K. Koh. Fatigue damage evaluation of a high pressure tube steel using cyclic strain energy density[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2002, 79(12): 791-798.
- [24] X. Luo, R. Luo, R. L. Lytton. Energy-based mechanistic approach for damage characterization of pre-flawed visco-elasto-plastic materials[J]. Mechanics of Materials, 2014, (70): 18-32.
- [25] J. Lemaitre, J. L. Chaboche. Mechanics of solid materials[M]. Cambridge: Cambridge University Press, UK, 1990.
- [26] J. L. Chaboche, P. M. Lesne. A non-linear continuous fatigue damage model[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2007, 11(1): 1-17.
- [27] 高镇同, 熊峻江. 疲劳可靠性[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2000.
- [28] 黄洪钟. 模糊机械科学与技术-21 世纪机械科学的重要发展方向[J]. 机械工程学报, 1996, 32(3): 1-8.
- [29] 黄洪钟. 对常规可靠性理论的批判性评述-兼论模糊可靠性理论的产生, 发展以及应用前景[J]. 机械设计, 1994, 11(3): 1-5.
- [30] 黄洪钟, 田志刚. 基于广义模糊随机强度的模糊可靠性计算理论[J]. 机械工程学报, 2002, 38(8): 50-53.
- [31] 黄洪钟, 刘忠贺, 孙占全, 等. 影响疲劳强度可靠性的模糊因素分析[J]. 电子

- 产品可靠性与环境试验, 2002, (4): 12-14.
- [32] 冯刚, 孙立德, 黄洪钟, 等. 疲劳寿命的模糊可靠度计算方法[J]. 中国机械工程, 2003, 14(19): 1699-1701.
- [33] S. P. Zhu, H. Z. Huang, Z. L. Wang. Fatigue life estimation considering damaging and strengthening of low amplitude loads under different load sequences using fuzzy sets approach[J]. International Journal of Damage Mechanics, 2011, 20(6): 876-899.
- [34] M. Bowman, G. Nordmark, J. Yao. Fuzzy logic approach in metals fatigue[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 1987, 1(2): 197-219.
- [35] A. Bardossy, I. Bogardi. Fuzzy fatigue life prediction[J]. Structural Safety, 1989, 6(1): 25-38.
- [36] A. Majidian, M. Saidi. Comparison of fuzzy logic and neural network in life prediction of boiler tubes[J]. International Journal of Fatigue, 2007, 29(3): 489-498.
- [37] S. S. Rao, Q. Liu. Fuzzy approach to the mechanics of fiber-reinforced composite materials[J]. AIAA Journal, 2004, 42(42): 159-167.
- [38] K. Y. Cai. System failure engineering and fuzzy methodology an introductory overview[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 83(2): 113-133.
- [39] L. V. Utkin, S. V. Gurov. A general formal approach for fuzzy reliability analysis in the possibility context[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 83(2): 203-213.
- [40] L. A. Zadeh. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.
- [41] A. Bardossy, I. Bogardi. Fuzzy fatigue life prediction[J]. Structural Safety, 1989, 6(1): 25-38.
- [42] S. Sankararaman, S. Mahadevan. Bayesian methodology for uncertainty quantification in complex engineering systems[J]. Numerical Methods for Reliability & Safety Assessment, 2015: 117-146.
- [43] 茆诗松. 贝叶斯统计[M]. 北京: 中国统计出版社, 1999.
- [44] 李锋. 不确定参数下结构疲劳断裂可靠性若干问题的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2008.
- [45] 邱志平, 王晓军. 结构疲劳寿命的区间估计[J]. 力学学报, 2005, 37(5): 653-657.
- [46] 肖宁聪. 随机和认知不确定性下的结构可靠性方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2012.
- [47] 郭书祥, 吕震宙, 冯元生. 基于区间分析的结构非概率可靠性模型[J]. 计算力学学报, 2001, 18(1): 56-60.
- [48] 郭书祥, 张陵, 李颖. 结构非概率可靠性指标的求解方法[J]. 计算力学学报,

- 2005, 22(2): 227-231.
- [49] 李贵杰, 吕震宙, 葛山增, 等. 用非概率理论分析混合不确定性结构的可靠性[J]. 国防科技大学学报, 2014, 36(5): 21-25.
- [50] 王晓军, 邱志平, 武哲. 结构非概率集合可靠性模型[J]. 力学学报, 2007, 23(5): 641-646.
- [51] 郭书祥. 非随机不确定结构的可靠性方法和优化设计研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2002.
- [52] 乔心州. 不确定结构可靠性分析与优化设计研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2008.
- [53] Y. Ben-Haim, I. Elishakoff. Convex models of uncertainty in applied mechanics[M]. Amsterdam: Elsevier Science, 1990.
- [54] Y. Ben-Haim, G. Chen, T. Soong. Maximum structural response using convex models[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996, 122(4): 325-333.
- [55] I. Elishakoff, P. Elisseff, S. A. Glegg. Nonprobabilistic, convex-theoretic modeling of scatter in material properties[J]. AIAA Journal, 1994, 32(4): 843-849.
- [56] H. R. Bae, R. V. Grandhi, R. A. Canfield. An approximation approach for uncertainty quantification using evidence theory[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 86(3): 215-225.
- [57] H. R. Bae, R. V. Grandhi, R. A. Canfield. Epistemic uncertainty quantification techniques including evidence theory for large-scale structures[J]. Computers and Structures, 2004, 82(13): 1101-1112.
- [58] 邱志平, 王晓军, 马智博. 结构疲劳寿命估计的集合理论模型[J]. 固体力学学报, 2006, 27(1): 94-97.
- [59] P. Walley. Statistical reasoning with imprecise probabilities[M]. London: Chapman and Hall, 1991.
- [60] L. V. Utkin, S. Destercke. Computing expectations with continuous p-boxes: Univariate case[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2009, 50(5): 778-798.
- [61] A. M. Freudenthal. Safety and the probability of structural failure[J]. American Society of Civil Engineers Transactions, 1956, 121: 1337-1397.
- [62] H. Mao, S. Mahadevan. Reliability analysis of creep-fatigue failure[J]. International Journal of Fatigue, 2000, 22(9): 789-797.
- [63] K. Karlen, M. Olsson. A probabilistic model for the entire HCF domain based on

- equivalent stress-simulations and experiments[J]. *International Journal of Fatigue*, 2012, 36(1): 9-17.
- [64] S. Calvo, M. Canales, C. Gomez, et al. Probabilistic formulation of the multiaxial fatigue damage[J]. *International Journal of Fatigue*, 2011, 33(3): 460-465.
- [65] W. Grell, P. Laz. Probabilistic fatigue life prediction using AFGROW and accounting for material variability[J]. *International Journal of Fatigue*, 2010, 32(7): 1042-1049.
- [66] P. Laz, B. Craig, B. Hillberry. A probabilistic total fatigue life model incorporating material inhomogeneities, stress level and fracture mechanics[J]. *International Journal of Fatigue*, 2001, 23(1): 119-127.
- [67] M. Liao. Probabilistic modeling of fatigue related microstructural parameters in aluminum alloys[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2009, 76(5): 668-680.
- [68] E. Castillo, A. Fernandez-Canteli, C. Castillo, et al. A new probabilistic model for crack propagation under fatigue loads and its connection with Wohler fields[J]. *International Journal of Fatigue*, 2010, 32(4): 744-753.
- [69] E. Bastidas-Arteaga, P. Bressolette, A. Chateaneuf, et al. Probabilistic lifetime assessment of RC structures under coupled corrosion-fatigue deterioration processes[J]. *Structural Safety*, 2009, 31(1): 84-96.
- [70] 倪侃, 高镇同. 疲劳可靠性二维概率 Miner 准则[J]. *固体力学学报*, 1996, 17(4): 365-371.
- [71] 熊峻江, 武哲, 高镇同. 广义疲劳等寿命曲线与二维疲劳极限概率分布[J]. *应用数学和力学*, 2002, 23(10): 1055-1060.
- [72] 倪侃. 随机疲劳累积损伤理论研究进展[J]. *力学进展*, 1990, 29(1): 43-65.
- [73] 赵少汴. 概率疲劳设计方法与设计数据[J]. *机械设计*, 2000, (4): 8-11.
- [74] 赵少汴, 王忠保. 抗疲劳设计-方法与数据[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
- [75] 杨冰, 赵永翔, 梁红琴, 等. 基于 Elber 型方程的随机疲劳长裂纹扩展概率模型[J]. *工程力学*, 2005, 22(5): 99-104.
- [76] 赵永翔, 杨冰, 张卫华. 应变疲劳可靠性理论与方法的新进展[J]. *机械强度*, 2005, 27(5): 604-611.
- [77] 郭华芝, 郭海丁, 高德平. 疲劳破坏寿命的概率统计方法研究综述[J]. *强度与环境*, 2002, 29(4): 38-44.
- [78] 董聪, 何庆芝. 随机疲劳累积损伤可靠性分析模型[J]. *北京航空航天大学学报*, 1995, 21(2): 33-37.

- [79] 卢延辉, 王文阁, 郑联珠. 疲劳可靠性计算方法中迈纳理论与概率累加理论之间的关系[J]. 吉林大学学报, 2007, 37(2): 382-385.
- [80] 谢里阳, 王正. 随机恒幅循环载荷疲劳可靠度异量纲干涉模型[J]. 机械工程学报, 2008, 44(1): 1-6.
- [81] 谢里阳. 疲劳概率理论与方法评述[C]. 第十四届全国疲劳与断裂学术会议论文集, 2008, 89-93.
- [82] 白墨宇, 孟宪红, 张行. 确定材料概率疲劳曲线的损伤力学方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2005, 31(9): 1027-1030.
- [83] 吴学仁, 刘建中. 基于小裂纹理论的航空材料疲劳全寿命预测[J]. 航空学报, 2006, 27(2): 219-226.
- [84] 陈龙, 蔡力勋. 考虑裂尖疲劳损伤的材料疲劳裂纹扩展行为研究[J]. 机械工程学报, 2012, 48(20): 51-56.
- [85] B. Echard, N. Gayton, A. Bignonnet. A reliability analysis method for fatigue design[J]. International Journal of Fatigue, 2014, 59: 292-300.
- [86] Y. S. Upadhyaya, B. K. Sridhara. Fatigue life prediction: A continuum damage mechanics and fracture mechanics approach[J]. Materials & Design, 2012, 35: 220-224.
- [87] H. J. Grover. An observation concerning the cycle ratio in cumulative damage[C]. Fatigue in Aircraft Structures, STP-274, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1960.
- [88] 许金泉, 郭凤明. 疲劳损伤演化的机理及损伤演化律. 机械工程学报[J], 2010, 46(2): 40-46.
- [89] 张文姣, 王奇志, 张行. 构件疲劳寿命预估的改进型损伤力学方法[J]. 机械强度, 2009, 31(5): 866-870.
- [90] Y. N. Fan, H. J. Shi, K. Tokuda. A generalized hysteresis energy method for fatigue and creep-fatigue life prediction of 316L[J]. Materials Science and Engineering A, 2015, 625: 205-212.
- [91] 朱顺鹏, 黄洪钟, 谢里阳. 基于二元疲劳失效判据的非线性疲劳损伤累积模型及其强度退化研究[J]. 中国机械工程, 2008, 19(22): 2753-2761.
- [92] 施剑玮, 姚卫星. 估计构件疲劳极限的 Bayes 极小样本方法[J]. 机械强度, 2007, 29(2): 334-337.
- [93] M. Azarkhail, M. Modarres. A novel Bayesian framework for uncertainty management in physics-based reliability models[C]. ASME International

- Mechanical Engineering Congress and Exposition, Seattle, Washington, 2007.
- [94] S. P. Zhu, H. Z. Huang, V. Ontiveros, et al. Probabilistic low cycle fatigue life prediction using an energy-based damage parameter and accounting for model uncertainty[J]. *International Journal of Damage Mechanics*, 2012, 21(8): 1128-1153.
- [95] Y. Xiang, Y. M. Liu. Application of inverse first-order reliability method for probabilistic fatigue life prediction[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2011, 26(2): 148-156.
- [96] 茆诗松, 王玲玲. 可靠性统计[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 1984.
- [97] A. Muc, P. Kdziora. A fuzzy set analysis for a fracture and fatigue damage response of composite materials[J]. *Composite Structures*, 2001, 54(2-3): 283-287.
- [98] A. Muc. A fuzzy set approach to interlaminar cracks simulation problems[J]. *International Journal of Fatigue*, 2002, 24(2-4): 419-427.
- [99] 贾星兰, 刘文斑. 谱载下基于模糊 Miner 法则的疲劳寿命估算[J]. *北京航空航天大学学报*, 2003, 29(3): 218-220.
- [100] 李锋, 孟广伟, 沙丽荣. 考虑模糊失效准则的结构疲劳寿命可靠性[J]. *航空学报*, 2009, 30(12): 2316-2321.
- [101] 蔡开元. 模糊可靠性的研究与发展[J]. *高科技与产业化*, 1997, 44(2): 26-28.
- [102] 李廷杰. 复杂系统的模糊可靠性[J]. *系统工程理论与实践*, 1991, 11(4): 67-69.
- [103] 李廷杰, 高和. 模糊可靠性[J]. *模糊系统与数学*, 1988, 2(2): 11-18.
- [104] 李廷杰, 高和. 并联系统的模糊可靠性[J]. *系统工程理论与实践*, 1990, 2(3): 11-14.
- [105] 李廷杰, 高和. 模糊可靠性[J]. *模糊系统与数学*, 1988, 2(2): 11-18.
- [106] I. Takewaki, Y. Ben-Haim. Info-gap robust design with load and model uncertainties[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 288(3): 551-570.
- [107] P. Vinot, S. Cogan, G. Lallement. A non-probabilistic reliability approach based on convex models[J]. *Mecanique & Industries*, 2003, 4(1) 45-50.
- [108] 王晓军, 杨海峰, 邱志平, 覃梓轩. 基于非概率集合可靠性的结构优化设计[J]. *计算力学学报*, 2011, 28(6): 827-832.
- [109] 金光. 动态系统可靠性分析新概念[J]. *国防科技大学学报*, 2004, 26(2): 100-105.
- [110] 贺小帆, 董彦民, 刘文斑. 结构和载荷谱分散性分离的疲劳寿命可靠性[J]. *航空学报*, 2010, 31(4): 732-737.
- [111] 王正, 谢里阳. 机械时变可靠性理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2012.

- [112] 孙权, 赵建印, 周经伦. 复合应力作用下强度退化的应力-强度干涉模型可靠性统计分析[J]. 计算力学学报, 2007, 24(3): 358-361.
- [113] H. Z. Huang, X. D. Zhang. Design optimization with discrete and continuous variables of aleatory and epistemic uncertainties[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(3): 61-68.
- [114] 张爱林, 赵国藩, 王广远. 现役结构的模糊动态可靠度评估实用方法[J]. 应用基础与工程科学学报, 1998, 69(1): 83-90.
- [115] 李桂清, 李秋胜. 工程时变可靠性分度理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [116] A. C. Artur, S. N. Andrezej. Time-variant reliability profiles for steel girder bridges[J]. Structural Safety, 2008, 30(1): 49-64.
- [117] G. Beckera, L. Camarinopoulos, D. Kabranis. Dynamic reliability under random shocks[J]. Reliability Engineering and Structures, 2007, 29(9): 2183-2192.
- [118] M. Cazuguel, C. Renaud, J. Y. Cognard. Time-variant reliability of nonlinear structures: Application to a representative part of a plate floor[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2006, 22(22): 101-108.
- [119] A. T. Marco, E. R. Sonia. Structural reliability evaluation considering capacity degradation over time[J]. Engineering Structures, 2007, 29(9): 2183-2192.
- [120] H. Streicher, R. Rackwitz. Time-Variant reliability-oriented structural optimization and a renewal model for life-cycle costing[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2004, 19(12): 171-183.
- [121] J. J. Chen, Y. G. Zeng, H. A. Sun. Dynamic reliability evaluation of antenna reflector accuracy under wind excitation[J]. Computers & Structures, 1996, 59(5): 819-822.
- [122] K. S. Wang, C. S. Chen, J. J. Hung. Dynamic reliability behavior of carburized steel sliding wear[J]. Reliability Engineering & System Safety, 1997, 58(1): 31-41.
- [123] V. Kopustinskas, J. Augutis, S. Rimkevicius. Dynamic reliability and risk assessment of the accident localization system of the Ignalina NPP RBMK 1500 reactor[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2005, 87(1): 101-108.
- [124] P. O'Connor. Practical Reliability Engineering[M]. Wilshire: John Wiley & Sons, 1985: 105-106.
- [125] 李艺, 闫运起. 现役结构时变可靠性评估[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2004.
- [126] 左志勇, 刘西拉. 结构动态可靠性的全随机过程模型[J]. 清华大学学报(自然

- 科学版), 2004, 44(3): 395-397.
- [127] 苏春, 沈戈, 徐映秋. 基于随机故障 Petri 网的液压系统可靠性建模与分析[J]. 液压与气动, 2006, 6: 29-31.
- [128] 黄飞腾, 郁君, 肖航. 基于 Markov 状态转移的动态可靠性分析[J]. 海军工程大学学报, 2002, 14(6): 80-83.
- [129] O. Ditlewsen. Narrow reliability bounds for structural systems[J]. Engineering Mechanics, 1979, 105(7): 453-472.
- [130] O. Ditlewsen. Discussion of system reliability bounding by conditioning[J]. Engineering Mechanics, 1984, 110(1): 140-142.
- [131] 王正, 谢里阳, 李兵. 考虑失效相关的系统动态可靠性模型[J]. 兵工学报, 2008, 29(8): 985-989.
- [132] 张义民, 张旭方, 杨周, 等. 多失效模式机械零部件可靠性灵敏度设计[J]. 机械强度, 2009, 31(6): 926-931.
- [133] 喻天翔, 宋笔锋, 万方义, 等. 机械零件多失效模式相关可靠度算法研究[J]. 机械强度, 2006, 28(4): 508-511.
- [134] 喻天翔, 孙玉秋, 张祖明. 多模式失效的机械零件可靠度计算新理论[J]. 机械工程学报, 2003, 39(3): 134-138.
- [135] 喻天翔, 张选生, 张祖明. 轴的多失效模式相关的可靠性研究[J]. 机械设计与制造, 2002, 18(4): 35-38.
- [136] 孙志礼, 赵乃素. 多种失效形式的机械零件的可靠度计算[J]. 东北工学院学报, 1993, 14(1): 60-63.
- [137] 吴波. 轴的多失效模型与可靠性研究[J]. 机械设计, 1998, 6: 47-49.
- [138] 韩文钦, 周金宇, 朱福先. 基于 Copula 失效相关结构系统的失效概率计算[J]. 机械设计与制造, 2011, (2): 183-185.
- [139] 唐家银, 何平, 宋东利. 基于 Copula 函数的失效相关构件可靠度计算[J]. 机械强度, 2010, 32(5): 740-744.
- [140] 闫明, 张义民, 李鹤, 等. 机械零件相关失效可靠度计算的二重积分模型[J]. 东北大学学报, 2011, 32(10): 1460-1463.
- [141] 王学敏. 考虑共因失效的系统可靠性新模型[D]. 沈阳: 东北大学, 2005.
- [142] 王学敏, 谢里阳, 周金宇. 考虑共因失效的系统可靠性模型[J]. 机械工程学报, 2005, 41(1): 24-28.
- [143] 周金宇, 谢里阳. 多状态系统共因失效机理与定量分析[J]. 机械工程学报, 2005, 44(10): 77-82.

- [144] 王正, 王增全, 谢里阳. 失效相关系统的失效概率模型与寿命概率分布特征研究[J]. 兵工学报, 2015, 36(7): 1326-1333.
- [145] 周金宇, 谢里阳, 王学敏. 失效相关结构系统可靠性分析及近似求解[J]. 东北大学学报, 2004, 25(1): 74-77.
- [146] 周金宇, 谢里阳, 王学敏. 冗余结构系统共因失效相关性分析及概率预测[J]. 机械工程学报, 2005, 41(5): 44-48.
- [147] 唐家银, 赵永翔, 何平, 等. 零件失效相关表决系统 Copula 可靠性模型[J]. 机械设计, 2010, 27(7): 24-28.
- [148] 张英芝, 郑锐, 申桂香, 等. 基于 Copula 理论的数控装备故障相关性[J]. 吉林大学学报, 2011, 41(6): 1636-1640.
- [149] 李贵杰, 吕震宙, 袁修开. 多失效模式下基于鞍点逼近和 Nataf 变换的基本变量总效应分析[J]. 机械工程学报, 2011, 47(6): 173-179.
- [150] 施惠基, 马显锋, 于涛. 高温结构材料的蠕变和疲劳研究的一些新进展[J]. 固体力学学报, 2010, 31(6): 679-695.
- [151] 李翠玲, 谢里阳. 相关失效分析方法评述与探讨[J]. 机械设计与制造, 2003, (3): 1-3.
- [152] 李翠玲. 系统相关失效概率模型及其不确定性分析[D]. 沈阳: 东北大学, 2006.
- [153] S. Tanaka, M. Ichikawa, S. Akita. Statistical aspects of the fatigue life of nickel-silver wire under two-level loading[J]. International Journal of Fatigue, 1980, 2(4): 159-163.
- [154] S. Tanaka, S. Akita. On the miner's damage hypothesis in notched specimens with emphasis on scatter of fatigue life[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structure, 1975, 7(3): 473-480.
- [155] 吴志学, 吕文阁, 徐灏. 疲劳极限下损伤及“锻炼”效应[J]. 东北大学学报, 1996, 17(3): 338-341.
- [156] 秦大同, 谢里阳. 疲劳强度与可靠性设计[M]. 北京: 化学工业出版社, 2013年.
- [157] 黄洪钟, 朱顺鹏, 汪忠来, 等. 基于剩余强度衰减退化的非线性累积损伤准则及其可靠性定寿[J]. 应用基础与工程科学学报, 2011, 19(2): 323-334.
- [158] J. Schijve. Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art[J]. International Journal of Fatigue, 2003, 25(8): 679-702.
- [159] L. Yang, A. Fatemi. Cumulative fatigue damage mechanisms and quantifying

- parameters: a literature review[J]. *Journal of Testing and Evaluation*, 1998, 26(2): 89-100.
- [160] 嵇应凤, 姚卫星, 夏天翔. 线性疲劳累积损伤准则适用性评估[J]. *力学与实践*, 2015, 37(6): 674-681.
- [161] 陈涛. 基于载荷次序效应的疲劳损伤分析方法研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2010.
- [162] Z. Hashin. A reinterpretation of the Palmgren-Miner rule for fatigue life prediction[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1980, 47(2): 324-328.
- [163] H. T. Corten, T. J. Dolan. Cumulative fatigue damage[C]. *Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals*, 1956.
- [164] T. Bui-Quoc. A simplified model for cumulative fatigue damage with interaction effect[C]. *Proceedings of the 1982 Joint Conference on Experimental Mechanics*. Brookfield center CT, 1982, 144-149.
- [165] 李荣, 邱洪兴, 淳庆. 疲劳累积损伤规律研究综述[J]. *金陵科技学院学报*, 2005, 21(3): 17-21.
- [166] F. J. Zuo, H. Z. Huang, S. P. Zhuo, et al. Fatigue life prediction under variable amplitude loading using a non-linear damage accumulation model[J]. *International Journal of Damage Mechanics*, 2015, 24(5): 767-784.
- [167] M. A. Miner. Cumulative damage in fatigue[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1945, 12(3): 159-164.
- [168] 谢里阳. 疲劳损伤状态的等效性[J]. *机械强度*, 1995, 17(2): 100-104.
- [169] 尚德广, 姚卫星. 单轴非线性连续疲劳损伤累积模型的研究[J]. *航空学报*, 1998, 19(6): 647-656.
- [170] 谢里阳, 吕文阁. 两级载荷作用下疲劳损伤状态的试验研究[J]. *机械强度*, 1994, 16(3): 52-54.
- [171] W. H. Erickson, C. E. Work. A study of the accumulation of fatigue damage in steel[J]. *Proceedings American Society for Testing and Materials (ASTM)*, 1961, 61: 704-718.
- [172] S. Jeelani, P. Reddy. A study of cumulative fatigue damage in aluminum alloy 2011-T3[J]. *Materials Science & Engineering*, 1982, 56(3): 255-258.
- [173] S. Jeelani, M. Musial. A study of cumulative fatigue damage in AISI 4130 steel[J]. *Journal of Materials Science*, 1986, 21(6): 2109-2113.
- [174] D. G. Pavlou. A phenomenological fatigue damage accumulation rule based on

- hardness increasing, for the 2024-T42 aluminum[J]. *Engineering Structures*, 2002, 24(11): 1363-1368.
- [175] X. Lu, S. L. Zheng. Strengthening and damaging under low-amplitude loads below the fatigue limit[J]. *International Journal of Fatigue*, 2009, 31(2): 341-345.
- [176] 陈胜军. 基于隶属函数的疲劳寿命预测模型[J]. *南京师范大学学报*, 2007, 7(2): 6-9.
- [177] 刘克格, 阎楚良, 张书明. 模糊数学在疲劳寿命估算中的应用[J]. *航空学报*, 2006, 27(2): 227-231.
- [178] N. Inglis. Hysteresis and fatigue of Wohler rotating cantilever specimen[J]. *The Metallurgist*, 1927, 1(1): 23-27.
- [179] S. Kwofie. An exponential stress function for predicting fatigue strength and life due to mean stresses[J]. *International Journal of Fatigue*, 2001, 23(9): 829-836.
- [180] R. Bao, H. Q. Yang, J. Y. Zhang, et al. Fatigue crack growth measurement in a superalloy at elevated temperature[J]. *International Journal of Fatigue*, 2013, 47: 189-195.
- [181] D. Lefebvre, K. W. Neale, F. Ellyin. A criterion for low-cycle fatigue failure under biaxial states of stress[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME*, 1981, 103(1): 1-6.
- [182] F. Ellyin, Z. Xia. A general fatigue theory and its application to out-of-phase cyclic loading[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1993, 115(4): 411-416.
- [183] B. I. Sandor. *Fundamentals of cyclic stress and strain*[M]. Wisconsin: University of Wisconsin Press, 1972.
- [184] Y. Izumi, M. Fine, T. Mura. Energy considerations in fatigue crack propagation[J]. *International Journal of Fracture*, 1981, 17(1): 15-25.
- [185] C. Feltner, J. D. Morrow. Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture[J]. *Journal of Fluids Engineering*, 1961, 83(1): 15-22.
- [186] J. D. Morrow. Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals[J]. *Internal Friction Damping and Cyclic Plasticity*, ASTM, STP 378, 1965, 45-84.
- [187] A. Ince, G. Glinka. A modification of Morrow and Smith-Watson-Topper mean stress correction models. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2011, 34(11): 854-867.
- [188] G. Fargione, A. Geraci, G. La Rosa, et al. Rapid determination of the fatigue curve

- by the thermographic method[J]. *International Journal of Fatigue*, 2002, 24(1): 11-19.
- [189] F. Walther, D. Eifler. Short-time procedure for the determination of Woehler and fatigue Life curves using mechanical, thermal and electrical data[J]. *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, 2008, 2(4): 507-518.
- [190] 陈凌, 蒋家羚, 范志超, 等. 低周疲劳寿命预测的能量模型探讨[J]. *金属学报*, 2006, 42(2): 195-200.
- [191] 雷冬, 赵建华, 龚明, 蔚夺魁. 疲劳过程中的能量耗散和疲劳寿命的预测[J]. *实验力学*, 2008, 23(5): 434-442.
- [192] Z. C. Fan, X. D. Chen, L. Chen, et al. Fatigue-creep behavior of 1.25Cr0.5Mo steel at high temperature and its life prediction[J]. *International Journal of Fatigue*, 2007, 29(6): 1174-1183.
- [193] 易当祥, 刘春和, 封艳文, 等. 扭力轴三维裂纹扩展寿命仿真研究[J]. *应用力学学报*, 2008, 25(3): 411-414.
- [194] A. Ince, G. Glinka. A generalized fatigue damage parameter for multiaxial fatigue life prediction under proportional and non-proportional loadings[J]. *International Journal of Fatigue*, 2014, 62(2): 34-41.
- [195] D. J. Cunha, A. C. Benjamin, R. C. Silva, et al. Fatigue analysis of corroded pipelines subjected to pressure and temperature loadings[J]. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2014, Vol. 113, pp. 15-24.
- [196] D. Rusk, W. Hoppe, W. Braisted, et al. Fatigue life prediction of corrosion-damaged high-strength steel using an equivalent stress riser (ESR) model. Part II: Model development and results[J]. *International Journal of Fatigue*, 2009, 31(10): 1464-1475.
- [197] B. Q. Huang, X. P. Du, R. E. Lakshminarayana. A saddlepoint approximation based simulation method for uncertainty analysis[J]. *International Journal of Reliability and Safety*, 2006, 1(1): 206-224.
- [198] 赵建印. 基于性能退化数据的可靠性建模与应用研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.
- [199] 杨冰, 赵永翔, 张卫华. 基于 Forman 方程的随机疲劳长裂纹扩展概率模型[J]. *交通运输工程学报*, 2006, 6(1): 25-28.
- [200] 王潍. 42CrMo 钢疲劳短裂纹演化行为及疲劳寿命的预测研究[D]. 济南: 山东大学, 2008.

- [201] X. L. Zheng. Notch strength and fracture toughness[C]. Fracture Mechanisms, Proc. Int. Conf (ASM), Salt Lake City, U.S.A., 1985, 41-44.
- [202] X. L. Zheng. On an unified model for predicting notch strength and fracture toughness[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1989, 33(5): 685-695.
- [203] P. C. Paris, F. A. Erdogan. Critical analysis of crack propagation laws[J]. Journal of Basic Engineering, Transactions of ASME, 1963, 85: 528-534.
- [204] G. G. Trantina, C. A. Johnson. Probabilistic defect size analysis using fatigue and cyclic crack growth rate data[J]. Probabilistic Fracture Mechanics and Fatigue Methods, ASTM STP798, 1983, 63-78.
- [205] E. K. Walker. The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7076-T6 Aluminum[J]. Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life, ASTM STP462, 1970, 1-14.
- [206] R. G. Forman, et al. Numerical analysis of crack propagation in cyclic loaded structures[J]. Journal of Basic Engineering, Transactions of ASME, 1967, 89: 459-465.
- [207] 王泓. 材料疲劳裂纹扩张和断裂定律规律研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
- [208] X. Zheng, M. A. Hirt. Fatigue crack propagation in steels[J]. Eng. Fract. Mech., 1983,18(5): 965-973.
- [209] 沈亮. 齿轮疲劳寿命及齿根裂纹仿真数据分析[D]. 重庆: 重庆大学, 2011
- [210] 王正, 谢里阳, 李兵. 随机载荷作用下的零件动态可靠性模型[J]. 机械工程学报, 2008, 43(12): 20-25.
- [211] J. Jayaram, T. Girish. Reliability prediction through degradation data modeling using a quasi-likelihood approach[C]. Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium, 2005.
- [212] Y. Wang, H. Pham. Modeling the dependent competing risks with multiple degradation processes and random shock using time-varying copulas[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(1): 13-22.
- [213] 徐灏. 概率疲劳[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 1994.
- [214] 陈学东, 范志超, 陈凌, 等. 三种疲劳蠕变交互作用寿命预测模型比较及其应用[J]. 机械工程学报, 2007, 43(1): 62-68.
- [215] 范志超, 陈学东, 陈凌, 等. 基于延性耗竭理论的疲劳蠕变寿命预测方法[J]. 金属学报, 2006, 42(4): 415-420.

- [216] S. P. Zhu, H. Z. Huang, H. Q. Li, et al. A new ductility exhaustion model for high temperature low cycle fatigue life prediction of turbine disk alloys[J]. International Journal of Turbo and Jet Engines, 2011, 28(2): 119-131.
- [217] 酃明, 奥脱布克斯鲍姆. 结构抗疲劳设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.
- [218] 袁熙, 李舜酃. 疲劳寿命预测方法的研究现状与发展[J]. 航空制造技术, 2005, 12: 80-85.
- [219] 闫明, 孙志礼, 杨强, 等. 蠕变-热疲劳交互作用的力学机理[J]. 机械工程学报, 2009, 45(1): 111-123.
- [220] S. P. Zhu, H. Z. Huang, L. P. He, et al. A generalized energy-based fatigue-creep damage parameter for life prediction of turbine disk alloys[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2012, 90: 89-100.
- [221] Z. Wei, F. Yang, B. Lin, et al. Deterministic and probabilistic creep-fatigue-oxidation crack growth modeling[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2013, 33: 126-134.
- [222] 陈德广. 确定 Corten-Dolan 疲劳损伤公式指数  $d$  的试验方法探讨[J]. 机械强度, 1996, 18(1): 21-24.
- [223] S. M. Marco, W. L. Starkey. A concept of fatigue damage[J]. Transactions of the ASME, 1954, 76(4): 627-632.
- [224] K. Sadananda, S. Sarkar, D. Kujawski, et al. A two-parameter analysis of  $S-N$  fatigue life using  $\Delta\sigma$  and  $\sigma_{\max}$ [J]. International Journal of Fatigue, 2009, 31(11-12): 1648-1659.
- [225] Z. Zhang, Y. Qiao, Q. Sun, et al. Theoretical estimation to the cyclic strength coefficient and the cyclic strain-hardening exponent for metallic materials: preliminary study[J]. Journal of Materials Engineering and Performance, 2009, 18(3): 245-254.
- [226] G. R. Halford. The energy required for fatigue[J]. Journal of Materials, 1966, 3(1):13-18.
- [227] X. Niu, G. Li, H. Lee. Hardening law and fatigue damage of a cyclic hardening metal[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1987, 26(2): 163-170.
- [228] K. Golos, F. Ellyin. A total strain energy density theory for cumulative fatigue damage[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 1988, 110(1): 36-41.
- [229] S. P. Zhu, H. Z. Huang, Y. Liu, et al. A practical method for determining the Corten-Dolan exponent and its application to fatigue life prediction[J]. International

- Journal of Turbo and Jet Engines, 2012, 29(2): 79-87.
- [230] A. Fatemi, L. Yang. Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials[J]. International Journal of Fatigue, 1998, 20(1): 9-34.
- [231] 郑松林. 低幅载荷对汽车前轴疲劳寿命影响的试验研究[J]. 机械强度, 2002, 24(4): 547-549.
- [232] 郭盛杰, 姚卫星. 结构元件疲劳可靠性估算的剩余寿命模型[J]. 南京航空航天大学学报, 2003, 35(1): 25-29.
- [233] F. J. Zuo, L. Yu, J. Mi, et al. Reliability analysis of gear transmission with considering failure correlation[J]. Eksploatacja i Niezawodnosc-Maintenance and Reliability 2015, 17(4): 617-623.
- [234] F. J. Zuo, S. P. Zhu, H. Gao, et al. Stochastic Fatigue Life and Reliability Prediction Based on Residual Strength[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2015, 20(3): 1-7.
- [235] 吕文阁, 谢里阳, 徐灏. 随机强度退化过程[J]. 广东工业大学学报, 2001, 18(2): 9-14.
- [236] 吕海波, 姚卫星. 元件疲劳可靠性估算的剩余强度模型[J]. 航空学报, 2000, 21(1): 74-77.
- [237] 王丽芳. Copula 分布估计算法[M]. 北京: 机械工业出版社, 2012.

## 在学期间参与的项目研究

- [1] 国家自然科学基金项目：基于故障物理技术的结构疲劳可靠性设计理论及其应用研究，项目编号：11272082。
- [2] 国防科技工业技术基础科研项目：XX 装备系统的可靠性和剩余寿命预测研究，项目编号：11272082。
- [3] 中国人民解放军总装备部装备预研基金重点项目：考虑多重失效机理的 XX 典型部件可靠性评估和寿命分析与预测方法研究，项目编号：9140A19021011DZ0207。
- [4] “高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项课题“重型数控机床关键共性技术创新能力平台”，课题编号：2013ZX04013-011。子课题：重型数控机床可靠性评价及热变形分析共性技术研究与应用，子课题编号：2013ZX04013-011-05。
- [5] “高档数控机床与基础制造装备”国家科技重大专项课题“重型机床可靠性评价与试验方法研究”（课题编号：2014ZX04014-011）子课题：重型机床电器控制与驱动系统可靠性技术研究，子课题编号：2014ZX04014-011-01。

## 攻读博士学位期间取得的成果

- [1] F. J. Zuo, H. Z. Huang, S. P. Zhu, Z. Lv, H. Gao. Fatigue life prediction under variable amplitude loading using a non-linear damage accumulation model[J]. International Journal of Damage Mechanics, 2015, 24(5): 767-784. (SCI 收录)
- [2] F. J. Zuo, L. Yu, J. Mi, Z. Liu, H. Z. Huang. Reliability analysis of gear transmission with considering failure correlation[J]. Maintenance and Reliability, 2015, 17(4): 617-623. (SCI 收录)
- [3] F. J. Zuo, J. Mi, Z. Lv, H. Gao. Fatigue Life Estimation Considering Strengthening of Low amplitude Loads Using Improved Unequal Interval Grey Model[J]. Journal of Donghua University, 2015, 32(6):122-126. (EI 收录)
- [4] F. J. Zuo, S. P. Zhu, H. Gao, Z. Lv, H. Z. Huang. Stochastic Fatigue Life and Reliability Prediction Based on Residual Strength[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University 2015, 20(3): 1-7. (EI 收录)
- [5] F. J. Zuo, S. P. Zhu, H.Z. Huang, Z. Lv, H. Gao. Fatigue life prediction using damage modeling under variable amplitude loading[C]. The 6th Asia-Pacific International Symposium on advanced Reliability and Maintenance Modeling, Sapporo, Japan 2014, 626-633.
- [6] F. J. Zuo, H. Gao, Z. Lv, L. P. He, H. Z. Huang. Fatigue Life Estimation Using Unequal Interval Grey Model[C]. International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE 2013), Sichuan, China, 2013, 968-972.
- [7] Z. Lv, H. Z. Huang, H. Gao, F. J. Zuo, H. K. Wang. Lifetime prediction for turbine discs based on a modified Walker strain model. Journal of Mechanical Science and Technology, 2015, 29(10): 4143-4152. (SCI 收录)
- [8] H. Gao, H. Z. Huang, Z. Lv, F. J. Zuo, H. K. Wang. An improved Corten-Dolan's model based on damage and stress state effects. Journal of Mechanical Science and Technology, 2015, 29(10): 3215-3223. (SCI 收录)
- [9] L. Yang, S. P. Zhu, Z. Lv, F. J. Zuo, H.Z. Huang. Contact stress analysis and fatigue life prediction of a turbine fan disc. International Journal of Turbo & Jet Engines. 2016. (SCI 已录用)
- [10] Z. Lv, H. Z. Huang, H. K. Wang, H. Gao, F. J. Zuo. Determining of the Walker

exponent and a modified Smith-Watson-Topper parameter model. *Journal of Mechanical Science and Technology*. (SCI 已录用)

- [11] Z. Q. Lv, H. Y. Gao, F. J. Zuo, et al. A nonlinear fatigue damage accumulation model accounting for load interaction effects[C]. *Proceeding of International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE 2013)*, Sichuan, China, 2013.
- [12] Z. Lv, H. Y. Gao, F. J. Zuo, et al. A practical method for determining the exponent of the walker strain life model[C]. *Proceeding of International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE 2015)*, Beijing, China, 2015.