电子科技大学 UNIVERSITY OF ELECTRONIC SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

博士学位论文

DOCTORAL DISSERTATION

(电子科技大学图标)

论文题目 混合不确定性下的重型数控机床主轴系统

可靠性建模与分析方法研究

学科	专业_	机械工程	Ē
学	号	2012110801	102
作者	姓名_	刘征	
指导	教师	黄洪钟 教	授

分	迷	号
ノ	ァ	5

密级

UDC $^{\pm 1}$

学位论文

混合不确定性下的重型数控机床主轴系统

可靠性建模与分析方法研究

(题名和副题名)

刘征

(作者姓名)

指导教师	士 月	黄洪钟	教	授
	电子	科技大学	成	都
		(姓名、职称、单位	2名称)	
申请学位级别	博士	学科专业 材	l械工程	
提交论文日期	2016.02.22	论文答辩日期	2016.0	5.05
学位授予单位和	日期 电子	子科技大学	2016 年	06月
答辩委员会主席	- 1			
评阅人				

注 1: 注明《国际十进分类法 UDC》的类号。

Research on Methods for Reliability Modeling and Analysis for Heavy-Duty CNC Mechine Tools Spindle System under Hybrid Uncertainties

A Doctor Dissertation Submitted to University of Electronic Science and Technology of China

Major:	Mechanical Engineering
-	
Author:	Zheng Liu
Advisor:	Prof. Hong-Zhong Huang
School:	School of Mechatronics Engineering

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作 及取得的研究成果。据我所知,除了文中特别加以标注和致谢的地方外, 论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果,也不包含为获得 电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一 同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明 并表示谢意。

作者签名: 日期: 年 月 日

论文使用授权

本学位论文作者完全了解电子科技大学有关保留、使用学位论文 的规定,有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘, 允许论文被查阅和借阅。本人授权电子科技大学可以将学位论文的全 部或部分内容编入有关数据库进行检索,可以采用影印、缩印或扫描等 复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后应遵守此规定)

作者签名: 导师签名:

日期: 年 月 日

摘要

重型数控机床肩负着众多关系国民经济与国防安全的行业产品及关键零部件 的加工制造,其质量、性能和技术水平是衡量一个国家工业化水平和综合经济实力 的重要标志。国产重型数控机床经过多年的发展已取得一定成就,但由于国产重型 数控机床科技创新不足,基础实验条件缺乏,高级人才匮乏,尖端核心技术尚未突 破,其在使用过程中不断暴露出早期故障频发、质量稳定性差、维护成本高等问题, 这些问题给重型数控机床用户带来系列困难和挑战,并直接导致我国国产重型数 控机床可靠性差、产品附加值低、产业化能力弱、国际竞争力不强等恶劣局面。现 有数控机床可靠性技术体系多是针对中小型数控机床构建,针对重型数控机床可 靠性技术的研究尚未深入开展。由于重型数控机床在结构形式、加工任务等方面与 中小型数控机床大有不同,现有可靠性技术不能直接应用。因此,亟需针对重型数 控机床结构功能特点,开展重型数控机床可靠性技术体系研究。

可靠性建模与分析是重型数控机床可靠性技术体系的关键组成部分。重型数 控机床可靠性建模与分析是在综合研究机床可靠性影响因素和可靠性数据特征的 条件下,以典型系统可靠性模型为基础,结合重型数控机床结构功能特点,建立数 学模型来对其可靠性进行分析和评定的过程。相对于普通数控机床,重型数控机床 可靠性建模与分析具有系统结构复杂、整机及关键零部件样本少、试验数据不足、 信息不全、可靠性数据类型多样、故障机理复杂且故障相关等难点。针对以上重型 数控机床可靠性研究难点,本文主要开展以下研究工作:

(1)以重型数控机床主轴为研究对象,分析了影响重型数控机床主轴可靠性的各种不确定性因素及现有不确定性量化方法的局限性,构建了基于不精确概率 理论的混合不确定性统一量化框架。在混合不确定性统一量化框架下,基于应力-强度干涉理论,提出了针对机床零部件的不精确结构可靠性建模一般方法。以某重 型数控落地铣镗床铣轴为例,对铣轴的多个失效模式进行了不精确结构可靠性分 析、建模与计算。

(2) 在混合不确定性统一量化框架下,针对机床零部件,提出了考虑多失效 模式相关性的结构可靠性建模与分析方法。失效模式多样且失效相关是机床零部 件失效的普遍特征,现有文献对失效相关性的研究基于大量故障统计数据,未考虑 数据不足情况,这与重型数控机床实际数据特征不符。针对该问题,本文引入表征 相关性的 Copula 函数于不精确结构可靠性模型中,提出了考虑多失效模式相关的 不精确结构可靠性改进模型,并将该改进模型应用到铣轴可靠性建模与分析中,实

Ι

现了铣轴多失效模式相关性分析与计算,通过与失效独立条件下的计算结果进行 对比,验证了工程实际中考虑失效相关的必要性。

(3)重型数控机床整机及其子系统的可靠性仍受到混合不确定性因素影响, 且各子系统失效相互关联,本文综合考虑以上两个因素,以零部件混合不确定性统 一量化、零部件不精确结构可靠性建模、零部件失效相关性分析为基础,提出了同 时考虑混合不确定性和失效相关性的系统可靠性建模与分析方法,并分别建立了 典型系统不精确可靠性模型、基于故障树分析的系统不精确可靠性模型;重型数控 机床主轴系统组成零部件众多,对各个零部件均进行故障相关性分析,工作量巨大, 本文借助于 DEMATEL 方法,分析了主轴系统各个零部件的故障重要程度、零部 件故障关联程度,以铣轴组件为研究重点,完成了铣轴组件的不精确可靠性建模与 分析。

(4) 重型数控机床在设计研制阶段经过"设计-试验-改进-再设计-再试验"、 "研制-测试-改进-再研制-再测试"的重复过程,其可靠度不断增长,前一增长阶 段的可靠性信息可作为下一阶段可靠性增长的评定依据,考虑到数据不足时先验 分布无法精确确定,本文采用不精确 Dirichlet 先验分布族表征先验信息,建立了 系统不精确可靠性增长模型,并将该模型应用到铣轴组件的固有可靠性评定中;考 虑到使用可靠性与固有可靠性的耦合性,本文以固有可靠性信息为不精确先验信 息,以使用可靠性评定为目标,建立了使用可靠性评估模型,实现了铣轴组件使用 可靠性的评定。

关键词:重型数控机床主轴系统,混合不确定性,失效相关性,不精确概率,可靠 性建模,可靠性分析

Π

ABSTRACT

Heavy-duty CNC machine tools have been used to process and manufacture the products and the key components which concerns the national economy and defense security, and the quantity of heavy-duty CNC machine tools measures the industrialization level and the comprehensive economic strength of a country. The domestic heavy-duty CNC machine tools have obtained a lot of achievements after years of development, yet some issues are still existed. For domestic heavy-duty CNC machine tools, the technological innovation is insufficient, the basic experiment conditions is absent, and the advanced core technology isn't breakthrough, thus the domestic heavyduty CNC machine tools have frequent early failures, bad quality stability, high maintenance costs during their usages. These issues have raised lots of difficulties and challenges to the machine tool users, and directly, also lead to the poor reliability, low product additive value, and a weak international competitiveness of domestic heavy-duty CNC machine tools. However, the existing reliability technology has been developed for the medium and small-sized CNC machine tools, not for the heavy-duty CNC machine tools, which show a large difference with the medium and small-sized CNC machine tools in their structures, working environments and machining task. The existing reliability technologies can't be applied directly, thus new reliability technologies for specific to heavy-duty CNC machine tools are needed.

Reliability analysis and modeling is one of the key reliability technologies for the heavy-duty CNC machine tools. Through the characteristics analysis of reliability data and impact factor analysis of reliability, reliability analysis and modeling is to study how to construct reliability model in accordance with the structure function characteristics of heavy-duty CNC machine tools. Compared with the general machine tools, heavy-duty CNC machine tools have a more complex system structure, smaller size samples, less experimental data, incomplete information, more complex failure mechanism and other characteristics. Aiming at the problems analyzed above, the major research contributions and innovative outcomes are summarized as follows.

(1) Take a heavy-duty CNC machine tool spindle as the research object, this paper analyzed various uncertainty factors influencing the reliability of the heavy-duty CNC machine tool spindle and the limitations of the existing uncertainty quantification methods, constructed an unified framework for hybrid uncertainty quantification (UQ) based on the imprecise probability theory. Based on the UQ framework and stress-strength interference theory, this paper proposed an imprecise structural reliability analysis and modeling method for mechanical components. The models proposed in this paper are verified through the imprecise structural reliability analysis of a certain type of milling spindle.

(2) Based on the UQ framework, this paper proposed an improved imprecise structural reliability model by considering the correlation of multiple failure modes. Failure correlation is the common characteristic of the heavy-duty CNC machine tool spindle, the existing researches on failure correlation are based on a large number of statistical failure data. The existing researches can't be applied under the situation of insufficient data and it is not in consonance with the characteristic of heavy-duty CNC machine tools. Thus, this paper introduced a copula function into the structural reliability model, proposed an improved imprecise structural reliability model to consider the failure correlation, and then applied the improved model to the reliability analysis and modeling of the milling spindle to verify its effectiveness.

(3) The heavy-duty CNC machine tool as well as its sub-systems are often influenced by hybrid uncertainties and the correlated failures of different components. According to this, this paper proposed an imprecise structural analysis and modeling method for mechanical system considering hybrid uncertainties and failure correlations. Most mechanical system reliability model can be regard as the combination of typical system reliability model, thus this paper proposed an imprecise structural reliability model for the typical system. Moreover, considering the importance of failure tree analysis on system reliability analysis and modeling, this paper proposed an imprecise structural reliability analysis and modeling method under failure tree analysis. Heavy-duty CNC machine tool spindle system includes many components, correlation analysis of these components often leads to a huge workload. Thus, this paper adopted DEMATEL method to analyze the importance and the failure correlation degree of different components, then the imprecise structural reliability analysis and modeling of a milling spindle is carried out.

(4) During the life cycle of heavy-duty CNC machine tools, the reliability data is constantly updating and the reliability parameters are constantly changing. After an intensive study on the changing rule of reliability, the paper constructed an imprecise

IV

reliability growth model and an imprecise usage reliability assessment model. During the design and manufacture stages, heavy-duty CNC machine tool experienced the repeatable process of 'design -test-improvement -edesign -retest' and 'manufacture -test - improvement -remanufacture -retest', its reliability is ever-increasing, the reliability data of the former growth stage can be treated as the prior information of the later growth stage. Considering the prior distribution can't be precisely determined under the condition of lack of data, this paper adopted imprecise Dirichlet prior distribution family to represent the prior information and constructed the imprecise reliability growth model. The usage reliability has a relationship with the inherent reliability, thus this paper took the information of inherent reliability as the prior information and realized the reliability assessment of usage reliability.

Keywords: Heavy-duty CNC machine tool spindle system, hybrid uncertainties, failure correlation, imprecise probability, reliability modeling, reliability analysis

目 录

第一章 绪 论	1
1.1 课题来源、研究背景及意义	1
1.1.1 课题来源	1
1.1.2 研究背景及意义	1
1.2 研究现状	
1.2.1 数控机床不确定性量化与可靠性建模	
1.2.2 考虑故障相关性的可靠性建模与分析	7
1.2.3 面向寿命周期的数控机床可靠性建模与分析	
1.2.4 不精确概率理论在可靠性工程中的应用	9
1.2.5 综述总结与问题提出	
1.3 研究内容和组织结构	
1.3.1 主要研究内容	
1.3.2 本文组织结构	
第二章 混合不确定性下的机床主轴结构可靠性建模与分析	
2.1 引言	
2.2 机床主轴结构可靠性	
2.3 机床主轴混合不确定性统一量化方法	
2.3.1 机床主轴混合不确定性分析	
2.3.2 现有不确定性量化方法的局限性及不精确概率理论	
2.3.3 基于不精确概率理论的混合不确定性统一量化	
2.4 混合不确定性下的不精确结构可靠性建模与分析方法	
2.4.1 应力-强度干涉理论	
2.4.2 混合不确定性下的结构可靠性建模及计算	
2.4.3 不同变量类型组合下的不精确结构可靠性模型及计算.	
2.5 重型数控机床铣轴不精确结构可靠性建模与分析	
2.5.1 铣轴的静强度不精确可靠性建模与分析	
2.5.2 铣轴的疲劳强度不精确可靠性建模与分析	
2.5.3 铣轴的刚度不精确可靠性建模与分析	41
2.5.4 铣轴的振动稳定性不精确可靠性建模与分析	
2.6 小结	

第三章 失效相关下的机床主轴不精确结构可靠性建模与分析	. 45
3.1 引言	. 45
3.2 单失效模式下考虑变量相关性的不精确可靠性建模与分析	. 46
3.2.1 相关性及其度量方法	. 46
3.2.2 单失效模式下考虑变量相关的不精确结构可靠性建模与分析	. 48
3.2.3 考虑变量相关的机床主轴不精确结构可靠性建模与分析	. 49
3.3 多失效模式相关下的机床主轴不精确可靠性建模与分析	. 53
3.3.1 机床主轴的多失效模式	. 53
3.3.2 多失效模式相关下的不精确结构可靠性建模	. 55
3.3.3 考虑失效相关的不精确可靠性建模一般方法	. 56
3.4 失效相关下的铣轴不精确结构可靠性建模与分析	. 58
3.4.1 铣轴失效相关性分析	. 58
3.4.2 静强度失效与疲劳强度失效的相关性分析	. 59
3.4.3 静强度失效与刚度失效的相关性分析	. 61
3.4.4 疲劳强度失效与刚度失效的相关性分析	. 63
3.4.5 失效概率计算与对比分析	. 65
3.5 小结	. 66
第四章 同时考虑混合不确定性和故障相关性的系统不精确可靠性建模与分析。	. 67
4.1 引言	. 67
4.2 混合不确定性下的机械系统可靠性建模方法	. 68
4.2.1 混合不确定性下的机械系统可靠性建模一般方法	. 68
4.2.2 典型机械系统不精确可靠性建模	. 69
4.2.3 基于故障树分析的机械系统不精确可靠性建模	. 72
4.3 机床主轴系统各零部件失效相关性分析	. 75
4.3.1 DEMATEL 方法	. 75
4.3.2 机床主轴系统故障数据收集与分析	. 76
4.3.3 基于 DEMATEL 方法的铣轴组件失效相关性分析	. 76
4.4 失效相关下的铣轴组件不精确可靠性建模与分析	. 79
4.4.1 铣轴组件不精确可靠性建模与分析	. 79
4.4.2 铣轴组件失效相关计算	. 81
4.4.3 铣轴子系统失效概率的计算	. 85
4.5 小结	. 85
第五章 面向寿命周期的机床铣轴组件不精确可靠性建模与分析	. 86

5.1 引言	86	
5.2 基于 Dirichlet 先验分布族的不精确 Bayes 可靠性建模	87	
5.2.1 不精确 Dirichlet 模型	87	
5.2.2 基于不精确 Dirichlet 模型的多项式数据不精确 Bayes 建模	89	
5.2.3 基于不精确 Dirichlet 模型的寿命型数据不精确 Bayes 建模		
5.2.4 不精确 Bayes 建模的一般方法		
5.3 基于不精确 Bayes 模型的铣轴组件固有可靠性建模与分析		
5.3.1 铣轴组件的固有可靠性		
5.3.2 基于不精确 Bayes 模型的固有可靠性建模与分析		
5.3.3 某型号重型数控落地铣镗床铣轴组件的固有可靠性建模与分	▶析96	
5.3.4 基于 Gibbs 抽样的固有可靠度计算	100	
5.4 基于不精确 Bayes 模型的铣轴组件使用可靠性建模与分析	101	
5.4.1 铣轴组件的使用可靠性	101	
5.4.2 基于不精确 Bayes 模型的使用可靠性建模与分析	102	
5.4.3 某型号重型数控落地铣镗床铣轴组件使用可靠性建模与分析	ŕ 103	
5.5 小结	106	
第六章 总结与展望	107	
6.1 全文总结	107	
6.2 后续工作展望	108	
致 谢	110	
参考文献111		
在学期间参与的项目研究122		
攻读博士学位期间取得的成果123		

图目录

图	1-1	本文组织框架	.15
冬	2-1	某重型数控落地铣镗床主轴系统示意图	.17
冬	2-2	某重型数控落地铣镗床主轴系统主要零部件组成图	.17
图	2-3	样本点的概率拟合和 P-Box 拟合	.26
图	2-4	三角模糊数的隶属函数及其 α -水平截集	.27
图	2-5	混合不确定性统一量化步骤框图	29
图	2-6	应力-强度干涉示意图	.30
图	2-7	随机变量 Z 的 PDF	.33
图	2-8	某重型数控落地铣镗床铣轴	.36
图	2-9	铣轴受力分析图	.37
图	2-10) 随机变量 _z 的 PDF	.40
图	3-1	<i>x</i> 、 <i>y</i> 的频率直方图	.50
图	3-2	<i>x</i> 、 <i>y</i> 的经验分布函数与核分布函数	.51
图	3-3	<i>x</i> 、 <i>y</i> 的频数分布直方图	.51
图	3-4	不同Copula函数的密度函数和分布函数	.52
图	3-5	失效相关下的不精确可靠性建模与分析过程	57
图	3-6	<i>8</i> ₁ 、 <i>8</i> ₂ 的频率直方图	59
图	3-7	g_1 、 g_2 的经验分布函数与核分布估计图	59
图	3-8	g_1 、 g_2 的频率分布直方图	60
图	3-9	不同 copula 密度函数和分布函数	60
图	3-10) <i>g</i> ₁ 、 <i>g</i> ₃ 的频率直方图	61
图	3-1	1 g_1 、 g_3 的经验分布函数与核分布估计图	62
图	3-12	2 <i>8</i> 1、 <i>8</i> 3的频率分布直方图	62
图	3-13	不同Copula函数拟合的概率密度函数及联合分布函数	63
图	3-14	↓ <i>8</i> 2、 <i>8</i> 3的频率直方图	63
图	3-15	5 <i>8</i> 2、 <i>8</i> 3的的经验分布函数与核分布估计图	64
图	3-16	5 <i>8</i> 2、 <i>8</i> 3的频数分布直方图	64
图	3-17	不同Copula函数拟合的概率密度函数及联合分布函数	65
图	4-1	串联系统可靠性框图	69
图	4-2	重型数控机床主轴系统可靠性框图	69
图	4-3	并联系统可靠性框图	70

图 4-4 混联系统可靠性框图	71
图 4-5 _{k/n(G)} 表决系统可靠性框图	71
图 4-6 旁联系统可靠性框图	72
图 4-7 故障树分析流程	72
图 4-8 系统最小割集、最小路集示意图	74
图 4-9 DEMATEL 实施步骤	75
图 4-10 机床主轴系统各零部件故障关系	77
图 4-11 铣轴组件可靠性结构框图	79
图 4-12 T_1 、 T_2 的频率直方图	
图 4-13 T_1 、 T_2 的经验分布函数与核分布估计图	
图 4-14 T_1 、 T_2 的频率分布直方图	
图 4-15 T_1 、 T_2 联合密度函数和联合分布函数	83
图 4-16 T_1 、 T_3 的频率直方图	
图 4-17 T_1 、 T_3 的经验分布函数与核分布估计图	
图 4-18 T_1 、 T_3 的频率分布直方图	
图 4-19 二元正态 Copula 密度函数和分布函数	
图 5-1 不同参数下的 Dirchlet 分布	
图 5-2 系统寿命 X 轴区间划分	
图 5-3 完全失效数据	90
图 5-4 右截尾数据	90
图 5-5 基于 IDM 的不精确 Bayes 可靠性建模与分析方法	94
图 5-6 可靠性增长各阶段的均匀分布与其等效 Beta 分布	97
图 5-7 威布尔假设下的铣轴组件固有可靠性抽样值	100
图 5-8 使用可靠性与固有可靠性的关系	
图 5-9 不同 v 值对应的可靠度上下界	106

表目录

表	2-1	静强度变量的相关信息	
表	2-2	不同方法计算得到的静强度失效概率	
表	2-3	疲劳强度变量的相关信息	
表	2-4	不同方法计算得到的疲劳强度失效概率	41
表	2-5	刚度变量的相关信息	41
表	2-6	不同方法计算得到的刚度失效概率	
表	2-7	振动变量的相关信息	
表	2-8	不同方法计算得到的振动失效概率	
表	3-1	不同应力水平下的循环次数	
表	3-2	引起机床主轴失效的原因	54
表	3-3	不同轴零件的主要失效模式及计算公式	
表	3-4	功能函数 $g_i(\sigma_i,S_i)$ 收据收集表	
表	3-5	独立条件下和失效相关下的铣轴失效概率	66
表	4-1	逻辑门结构的结构函数及顶事件发生概率	73
表	4-2	某系列重型数控落地铣镗床故障数据分析表	76
表	4-3	铣轴组件各零部件的影响度、被影响度、原因度和中心度	79
表	4-4	铣轴组件部分失效数据	
表	5-1	铣轴组件可靠度先验信息	96
表	5-2	均匀分布及其等价 Beta 分布参数估计表	97
表	5-3	改进过程中的可靠性试验数据	
表	5-4	各增长阶段可靠性和形状参数的后验估计	
表	5-5	铣轴组件故障数据	104
表	5-6	不同区间失效概率的上下界(v=1)	
表	5-7	不同区间可靠度的上下界(v=1)	
表	5-8	不同区间失效概率的上下界(v=2)	
表	5-9	不同区间可靠度的上下界(v=2)	

主要符号及缩略语

X	随机变量
Y	区间变量
\widetilde{Z}	模糊变量
\widehat{K}	P-Box 变量
$P_r(\cdot)$	概率运算
$E(\cdot)$	期望运算
$F(\cdot)$	累积分布函数(CDF)
$\rho(X)$	联合概率密度(PDF)
$R(\cdot)$	可靠度函数
$g(\cdot)$	功能函数
$L(\cdot)$	似然函数
$C(u_1, u_2)$	二元 Copula 函数
$c(u_1,u_2)$	二元 Copula 密度函数
$I_{[a_1,a_2]}(\cdot)$	指示函数
$\left[\underline{P}(X), \overline{P}(X)\right]$	上、下概率
$\left[\underline{M}(X), \overline{M}(X)\right]$	上、下期望

DEMATEL	决策试验和评价试验方法(Decision Making Trial and
	Evaluation Laboratory)
UGF	通用生成函数模型(Universal Generating Function)
PMF	概率质量函数(Probability Mass Function)
IDM	不精确 Dirichlet 模型(Imprecise Dirichlet Model)
MC	蒙特卡洛方法(Monte Carlo)
P-Box	概率盒子(Probability-Box)

第一章 绪 论

1.1 课题来源、研究背景及意义

1.1.1 课题来源

本文得到了以下项目的研究资助:

(1)"高档数控机床与基础制造装备"国家科技重大专项课题"重型数控机床 关键共性技术创新能力平台"(课题编号:2013ZX04013-011)子课题:重型数控机 床可靠性评价及热变形分析共性技术研究与应用(子课题编号:2013ZX04013-011-05)。

(2)"高档数控机床与基础制造装备"国家科技重大专项课题"重型机床可靠 性评价与试验方法研究"(课题编号:2014ZX04014-011)子课题:重型机床电器控 制与驱动系统可靠性技术研究(子课题编号:2014ZX04014-011-01)。

(3)国家自然科学基金委和中国工程物理研究院联合基金项目:基于混合不确定性信息处理的复杂分层系统健康评估(项目编号:U13301055)。

(4)国家自然科学基金项目:数控装备运行可靠性的多源时变耦合建模与实时评估研究(项目编号:51405065)。

1.1.2 研究背景及意义

数控机床肩负着航空航天、发电设备、大型船舶、轨道交通、海洋工程等多个 关系国民经济与国防安全的行业产品及关键零部件的加工制造,其质量、性能和技 术水平是衡量一个国家工业化水平和综合经济实力的重要标志^[1,2]。根据原国家机 械工业部机床工具局规定,机床自身重量在 10~30 吨内为大型机床, 30~100 吨内 为重型机床,大于 100 吨的为超重型机床^[3]。在科技日新月异的今天,重型数控机 床向着高速度、高精密度、多轴联动复合加工等方向发展,然而随着密集型技术的 引入和复合功能的增多,机床可靠性问题逐渐突出,不可靠因素和故障隐患日益增 多。重型数控机床在使用过程中不断暴露出早期故障频发、质量稳定性差、维护成 本高等问题^[4],这些问题给机床用户带来诸如材料损失、产品报废、生产效率降低、 寿命周期费用陡增等系列问题,进而导致我国国产数控机床可靠性差、产品附加值 低、产业化能力弱、国际竞争力不强等恶劣局面^[5-7]。

国产数控机床经过多年的发展取得了一定成就,但机床科技创新理论支撑不 足,基础实验条件十分缺乏,高级人才更为匮乏,现有发展多依靠经验、模仿、引 进、技术消化和改进创新来完成,尖端核心技术尚未突破,且过去的重型数控机床 研制多以型号产品开发、性能指标实现为目标,对可靠性考虑较少^[8,9]。此外,现 有数控机床可靠性技术体系多为针对中小型数控机床构建,针对重型数控机床可 靠性技术的研究尚未深入开展。由于重型数控机床在结构形式、制造装配、运动控 制、任务工况、故障模式等方面与中小型数控机床大有不同,现有可靠性技术不能 直接应用,此外,针对重型数控机床的基础数据积累、可靠性试验、可靠性建模、 可靠性设计、可靠性增长、可靠性评价及可靠性考核验证等关键技术均十分缺乏^[3, 5,10,11]。因此,重型数控机床可靠性关键技术的研究和应用是重型数控机床质量提 升和快速发展的关键所在。

重型数控机床可靠性建模与分析是在综合研究机床可靠性影响因素和可靠性 数据特征的条件下,以典型系统可靠性模型为基础,结合重型数控机床结构功能特 点,建立数学模型来对其可靠性进行分析和评定的过程^[10,12]。可靠性建模与分析 是重型数控机床可靠性技术体系的重要组成部分,是机床寿命周期各阶段可靠性 定量描述、定时监测和有效控制的重要方法,也是检验机床设计是否合理、工艺是 否正确、使用是否得当,衡量机床可靠性是否满足要求的必要手段,同时是机床设 计改进、制造提升、工艺优化、维护策略制定的主要依据^[5,10,12]。

相对于普通数控机床,重型数控机床具有结构组成复杂、技术难度大、研制周期长、制造成本高、驱动负载大、工况应力动态多变、受重力变形影响严重等特征, 且由于任务要求及工作环境的特殊性,重型数控机床往往是小批量定制和生产^[5,9,10]。重型数控机床的以上特征决定了其可靠性建模与分析的特点和难点,主要表现 在:

(1)系统结构复杂,建模困难:重型数控机床是机械、电气、液压、控制等 多物理过程一体化、多单元技术集合而成的大型复杂机械系统,采用经典"金字塔" 式可靠性建模方法对其进行可靠性建模十分困难,且即使同型号、同批次的重型数 控机床也往往分布在全国各地工厂里,工作在不同的环境条件和工作应力下,从而 使得收集到的同类机床的可靠性数据具有很大差异性,此时继续采用经典概率论 中"同总体"假设下多台重型数控机床可靠性数据统计分析方法,分析结果必会引 起较大质疑^[9,10]。

(2) 整机及关键零部件样本少,试验数据不足、信息不全:重型数控机床研制周期长且耗资昂贵,部分机床专门定制,总体数量就很少,此时机床整机及关键零部件可靠性试验存在样本少、试验数据不足且多为截尾数据的特点;现有可靠性建模与分析方法多适用于大样本情况,多以"大数定律"为基本定律之一的概率论为量化工具,小样本下的试验数据不足问题直接影响着重型数控机床可靠性分析精度^[10,13]。

(3)可靠性数据类型多样,难统一处理:重型数控机床可靠性建模与分析常常面临样本少、数据不足、建模困难等问题,因此必须充分利用各种间接可靠性数据。重型数控机床可靠性数据主要包括机床整机及其零部件的设计信息、仿真数据、可靠性试验数据、现场故障数据、状态监测数据、相似机床产品及相似零部件的可靠性数据、专家判断或者工程师经验等^[5,10,14],这些数据类型不同,量化方式不同,以上数据能否统一量化并有效融合是重型数控机床可靠性建模与分析的关键问题之一。

(4)故障机理复杂,故障存在相关性:现有重型数控机床可靠性建模与分析 方法多是基于故障独立性假设,但研究发现,重型数控机床零部件的多失效模式间 存在相关性,不同零部件、子系统间存在共因失效、干扰失效和连锁失效^[15,16],因 此,必须在重型数控机床可靠性建模与分析过程中考虑相关性。

(5)寿命周期各阶段可靠性模型相互耦合:重型数控机床固有可靠性由设计 阶段和制造阶段共同决定,而机床使用可靠性在本质上是固有可靠性在实际工作 环境和加工工况下的直接呈现^[17]。固有可靠性和使用可靠性的内在联系决定了重 型数控机床寿命周期各阶段可靠性模型具有耦合性,因而在重型数控机床寿命周 期各阶段可靠性建模时需要妥善解决耦合建模问题。

综上所述,如何在样本少、数据不足、建模困难的情况下利用重型数控机床不 同类型的可靠性数据信息,融合其在设计、制造和使用过程中积累的可靠性数据, 在充分考虑失效相关性、寿命周期各阶段可靠性内在联系的基础上建立实时有效 的可靠性模型并实现重型数控机床可靠性的分析与评定是重型数控机床可靠性建 模与分析的核心问题。鉴于此,本文将围绕该问题展开深入研究,旨在为重型数控 机床可靠性关键技术的研究突破和实践应用提供理论基础和应用示例。

1.2 研究现状

1.2.1 数控机床不确定性量化与可靠性建模

从数学工具的角度来讲,最初数控机床可靠性建模与分析主要基于概率论、 Bayes 理论,随着研究深入及小样本等实际问题的需要,包含证据理论、模糊数学、 区间分析、可能性理论等在内的非概率理论被引入数控机床可靠性建模与分析中, 以上理论的引入进一步拓展了数控机床可靠性建模与分析体系。因此,本节从基于 概率论的数控机床可靠性建模与分析、基于 Bayes 理论的可靠性建模与分析、基于 非概率理论的数控机床可靠性建模与分析三个方面进行现状综述。

1.2.1.1 基于概率论的数控机床可靠性建模与分析

20 世纪 70 年代, 以 А.С. Проников 为代表的专家学者应用概率论、Monte-Carlo 等方法首次将故障参数化模型、工艺可靠性及可靠性预测等内容融入机床精 度研究中,他们的著作《数控机床的精度与可靠性》奠定了数控机床可靠性研究的 基础^[18]。20世纪80年代,欧美国家的专家学者以现场故障数据和机床厂商提供的 可靠性信息为基础,建立了机床故障数据库,开发了机床可靠性分析与评价软件, 在机床故障规律研究的基础上分析了机床可靠性薄弱环节,实现了机床可靠性增 长^[5]。其中, 英国 Birmingham 大学的研究人员通过分析英国和土耳其使用的 35 台 数控机床的故障数据,指出机床整机的故障时间服从两参数威布尔分布,且形状参 数为 0.8~1.07,并指出数控系统和机械系统的故障时间分别服从尺度参数为 233~383h 和 208~228h 的威布尔分布。以售后故障信息反馈和售后维修数据分析为 依据,德国和瑞士的数控机床厂商在机床寿命周期各阶段贯穿实行可靠性保障技 术,提高了机床精度和稳定性,完善了机床可靠性保障体系^[5,19]。此外,美国一些 专家学者针对柔性制造系统(Flexible Manufacturing System, FMS)可靠性分析与 评估技术展开了研究^[20, 21]。日本机床界学者对数控机床可靠性的研究仍然以大样 本故障数据分析为基础。20世纪90年代中期,日本新泻大学的藤井义教授等[22]对 45 台卧式和 25 台立式加工中心进行了现场可靠性试验,通过试验数据分析验证了 当时日本卧式加工中心的平均故障间隔时间(Mean Time Between Failure, MTBF) 约为 824h, 立式加工中心的 MTBF 为约 700h。

与国外研究方式类似,国内机床专家学者最初对数控机床可靠性建模与分析 方法的研究同样以概率论为基础,以大样本故障数据收集为主导,其研究内容主要 集中在故障数据统计与分析、可靠性数据库建立、可靠性软件开发、可靠性参数化 建模、可靠性分析、可靠性评定等方面。

在基于概率论的可靠性建模与分析研究中,孙志杰等^[23]利用两参数威布尔分 布对 14 台数控铣床 CNC 系统的故障数据进行拟合,建立了 CNC 系统故障间隔时 间的分布模型,并对 CNC 系统的 MTBF、平均维修时间(Mean Time To Repair, MTTR)及固有可用度三项可靠性指标进行了评定。张海波等^[24]根据某型号数控系 统为期 1 年的故障数据,应用最小二乘法对该系统故障间隔时间分布模型进行了 参数估计,并采用 d 检验法进行假设检验,验证了该数控系统故障间隔时间服从 威布尔分布的假设。李星军^[22]采用两参数威布尔分布对 42 台数控磨床首次故障时 间进行拟合,并完成了该型数控磨床的平均首次故障时间(Mean Time To First Failure, MTTFF)估计。张忠松^[25]应用三参数威布尔分布代替两参数威布尔分布对 某加工中心的现场故障数据进行拟合分析,得到了国产加工中心 MTBF 和 MTTFF 的点估计。陈炳锟^[26]、申桂香等^[27]将定数截尾数据转化为随机截尾数据,分别用 两参数威布尔分布和三参数威布尔分布对故障数据进行拟合,对MTBF进行评估, 通过对比检验得出了三参数威布尔分布评估结果更加精确的结论。廖小波^[28]、张 根保等^[29,30]基于5台某卧式加工中心1年的现场故障数据和售后维修数据分析, 采用两重威布尔分段模型对该加工中心的故障间隔时间进行拟合,建立了故障率 浴盆曲线模型并确定了拐点。基于二重混合威布尔分布、BFGS 算法和内点法,朱 海平等^[30]在对某卧式加工中心现场故障数据统计分析的基础上研究了该型卧式加 工中心失效率函数的特征。考虑到失效相关性,郑锐^[31]、张英芝等^[16]在研究故障 率相关的基础上,应用二重威布尔竞争风险模型分别建立了机床整机和功能部件 的可靠性模型。针对具有多样本随机截尾特点的数控机床现场故障数据,许彬彬等 ^[33]采用试验总时间法进行趋势检验,验证了数控机床的故障过程为浴盆曲线,采 用极大似然估计法对强度函数进行参数估计,建立了基于非齐次泊松过程的可靠 性模型。

以上研究以概率论为基础,概率论的研究对象为大量重复的随机事件,因此该 方法适用于样本数量较大、试验数据较为丰富的情况。基于概率论的可靠性建模与 分析方法在工程实际中研究较早,方法较为成熟,是工程应用最为广泛的一种建模 与分析方法。

1.2.1.2 基于 Bayes 理论的数控机床可靠性建模与分析

概率论以大样本为基础,基于概率论的可靠性建模与分析方法适用于样本数 量较多、数据较丰富的情况,当样本数量较少、试验数据不充足时,该方法不再适 用。为了弥补数据不足对数控机床可靠性建模与分析的影响,以先验信息与试验数 据融合为基本方法的 Bayes 理论被引入到机床可靠性研究中。其中,张晓坤^[34]以 二项分布数据模型为基础,结合 Bayes 理论和金字塔式系统可靠性分析方法,实现 了小样本情况下数控机床电气系统的可靠性评定。王微^[35]将信息熵理论应用到可 靠性信息折算中,以信息熵理论辅助 Bayes 方法解决了数据不足时数控机床可靠 性建模问题,并利用组合赋权法对数控机床可靠性进行了综合分析。针对重型数控 机床先验信息难以量化问题,张雷^[8]以渐变可靠度信息为先验信息,利用 Bayes 方 法得到了机床整机及关键零部件的概率可靠度,通过对比分析,验证了 Bayes 方法 在可靠性分析与评定中的适用性和优越性。张丰收等^[36]利用 Bootsrtap 抽样获得了 重型数控机床 MTBF 的离散分布并采用威布尔分布进行拟合,利用 Bayes 公式推 导了其后验分布,并验证了该方法的有效性。钱浩^[13]以 3 台加工中心类似子系统 的故障数据为先验信息,基于改进的 Bootsrtap-Bayes 计算方法建立了小样本下的 加工中心可靠性模型,该方法一方面避免了传统 Bayes 方法中先验分布确定过于 主观的问题,另一方面克服了 Bootsrtap 抽样时误差过大的缺点。于捷等^[37]针对传 统可靠性推断方法置信度低的问题,研究了小子样下数控机床整机及其子系统可 靠度置信下限的 Bayes 求解方法,通过 10 台数控机床的定时截尾试验数据验证了 该方法的精确性。朱孟兵^[38]基于 VMC 系列机床的故障数据, 分别应用回归折算方 法和 Bayes 方法研究了故障数据不足情况下的机床可靠性评定方法,通过结果对 比验证了两种方法的有效性。周源泉^[39]利用 Bayes 理论研究了机床故障数据为指 数分布时的可靠性评估方法,并对机床 MTBF 进行了评估,在该研究中先验信息 由指数分布的共轭先验来量化。考虑到威布尔分布建立似然函数计算困难,游达章 等^[40, 41]将威布尔分布转化成指数分布,取逆伽马分布为先验分布并采用先验矩方 法估计了逆伽马分布的超参数,之后依据伽玛函数的性质推导了指数分布的参数, 继而转化为威布尔分布的参数,完成了数控系统的可靠性评定。彭卫文[5,10]针对数 控机床结构功能特点及寿命周期各阶段可靠性数据特性,基于 Bayes 理论构建了 一套面向全寿命周期的国产高档数控机床可靠性评估框架,该框架重点研究了数 控机床设计、研制和服役阶段的可靠性评估方法以及基于 Bayes 理论的多源、异种 和层次可靠性信息的融合技术。

Bayes 方法通过先验信息的引入降低了可靠性建模与分析对试验数据的苛刻 要求。基于 Bayes 理论的可靠性建模与分析方法在一定程度上弥补了数据不足对 数控机床可靠性建模与分析的影响,该方法在实际工程中得到了一定应用和推广。

1.2.1.3 基于非概率理论的数控机床可靠性建模与分析

随着研究的深入,研究者逐渐发现可靠性建模与分析过程中不仅存在着随机 性因素,还存在着由于概念界限不清晰引起的模糊性因素、信息不完备引起的未确 知性因素,无论是概率论还是 Bayes 理论都不能对模糊性因素和未确知性因素进 行有效描述,因此,包含模糊数学、证据理论、可能性理论等在内的非概率理论被 应用到机床可靠性建模与分析中。其中,张根保等^[42]运用模糊集理论,在考虑专家 意见和机床研发风险的基础上定义了一种判定模糊真值的函数并给出了隶属度的 确定方法,构建了可靠性分配指标体系,建立了元任务的模糊评判矩阵,提出了基 于任务的机床模糊可靠性分配方法。米金华等^[43]以某机床液压系统为研究对象, 针对其故障概率具有模糊性这一特点,结合模糊数学和故障树分析技术,建立了模 糊故障树,实现了液压系统的可靠性定性和定量分析。贾敬阳^[44]在机床故障模式 影响及危害性分析(Failure Mode Effects and Criticality Analysis, FMECA)的基础 上建立了模糊故障树并进行了定性分析,针对数据不足问题,运用模糊理论和层次 分析法(Analytic Hierarchy Process, AHP)对底事件做出了综合评价,并进行了失效率和重要度的计算。于捷等^[45]在专家信息融合的基础上提出了基于 D-S 证据理论的推理方法,实现了各种可靠性信息的有效利用,降低了机床可靠性评估中的不确定性。朱晓翠^[46]利用灰色理论对机床可靠性和维修性进行了分析与研究,在该研究中,机床整机及其子系统被看作灰色系统。杨兆军等^[47]针对数控机床可靠性分配中部分因素难以量化的问题,提出了基于区间分析、模糊综合评判法、AHP 相结合的可靠性分配方法。

非概率可靠性方法从主观信息量化或主、客观信息融合的角度来实现系统可 靠性建模与分析,该方法适用于主观信息丰富、客观数据不足的情况,是传统概率 可靠性建模与分析方法的有效补充。

1.2.2 考虑故障相关性的可靠性建模与分析

机械系统相关性研究主要包括三个方面,即:变量之间的相关性、零部件多失效模式间的相关性、子系统或零部件间的失效相关性^[48]。本节将针对零部件多失效模式间的相关性研究和子系统或零部件间的失效相关性研究进行综述。

1.2.2.1 零部件多失效模式相关性建模与分析

关于多失效模式间的相关性研究,现有理论主要集中在解决两个问题,一是分 析多失效模式间是否存在相关性,二是如何定量分析相关性^[48]。

孙志礼等^[49]给出了功能函数含有共同变量情况下的机械零部件可靠度计算式, 并验证了机械零部件可靠度与相关系数的关系。吴波^[50]分析了轴的多失效模式, 提出了多失效模式相关下的可靠度计算模型。喻天翔等^[48]在 O. Detlevsen 窄界理论 基础上,提出了仅考虑主次失效模式相关系数的可靠度计算方法,并以传动轴为例, 对新方法进行了验证。此外,喻天翔等^[51]介绍了心轴、转轴、传动轴的四种失效模 式,并给出了失效相关下的可靠性建模方法。韩文钦等^[52]针对结构失效相关性,提 出了基于 Copula 函数的失效概率计算方法,利用 Matlab 和 Monto Carlo 方法估算 Copula 函数的参数,实现了变量联合概率分布的 Copula 建模。唐家银等^[53]利用 Copula 函数,提出了用于失效相关构件可靠度计算的 Copula-Reliability 算法,该 方法克服了 Dietlevsen 窄界、主次失效模式等方法在失效相关研究中的局限性,验 证了多失效模式相关下的零件可靠度是介于独立假设计算值和最薄弱环节计算值 之间的一个连续变化值。闫明等^[54]采用线性回归法研究了机械零部件不同失效模 式的极限状态函数关系式,建立了多失效模式相关下的可靠度计算二重积分模型。

1.2.2.2 子系统或零部件间失效相关性建模与分析

关于子系统或零部件间的失效相关性研究,现有文献主要集中在共因失效机 理研究和功能函数含有共同变量的失效相关研究两个方面。

李翠玲等[56]从分析零部件失效机理的角度研究系统失效相关性,分析了现有 相关失效模型的优缺点,探讨了现有相关性分析模型的适用范围。王学敏、谢里阳 等[58,59]在研究各种共因失效模型的基础上,从系统和元件完好程度角度,建立了 与工程实际更加切合的共因失效新模型,提出了系统各阶失效率新算法,开发了基 于失效数据的可靠性评估软件。周金宇等[60]针对共因失效下的串并联不可修系统, 研究了共因失效产生机理,建立了基于载荷离散化和概率发生函数的多状态系统 可靠性评估模型,该模型可反映共因失效下元件失效对系统性能的影响。王正等[61] 在考虑失效相关的基础上建立了串联、并联系统的强度概率分布模型,并分别以连 续性变量、离散型变量为寿命度量指标,推导了串、并联系统的失效概率模型,研 究了串、并联系统的寿命分布特征。周金宇、谢里阳等[62]在分析相关程度对系统结 构可靠度影响的基础上,提出了失效相关条件下系统结构可靠度的近似求解方法; 此外,通过研究冗余系统中载荷与元件强度分散程度对系统多失效相关性的影响, 阐明了元件强度变量独立情况下冗余系统发生共因失效的作用机理,揭示了共因 失效的原因^[63]。为了综合考虑共因失效和从属失效对k/n(G)表决系统带来的影响, 唐家银等^[64]通过 Copula 函数分开研究零部件失效相关结构函数与寿命边缘分布函 数,建立了考虑零部件失效相关的 k/n(G)系统可靠度计算模型。王正等^[65]分析了 失效相关对系统可靠性带来的影响,基于应力-强度干涉理论、顺序统计量理论及 随机过程建立了串联系统、并联系统、k/n(G)表决系统的可靠度动态模型。王晓 燕^[15]从分析故障相关的角度,提出了综合考虑故障相关性和环境要素的关键备件 评价方法,并对主轴系统进行了故障相关性分析与关键备件评价。张英芝等[66]应 用 Gumbel Copula 函数对数控机床进行故障相关性分析,建立了数控机床整机与子 系统的故障关系式,利用遗传算法实现了 Copula 函数的参数估计。

相对于失效独立假设下的可靠性建模与分析方法,多失效模式相关下的可靠 性建模与分析和零部件失效相关下的可靠性建模与分析更加符合工程实际,但以 上研究均以概率论为基础,适用于设计变量概率分布可确定的情况。

1.2.3 面向寿命周期的数控机床可靠性建模与分析

数控机床全寿命周期可划分为设计阶段、制造阶段、装配阶段和使用阶段,阶段不同,可靠性的研究重点不同^[2,5]。

黄洪钟等[2]在分析数控机床早期故障、关键故障部位、结构功能要求的基础上,

从系统、寿命周期、评价要素三个维度,构建了面向寿命周期的数控机床可靠性评 价框架,并将该模型应用于某型数控机床可靠性分析中,对寿命周期各阶段的可靠 性评价指标进行了说明。彭卫文^[5]针对数控机床寿命周期各阶段工程特性,以前一 寿命周期的可靠性数据为先验信息,分别建立了 Bayes 可靠性评估模型,构建了一 套面向寿命周期的机床可靠性评估框架。陈云雷[67]、张强等[68]在对并行工程和寿 命周期可靠性技术研究的基础上,分析了数控机床寿命周期各阶段的可靠性工作 重心及可靠性评价指标,提出了基于并行工程技术的数控机床可靠性控制模型,建 立了面向寿命周期的可靠性评价体系。张根保[69]针对工程实际中数控机床可靠性 存在的难题,对多品种、小批量生产条件下的机床产品进行了多阶段可靠性技术研 究,建立了机床产品寿命周期可靠性控制体系。张会杰^[70]以某型高速冲床传动系 统为研究对象,以其寿命周期为研究主线,对传动系统设计阶段、制造阶段、运行 阶段的可靠性关键技术进行了分析与研究。任丽娜等[71,72]基于叠加的对数线性过 程(Superposed Log-Linear Process, S-LLP),针对多台数控机床提出了考虑最小维 修条件的全寿命周期可靠性评估方法,建立了数控机床的浴盆曲线模型,定量分析 了机床早期故障的持续时间,并对模型参数和可靠性指标进行了点估计和区间估 计。王珊^[73]根据数控机床早期故障数据、偶然故障数据和售后维修数据,采用两重 威布尔分布模型建立了机床整机及其子系统在早期、偶然故障期及其衔接阶段的 寿命分布模型,进而实现了机床的瞬时可用度、稳态可用度和平均可用度的计算。

以上文献是从全寿命周期的角度对数控机床可靠性进行建模与分析,在寿命 周期各阶段可靠性建模的同时考虑了各阶段可靠性的耦合性;另有众多学者分别 针对数控机床寿命周期单个阶段的可靠性进行了分析与研究,这里不做介绍。

1.2.4 不精确概率理论在可靠性工程中的应用

不精确概率这一思想的提出可追溯到 19 世纪中期 Boole 的研究工作, Boole^[74] 试图用不精确概率这一概念来协调思维逻辑上完全无知和事件发生概率之间的关系。Keynes^[75]在 1920 年提出了一种用区间来表征概率大小的评估方法。自从 1990 年以来,不精确概率这一思想得到了更多专家和学者的关注,Walley^[76]第一次提出了"不精确概率"这一概念术语,并建立了不精确概率理论的框架体系。此外,Kuznetsov 和 Weichselberger^[77]使用"区间概率"一词来表示不精确概率这一概念,但在实际意义上,"不精确概率"和"区间概率"表达意思相同。由于 Walley 建立的不精确概率理论体系较为全面,人们普遍采用"不精确概率"来表示这一思想。Walley^[76]建立的不精确概率理论体系是从行为解释的角度研究主观不确定性,研究内容涵盖了不确定性的来源、不确定性的量化方法、不同类型主观信息的融合、主

观信息的不精确度分析、基于不精确概率理论的统计推理模型及其应用等方面。应 用不精确概率理论处理可靠性问题开始于 1996 年 Coolen 的工作^[78],其后不精确 概率理论被逐渐应用到系统可靠性、结构可靠性、人因可靠性和安全工程等多个方 面,并在系统可靠性分析与评估、寿命预测、故障树分析、维修决策等实际应用中 取得了众多成果^[79]。

首先,不精确概率理论在系统可靠性分析方面取得了一定成果。自然扩张模型 是不精确可靠性分析的建模工具也是其分析基础,现有自然扩张思想多采用优化 模型来表达,人们掌握的系统信息或元件信息构成了优化模型的约束条件,自然扩 张模型在由该约束条件构成的可行域内寻找所求可靠性指标的最大、最小值^[76]。 针对自然扩张模型复杂、计算困难等问题, Utkin 和 Kozine^[80]等对自然扩张模型做 了进一步研究,建立了自然扩张四种等效模型,每种模型有其适用的系统类型。此 外, Utkin 和 Kozine^[81,82]还针对自然扩张模型计算复杂问题提出了在特殊信息类型 下典型系统(串联系统、并联系统、冷储备系统、桥联系统等)的自然扩张简化算 法,其中心思想是将复杂的非线性优化模型转化为若干个容易求解的线性规划模 型进而求得原模型的近似解。Utkin 和 Gurov^[83-85]、Kozine^[86]等对具有二值状态的 典型系统在不完善信息下的可靠性分析与评估进行了深入研究。随后, Utkin 和 Gurov^[87]对连续状态系统和多态系统在不完全信息的可靠性分析和评估方面做了 研究,提出了连续状态系统和多态系统都可以转化为二值状态的系统来分析求解 这一观点。Utkin 和 Kozine^[88]将自然扩张的等效模型应用到结构可靠性分析中,建 立了系统元件相互独立、独立关系不明确两种情况下的系统失效概率计算模型。当 与系统或元件有关的可靠性数据信息较少时,可靠性分析与评估的依据主要来源 于专家意见,当专家意见不一致时,自然扩张模型在其可行域内是无解的。为此, Kozine^[83]提出了联合原则和一致性原则,事实证明该原则在应用过程中计算结果 不精确性较大^[89]。Walley^[76]、Goodman^[90]、Nguyen^[91]等提出了二阶不确定性模型 或者称为不确定性分层模型,二阶不确定性模型被成功应用在工程实践中[92,93]。

其次,不精确概率理论被逐渐地应用到可靠性评估和系统寿命预测中。当与系 统或者元件相关的可靠性信息较少时,可靠性评估的依据主要来源于专家意见等 主观信息。贝叶斯统计方法^[94, 95]在处理主观信息问题上起到了重要作用,但其仍 然基于精确的先验分布,先验分布的确定具有较大主观性^[76,78]。Walley^[76]提出不精 确先验分布的思想,认为事件的先验分布应该是一个分布族,这个分布族不是所有 适合的先验分布构成的集合,而是分布族中的概率分布组合在一起才可合理表示 先验信息。Coolen^[78]在该思想的基础上分析了伯努利试验中试验数量对计算结果 精度产生的影响,通过引入超参数建立了可控制后验分布精度的不精确贝叶斯模

型。Walley^[96]对结果服从多项分布的事件建立了不精确 Dirichlet 模型(Imprecise Dirichlet Model, IDM), 该模型中先验分布和后验分布均为狄利克雷函数, 狄利克 雷函数参数的大小可以控制后验概率区间的精度。Bernard^[97]将不精确 Dirichlet 模 型和其他类似模型做了对比,并对不精确 Dirichlet 模型参数的选取展开讨论,为 该模型在实际工程中的应用提供了方法途径。Utkin^[98]将不精确贝叶斯推理模型应 用到结构可靠性分析中,建立了先验分布族分别由狄利克雷分布、伽马分布、正态 分布等构成时的贝叶斯推理模型。Coolen^[95]成功地将不精确 Dirichlet 模型应用到 右截尾试验数据的处理上,弥补了传统贝叶斯统计方法的不足。Utkin^[98, 99]等对不 精确 Dirichlet 模型做进一步推广,并将其应用到了其他非概率可靠性理论中。 Quaeghebeur 和 de Cooman^[100]将不精确 Dirichlet 模型的思想推广到指数分布族, 建立了类似的不精确贝叶斯推理模型。分布族的概念除了应用到贝叶斯统计外,还 应用到寿命预测理论中。考虑到失效率曲线中的三个阶段, Gurov 和 Utkin^[101, 102] 提出了寿命分布族H(r,s)的概念,参数r,s的不同选择表征着不同的失效率曲线 类型。其中, H(1,∞)为所有平均递增失效率组成的寿命分布族, H(0,1)为所有平 均递减失效率组成的寿命分布族, H(r,s),r <1 < s 为所有非单调失效率组成的寿 命分布族。Gurov 和 Utkin^[101, 102]建立了基于上述特殊分布族的自然扩张模型并提 出了相应算法,但如何将这些分布族应用到工程实践中则需要进一步讨论。从统计 推理的角度,Augustin 和 Coolen^[103]在 Hill 假设^[104]的基础上提出了非参数预测推 理模型并将该模型应用到可靠性评估中,得到了系统可靠度的上、下限,该模型被 推广应用到右截尾数据、二项数据、多项数据等数据类型的分析和维修替换策略上 ^[105]。Coolen-Schrijner 和 Coolen^[106-108]对非参数预测推理模型在维修替换策略上的 应用做了进一步推广。

此外,不精确概率理论还应用在软件可靠性、人的可靠性、风险分析等研究中。 Cai 等^[109]针对软件概率可靠性增长模型的不足提出了基于模糊集合的软件可靠性 增长模型;Utkin 等^[110]在该模型的基础上建立了考虑程序员行为的模糊-概率混合 可靠性模型;随后,应用不精确概率理论对模糊-概率混合可靠性模型进行改进, 建立了不精确软件可靠性模型^[111]。Ekenberg 等^[112]和 Ferson 等^[113]提出了不完全信 息下的系统风险分析方法;Utkin 和 Augustin^[114]基于不精确概率理论提出了风险分 析分层模型,重点讨论了两种类型的二阶不确定性模型。随后,Utkin 和 Augustin^[115-118]对各种不完备信息条件下风险分析方法做了进一步探究。对于不精确概率理论, 国内研究较少。张宝芹^[119]从集值变量的角度探讨了不精确概率的诱导方法;宋月 等^[120, 121]研究了不完全信息下桥式系统、混联系统的不精确可靠度计算方法。

综上所述,不精确概率理论在处理不精确信息、多种不确定性信息、多层次混

合数据方面具有较大优势,因此,可将不精确概率理论引入到重型数控机床可靠性 建模与分析中。

1.2.5 综述总结与问题提出

以上理论方法在中小型数控机床可靠性研究中起到了重要作用,但相比于中 小型数控机床,重型数控机床具有系统结构复杂、技术难度大、研制周期长、制造 成本高、驱动负载大、工况应力动态多变、受重力变形影响严重、小批量定制等特 征,导致以上理论方法在重型数控机床可靠性建模与分析中有很大局限性,主要表 现在以下几个方面:

第一,传统概率可靠性建模与分析方法对数据要求较为严格,要有大量统计数 据才可得到可靠计算结果,而重型数控机床可靠性研究中常常面临数据不足问题。 Bayes 可靠性建模与分析方法在某些情况下可处理数据不足问题,但该方法依然采 用精确先验分布来表征先验信息,精确概率分布的确定需要大量统计数据,因此, 数据不足时先验分布如何选择是重型数控机床 Bayes 可靠性建模与分析面临的重 要问题。非概率可靠性建模与分析方法采用区间量化不确定性,现有大多非概率可 靠性建模与分析方法往往假设设计变量是独立的,且对多失效模式间的相关性、零 部件失效相关性考虑较少,这与工程实际情况不符。此外,以上方法都是单纯从一 种不确定性量化的角度开展可靠性建模与分析工作,即:采用概率论量化随机不确 定性,采用模糊数学量化模糊不确定性,采用非概率理论量化认知不确定性,当处 理多种不确定性耦合问题时,以上方法均有局限性。

第二,现有文献对多失效模式相关性、零部件失效相关性的研究多以概率论为基础,故需要大量故障统计数据来确定相关性系数或相关性模型参数。当面临数据不足问题时,概率方法不再适用。现有文献对非概率可靠性建模与分析方法的研究 多集中于如何有效量化各种不确定性信息、如何提高计算精度、如何提高工程适用 性等方面,关于如何在数据不足情况下进行多失效模式相关性分析、零部件间失效 相关性分析还是一个新的研究课题。

第三,机床寿命周期各阶段的可靠性具有耦合性,Bayes 方法是处理耦合性问题的有效方法,在该方法中,前一寿命周期的可靠性数据被当做下一寿命周期可靠性分析的先验信息。Bayes 方法在数据充足情况下十分有效,但应用到重型数控机床可靠性建模与分析时有其局限性。首先,该方法需要精确的先验概率分布,在数据不足时,先验分布无法精确确定;此外,该方法没有考虑设计研制阶段的可靠性增长、使用阶段的可靠性参数动态变化等规律,仅是从整个设计、研制、使用阶段的角度来研究寿命周期各阶段可靠性的关联性。

12

针对现有理论方法在重型数控机床可靠性建模与分析过程中遇到的实际困难, 本文主要考虑以下几个问题:

(1)重型数控机床可靠性建模与分析常常面临数据不足问题,其寿命周期各阶段收集到的可靠性数据类型不同、数量不同、层次不同。可靠性数据分析以不确定性量化为基础,如何在一个理论框架下对不同类型的可靠性数据进行统一量化与表征,如何根据零部件结构特征建立相应的结构可靠性模型、根据机械系统组成特征建立相应的系统可靠性模型是开展重型数控机床可靠性研究工作的前提。

(2)重型数控机床结构复杂,其组成零部件失效模式多样且失效相关,不同零部件间也存在失效相关性。现有文献对失效相关性的研究以大量故障统计数据为支撑,这与重型数控机床数据特征不符。因此,如何在数据不足情况下建立多失效模式相关性分析模型、零部件间失效相关分析模型是本文研究工作的一个重点。

(3)重型数控机床可靠性可分为固有可靠性和使用可靠性,固有可靠性与使用可靠性具有耦合性。固有可靠性由设计研制阶段决定,使用可靠性是固有可靠性在实际工况下的直接反映。在设计制造阶段,可靠性研究的重点之一为可靠性增长,因此,如何在数据不足情况下由可靠性增长规律对其固有可靠性进行建模与分析,如何利用固有可靠性信息为先验信息进而实现使用可靠性的分析与评定是本文研究工作的又一重点。

1.3 研究内容和组织结构

1.3.1 主要研究内容

针对重型数控机床可靠性建模与分析的难点问题,本文拟在混合不确定性下的可靠性建模与分析方面展开研究。具体研究内容包括以下几个方面:

(1)针对重型数控机床可靠性数据特征,研究随机不确定性、模糊不确定性、 未确知性等多种不确定性的统一量化方法,借助不精确概率理论在处理混合不确 定性问题上的优势,建立基于不精确概率理论的混合不确定性统一量化框架;以该 量化框架为基础,结合应力-强度干涉理论,提出混合不确定性下的结构可靠性建 模方法;以某重型数控落地铣镗床铣轴为研究对象,对影响其可靠性的各种不确定 性因素进行分析,对其各种失效模式进行研究,建立不同失效模式下的不精确结构 可靠性模型。

(2)自然扩张模型是不精确概率理论推理建模的基础,现有自然扩张模型没有精确量化设计变量的相关性,这与重型数控机床实际情况不符。因此,本文拟借助于 Copula 函数对自然扩张模型进行改进,对设计变量相关性、多失效模式相关性及零部件间失效相关性进行分析。首先,借助 Copula 函数,提出考虑设计变量

相关性的不精确结构可靠性建模方法;其次,依据不精确结构可靠性建模方法,继续以铣轴为研究对象,在分析其多失效模式的基础上,建立考虑多失效模式相关性的不精确结构可靠性模型。此外,以零部件不精确结构可靠性建模和零部件失效相关性分析为基础,提出不精确概率框架下的机械系统不精确可靠性建模与分析方法,该方法在考虑混合不确定性的同时,还考虑零部件间的失效相关性。

(3) 重型数控机床固有可靠性和使用可靠性具有耦合性。在设计制造阶段, 重型数控机床经过"设计-试验-改进-再设计-再试验"、"研制-测试-改进-再研制-再 测试"的重复过程,其可靠度不断增长,且该阶段可靠性增长信息较为充足。因此, 本文借助不精确 Dirichlet 模型在表征边缘信息和层次信息的优势,基于不精确 Dirichelt 模型,研究机械系统在设计研制阶段的可靠性增长规律,建立基于不精确 Dirichlet 先验分布族的不精确可靠性增长模型;以固有可靠性相关信息为先验信息, 借助 Bayes 方法,建立使用可靠性评估模型。

本文研究围绕重型数控机床可靠性建模与分析难点问题展开,以不精确概率 理论为基础,以混合不确定性统一量化为手段,以数据不足时的重型数控机床不精 确可靠性建模与分析为目标,一方面借助不精确概率理论在表征混合不确定性问 题上的优势,建立混合不确定性统一量化与表征体系,一方面借鉴概率论的优势及 工程实践经验,针对不精确概率理论的不足,对自然扩张模型进行改进,建立考虑 失效相关性的不精确可靠性模型;将以上模型用于某重型数控落地铣镗床主轴系 统及其零部件可靠性建模与分析中,验证本文所提模型的适用性和准确性。

1.3.2 本文组织结构

本文内容共分六章,分别针对混合不确定性下的零部件可靠性建模与分析、失效相关下的零部件不精确可靠性建模与分析、同时考虑混合不确定性和失效相关性的系统不精确可靠性建模与分析、不精确可靠性建模与分析的工程应用依次展开。各章具体研究内容如下:

第一章为绪论,本章主要介绍本文的研究背景、研究意义和研究现状,并对本 文主要研究内容和基本框架进行概述。

第二章为混合不确定性下的机床主轴结构可靠性建模与分析。该部分将针对 重型数控机床不确定性特征,构建混合不确定性统一量化框架;基于应力-强度干 涉理论,研究混合不确定性下的不精确结构可靠性建模与分析方法;通过某重型数 控落地铣镗床铣轴结构可靠性分析完成模型验证。

第三章将利用 Copula 函数对第二章提出的不精确结构可靠性模型进行改进, 分别建立考虑设计变量相关性和零部件多失效模式相关性的不精确结构可靠性模 型,并以铣轴为例,对所提模型进行分析与验证。

第四章将在前两章混合不确定性统一量化、零部件不精确结构可靠性建模与 分析、失效相关性建模与分析的基础上,提出系统不精确可靠性建模与分析一般方 法,并分别建立典型系统的不精确可靠性模型、基于故障树分析的不精确可靠性模 型,以上两个模型是不精确可靠性模型应用于工程实际的基础。考虑到实际工程中 机械系统故障相关性分析较为复杂,本章将借助 DEMATEL 方法,研究系统失效 相关性分析简便方法。

第五章将针对重型数控机床寿命周期各阶段可靠性变化规律分别建立相应可 靠性模型,是系统不精确可靠性模型的综合应用。

第六章将对全文进行系统总结,并展望下一步研究工作。

本文的组织框架如图 1-1 所示。



图 1-1 本文组织框架

第二章 混合不确定性下的机床主轴结构可靠性建模与分析

重型数控机床可靠性受到多种不确定性因素的影响,针对重型数控机床不确 定性分析难点,本章将引入不精确概率理论,提出混合不确定性统一量化方法,建 立不精确结构可靠性模型,并以某型号重型数控落地铣镗床铣轴为例,对其静强度、 疲劳强度、刚度、振动稳定性进行可靠性分析与计算。

2.1 引言

通过对某重型数控落地铣镗床售后维修数据进行分析,机床机械结构及传动 系统发生的故障占机床总故障的 38%。其中,铣轴、镗轴的故障占机械结构及传动 系统故障的 40%,其主要故障模式包括轴的磨损、变形、接触疲劳、振动、运动精 度不达标等,因此亟需对机床主轴进行可靠性建模与分析^[2]。目前,机床领域专家 学者对主轴系统的研究侧重于主轴动态特性分析、主轴组件机理及热补偿等性能 方面^[123],针对主轴系统可靠性的研究非常少,因此,在实际工程中如何对机床主 轴系统进行可靠性建模与分析是目前亟待解决的问题。

机床主轴的可靠性建模与分析离不开不确定性量化,影响机床主轴可靠性的 因素不是单一的随机不确定性、模糊不确定性或未确知性,而是随机不确定性、模 糊不确定性、未确知性等多种不确定性的混合,其不能用传统概率论、模糊数学、 区间分析、证据理论等一种数学理论来处理^[79],因此,混合不确定性统一量化及以 混合不确定性统一量化为基础的可靠性建模与分析方法是重型数控机床可靠性研 究的一个重要课题。

作为传统概率论的推广,不精确概率理论在混合不确定性量化方面具有较大 优势,因此,本章拟引入不精确概率理论于可靠性建模与分析中,提出不精确概率 理论框架下的混合不确定性统一量化方法,建立以不精确概率理论为数学基础的 结构可靠性分析模型;以某重型数控落地铣镗床铣轴为分析重点,在研究其可靠性 要求及主要失效模式的基础上,建立不同失效模式下的不精确结构可靠性模型,并 将分析结果与现有方法进行对比。

2.2 机床主轴结构可靠性

机床主轴可靠性要求主要包括静强度、疲劳强度、刚度、振动稳定性及运动精 度要求,足够的静强度和疲劳强度是机床主轴承载能力的基本保证,否则其将容易 发生塑性变形或者断裂失效,使得机床不能正常工作;对于旋转精度要求较高或受 力较大的轴,足够的刚度可防止其产生过大弹性变形;对于高速旋转的主轴,需考虑振动稳定性,以防发生共振;运动精度要求从本质上讲是机床的一个性能指标,当机床运动精度不达标时,其不能生产出符合精度等级要求的零部件^[123]。

某重型数控落地铣镗床主轴系统结构如图 2-1 所示。该主轴系统主要由铣轴组件、镗轴组件及自动松拉刀机构三部分组成,其主要零部件组成如图 2-2 所示。



图 2-1 某重型数控落地铣镗床主轴系统示意图

图 2-1 中, 1-铣轴, 2-轴套, 3-镗轴, 4-双列短圆柱滚子轴承 I, 5-双向推力角接触球轴承, 6-滑枕, 7-双列短圆柱滚子轴承 II, 8-齿轮, 9-球轴承, 10-镗轴头。



图 2-2 某重型数控落地铣镗床主轴系统主要零部件组成图

对于该重型数控落地铣镗床,铣轴、镗轴均是其核心零部件,铣轴在外齿轮带动下在滑枕内做回转运动,镗轴通过导向键安装于铣轴内部;铣轴的主要工作是对工件进行铣削加工,镗轴的主要工作是对工件进行镗削加工^[8]。下面以铣轴为例,分析机床主轴的结构可靠性要求。

(1) 静强度可靠性

对于瞬时过载较大的机床主轴,为了校核其对塑性变形的抵抗能力,必须对其静强度进行分析。当主轴同时承受弯矩和扭矩时,主轴的静强度可靠性计算公式为 [51,124]:

$$R_0 = \Pr\left(\sigma_s - \sqrt{\sigma_B^2 + 3\tau_t^2} > 0\right)$$
(2-1)

式中, σ_s 为铣轴的抗拉屈服极限; σ_B 和 τ_t 分别是铣轴承受的最大弯曲正应力和最大扭转切应力,且 $\sigma_B = \frac{M}{W}$, $\tau_T = \frac{M_T}{W_t}$,M和 M_T 分别为铣轴承受的弯矩和扭矩,W和 W_t 分别为铣轴的抗弯截面系数和抗扭截面系数。

(2) 疲劳强度可靠性

机床主轴在工作过程中受到无限次交变载荷作用,虽说交变载荷低于其屈服 极限,但经过一定次数后,主轴应力集中部位将萌生裂纹,裂纹扩展至断裂^[125]。 因此,必须对机床主轴危险截面处疲劳强度进行可靠性分析,机床主轴疲劳强度可 靠度计算公式为:

$$R_{\sigma} = \Pr\left(\sigma_{N_a-1} - S_{ca} > 0\right) \tag{2-2}$$

式中, $\sigma_{N_{a}-1}$ 是材料在有限寿命 N_{a} 下的许用疲劳强度极限, S_{ca} 是计算弯曲应力,且 $\sigma_{N_{a}-1}$ 与主轴的尺寸系数 ε_{σ} 、表面质量系数 β 、有效应力集中系数 k_{σ} 等有关。

(3) 刚度可靠性要求

机床主轴在载荷作用下,将产生弯曲或扭转变形,过大的弯曲或扭转变形直接 影响铣刀的加工精度,同时影响齿轮的正确啮合,造成载荷沿齿面分布不均,增加 齿轮磨损^[126]。因此,需要对机床主轴刚度可靠性进行分析,机床主轴刚度需满足 以下条件^[124]:

$$y \le y_0, \theta \le [\theta], \varphi \le [\varphi]$$
(2-3)

式中, y 是机床主轴挠度, y_0 是许用挠度; θ 是偏转角, $[\theta]$ 是许用偏转角; φ 是 扭转角, $[\varphi]$ 是许用扭转角。 $y \ \theta \ \varphi$ 均与机床主轴的材料参数、几何参数及受 载情况有关。机床主轴刚度可靠性计算公式为:

$$R_{G} = \Pr\left(y \le y_{0}, \theta \le [\theta], \varphi \le [\varphi]\right) = \Pr\left(y \le y_{0}\right) \Pr\left(\theta \le [\theta]\right) \Pr\left(\varphi \le [\varphi]\right)$$
(2-4)

(4) 振动稳定性要求

由于结构不对称、制造误差、材质不均匀、对中不良等因素影响,机床主轴 在高速运转过程中将产生离心力,进而产生强迫振动。当主轴强迫振动的频率接 近或等于自振频率时,主轴将发生共振。此时,主轴振幅将急剧增大,转动极不 稳定^[127]。机床主轴振动稳定性的可靠度计算公式为:

$$R_{|z|} = \Pr\left(|z| > 0\right) = \Pr\left(|\omega_m - f_n| > 0\right)$$
(2-5)

(5) 运动精度可靠性要求

运动精度可靠度是机床主轴的一个性能指标,机床主轴运动精度不达标将直 接影响加工表面的几何精度、位置精度及表面粗糙度。假设机床主轴运动误差为 ΔY ,且该误差应满足 $\varepsilon' \le \Delta Y \le \varepsilon$ ", ε' 和 ε "分别为允许误差的上、下限。则机床 主轴的运动精度可靠度计算公式为^[128]:

$$R_{AY} = \Pr\left(\varepsilon' \le \Delta Y \le \varepsilon''\right) \tag{2-6}$$

在传统结构可靠性建模与分析中,一般假设结构的应力参数、强度参数、几何参数、运动参数等服从某一概率分布,然后采集大量统计数据确定分布参数。然而,由于重型数控机床的特殊性,在对其进行可靠性建模与分析时,很难得到大量统计数据,因此主轴的应力参数、强度参数、几何参数、运动参数等需分别采用不同类型的变量来表征^[129-132]。

下面对机床主轴各参数的不确定性量化方式进行分析:

(1)机床主轴的应力参数、强度参数一般采用随机变量来表征,当参数的统计数据足够多时,其概率分布及分布参数可精确确定;当统计据不足时,其分布类型及概率分布参数不能精确确定,此时可用 P-Box 变量来表征^[76,132]。

(2)机床主轴的加工不能保证其几何尺寸绝对精确,只能保证该尺寸在规定 误差范围内^[125],因此,与几何尺寸相关的设计参数需采用区间变量来表征。主轴 的疲劳强度修正系数与主轴的材料、结构、几何尺寸、加载次数等因素有关,它不 是一个确定值,仍存在一定误差,可用区间变量来表征。

(3)机床主轴某些功能性失效没有精确界限,例如精度降低、速度失调、振动等,此时机床主轴失效是一个模糊事件,可用模糊数来表征^[43,133,134]。

(4)当与参数直接相关的统计数据不足时,专家意见、工程师经验等主观信息可作为可靠性数据的有益补充,主观信息可用区间变量、模糊变量等非概率形式 来表征。

综上所述,机床主轴结构可靠性建模与分析不是单一不确定性量化问题,不能 单独用概率论、区间分析、模糊数学、可能性理论等其中一种数学理论来处理,机 床主轴结构可靠性建模与分析面临的是混合不确定性量化问题。

2.3 机床主轴混合不确定性统一量化方法

2.3.1 机床主轴混合不确定性分析

2.3.1.1 混合不确定性来源

影响重型数控机床主轴可靠性的混合不确定性因素主要来源于物理不确定性、 统计不确定性和模型不确定性^[135]。

(1) 物理不确定性

通过 2.2 节分析可知,机床主轴的静强度、疲劳强度、刚度、振动稳定性及运动精度与机床主轴的外部载荷、几何尺寸、材料系数等参数有关,而这些参数具有物理不确定性。第一,机床主轴由碳素钢、合金钢等材料制成,材料本身存在着随机发展且不可避免的缺陷和裂纹,导致主轴的表面质量、弹性模量、质量、密度、 泊松比等材料参数具有不确定性。第二,由于测量条件的限制,主轴的几何尺寸如 主轴长度、横截面积、锥度等具有不确定性。第三,主轴在加载过程中承受运动部 件和工件的自重、刀具的切削力、驱动力、运动部件加减速时的惯性力、摩擦阻力 等多种载荷的作用,由于测量方法、测量环境、测量条件等因素的影响,载荷的大 小、方向和作用点均具有不确定性^[135]。此外,重型数控机床实际加工工况的复杂 性、人类认识的局限性、边界变化的不可预知性等均导致了边界条件具有不确定性。

(2) 统计不确定性

机床主轴材料参数的精确确定、失效模式的精确分析、可靠性参数的精确评估 等都离不开数理统计,而数据在统计过程中存在不确定性。第一,重型数控机床主 轴多为专门定制,生产数量很少,且其可靠性试验耗资昂贵,在对其进行可靠性建 模与分析时不能得到大量试验数据,建立在小样本数据上的可靠性分析精度需进 一步验证^[5]。第二,在研制定型阶段,将对机床主轴进行可靠性测试试验和可靠性 评定试验,但重型数控机床零部件的可靠性试验无统一标准,统计结果缺乏一致性 ^[11]。第三,现场故障数据是机床主轴可靠性分析的重要依据,在重型数控机床现场 故障统计过程中,故障数据、售后维修数据由人为判断并记录,类似损坏型(断裂、 缺损等)、松动型(松动、脱落、接触不良等)、渗漏型(液、气、油渗漏等)等故 障类型较容易辨别,类似一些状态型(性能不稳定、传动精度降低等)、功能型(变 形、质量差等)、失调型(速度失调、流量失调等)故障并不容易人为识别,因此 故障统计结果有偏差。此外,机床自动诊断中,由于技术水平和人类认知的局限性, 其统计结果仍具有不确定性。

(3) 模型不确定性

机床主轴的静强度、疲劳强度、刚度、振动稳定性及运动精度可靠性建模都是物理模型的简化或理想化,在模型简化过程中不可避免的引入不确定性^[136]。例如, 在机床主轴疲劳强度可靠性建模中,首先根据第三强度理论建立应力与强度的关 系模型,该模型是主轴结构形式及其受力情况的简化,其自身就带有一定不确定性。 此外,模型参数也是不确定的。在实际工程中,大多数模型参数是通过实测数据与 参数优化的方法得到,但参数测试、优化方法以及性能函数的选取都会影响参数值, 给模型参数带来诸多不确定性。例如,在电主轴可靠性分析中,通常用一个含交叉 项的二次函数定义的响应面来模拟电主轴真实极限状态曲面,进而得到电主轴的

20
极限状态函数,再进行可靠性仿真得到计算结果,而事实上,存在很多数学模型可 以对真实极限状态曲面进行高效仿真和模拟。

综上所述,机床主轴可靠性建模与分析受到多种不确定性因素的混合影响,合 理量化并融合上述混合不确定性是机床主轴可靠性准确建模及精确分析的前提。

2.3.1.2 混合不确定性的多重属性

为了综合处理以上多种不确定性,专家和学者对不确定性产生的原因和本质 进行了深入研究。一般来讲,不确定性从本质上可划分为随机不确定性、模糊不确 定性和未确知性等,模糊不确定性和未确知性同属于认知不确定性。不确定性因素 的本质不同,量化方法不同。

随机不确定性是研究最早、最成熟也是设计者首先考虑的一种不确定性,通常 由概率论来量化;在机床主轴可靠性建模时,各种与物理、机械、电气、化学特性 相关的参数都可采用概率分布来量化其不确定性^[135]。

模糊不确定性是指事物本身"概念"不清楚、"界限"不明确的一种不确定性, 可用模糊数学来表征^[138-140]。在机床主轴可靠性建模中,性能或失效状态的确定, 如加工质量的"好"和"坏"、工作环境的"安全"和"不安全"、加工过程的"稳 定"和"不稳定"等可采用模糊数学来描述。

由于重型数控机床在结构功能、制造装配、运动控制、任务工况、故障模式等 方面的特殊性,影响其可靠性的不确定性因素还存在未确知性^[132]。例如,由于测 量技术的局限性,不能获得机床刀具在工作过程中疲劳点蚀、磨损、胶合、塑性变 形的精确资料;由于决策者掌握证据不充分,不能确定故障的实际状态等。

综上所述,影响机床主轴可靠性的不确定性因素主要来源于物理不确定性、统 计不确定性和模型不确定性,这些不确定性因素混合在一起共同决定着机床主轴 可靠性;不确定性本质不同,量化方法不同,即不能用单一的随机不确定性模型、 模糊不确定性模型或非概率模型来精确描述。

2.3.2 现有不确定性量化方法的局限性及不精确概率理论

2.3.2.1 现有不确定性量化方法的局限性

现有不确定性量化方法主要有概率论、Bayes 理论及包含证据理论、模糊数学、 区间分析、可能性理论在内的非概率理论,以上理论在中小型数控机床可靠性研究 中起到了重要作用,但重型数控机床具有系统结构复杂、技术难度大、研制周期长、 制造成本高、驱动负载大、工况应力动态多变、受重力变形影响严重、小批量定制 等特征,使得以上理论在其可靠性建模与分析中有很大的局限性,主要表现在: (1) 基于概率论的可靠性建模与分析方法往往假设设计变量或设计参数服从的概率分布是精确已知的^[79],通过可靠性模型计算系统可靠度。对于重型数控机床主轴来讲,尤其在其设计阶段,与主轴相关的可靠性数据很少,在这种情况下,设计变量或设计参数的概率分布类型及其参数不能被精确确定。当主轴客观统计数据不足时,专家意见、工程师经验是主轴可靠性分析的一个重要依据^[5],而概率论主要量化的是客观统计数据,对专家信息、工程师经验等主观数据无法准确处理。

(2) 基于 Bayes 理论的可靠性建模与分析方法将专家意见或工程师经验表达 成先验信息,通过先验分布来量化,在获取一定的试验样本后,通过贝叶斯公式实 现信息的更新^[5,134,141]。该方法在某些情况下可弥补数据不足对机床主轴可靠性分 析精度的影响,但该方法需采用一个精确的先验分布来量化先验信息,精确的先验 分布需要大量数据做支撑,数据不足时先验分布如何确定仍然是机床主轴 Bayes 可 靠性建模与分析过程中所面临的一个重要问题^[79]。

(3)模糊数学、证据理论、区间分析、可能性理论等数学理论采用一个区间 来量化不确定性,当统计数据不足时,以上理论计算结果较为保守,不能为主轴设 计改进提供有力依据。

此外,以上方法单纯从随机不确定性量化、模糊不确定性量化或未确知性量化 的角度开展可靠性建模与分析工作,不能统一量化混合不确定性问题。概率可靠性 建模与分析方法只能量化随机不确定性而不能有效处理模糊不确定性、未确知性, 这将导致模糊事件不能表征、部分主观信息不能利用;非概率可靠性建模与分析方 法的计算结果较为保守。因此,针对重型数控机床主轴混合不确定量化,亟需开展 新的理论和方法研究。

2.3.2.2 不精确概率理论的适用性

现有数学理论在处理重型数控机床实际问题时存在一定局限性,因此,亟需开 展新的方法理论研究。作为传统概率论的推广,不精确概率理论是在研究广义不确 定性量化方法的基础上提出的一种以多种不确定性统一表征、量化、分析、计算为 途径,以预计推理为目的的数学理论。

不精确概率理论研究起步较晚,但其在近似推理、风险分析、人工智能、设计 决策等应用中表达和处理多种不确定性的能力引起了学术界和工程界的极大关注。 基于不精确概率理论的可靠性建模与分析方法可在客观数据不足情况下对多源、 异类可靠性数据进行提取和应用,进而实现系统的可靠性分析与评定。通过对机床 主轴不确定性分析难点进行剖析,对现有数学理论在机床主轴可靠性建模与分析 应用中的局限性进行总结,对不精确概率理论框架进行研究,总结出了不精确概率 理论可为机床主轴可靠性建模与分析难点问题的解决提供以下方法和途径:

(1)在不确定性量化方面:不精确概率理论采用上、下期望的形式统一量化 多种不确定性(随机性、模糊性、未知然而有界性),在没有假设或很少假设的情 况下利用自然扩张同时融合各种不确定性信息,这在一定程度上弥补了传统可靠 性建模与分析方法的不足。此外,不精确概率理论对可靠性数据的类型要求要少, 对模糊数学、区间分析等数学理论有较强融合性,这将有利于混合不确定性的统一 量化与表征,与重型数控机床可靠性数据的表征方式与量化要求较为相符。

(2)在可靠性数据融合方面:可靠性数据融合一方面是多层次可靠性数据的 融合,一方面是多阶段信息的融合。Copula 函数可将设计变量的概率密度函数与 其边缘概率密度函数分离,借助不精确概率理论的不确定性表征优势,引入 Copula 函数于自然扩张模型中,可有效表征可靠性数据的层次性;此外,Dirichlet 分布可 以很好的量化多种可靠性试验结果,通过基于不精确 Dirichlet 分布的 Bayes 模型, 可将多阶段可靠性数据信息融合到一起,实现可靠性数据信息多层次性的表征。以 上两种模型为重型数控机床失效相关性的表达、寿命周期内不确定性传递的表征 提供模型支撑。

(3)在可靠性数据挖掘方面:不精确概率理论以上、下期望的形式来量化不确定性,上、下期望在本质上是一区间形式,区间的不精确度直接影响了自然扩张模型的计算精度,借助于灵敏度分析,可获取自然扩张模型的敏感参数,进而确定对可靠性分析与评定结果影响较大的元素,并基于此制定针对性较强的可靠性数据收集方案,实现可靠性数据的有效挖掘与扩充。

综上所述,不精确概率理论在不确定性量化、数据融合、数据挖掘等方面有较 大优越性,进而可为混合不确定性统一量化、层次可靠性数据融合等提供方法和途 径,为重型数控机床可靠性建模与分析方法提供新思路。

2.3.3 基于不精确概率理论的混合不确定性统一量化

2.3.3.1 不精确概率理论的基本概念

在传统概率论中,概率分布及与概率相关的模型都是围绕"事件 A"发生的概率展开讨论的,与之相似,在不精确概率理论中,所有不精确概率模型都是围绕"风险 X"(Gamble)展开讨论的。

下面给出不精确概率理论中的几个基本概念[76,79,80,120]:

(1) 风险 X: 令 $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ 表示某一试验的样本空间,则风险 X 是 定义在样本空间 Ω 上的一个有界函数,即 $X_i = X(\omega_i)$ 。例如,若 $X_i = \Pr\{X = \omega_i\}$,

则 X_i 表示变量取值为 ω_i 的可能性; 若 $X_i = \omega_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \omega_i$, 则 X_i 表示某一次试验结果偏离平均值的程度。"风险"概念的引入可有效量化专家意见、工程师经验等主观信息。

(2)上、下概率[$\underline{P}(X), \overline{P}(X)$]是传统概率P(X)的直接推广,当统计数据不 足时,不精确概率理论采用区间[$\underline{P}(X), \overline{P}(X)$]来量化"风险 X"发生的可能性, 且[$\underline{P}(X), \overline{P}(X)$]包含了P(X)的所有可能取值。

(3)上、下期望[$\underline{M}(X), \overline{M}(X)$]是上、下概率的推广,从可靠性角度讲, $\underline{M}(X)$ 和 $\overline{M}(X)$ 是决策者给出的关于参数M(X)的最小和最大估计值。 Δ 为不精确度, $\Delta = \overline{M}(X) - \underline{M}(X)$,决策者经验越丰富, Δ 越小,反之, Δ 越大。模糊变量、区间 变量等都可采用[$\underline{M}(X), \overline{M}(X)$]来统一表示。

(4) 自然扩张是不精确概率理论建模的基础,自然扩张的通用形式如下^[76,79, 80,142]:

$$M \in \mathbf{M} = \bigwedge_{i=1}^{n} \mathbf{M}_{i} \tag{2-7}$$

通过以上概念,得到应用不精确概率理论解决可靠性问题的基本思路为:

将客观统计数据、主观信息、专家经验等表示成"上、下期望 $[\underline{M}(X), \overline{M}(X)]$ "的形式,基于可靠性逻辑关系建立"自然扩张"模型,通过优化求解,得到未知指标M的上、下界。

2.3.3.2 可靠性参数的不精确概率表征

下面给出不精确概率框架下可靠性参数的计算式^[76, 79, 80, 142],这些计算式等效 于经典概率论中的可靠性参数计算式,只是形式不同。

不精确概率理论采用"数学期望E"来定义各种可靠性参数。假设T为某零部件故障前工作时间,则该零部件在t时刻的可靠度为:

$$R(t) = \Pr\{g(t) = T - t > 0\} = E(I_{[0,+\infty)}(g(t))) = \int_{\Omega} I_{[0,+\infty)}(g(t))\rho(t)dt$$
(2-8)

式中, E 是数学期望运算符; $I_{[a_1,a_2]}(x)$ 为指示函数, 即:

$$I_{[a_1,a_2]}(x) = \begin{cases} 1, x \in [a_1,a_2] \\ 0, \notin \mathbb{M} \end{cases}$$
(2-9)

在不精确概率理论框架下,该零部件的失效概率、平均寿命、平均失效率计算 式分别为:

$$F(t) = \Pr\left\{g(t) = T - t \le 0\right\} = E\left(I_{(-\infty,0]}(g)\right)$$
(2-10)

$$MTTF = \int_{R^+} T\rho(T) dT = E(T)$$
(2-11)

$$\overline{\lambda} = \frac{\ln E\left(I_{[0,+\infty)}\left(g\right)\right)}{t}$$
(2-12)

通过式(2-8)、式(2-10)、式(2-11)和式(2-12),常用的可靠性参数可通过 数学期望的形式来表征,可靠性参数的不精确概率表征是不精确概率理论解决可 靠性问题的基础。

2.3.3.3 不同类型可靠性数据的不精确概率量化

在 2.3.3.2 节,本文讨论了常用可靠性参数在不精确概率理论框架下的计算式, 本节将讨论不同类型可靠性数据在不精确概率框架下的表征与量化方法。与机械 系统相关的可靠性数据可分为试验统计数据、主观信息、模糊信息三种类型,其量 化方法如下:

(1) 试验统计数据的量化

不精确概率理论量化试验统计数据的形式与概率论相似。假设某变量 X 的均 值和方差分别为 μ 和 σ^2 ,则:

$$\mu = E(X), \sigma^2(X) = E^2 X - \mu^2$$
 (2-13)

当试验统计数据不足时,均值和方差可用区间表示,即: $\mu \in \left[\underline{\mu}, \overline{\mu}\right]$, $\sigma^2 \in \left[\underline{\sigma}^2, \overline{\sigma}^2\right]$,此时,变量*X*为P-Box变量^[76, 132]。依据不精确概率理论,P-Box 变量信息可以用上、下期望的形式表示为:

$$\underline{\mu} \le \int_{\Omega} X \,\rho\left(X\right) \mathrm{d}X \le \overline{\mu} \tag{2-14}$$

$$\underline{\mu}^{2} + \underline{\sigma}^{2} = \int_{\Omega} X^{2} \rho(X) dX \le \overline{\mu}^{2} + \overline{\sigma}^{2}$$
(2-15)

式中, X, X^2 均为已知函数; $\rho(X)$ 是变量X的概率密度函数。当 $\mu = \mu$, $\sigma^2 = \sigma^2$ 时, P-Box 变量退化成随机变量。

传统概率论采用精确概率分布来量化随机不确定性,即 $\rho(X)$ 是精确的。当试验数据较少时,概率分布的类型和参数不能确定,此时存在很多个 $\rho(X)$ 可较好的拟合这组数据。对于同样一组数据,不精确概率理论采用所有允许误差内的概率密度函数 $\rho(X)$ 的集合 $\{\rho(X)\}$ 表征这组数据,后面的模型也建立在集合 $\{\rho(X)\}$ 的基础上,其计算结果虽不是精确值,但最为可靠。对于一组样本点,如图 2-2 所示,传统概率理论采用一个精确概率分布来拟合(见图中N(0,3)),不精确概率采用



一组概率密度函数 $\{\rho(X)\}$ 来拟合,图中采用 P-Box 变量 N(0, [2.7, 3.2])来表示。

图 2-3 样本点的概率拟合和 P-Box 拟合

(2) 模糊信息的量化

模糊信息也是可靠性工程中较为常见的信息类型,现有理论方法常常采用一 定方式将隶属函数转化成可计算的概率密度函数或者区间数参与计算^[132],本文采 用相同方式进行处理。这里仅考虑三角模糊数且采用α-水平截集将三角模糊数转 化为区间数,三角模糊数的隶属函数为^[143]:

$$\tilde{\mu}(p) = \begin{cases} (p-a)/(b-a), a \le p < b \\ 1, & p = b \\ (c-p)/(c-b), b \le p < c \\ 0, & \pm \dot{\Xi} \end{cases}$$
(2-16)

模 糊 数 \tilde{P} 的 α - 水 平 截 集 为 : $\left(\tilde{P}\right)_{\alpha} = \left\{p:\tilde{\mu}(p) \ge \alpha\right\}$ 且 $\alpha \in [0,1]$, 则 $\left(\tilde{P}\right)_{\alpha} = \left[\left(\tilde{P}\right)_{\alpha}^{L}, \left(\tilde{P}\right)_{\alpha}^{U}\right]_{\alpha}$ 三角模糊数的隶属函数与其 α -水平截集如图 2-4 所示。



图 2-4 三角模糊数的隶属函数及其α-水平截集

经过以上处理,任意的α-水平截集均可写成区间数的形式,则依据不精确概 率理论,三角模糊数可写为:

$$\Pr\left\{p \in \left[\left(\tilde{P}\right)_{\alpha}^{L}, \left(\tilde{P}\right)_{\alpha}^{U}\right]\right\} \ge \alpha$$
(2-17)

则

$$\underline{\mathrm{E}}(I_{A}(p)) = \alpha, \overline{\mathrm{E}}(I_{A}(p)) = 1, A = \left[\left(\tilde{P}\right)_{\alpha}^{L}, \left(\tilde{P}\right)_{\alpha}^{U}\right]$$
(2-18)

通过模糊集合的α-水平截集转换,模糊事件也可通过数学期望的形式描述, 则模糊不确定信息可以和主观信息、试验统计数据有效融合起来。

(3) 主观判断的量化

当试验统计数据不足时,专家意见、工程师经验等主观信息常常被应用到机械 系统可靠性分析中。主观信息包含了一定的模糊性和未确知性,带有模糊性的主观 信息可采用α-水平截集的形式转化为区间数,带有未确知性的主观信息可通过"数 学期望"的形式直接量化。比如"A型号机床失效概率高于 B型号机床"、"某型 号机床主轴平均无故障工作时间大约为 500h"、"某轴承出厂可靠度大约为 0.9"等, 以上信息可用"上、下期望"直接量化,其表述形式为^[76, 79, 80, 142]:

$$E\left(I_{[0,+\infty)}\left(T_{A}-T_{B}\right)\right) \ge 0, f\left(T\right) = I_{[0,+\infty)}\left(T_{A}-T_{B}\right)$$
(2-19)

$$E(T) \ge 500, f(T) = T$$
 (2-20)

$$E(I_{[t,+\infty)}(T)) \ge 0.9, f(T) = I_{[t,+\infty)}(T)$$
(2-21)

式中, $I_{[0,+\infty)}(T_A - T_B), T, I_{[t,+\infty)}(T)$ 均为已知函数。

2.3.3.4 基于自然扩张的混合不确定性统一量化

自然扩张是不精确可靠性建模的基础。通过 2.3.3.2 节和 2.3.3.3 节可知,不精确概率理论采用数学期望 E(f(X))量化各种可靠性参数,采用上、下期望 $[\underline{E}(f(X)), \overline{E}(f(X))]$ 量化各类可靠性数据。自然扩张在以上可靠性参数量化和可靠性数据量化的基础上,借助典型系统可靠性建模方法,建立求解未知参数M的优化模型,通过计算得到M的最大、最小值^[76]。

下面将介绍具体的自然扩张建模方法。

令设计变量 $X = (X_1, \dots, X_n)$,所求可靠性指标为 M = E(g(X)),与 X_i 有关的可 靠性数据信息为 $E(\varphi_{ij}(X_i)) \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m_i$ 。依据不精确概率理 论,求解未知量 M 的自然扩张原始模型为^[80]:

$$\begin{cases} \underline{\mathbf{M}}(g)(\overline{\mathbf{M}}(g)) = \min_{p} \left(\max_{p}\right) \int_{\mathbb{R}^{n}_{+}} g(X) \rho(X) dX \\ \text{s.t.} \\ \rho(X) \ge 0, \\ \int_{\mathbb{R}^{n}_{+}} \rho(X) dX = 1 \\ \underline{a}_{ij} \le \int_{\mathbb{R}^{n}_{+}} \varphi_{ij}(X_{i}) \rho(X) dX \le \overline{a}_{ij}, i \le n, j \le m_{i} \end{cases}$$
(2-22)

式中, $\rho(X)$ 为联合概率分布函数; $\underline{a}_{ij} \leq E(\varphi(X_i)) \leq \overline{a}_{ij}$ 为第*j*条可靠性数据表征, 且g(X), $\varphi_{ij}(X_i)$ 是与之相关的确定函数;集合P是所有可能符合约束条件的 $\rho(X)$ 的集合。

2.3.3.5 基于不精确概率理论的混合不确定性统一量化步骤

基于不精确概率理论的混合不确定性统一量化步骤如下:

(1)对机床主轴进行结构功能分析,确定影响机床主轴结构可靠性的混合不确定性因素;

(2)收集可靠性数据并分析整理,将可靠性数据转化成上、下期望的形式,构造可行域;

(3)将未知可靠性指标写成数学期望的形式,构建自然扩张模型并求解。 该方法具体步骤如图 2-5 所示。



图 2-5 混合不确定性统一量化步骤框图

2.4 混合不确定性下的不精确结构可靠性建模与分析方法

2.4.1 应力-强度干涉理论

对于机械零部件来讲,应力是引起零部件失效的载荷,强度是零部件抵抗失效的能力。由于与应力、强度有关的某些变量具有不确定性,应力和强度也具有分散特征。应力-强度干涉理论通过研究应力分布和强度分布的干涉情况来确定机械零部件可靠度^[125,132,135]。令 $S \ \delta$ 分别表示应力和强度,依据结构可靠性理论,当 $S < \delta$ 时,结构可靠;当 $S > \delta$ 时,结构失效;当 $S = \delta$ 时,结构达到极限状态。在工程实际中,应力和强度不是确定值,而是由若干变量组成的多元函数,即:

$$S = \phi(S_1, S_2, \cdots, S_n) \tag{2-23}$$

$$\delta = \phi(\delta_1, \delta_2, \cdots, \delta_m) \tag{2-24}$$

式中, S_i 为影响应力的变量,如结构的应力集中、载荷、工况、润滑等; δ_j 为影响结构强度的变量,如零部件的表面质量、材料性能、结构尺寸等。

传统概率结构可靠性理论假设应力、强度为随机变量,令f(S)、 $f(\delta)$ 分别为应力和强度的概率密度函数,由于S和 δ 是相同纲量,则f(S)、 $f(\delta)$ 可表示在同一坐标系下。依据传统概率结构可靠性理论,应力-强度干涉示意如图 2-6 所示^[125]。



图 2-6 应力-强度干涉示意图

在图 2-6 中,当应力曲线和强度曲线相交时,结构可能发生失效,此时结构可 靠度计算公式为:

$$R = \Pr(S < \delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(S) \int_{S}^{+\infty} f(\delta) dS d\delta$$
(2-25)

上式即为应力-强度干涉模型。在传统概率结构可靠性分析中,利用应力-强度干涉 模型来计算结构可靠度的一般步骤为:首先,分析结构的主要失效模式;其次,确 定结构主要失效模式下应力和强度服从的概率分布及其分布参数;最后,根据应力 -强度干涉模型计算结构可靠度。

2.4.2 混合不确定性下的结构可靠性建模及计算

不精确结构可靠性建模是传统结构可靠性建模的推广,仍然以应力-强度干涉 理论为基础。传统的应力-强度干涉理论需要已知应力、强度的精确概率分布,适 用于数据充足的情况。当统计数据不足时,参数的概率分布类型及参数不能确定, 此时,可依据不精确概率理论,建立不精确结构可靠性模型。

不精确结构可靠性模型描述如下:

假设 $_{g}(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widetilde{\mathbf{Z}}, \widehat{\mathbf{K}})$ 为某一结构的极限状态函数, $\mathbf{X} \cdot \overline{\mathbf{Y}} \cdot \widetilde{\mathbf{Z}} \cdot \widehat{\mathbf{K}}$ 均是与应力、 强度相关的设计变量, 且 $\mathbf{X} \cdot \overline{\mathbf{Y}} \cdot \widetilde{\mathbf{Z}} \cdot \widehat{\mathbf{K}}$ 分别是随机变量、区间变量、模糊变量 和 P-Box 变量。依据应力-强度干涉理论, 当 $_{g}(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widetilde{\mathbf{Z}}, \widehat{\mathbf{K}}) < 0$ 时,结构失效;当 $_{g}(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widetilde{\mathbf{Z}}, \widehat{\mathbf{K}}) > 0$ 时,结构可靠; 当 $_{g}(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widetilde{\mathbf{Z}}, \widehat{\mathbf{K}}) = 0$ 时,结构达到极限状态。则结 构可靠度和失效概率计算公式分别为:

$$R = \Pr\left\{g\left(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widetilde{\mathbf{Z}}, \widehat{\mathbf{K}}\right) \ge 0\right\}$$
(2-26)

$$F = \Pr\left\{g\left(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widetilde{\mathbf{Z}}, \widehat{\mathbf{K}}\right) < 0\right\}$$
(2-27)

在不精确概率框架下,该结构的可靠度和失效概率分别为:

$$R = \mathrm{E}\left(I_{[0,+\infty)}\left(g\left(\mathbf{X},\overline{\mathbf{Y}},\widetilde{\mathbf{Z}},\widehat{\mathbf{K}}\right)\right)\right)$$
(2-28)

$$F = \mathrm{E}\left(I_{(-\infty,0]}\left(g\left(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widetilde{\mathbf{Z}}, \widehat{\mathbf{K}}\right)\right)\right)$$
(2-29)

由 2.3.3.3 节可知,与区间变量、模糊变量、P-Box 变量有关的可靠性数据均可表示成上、下期望形式。则依据自然扩张,不精确结构可靠性模型为^[88,94]:

$$\underline{F}(\overline{F}) = \inf_{P} \left(\sup_{P} \right) \int_{\Omega} I_{(-\infty,0]} \left(g\left(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widetilde{\mathbf{Z}}, \widehat{\mathbf{K}} \right) \right) \rho\left(\widehat{\mathbf{X}} \right) \rho\left(\widetilde{\mathbf{Y}} \right) \rho\left(\widetilde{\mathbf{Z}} \right) \rho\left(\widehat{\mathbf{K}} \right) d\mathbf{X} d\overline{\mathbf{Y}} d\widetilde{\mathbf{Z}} d\widehat{\mathbf{K}}$$
s.t.
$$Y^{L} \leq \overline{Y} \leq Y^{U}, \qquad (2-30)$$

$$\alpha \leq \int_{\Omega} I_{A} \left(\widetilde{Z}_{l} \right) \rho\left(\widetilde{Z}_{l} \right) d\widetilde{Z}_{l} \leq 1$$

$$\underline{\mu}_{m} \leq \int_{\Omega} \widehat{K}_{m} \rho\left(\widehat{K}_{m} \right) d\widehat{K}_{m} \leq \overline{\mu}_{m}, \underline{\mu}_{m}^{2} + \underline{\sigma}_{m}^{2} = \int_{\Omega} \widehat{K}_{m}^{2} \rho\left(\widehat{K}_{m} \right) d\widehat{K}_{m} \leq \overline{\mu}_{m}^{2} + \overline{\sigma}_{m}^{2}$$

式中, P 是所有符合约束条件的概率密度函数 $\rho(\mathbf{X})$ 、 $\rho(\mathbf{\widetilde{Y}})$ 、 $\rho(\mathbf{\widetilde{Z}})$ 、 $\rho(\mathbf{\widetilde{K}})$ 的集合。

对于模型(2-30)的求解,目前没有效率和精度均非常高的计算方法。通用生成函数法(Universal Generating Function, UGF)是传统结构可靠性分析中常用的一种方法,该方法在一定程度上可简化计算。基于通用生成函数,混合不确定性下的结构失效概率可写成如下形式^[132,144]:

$$F = \mathbb{E}I_{(-\infty,0]}\left(g\left(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widetilde{\mathbf{Z}}, \widehat{\mathbf{K}}\right)\right) = \sum_{j=1}^{k} p_{j} \cdot I_{(-\infty,0]}\left(g_{j}\left(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widetilde{\mathbf{Z}}, \widehat{\mathbf{K}}\right)\right)$$
(2-31)

式中, p_i 为概率质量函数(Probability Mass Function, PMF)。

式(2-31)在变量较少时计算较为简单,当变量数目较多时,计算量巨大,因此,本文在借鉴传统结构可靠性分析方法的基础上,提出基于多变量函数降维和通用生成函数的计算方法^[130,132,144,145]。该方法主要分四步:首先,对多变量功能函数进行降维,得到功能函数的近似函数;其次,确定随机变量、区间变量、模糊变量和 P-Box 变量的 PMF;再次,构建基于 UGF 的优化模型;最后,对优化模型进行求解。具体求解过程如下:

(1) 对多变量功能函数进行降维。

令 $\mu_{\mathbf{X}}, \mu_{\overline{\mathbf{Y}}}, \mu_{\overline{\mathbf{X}}}, \mu_{\overline{\mathbf{K}}}$ 分别表示随机变量、区间变量、模糊变量、P-Box 变量的均值 向量,即 $\mu_{\mathbf{X}} = (\mu_{X_1}, \dots, \mu_{X_h}), \mu_{\overline{\mathbf{Y}}} = (\mu_{\overline{Y}_{h+1}}, \dots, \mu_{\overline{Y}_{h+k}}), \mu_{\overline{\mathbf{Z}}} = (\mu_{\overline{Z}_{h+k+1}}, \dots, \mu_{\overline{Z}_{h+k+m+1}}), \mu_{\overline{K}} = (\mu_{\overline{Z}_{h+k+m+1}}, \dots, \mu_{\overline{Z}_{h+k+m+n}}),$ 依据 Rahman 和 Xu^[145],降维后的多变量功能函数近似为:

$$g\left(\mathbf{X},\overline{\mathbf{Y}},\widetilde{\mathbf{Z}},\widehat{\mathbf{K}}\right) \cong \widehat{g}\left(\mathbf{X},\overline{\mathbf{Y}},\widetilde{\mathbf{Z}},\widehat{\mathbf{K}}\right) = \overrightarrow{g}_{1}\left(\mathbf{X}\right) + g_{2}\left(\overline{\mathbf{Y}}\right) + g_{3}\left(\widetilde{\mathbf{Z}}\right) + g_{4}\left(\widehat{\mathbf{K}}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{h} g\left(X_{i}\right) + \sum_{i=h+1}^{h+k} g\left(\overline{Y}_{i}\right) + \sum_{i=h+k+1}^{h+k+m} g\left(\widetilde{Z}_{i}\right) + \sum_{i=h+k+m+1}^{h+k+m+n} g\left(\widehat{K}_{i}\right) - (h+k+m+n-1) g\left(\mu_{\mathbf{X}},\mu_{\overline{\mathbf{Y}}},\mu_{\overline{\mathbf{Z}}},\mu_{\overline{\mathbf{K}}}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{h} g\left(\mu_{X_{1}},\cdots,X_{i},\cdots,\mu_{X_{h}},\mu_{\overline{\mathbf{Y}}},\mu_{\overline{\mathbf{Z}}},\mu_{\overline{\mathbf{K}}}\right) + \sum_{i=h+1}^{h+k} g\left(\mu_{X},\mu_{\overline{Y}_{h+1}},\cdots,\overline{Y}_{i},\cdots,\mu_{\overline{Y}_{h+k}},\mu_{\overline{\mathbf{Z}}},\mu_{\overline{\mathbf{K}}}\right)$$

$$+ \sum_{i=h+k+1}^{h+k+m} g\left(\mu_{X},\mu_{\overline{Y}},\mu_{\overline{Z}_{h+k+1}},\cdots,\widetilde{Z}_{i},\cdots,\mu_{\overline{Z}_{h+k+m}},\mu_{\overline{\mathbf{K}}}\right) + \sum_{i=h+k+m+1}^{h+k+m+n} g\left(\mu_{X},\mu_{\overline{Y}},\mu_{\overline{\mathbf{Z}}},\mu_{\overline{\mathbf{Z}}},\mu_{\overline{\mathbf{X}}},\dots,\overline{K}_{i},\cdots,\mu_{\overline{Z}_{h+k+m+n}}\right)$$

$$- (h+k+m+n-1) g\left(\mu_{X},\mu_{\overline{Y}},\mu_{\overline{\mathbf{Z}}},\mu_{\overline{\mathbf{K}}}\right)$$

$$(2-32)$$

$$\vec{\mathfrak{X}} \oplus, \quad \vec{g}_1(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n g(X_i) \cdot (h+k+m+n-1)g(\mu_{\mathbf{X}}, \mu_{\overline{\mathbf{Y}}}, \mu_{\overline{\mathbf{Z}}}, \mu_{\overline{\mathbf{K}}}) \cdot$$

(2)由于函数 $g_2(\overline{\mathbf{Y}}), g_3(\widetilde{\mathbf{Z}})$ 只含有区间变量,则可通过优化模型确定其最小、最大值,即:

$$g_{2,3}^{L}\left(g_{2,3}^{U}\right) = \min\left(\max\right)\left(g_{2}\left(\overline{\mathbf{Y}}\right) + g_{3}\left(\widetilde{\mathbf{Z}}\right)\right)$$

s.t.
$$\left(\overline{Y}_{h+1}\right)^{l} \leq Y_{h+1} \leq \left(\overline{Y}_{h+1}\right)^{u}, \dots, \left(\overline{Y}_{h+k}\right)^{l} \leq Y_{h+k} \leq \left(\overline{Y}_{h+k}\right)^{u}$$

$$\left(\widetilde{Z}_{h+k+1}\right)^{l} \leq \widetilde{Z}_{h+k+1} \leq \left(\widetilde{Z}_{h+k+1}\right)^{u}, \dots, \left(\widetilde{Z}_{h+k+m}\right)^{l} \leq \widetilde{Z}_{h+k+m} \leq \left(\widetilde{Z}_{h+k+m}\right)^{u}$$

$$(2-33)$$

依据式 (2-32) 和 (2-33), 函数 $\hat{g}(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widetilde{\mathbf{Z}}, \widehat{\mathbf{K}})$ 在区间变量上的最小、最大值分别为:

$$\hat{g}^{l} = \hat{g}_{\min} = \vec{g}_{1} \left(\mathbf{X} \right) + g_{4} \left(\widehat{\mathbf{K}} \right) + g_{2,3}^{l}$$
(2-34)

$$\hat{g}^{u} = \hat{g}_{\max} = \vec{g}_{1}(\mathbf{X}) + g_{4}(\widehat{\mathbf{K}}) + g_{2,3}^{u}$$
 (2-35)

(3) 确定 $\vec{g}(\mathbf{X})$ 的概率质量函数。

令**Z**=*g*(**X**), **X**为随机变量,则**Z**也为随机变量,且**Z**的概率密度函数可由 鞍点近似法^[146-148]、最大熵法^[149,150]等来确定,用最大熵法估计**Z**的概率密度函数 的模型为:

$$M_{0}(z) = \max \int_{S_{z}} -p(z) \ln p(z) dz$$

s.t.
$$\int_{S_{z}} p(z) dz = 1 \int_{S_{z}} z^{i} p(z) dz = m_{i}, i = 1, 2, \dots, k_{0}$$

(2-36)

式中, p(z)为变量**Z**的概率密度函数, m_i 为**Z**的第*i*阶矩, S_z 为积分域。根据拉格朗日(Lagrange)方法^[148], p(z)表示为:

$$p(z) = \exp\left(-\lambda_0 - \sum_{i=1}^{k_0} \lambda_i z^i\right)$$
(2-37)

*m*的值可用仿真方法求解,其计算模型为:

$$m_{i} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \left[\vec{g} \left(\mathbf{X}_{j} \right) \right]^{i} (i = 1, 2, 3, 4)$$
(2-38)

式中, N为产生的样本量, $\mathbf{X}_{j} = \left(X_{1}^{j}, X_{2}^{j}, \cdots, X_{h}^{j}\right)$ 。

将随机变量 Z 的取值范围平均分成 §个小区间,如图 2-7 所示,每个小区间所 对应的均值和概率值分别为:



(4) 确定 P-Box 变量的概率质量函数。

设 P-Box 变量 $\widehat{\mathbf{K}}$ 的概率密度函数为 $f_i(\widehat{K}_i)$,分布区间为 $[\underline{a}_i, \overline{a}_i]$,把 $[\underline{a}_i, \overline{a}_i]$ 平均 分成 t_i 个小区间,表示为:

$$\left[\left(a_{i}^{1}\right)^{l},\left(a_{i}^{1}\right)^{u}\right],\left[\left(a_{i}^{2}\right)^{l},\left(a_{i}^{2}\right)^{u}\right],\cdots,\left[\left(a_{i}^{t_{i}}\right)^{l},\left(a_{i}^{t_{i}}\right)^{u}\right]$$
(2-40)

每个小区间所对应的均值和概率值分别为:

$$\widehat{a}^{c} = \left(\widehat{a}_{i}^{c1}, \cdots, \widehat{a}_{i}^{ct_{i}}\right), \quad \widehat{p}_{a} = \left(\widehat{p}_{i}^{1}, \cdots, \widehat{p}_{i}^{t_{i}}\right), \quad \left(\widehat{p}_{i}^{j}\right)^{l} \le \widehat{p}_{i}^{j} \le \left(\widehat{p}_{i}^{j}\right)^{u}$$
(2-41)

式中, $\left(\widehat{p}_{i}^{j}\right)^{l} = \min \int_{\left(a_{i}^{j}\right)^{l}}^{\left(a_{i}^{j}\right)^{u}} f_{i}\left(\widehat{K}_{i}\right) d\widehat{K}_{i}$, $\left(\widehat{p}_{i}^{j}\right)^{u} = \max \int_{\left(a_{i}^{j}\right)^{l}}^{\left(a_{i}^{j}\right)^{u}} f_{i}\left(\widehat{K}_{i}\right) d\widehat{K}_{i}$.

综上,可得系统最大、最小失效概率值的求解模型为:

$$P_{f}^{l}\left(P_{f}^{u}\right) = \min\left(\max\right)\left\{\sum_{j=1}^{K_{m}} p_{j}\left[\left(\mathbf{P}\right)_{\vec{g}}, \left(\widehat{\mathbf{P}}\right)_{\widehat{K}}\right] I\left(\widehat{g}_{\max}^{j}\right)\right\}$$

s.t.
$$\left(\widehat{p}_{i}^{j}\right)^{l} \leq \widehat{p}_{i}^{j} \leq \left(\widehat{p}_{i}^{j}\right)^{u}, \widehat{p}_{i}^{1} + \widehat{p}_{i}^{2} + \dots + \widehat{p}_{i}^{t_{i}} = 1,$$

$$i = h + k + m + 1, \dots, h + k + m + n, j = 1, \dots, t_{i}$$

$$(2-42)$$

2.4.3 不同变量类型组合下的不精确结构可靠性模型及计算

在不精确结构可靠性建模中,变量组合类型不同,计算方法不同,本节主要介 绍以下几种不同变量组合类型的不精确可靠性模型。

(1) 模型 I: 随机变量和区间变量两者混合

当结构可靠性模型中同时存在随机变量和区间变量时,其变量可记为 $H = (X_1, \dots, X_h, \overline{Y}_{k+1}, \dots, \overline{Y}_{h+k}), 其均值点可记为\overline{H} = (\mu_1, \dots, \mu_h, \mu_{\overline{Y}_{h+1}}, \dots, \mu_{\overline{Y}_{h+k}}), 则结构的功能函数为:$

$$g(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}) \cong \hat{g}(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}) = \vec{g}_1(\mathbf{X}) + g_2(\overline{\mathbf{Y}}) = \left(\sum_{i=1}^h g(X_i) - (h+k-1)g(\mu_{\mathbf{X}}, \mu_{\overline{\mathbf{Y}}})\right) + \sum_{i=h+1}^{h+k} g(\overline{Y}_i) \quad (2-43)$$

把区间变量 \overline{Y} 平均分成 r_i 个小区间,表示为:

$$\left[\left(\overline{Y}_{i}^{1}\right)^{l},\left(\overline{Y}_{i}^{1}\right)^{u}\right],\left[\left(\overline{Y}_{i}^{2}\right)^{l},\left(\overline{Y}_{i}^{2}\right)^{u}\right],\cdots,\left[\left(\overline{Y}_{i}^{r_{i}}\right)^{l},\left(\overline{Y}_{i}^{r_{i}}\right)^{u}\right]$$
(2-44)

每个小区间对应的均值和概率值分别为:

$$\overline{\mathbf{Y}}^{c} = \left(\overline{Y}_{i}^{c1}, \overline{Y}_{i}^{c2}, \cdots, \overline{Y}_{i}^{cr_{i}}\right), \overline{p}_{\overline{\mathbf{Y}}} = \left(\overline{p}_{i}^{1}, \overline{p}_{i}^{2}, \cdots, \overline{p}_{i}^{r_{i}}\right)$$
(2-45)

则求解结构最小、最大失效概率的计算模型为:

$$\underline{F}(\overline{F}) = \min(\max) \sum_{j=1}^{K_i} p_j \left[(\mathbf{P})_{\overline{g}}, (\mathbf{P})_{\overline{\mathbf{Y}}} \right] \cdot I_{(-\infty,0]} \left(\hat{g} \left(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}} \right) \right)$$

s.t.
$$0 \le \overline{p}_i^1, \overline{p}_i^2, \cdots, \overline{p}_i^{r_i} \le 1, \overline{p}_i^1 + \overline{p}_i^2 + \cdots + \overline{p}_i^{r_i} = 1$$
(2-46)

(2) 模型 II: 随机变量和模糊变量两者混合

当结构可靠性模型中同时存在随机变量和模糊变量时,其变量可记为 $H = \left(X_1, \dots, X_h, \widetilde{Z}_{h+1}, \dots \widetilde{Z}_{h+m}\right), 其均值点可记为<math display="block">\overline{H} = \left(\mu_1, \dots, \mu_h, \mu_{\widetilde{Z}_{h+1}}, \dots, \mu_{\widetilde{Z}_{h+m}}\right), 则结构的功能函数为:$

$$g(\mathbf{X}, \widetilde{\mathbf{Z}}) \cong \widehat{g}(\mathbf{X}, \widetilde{\mathbf{Z}}) = \overrightarrow{g}_1(\mathbf{X}) + g_3(\widetilde{\mathbf{Z}}) = \left(\sum_{i=1}^h g(X_i) - (h+m-1)g(\mu_{\mathbf{X}}, \mu_{\widetilde{\mathbf{Z}}})\right) + \sum_{i=h+1}^{h+m} g(\overline{Z}_i) \quad (2-47)$$

计算模糊变量 $\tilde{\mathbf{z}}$ 的水平截集 $\tilde{\mathbf{z}}_{a}$,并把 $\tilde{\mathbf{z}}_{a}$ 平均分成 l_{i} 个小区间,表示为:

$$\left[\left(\widetilde{Z}_{\alpha i}^{1}\right)^{l},\left(\widetilde{Z}_{\alpha i}^{1}\right)^{u}\right],\left[\left(\widetilde{Z}_{\alpha i}^{2}\right)^{l},\left(\widetilde{Z}_{\alpha i}^{2}\right)^{u}\right],\cdots,\left[\left(\widetilde{Z}_{\alpha i}^{l}\right)^{l},\left(\widetilde{Z}_{\alpha i}^{l}\right)^{u}\right]$$
(2-48)

每个小区间所对应的均值和概率值分别为:

$$\widetilde{\mathbf{Z}}^{c} = \left(\widetilde{Z}_{\alpha i}^{c1}, \widetilde{Z}_{\alpha i}^{c2}, \cdots, \widetilde{Z}_{\alpha i}^{cl_{i}}\right), \widetilde{p}_{\widetilde{\mathbf{Z}}} = \left(\widetilde{p}_{i}^{1}, \widetilde{p}_{i}^{2}, \cdots, \widetilde{p}_{i}^{l_{i}}\right)$$
(2-49)

则结构最小、最大失效概率的计算模型为:

$$\underline{F}(\overline{F}) = \min(\max) \sum_{j=1}^{K_{i}} p_{j} \left[(P)_{\mathbf{X}}, (P)_{\widetilde{\mathbf{Z}}} \right] \cdot I_{(-\infty,0]} \left(\hat{g} \left(\mathbf{X}, \widetilde{\mathbf{Z}} \right) \right)$$

s.t.
$$0 \le \widetilde{p}_{i}^{1}, \widetilde{p}_{i}^{2}, \cdots, \widetilde{p}_{i}^{l_{i}} \le 1, \widetilde{p}_{i}^{1} + \widetilde{p}_{i}^{2} + \cdots + \widetilde{p}_{i}^{l_{i}} = 1$$
(2-50)

(3) 模型 III: 随机变量、P-Box 变量两者混合

当结构可靠性模型中同时存在随机变量和 P-Box 变量时,其变量可记为 $H = (X_1, \dots, X_h, \widehat{K}_{h+1}, \dots, \widehat{K}_n)$,其均值点可记为 $\overline{H} = (\mu_1, \dots, \mu_h, \mu_{\widehat{K}_{h+1}}, \dots, \mu_{\widehat{K}_{h+n}})$,则结 构的功能函数为:

$$g(\mathbf{X},\widehat{\mathbf{K}}) \cong \widehat{g}(\mathbf{X},\widehat{\mathbf{K}}) = \overrightarrow{g}_{1}(\mathbf{X}) + g_{4}(\widehat{\mathbf{K}}) = \left(\sum_{i=1}^{h} g(X_{i}) - (h+n-1)g(\mu_{\mathbf{X}},\mu_{\widehat{\mathbf{K}}})\right) + \sum_{i=h+1}^{h+n} g(\widehat{K}_{i}) \quad (2-51)$$

根据式(2-40)和式(2-41),可以确定 P-Box 变量的 PMF,则结构最小、最大失效概率的计算模型为:

$$P_{f}^{l}\left(P_{f}^{u}\right) = \min\left(\max\right)\left\{\sum_{j=1}^{K_{m}} p_{j}\left[\left(\mathbf{P}\right)_{\vec{g}}, \left(\widehat{\mathbf{P}}\right)_{\widehat{K}}\right] I\left(\widehat{g}\left(\mathbf{X}, \widehat{\mathbf{K}}\right)\right)\right\}$$

s.t.
$$\left(\widehat{p}_{i}^{j}\right)^{l} \leq \widehat{p}_{i}^{j} \leq \left(\widehat{p}_{i}^{j}\right)^{u}, \widehat{p}_{i}^{1} + \widehat{p}_{i}^{2} + \dots + \widehat{p}_{i}^{t_{i}} = 1, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, t_{i}$$

$$(2-52)$$

(4) 模型 IV: 随机变量、区间变量、P-Box 变量三者混合

当结构可靠性模型中同时存在随机变量、区间变量和 P-Box 变量时,其变量 可 记 为 $H = (X_1, \dots, X_h, \overline{Y}_{k+1}, \dots, \overline{Y}_{h+k}, \widehat{K}_{h+1}, \dots, \widehat{K}_n)$, 其 均 值 点 可 记 为 $\overline{H} = (\mu_1, \dots, \mu_h, \mu_{\overline{Y}_{k+1}}, \dots, \mu_{\overline{K}_{h+1}}, \dots, \mu_{\widehat{K}_{h+n}})$,则该结构的功能函数可近似为:

$$g(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widehat{\mathbf{K}}) \cong \widehat{g}(\mathbf{X}, \overline{\mathbf{Y}}, \widehat{\mathbf{K}}) = \left(\sum_{i=1}^{h} g(X_i) \cdot (h+n-1) g(\mu_{\mathbf{X}}, \mu_{\overline{\mathbf{Y}}}, \mu_{\overline{\mathbf{K}}})\right) + \sum_{i=h+1}^{h+m} g(\overline{Y}_i) + \sum_{i=h+m+1}^{h+m+n} g(\widehat{K}_i) \quad (2-53)$$

依据式(2-40)、式(2-41)和式(2-44)、式(2-45)可分别计算 P-Box 变量和区间变量的 PMF,则结构最小、最大失效概率的计算模型为:

$$P_{f}^{l}\left(P_{f}^{u}\right) = \min\left(\max\right)\left\{\sum_{j=1}^{K_{m}}p_{j}\left[\left(\mathbf{P}\right)_{\vec{g}},\left(\overline{\mathbf{P}}\right)_{\overline{Y}},\left(\widehat{\mathbf{P}}\right)_{\overline{K}}\right]I\left(\widehat{g}\left(\mathbf{X},\overline{\mathbf{Y}},\widehat{\mathbf{K}}\right)\right)\right\}$$

s.t.
$$0 \leq \overline{p_{i}^{1}}, \overline{p_{i}^{2}}, \cdots, \overline{p_{i}^{r_{i}}} \leq 1, \overline{p_{i}^{1}} + \overline{p_{i}^{2}} + \cdots + \overline{p_{i}^{r_{i}}} = 1, i = 1, \cdots, h, j = 1, \cdots, r_{i}$$

$$\left(\widehat{p}_{i}^{j}\right)^{l} \leq \widehat{p}_{i}^{j} \leq \left(\widehat{p}_{i}^{j}\right)^{u}, \widehat{p}_{i}^{1} + \widehat{p}_{i}^{2} + \cdots + \widehat{p}_{i}^{t_{i}} = 1, i = 1, \cdots, n, j = 1, \cdots, t_{i}$$

$$(2-54)$$

2.5 重型数控机床铣轴不精确结构可靠性建模与分析

2.5.1 铣轴的静强度不精确可靠性建模与分析

本节以某重型数控落地铣镗床铣轴为例,针对不精确结构可靠性模型的工程 应用展开研究,该研究拟为机床其他零部件的结构可靠性建模与分析提供方法参 考。某重型数控落地铣镗床铣轴的三维实体模型如图 2-8 所示。



图 2-8 某重型数控落地铣镗床铣轴

机床工作时,电机通过齿轮传动机构传递力或力矩来驱动铣轴转动,则铣轴在 外齿轮处受到啮合力作用;同时,铣轴承受的切削力或力矩由铣刀传递给铣轴。铣 轴最大外径与最小外径相差很少,因此可将该铣轴简化成空心轴,其外内径比 ε=0.5893。在弯扭组合作用下,铣轴的受力简图如图 2-9 所示。



图 2-9 铣轴受力分析图

图 2-9 中, F_c 为外加载荷 (kN); $M_1 和 M_2$ 为危险截面上的弯矩(kN·m); F_r 为径 向力, F_t 为圆周力; a、b和C分别为铣轴的尺寸(m)。

该铣轴的静强度失效计算公式为:

$$F_{0} = \Pr\left(g_{0}\left(\sigma_{s}, M_{H}, M_{V}, M_{T}, W\right) = \sigma_{s} - \frac{\sqrt{M_{H}^{2} + M_{V}^{2} + 0.75M_{T}^{2}}}{W} < 0\right)$$
(2-55)

式中, σ_s 为材料抗拉屈服极限(MPa); M_H 和 M_V 分别水平面和垂直面上的弯矩(kN·m); M_T 为铣轴受到的扭矩(kN·m);W为抗弯截面系数(m³)。以上参数变量的相关信息如表 2-1 中所示。

变量	参数1	参数 2	分布类型
$\sigma_{_s}$	1080	25	Normal
M_{T}	2.05	0.01	Normal
$M_{_H}$	[0.45, 0.5]	0.01	P-Box
$M_{_V}$	[0.4, 0.42]	0.01	P-Box
W	0.0021	0.0023	Interval

表 2-1 静强度变量的相关信息

注:对于随机变量,参数1为均值,参数2为方差;对于P-Box变量,参数1为均值区间,参数2为方差区间,本文仅讨论均值区间;对于区间变量,参数1为区间下界,参数2为区间上界。

这里可采模型 IV 的方法来求解,求解过程如下:

1) 将区间变量W划分成2个小区间,得到W的PMF为:

$$\begin{cases} \overline{W} = (0.00215, 0.00225), \\ p_W = (p_W^1, p_W^2), 0 \le p_W^1, p_W^2 \le 1, p_W^1 + p_W^2 = 1 \end{cases}$$
(2-56)

2)将 P-Box 变量 M_{H} 的分布区间划分成 7个小区间,得到 M_{H} 的 PMF 为:

$$\begin{cases} \overline{M}_{H} = (0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8) \\ p_{M_{H}} = \left(p_{M_{H}}^{1}, p_{M_{H}}^{2}, \cdots, p_{M_{H}}^{7}\right) \\ p_{M_{H}}^{1} + p_{M_{H}}^{2} + \cdots + p_{M_{H}}^{7} = 1 \\ p_{M_{H}}^{j} \in \begin{pmatrix} [0.0060, 0.0214], [0.0606, 0.1359], [0.2417, 0.3413], [0.3413, 0.3829], \\ [0.1359, 0.2417], [0.0214, 0.0606], [0.0013, 0.0060] \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$(2-57)$$

3)将 P-Box 变量
$$M_v$$
的分布区间划分成 5个小区间,得到 M_v 的 PMF 为:

$$\begin{cases} \overline{M}_{V} = (0.162, 0.286, 0.410, 0.534, 0.658) \\ p_{M_{V}} = \left(p_{M_{V}}^{1}, p_{M_{V}}^{2}, \cdots, p_{M_{V}}^{5}\right) \\ p_{M_{V}}^{1} + p_{M_{V}}^{2} + \cdots + p_{M_{V}}^{5} = 1 \\ p_{M_{V}}^{j} \in \left(\begin{bmatrix} 0.0243, 0.0379 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.2108, 0.2623 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.4627, 0.4647 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} 0.2108, 0.2623 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.0243, 0.0379 \end{bmatrix} \right) \end{cases}$$
(2-58)

4) 建立优化模型:

$$P_{f}^{j}(P_{f}^{u}) = \min(\max) \begin{pmatrix} p_{\sigma_{s}}^{5} \cdot p_{M_{T}}^{6} \cdot p_{W}^{1} \cdot p_{M_{H}}^{7} \cdot (p_{M_{V}}^{4} + p_{M_{V}}^{5}) + p_{\sigma_{s}}^{6} \cdot p_{M_{T}}^{6} \cdot p_{W}^{2} \cdot p_{M_{H}}^{7} \cdot p_{M_{V}}^{5} \\ + p_{\sigma_{s}}^{5} \cdot p_{M_{T}}^{5} \cdot p_{W}^{1} \cdot p_{M_{H}}^{6} \cdot (p_{M_{V}}^{3} + p_{M_{V}}^{4} + p_{M_{V}}^{5}) \end{pmatrix}$$

s.t.
$$0 \le p_{W}^{1}, p_{W}^{2} \le 1, 0 \le p_{M_{H}}^{1}, p_{M_{H}}^{2}, \cdots, p_{M_{H}}^{7} \le 1, 0 \le p_{M_{V}}^{1}, p_{M_{V}}^{2}, \cdots, p_{M_{V}}^{5} \le 1$$

$$p_{W}^{1} + p_{W}^{2} = 1, p_{M_{H}}^{1} + p_{M_{H}}^{2} + \cdots + p_{M_{H}}^{7} = 1, \ p_{M_{V}}^{1} + p_{M_{V}}^{2} + \cdots + p_{M_{V}}^{5} = 1$$

$$p_{M_{H}}^{j} \in \left(\begin{bmatrix} 0.0060, 0.0214 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.00606, 0.1359 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.2417, 0.3413 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.3413, 0.3829 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} 0.1359, 0.2417 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.0214, 0.0606 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.0013, 0.0060 \end{bmatrix} \right)$$

$$p_{M_{V}}^{j} \in \left(\begin{bmatrix} 0.0243, 0.0379 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.2108, 0.2623 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.4627, 0.4647 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.2108, 0.2623 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.0243, 0.0379 \end{bmatrix} \right)$$

求解得: $P_f^l = 0.3159 \times 10^{-4}, P_f^u = 0.0482$ 。

本章所提方法与蒙特卡洛(Monte Carlo, MC)方法计算所得的结果如表 2-2 所示。

失效概率	本章所提方法	MC
P_f^l	0.3159×10^{-4}	0.2307×10^{-4}
$P_f^{\mathcal{U}}$	0.0482	0.05509

表 2-2 不同方法计算得到的静强度失效概率

本章所提方法和蒙特卡洛方法对比结果相差不大,但计算效率远高于 MC 方法,且区间变量和 P-Box 变量区间划分越是精细,计算精度越高。

2.5.2 铣轴的疲劳强度不精确可靠性建模与分析

根据第三强度理论, 铣轴的疲劳强度失效概率计算公式为:

$$F_{\sigma} = \Pr\left(\frac{\sigma_{-1}}{K_{n}} - \frac{\left[M_{H}^{2} + M_{V}^{2} + (\alpha M_{T})^{2}\right]^{\frac{1}{2}}}{W} < 0\right)$$
(2-60)

式中, σ_{-1} 为标准光滑试件的疲劳强度, K_n 是综合修正系数,且 K_n 与铣轴的表面 质量、尺寸、有效应力有关^[5]; M_H 和 M_V 分别是水平面和垂直面上的弯矩(kN·m); M_T 为铣轴受到的扭矩(kN·m); α 为根据扭矩所产生的应力性质而定的应力校正 系数; W 为抗弯截面系数(m³)。以上参数变量的相关信息如表 2-3 所示。

变量	参数1	参数 2	分布类型
$\sigma_{\!$	1080	25	Normal
$M_{_T}$	2.05	0.01	Normal
M_{H}	[0.45, 0.5]	0.01	P-Box
$M_{_V}$	[0.4, 0.42]	0.01	P-Box
W	0.0021	0.0023	Interval
α	0.5	0.6	Interval
K_{n}	0.15	0.2	Interval

表 2-3 疲劳强度变量的相关信息

这里仍然是随机变量、区间变量和 P-Box 变量的混合,同理,可采用模型 IV 求解。本文 2.5.1 节已经求出参数 M_H 、 M_V 、 M_T 、W 的概率质量函数,本节不再 重复,则疲劳强度失效概率的求解过程如下:

1) 对 $g_2(\sigma_{-1}, K_n, M_H, M_V, M_T, \alpha, W)$ 降维得:

$$g_{\sigma} = g(\sigma_{-1}, M_{T}) + g(M_{H}, M_{V}) + g(K_{n}, \alpha, W) - 403.07144$$

= $\vec{g}(\sigma_{-1}, M_{T}) + g(M_{H}, M_{V}) + g(K_{n}, \alpha, W)$ (2-61)

2) 令 $z=g(\sigma_{-1},M_T)$,基于最大熵方法,得到z的概率密度函数如图 2-9 所示。



图 2-9 随机变量 z 的 PDF

根据式 (2-39), 得到 z 的 PMF 为:

$$\begin{cases} \overline{z} = (859.5, 864.5, 869.5, 874.5, 879.5, 884.5), \\ p_z = (0.0175, 0.1195, 0.3251, 0.3539, 0.1543, 0.0268) \end{cases}$$
(2-62)

$$P_{f}^{l} = \min\left(0.0175 \cdot p_{M_{H}}^{7} \cdot \left(p_{M_{V}}^{4} + p_{M_{V}}^{5}\right) + 0.0175 \cdot p_{M_{H}}^{6} \cdot p_{M_{V}}^{5} + 0.1195 \cdot \left(p_{M_{H}}^{6} + p_{M_{H}}^{7}\right) \cdot p_{M_{V}}^{5}\right)$$
s.t.
$$0 \le p_{M_{H}}^{1}, \dots, p_{M_{H}}^{7} \le 1, 0 \le p_{M_{V}}^{1}, \dots, p_{M_{V}}^{5} \le 1, p_{M_{H}}^{1} + \dots + p_{M_{H}}^{7} = 1, p_{M_{V}}^{1} + \dots + p_{M_{V}}^{5} = 1$$

$$p_{M_{H}}^{j} \in \left(\begin{bmatrix}0.0060, 0.0214], [0.0606, 0.1359], [0.2417, 0.3413], [0.3413, 0.3829], \\ [0.1359, 0.2417], [0.0214, 0.0606], [0.0013, 0.0060] \\ \end{bmatrix}$$

$$p_{M_{V}}^{j} \in \left(\begin{bmatrix}0.0243, 0.0379], [0.2108, 0.2623], [0.4627, 0.4647], [0.2108, 0.2623], [0.0243, 0.0379]\right)$$

$$P_{f}^{u} = \min\left(\begin{array}{c}0.0175 \cdot \left(p_{M_{H}}^{5} \cdot p_{M_{V}}^{5} + p_{M_{H}}^{6} \cdot \left(p_{M_{V}}^{4} + p_{M_{V}}^{5}\right) + p_{M_{H}}^{7} \cdot \left(p_{M_{V}}^{2} + p_{M_{V}}^{3} + p_{M_{V}}^{4} + p_{M_{V}}^{5}\right)\right) + 0.1543 \cdot \left(p_{M_{H}}^{6} \cdot p_{M_{V}}^{5} + p_{M_{H}}^{7} \cdot \left(p_{M_{V}}^{4} + p_{M_{V}}^{5}\right) + 0.0268 \cdot \left(p_{M_{H}}^{7} \cdot \left(p_{M_{V}}^{4} + p_{M_{V}}^{5}\right)\right)\right)$$
s.t.
$$(2-64)$$

s.t.

$$0 \leq p_{M_{H}}^{1}, \dots, p_{M_{H}}^{7} \leq 1, 0 \leq p_{M_{V}}^{1}, \dots, p_{M_{V}}^{5} \leq 1, p_{M_{H}}^{1} + \dots + p_{M_{H}}^{7} = 1, p_{M_{V}}^{1} + \dots + p_{M_{V}}^{5} = 1$$

$$p_{M_{H}}^{j} \in \begin{pmatrix} [0.0060, 0.0214], [0.0606, 0.1359], [0.2417, 0.3413], [0.3413, 0.3829], \\ [0.1359, 0.2417], [0.0214, 0.0606], [0.0013, 0.0060] \end{pmatrix}$$

$$p_{M_{V}}^{j} \in ([0.0243, 0.0379], [0.2108, 0.2623], [0.4627, 0.4647], [0.2108, 0.2623], [0.0243, 0.0379])$$
(2-64)

求解得: $P_f^l = 0.80999 \times 10^{-4}$, $P_f^u = 0.077$ 。

本章所提方法与蒙特卡洛方法计算所得的结果如表 2-4 所示。

失效概率	本章所提方法	МС
P_f^l	0.80999×10^{-4}	1.013597×10^{-4}
P_f^u	0.077	0.1013

表 2-4 不同方法计算得到的疲劳强度失效概率

本章所提方法和蒙特卡洛方法对比结果相差不大,但计算效率远高于 MC 方法,且区间变量和 P-Box 变量区间划分越是精细,计算精度越高。

2.5.3 铣轴的刚度不精确可靠性建模与分析

铣轴受到弯矩作用将产生弹性变形,受到转矩作用将产生扭转变形。铣轴的弹性变形或扭转变形对机床加工精度有较大影响,因此,铣轴除了有强度要求外,还要求其有一定刚度。本节仅考虑挠度和扭转角,铣轴的挠度和扭转角计算公式可以简化为^[51,123,124]:

$$g_{[y]} = [y] - K_F F, g_{\phi} = \phi_0 - \frac{M_T l}{GI}$$
(2-65)

式中, [y]为许用挠度, F为最大外载荷, K_F 为轴承支座载荷情况系数; ϕ_0 为许用偏转角, M_T 为扭矩, l为轴的长度, G为材料的剪切弹性模量, I为极惯性矩。

机床主轴刚度失效概率的计算公式为:

$$F_{[y],\phi} = \Pr\left(g_{[y]} = [y] - K_F F < 0\right) + \Pr\left(g_{\phi} = \frac{M_T l}{Gl} - \phi_0 < 0\right)$$
(2-66)

参数变量的相关信息如表 2-5 所示。

变量	参数1	参数 2	分布类型
F	50	0.09	Normal
$K_{_F}$	3.8×10^{-6}	4.2×10^{-6}	Interval
[<i>y</i>]	0.0002	0.0004	Interval
$M_{ m T}$	2.05	0.01	Normal
l	1.98	2.02	Interval
Ι	0.0021	0.0023	Interval
ϕ_0	0.2	0.25	Interval

表 2-5 刚度变量的相关信息

该模型中含有随机变量和区间变量,可以用模型 I 求解。求解铣轴挠度失效概率 $F_{[v]}$ 的计算过程如下:

1) 计算区间变量 K_F 、 [y]的 PMF:

$$\begin{cases} \overline{K}_{F} = \left(3.85 \times 10^{-6}, 3.95 \times 10^{-6}, 4.05 \times 10^{-6}, 4.15 \times 10^{-6}\right), \\ p_{K_{F}} = \left(p_{K_{F}}^{1}, \dots, p_{K_{F}}^{4}\right), 0 \le p_{K_{F}}^{1}, \dots, p_{K_{F}}^{4} \le 1, p_{K_{F}}^{1} + \dots + p_{K_{F}}^{4} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\overline{y}\right] = \left(0.00025, 0.00035\right), \\ p_{[y]} = \left(p_{[y]}^{1}, p_{[y]}^{2}\right), 0 \le p_{[y]}^{1}, p_{[y]}^{2} \le 1, p_{[y]}^{1} + p_{[y]}^{2} = 1 \end{cases}$$

$$(2-67)$$

2) 建立优化模型:

$$\begin{cases} P_{f_{[y]}}^{l} \left(P_{f_{[y]}}^{u} \right) = \min\left(\max \right) \begin{pmatrix} \left(p_{F}^{3} + p_{F}^{4} + p_{F}^{5} \right) \cdot \left(p_{K_{F}}^{3} + p_{K_{F}}^{4} \right) + \left(p_{F}^{3} + p_{F}^{4} + p_{F}^{5} \right) \cdot p_{K_{F}}^{4} \cdot p_{[y]}^{2} \\ + \left(p_{F}^{2} + p_{F}^{3} + p_{F}^{4} + p_{F}^{5} \right) \cdot \left(p_{K_{F}}^{3} + p_{K_{F}}^{4} \right) \cdot p_{[y]}^{1} \end{pmatrix} \\ \text{s.t.} \\ 0 \le p_{K_{F}}^{1}, \cdots, p_{K_{F}}^{5} \le 1, p_{K_{F}}^{1} + \cdots + p_{K_{F}}^{5} = 1 \\ 0 \le p_{[y]}^{1}, p_{[y]}^{2} \le 1, p_{[y]}^{1} + p_{[y]}^{2} = 1 \end{cases}$$

$$(2-69)$$

计算得: $P_f^l = 0.10206 \times 10^{-6}$, $P_f^u = 0.50277 \times 10^{-6}$; 同理求解得到 F_{ϕ} 的最大、最小值分别为 $P_f^l = 0.864 \times 10^{-8}$, $P_f^u = 0.18823 \times 10^{-6}$ 。

本章所提方法与蒙特卡洛方法计算所得的结果如表 2-6 所示。

表 2-6 不同方法计算得到的刚度失效概率

失效概率	本章所提方法	МС
P_f^l	0.1107×10^{-6}	0.204512×10^{-6}
P_f^{μ}	0.6910×10^{-6}	0.7821×10^{-6}

本章所提方法和蒙特卡洛方法对比结果相差不大,但计算效率远高于 MC 方法,且区间变量和 P-Box 变量区间划分越是精细,计算精度越高。

2.5.4 铣轴的振动稳定性不精确可靠性建模与分析

铣轴的振动稳定性受到其外部载荷、工况、材料、装配等因素的影响,由于材料、制造、安装、检修工艺的离散及载荷参数的随机性,铣轴的固有频率、激振力频率、振动响应、失稳转速等振动设计量具有不确定性。铣轴的振动稳定性要求是其最大振动响应不超过许用响应,且避免共振。本节仅考虑共振现象,设铣轴的工作频率为 ω_n ,固有频率是 f_n , 令 $z = \omega_n - f_n$,则依据应力-强度干涉理论,铣轴振动可靠性计算公式如下:

$$R_{|z|} = \Pr(|z| > 0) = \Pr(|\omega_m - f_n| > 0)$$
(2-70)

在传统结构振动可靠性分析中, |z|>0是结构是否发生共振的判断条件, 而在 工程实际中, 共振这一失效的判定是模糊的^[133, 151], 可用模糊区间来定义。

铣轴在工程实际中,不发生共振的工作频率Qn应满足以下条件:

 $\stackrel{\text{\tiny def}}{=} \mathcal{O}_m < f_n \, \text{\tiny fh}, \quad \omega_m < f_n \left(1 - \underline{p}_\alpha\right); \quad \stackrel{\text{\tiny def}}{=} \mathcal{O}_m > f_n \, \text{\tiny fh}, \quad \omega_m > f_n \, \overline{p}_\alpha \, .$

由于轴的共振可通过转速来表示,则本节采用转速来计算铣轴振动可靠性。设n为铣轴转速, n_1 , n_2 分别为铣轴的一阶、二阶临界转速,则铣轴发生共振失效的功能函数为:

$$g(n, n_1, n_2, p_{\alpha}) = \begin{cases} n < n_1(1 - p_{\alpha 1}), n < n_1 \\ n > n_2(1 - p_{\alpha 2}), n > n_2 \end{cases}$$
(2-71)

式中,
$$p_{\alpha 1} = \frac{n}{n_1}$$
, $p_{\alpha 2} = \frac{n}{n_2}$ 。本文采用同一三角模糊数来量化 $p_{\alpha 1}$ 和 $p_{\alpha 2}$, 即:

$$\tilde{\mu}(p_{\alpha}) = \begin{cases} (p_{\alpha} - a)/(1 - a), a \le p_{\alpha} < 1\\ 1, & p_{\alpha} = 1\\ (c - p_{\alpha})/(c - 1), 1 \le p_{\alpha} < c\\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$
(2-72)

则铣轴振动失效的计算公式为:

$$F_{|z|} = \Pr\left(n_1(1-p_{\alpha 1}) - n < 0\right) + \Pr\left(n-n_2(1-p_{\alpha 2}) < 0\right)$$
(2-73)

参数变量的相关信息如下:

变量	参数1	参数 2	参数 3	分布类型
n	5800	25		Normal
$p_{\alpha 1}$	0	0.9	1	Fuzzy
$p_{\alpha 2}$	0	0.9	1	Fuzzy

表 2-7 振动变量的相关信息

该模型可以通过模型 II 求解,本章所提方法与蒙特卡洛方法计算所得的结果 如表 2-8 所示。

失效概率	本章所提方法	МС
P_f^l	0.3327×10^{-6}	0.2097×10^{-6}
P_f^{μ}	0.4713×10^{-5}	0.6031×10^{-5}

表 2-8 不同方法计算得到的振动失效概率

本章所提方法和蒙特卡洛方法对比结果相差不大,但计算效率远高于 MC 方法,且区间变量和 P-Box 变量区间划分越是精细,计算精度越高。

2.6 小结

本章研究了影响重型数控机床可靠性的混合不确定性因素,分析了现有不确 定性量化方法在解决重型数控机床不确定性问题时的局限性及不精确概率理论的 适用性,进而构建了基于不精确概率理论的混合不确定性统一量化框架;基于应力 -强度干涉理论,建立了以不精确概率理论为量化工具的不精确结构可靠性模型; 以铣轴为例,分别建立了铣轴的静强度、疲劳强度、刚度、振动稳定性不精确可靠 性模型;通过与 MC 方法的对比,验证了本章所提方法的有效性。

第三章 失效相关下的机床主轴不精确结构可靠性建模与分析

本章在考虑失效相关的基础上,对本文第二章建立的不精确结构可靠性模型 进行改进,提出了多失效模式相关下的不精确结构可靠性模型;将该模型应用到铣 轴多失效模式下的可靠性建模与分析中,并与失效独立时的结果进行对比,验证了 机械零部件考虑失效相关的必要性。

3.1 引言

本文第二章建立的不精确结构可靠性模型假设设计变量及各失效模式是相互 独立的,然而,在工程实际中,机床主轴某些失效模式的功能函数中存在共同变量, 则这些失效模式间存在相关性。机械系统失效相关将导致其联合失效概率在空间 失效域中的比例发生改变,在失效相关条件下,系统联合失效概率要明显增大^[49]。 机械系统可靠性建模涉及的相关性问题有三种,一种是变量间的相关性问题,一种 是零部件多失效模式间的相关性问题,还有一种是零部件间的失效相关性问题^[48]。 本章将在研究变量相关的基础上,重点研究多失效模式间的相关性问题。

重型数控机床主轴存在多个失效模式,且这些失效模式间存在相关性^[50, 51]。 现有不精确结构可靠性模型没有明确量化多失效模式间的相关性,这一方面没有 精确描述系统的真实物理特征,另一方面计算结果不精确,对工程实践无法起到指 导作用。Copula 函数是边缘概率分布和联合概率分布的连接函数,它描述的是变 量之间的相关性,此外,通过 Copula 函数可灵活地由变量的边缘分布估计出联合 分布函数^[152, 153]。在数据不足情况下,Copula 函数的引入可使我们分开研究各变量 的概率分布情况和它们的相关性,这一方面增加了边缘信息的利用率,降低模型复 杂程度;另一方面,相关性的引入使得可靠性模型更加贴近工程实际,增强了分析 结果对工程实际问题的指导意义。

鉴于此,本文拟将表征相关性的 Copula 函数引入自然扩张模型中,提出考虑 相关性的不精确结构可靠性改进模型;本文在第二章中已经对铣轴的静强度可靠 性、疲劳强度可靠性、刚度可靠性和振动稳定可靠性进行了分析,本章将在前面研 究的基础上,考虑各失效模式的相关性,并将结果与前一章进行对比。

3.2 单失效模式下考虑变量相关性的不精确结构可靠性建模与分析

3.2.1 相关性及其度量方法

"相关性"研究的是不同测量点或随机变量间的波动一致性。如果测量点或随机变量波动方式一致,则表示相关性强;反之,则表示相关性弱^[56]。常用的相关性分析方法有相关系数法、线性回归法、Copula 函数法等。其中,Coupla 函数可以更精确的描述变量相关关系,尤其是非线性、非对称关系,且利用 Coupla 函数可以灵活地由不同边缘分布函数估计出多维联合分布函数,工程适用性更强^[52, 53, 64, 66],故本文采用 Copula 函数法进行相关性分析。

Copula 函数可以将一个联合概率密度函数分解成一个 Copula 密度函数和 n 个 边缘概率密度函数的乘积。其中,联合概率密度函数表征整体信息,边缘概率密度 函数表征单变量信息,Copula 密度函数表征变量之间的相关性^[152]。根据 Sklar 定 理,若 n 个随机变量的联合概率分布函数及各个变量的边缘概率分布函数分别为 F(X)和 $F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)$,则下式成立:

$$F(X) = C(F_1(x_1), \cdots, F_n(x_n))$$
(3-1)

此外, 若 n 个随机变量的联合概率密度函数及单变量的边缘概率密度函数分 别为f(X)和 $f_1(x_1), \dots, f_n(x_n)$,则下式成立:

$$f(X) = c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \prod_{i=1}^n f_i(x_i)$$
(3-2)

式中, $c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) = \frac{\partial^n C(u_1, \dots, u_n)}{\partial u_1 \cdots \partial u_n}$ 。如果 $f_i(x_i)$ 是连续函数, Copula 函数 唯一确定^[152, 153]。

借助于 Copula 函数,联合概率密度函数可以分为两个部分来考虑,一部分是 Copula 密度函数,另一部分是各个变量的边缘概率密度函数。现有 Copula 函数中, 应用较多的是多元正态 Copula 函数, *t*-Copula 函数, Gumbel Copula 函数, Frank Copula 函数^[153]等,下面对常用 Copula 函数进行简单介绍。

(1) 多元正态 Copula 函数

多元正态 Copula 函数又称多元高斯 Copula 函数,其分布函数及密度函数分别为:

$$C(u_{1}, \dots, u_{n}; \mathbf{Z}) = \Phi_{z}(\Phi^{-1}(u_{1}), \dots, \Phi^{-1}(u_{n})), \qquad (3-3)$$

$$c(\boldsymbol{u}_1,\cdots,\boldsymbol{u}_n;\mathbf{Z}) = |\mathbf{Z}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\varsigma}^T \left(\mathbf{Z}^{-1} - \boldsymbol{I}\right)\boldsymbol{\varsigma}\right).$$
(3-4)

式中, **Z** 是 *N* 阶对称正定矩阵且对角线元素都是 1, $|\mathbf{Z}| \ge \mathbf{Z}$ 的行列式; $\Phi_z \ge n$ 维标准正态分布且其相关系数矩阵为 **Z**; $\varsigma_i = \Phi^{-1}(u_i)$, $i = 1, \dots, n$, $\boldsymbol{\varsigma} = (\varsigma_1, \dots, \varsigma_n)^T$, *I* 是单位矩阵。对于二元情况, 多元正态 Copula 函数退化成为二元正态 Copula 函数, 即:

$$C(u_1, u_2; Z) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-z^2}} \exp\left[-\frac{s^2 - 2st + t^2}{2(1-z^2)}\right] dsdt$$
(3-5)

式中, S和t为二元正态 Copula 函数的参数。

(2) *t*-Copula 函数

n维t-Copula 函数的分布函数和密度函数分别为:

$$C(u_{1}, \cdots, u_{n}; \rho, k) = t_{\rho, k} \left(t_{k}^{-1}(u_{1}), \cdots, t_{k}^{-1}(u_{N}) \right)$$
(3-6)

$$c(u_{1},\dots,u_{n};Z,k) = |Z|^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{k+N}{2}\right) \left[\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)\right]^{N-1} \left(1 + \frac{1}{k}\zeta'Z^{-1}\zeta'\right)^{-\frac{k+N}{2}}}{\left[\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)\right]^{N} \prod_{i=1}^{n} \left(1 + \frac{\zeta_{i}^{2}}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}}} \right)$$
(3-7)

式中, **Z** 是 *N* 阶对称正定矩阵且对角线元素都是 1, **Z** 是 **Z** 的行列式; $t_{\rho,k} \in N$ 元标准 t 分布, 且其相关系数矩阵为 **Z**, 自由度为 k; $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数, t_k^{-1} 表 示一元 t 分布的逆函数, 且自由度为 k; $\zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_N)^T$, $\zeta_i = (t_k^{-1}(u_1), \dots, t_k^{-1}(u_N))$, $i = 1, \dots, N$, I 是单位矩阵。二元 t-Copula 函数的密度函数为:

$$c(u_1, u_2; Z, k) = \int_{-\infty}^{t^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{t^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi(1-Z^2)} \left[1 + \frac{s^2 - 2Zst + t^2}{k(1-Z^2)} \right]^{-\left(\frac{k}{2}+1\right)} dsdt$$
(3-8)

下面介绍的 Gumbel Copula 函数和 Frank Copula 函数是含有一个参数且使用较 广的 Archimedean Copula 函数。

(3) Gumbel Copula 函数

Gumbel Copula 函数的分布函数和概率密度函数为:

$$C(u_1, u_2; \alpha) = \exp\left(-\left(\left(-\log u_1\right)^{\alpha} + \left(-\log u_2\right)^{\alpha}\right)^{1/\alpha}\right), \alpha \in [1, +\infty)$$
(3-9)

$$c(u_{1}, u_{2}; \alpha) = \frac{C(u_{1}, u_{2}; \alpha) (\log u_{1} \cdot \log u_{2})^{\alpha-1}}{u_{1}u_{2} \left[(-\log u_{1})^{\alpha} + (-\log u_{2})^{\alpha} \right]^{2-1/\alpha}} \left\{ \left[(-\log u_{1})^{\alpha} + (-\log u_{2})^{\alpha} \right]^{1/\alpha} + \alpha - 1 \right\}$$
(3-10)

式中, $u_1 \oplus u_2$ 为边缘概率密度函数, $\alpha \in \text{Gumbel Copula}$ 函数的参数且 $\alpha \neq 0$ 。

(4) Frank Copula 函数

当生成元是 $\varphi(t;\theta) = -\ln \frac{e^{-\theta} - 1}{e^{-\theta} - 1}$, Frank Copula 函数的分布函数和密度函数分别为:

$$C(u_1, u_2; \theta) = \frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{\left(e^{-\theta u_1} - 1\right)\left(e^{-\theta u_2} - 1\right)}{e^{-\theta} - 1} \right)$$
(3-11)

$$c(u_1, u_2; \theta) = \frac{-\theta(e^{-\theta} - 1)e^{-\theta(u_1 + u_2)}}{\left[(e^{-\theta} - 1) + (e^{-\theta u_1} - 1)(e^{-\theta u_2} - 1)\right]^2}$$
(3-12)

式中, $u_1 \oplus u_2$ 为边缘概率密度函数, θ 是 Frank Copula 函数的参数。

现有不精确结构可靠性模型没有明确量化设计变量的相关性,这一方面与工程实际不相符,另一方面计算结果精度不高。将 Copula 函数引入不精确结构可靠性模型中,一方面可充分利用零部件或子系统的可靠性信息,扩充可靠性分析数据数量;另一方面可提高不精确结构可靠性模型的计算精度,降低模型复杂程度,提高不精确结构可靠性模型的工程可用性和适用性。

3.2.2 单失效模式下考虑变量相关的不精确结构可靠性建模与分析

依据不精确概率理论,结构失效概率计算的一般模型为:

$$\underline{F}(\overline{F}) = \inf_{p} \left(\sup_{p} \right) \int_{\Omega} I_{(-\infty,0]}(g(\sigma, S)) \rho(\sigma, S) d\sigma dS$$

s.t.
$$\rho(\sigma, S) \ge 0, \int_{\Omega} \rho(\sigma, S) d\sigma dS = 1,$$

$$\underline{a}_{1j} \le \int_{\Omega} f_{1j}(\sigma) \rho(\sigma, S) d\sigma dS \le \overline{a}_{1j}, j = 1, \cdots, m_{1}$$

$$\underline{a}_{2j} \le \int_{\Omega} f_{2j}(S) \rho(\sigma, S) d\sigma dS \le \overline{a}_{2j}, j = 1, \cdots, m_{2}$$

(3-13)

式中, $\sigma = \phi(\mathbf{X}_{\sigma}, \mathbf{\overline{Y}}_{\sigma}, \mathbf{\widetilde{Z}}_{\sigma}, \mathbf{\widehat{K}}_{\sigma})$, $S = \phi(\mathbf{X}_{s}, \mathbf{\overline{Y}}_{s}, \mathbf{\widetilde{Z}}_{s}, \mathbf{\widehat{K}}_{s})$, $\mathbf{X} \setminus \mathbf{\overline{Y}} \setminus \mathbf{\widetilde{Z}} \setminus \mathbf{\widehat{K}}$ 分别是随 机变量、区间变量、模糊变量和 P-Box 变量。在变量相关性未知的情况下,模型 (3-13)中的概率密度函数为联合概率密度函数,即使单变量的数据信息也只能由 联合概率密度函数来表征,这在实际工程中较不实用。因此,本节将 Copula 函数 引入自然扩张模型中。

本章研究基于最弱环节理论^[51],即考虑变量两两相关。令*F*(*σ*,*S*)、*F*(*σ*)和*F*(*S*) 分别表示应力*σ*和强度*S*的联合概率分布函数及边缘概率分布函数,则根据 Copula 理论,以下等式成立:

$$F(\sigma, S) = C(F(\sigma), F(S))$$
(3-14)

$$\rho(\sigma, S) = c(F(\sigma), F(S)) \cdot \rho(\sigma) \cdot \rho(S)$$
(3-15)

此时模型(3-13)可改进为:

$$\underline{F}(\overline{F}) = \inf_{P} \left(\sup_{P} \right) \int_{\Omega} I_{(-\infty,0]} \left(g\left(\sigma - S \right) \right) c \left(F\left(\sigma \right), F\left(S \right) \right) \rho\left(\sigma \right) \rho\left(S \right) d\sigma dS$$
s.t.

$$\rho(\sigma) \ge 0, \ \rho(S) \ge 0, \ \int_{\Omega} \rho(\sigma) d\sigma = 1, \ \int_{\Omega} \rho(S) dS = 1,$$

$$\underline{a}_{k} \le \int_{\Omega} f_{k} \left(\sigma, S \right) c \left(F\left(\sigma \right), F\left(S \right) \right) \rho(\sigma) \rho(S) d\sigma dS \le \overline{a}_{k}, k = 1, \cdots, m$$

$$\underline{a}_{1j} \le \int_{\Omega} f_{1j} \left(\sigma \right) \rho(\sigma) d\sigma \le \overline{a}_{1j}, j = 1, \cdots, m_{1}$$

$$\underline{a}_{2j} \le \int_{\Omega} f_{2j} \left(S \right) \rho(S) dS \le \overline{a}_{2j}, j = 1, \cdots, m_{2}$$
(3-16)

式中, $\mathrm{E} f_k(\sigma, S) \in [\underline{a}_k, \overline{a}_k]$ 是与变量 σ 和S相关的可靠性数据; $\mathrm{E} f_{1j}(\sigma) \in [\underline{a}_{1j}, \overline{a}_{1j}]$ 与单参数 σ 相关的可靠性数据, $\mathrm{E} f_{2j}(S) \in [\underline{a}_{2j}, \overline{a}_{2j}]$ 是与单参数S相关的可靠性数据。

考虑变量相关性的不精确结构可靠性模型建模步骤如下:

(1)对系统或零部件进行结构功能分析,确定系统或零部件失效的功能函数, 并确定每个设计变量的变量类型。

(2) 收集与整体变量、单变量相关的可靠性数据,分别写成上、下期望 $Ef_k(X) \in [\underline{a}_k, \overline{a}_k], Ef_{ij}(X_i) \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$ 的形式。

(3) 确定每个变量的边缘概率密度函数,选择 Copula 函数并确定其参数;对选择的 Copula 函数进行检验。

(4) 构建不精确可靠性模型并求解。

3.2.3 考虑变量相关的机床主轴不精确结构可靠性建模与分析

本节以铣轴外齿轮的疲劳强度失效为例,说明单失效模式下考虑变量相关性的不精确结构可靠性建模方法。

在应力S与循环次数N下,铣轴外齿轮的失效概率计算公式为:

$$F = \int_{\Omega} I_{(-\infty,0]} \left(g(\sigma - S) \right) c \left(F(\sigma), F(S) \right) \rho(\sigma) \rho(S) d\sigma dS$$
(3-17)

下面是通过仿真实验得到的一组铣轴外齿轮在不同应力下的循环次数数据,如表 3-1 所示。下面将通过该组数据,使用 Copula 函数分析铣轴外齿轮应力与寿命之间的相关性。

x=应力,单位 MPa;

y=寿命,单位为循环次数。

表 3-1 不同应力水平下的循环次数

变量	试验数据
	914, 839, 778, 793, 798, 842, 996, 891, 823, 920, 935, 877, 1032, 848, 915, 920,
X	817, 929, 933, 977, 914, 882, 841, 904, 1072, 912, 858, 932, 840, 899, 998, 917,
	863, 855, 962, 994, 1320, 1240, 1054, 997, 876, 829, 728, 688
	282553.631902695, 862932.121154785, 2179574.80806255, 1721795.67426729,
	1593890.26550770, 825694.020684242, 100916.998138428, 399494.565000534,
	1092990.38169098, 258304.638866425, 207329.706357956, 492610.308081627,
	71342.9201393127, 756011.105804443, 278347.625576019, 258304.638866425,
	1195234.01241970, 226155.769659042, 213384.637971878, 121634.410123825,
у	282553.631902695, 457196.313342094, 837921.791190147, 328447.521434784,
	27089.4566993713, 291168.776405335, 652616.722321510, 216493.798196793,
	850333.384693146, 354164.691345215, 99095.6522064209, 270135.141592026,
	606236.503220558, 682081.564202309, 144414.515022278, 102791.602714539,
	4999.99862670898, 9999.99957275391, 50000.0002136231, 100000.000045776,
	500000.000031471, 1000000.00002098, 4999999.99994803, 9999999.99995422
利用	MATLAB,得到 x 、 y 的频率直方图如图 3-1 所示。



图 3-1 *x*、 *y* 的频率直方图

从图 3-1 中可看出 *x*、*y*不服从正态分布,故选用非参数法确定 *x*、*y*的边缘 分布。调用 Ksdensity 函数计算 *x*、*y*的核分布估计,如图 3-2 所示,并绘制边缘 分布的二元频数直方图如图 3-3 所示。



图 3-2 x、 y 的经验分布函数与核分布函数



图 3-3 x、 y 的频数分布直方图

从图 3-3 中可以看出,频数分布直方图具有基本对称的特性,这个特性和二维 正态 Copula 函数、二元 t-Copula 函数的特性相符合。因此本节选择二维正态 Copula 函数和二元 t-Copula 函数描述 x、 y 的相关性^[152, 153]。利用 Matlab 计算,得到二 元正态 Copula 中线性相关参数 ρ 的估计值为^[154]:

$$\rho = \begin{pmatrix} 1.0000 & -0.9750 \\ -0.9750 & 1.0000 \end{pmatrix}$$
(3-18)

将 ρ 代入二元正态 Copula 函数中得:

$$C_{c}(u,v) = \int_{-\infty}^{u} \int_{-\infty}^{v} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-0.9750^{2}}} \exp\left[\frac{-s^{2}+1.95st+t^{2}}{2\times(1-0.9750^{2})}\right] dsdt$$
(3-19)

利用 Matlab 计算,得到二元 t-Copula 函数的线性相关参数 ρ 和自由度 k 的估计值为:

$$\rho = \begin{pmatrix} 1.0000 & -0.9864 \\ -0.9864 & 1.0000 \end{pmatrix}$$
(3-20)

$$k = 3.3862$$
 (3-21)

将 ρ 和k代入二元 t-Copula 函数中得:

$$C_t(u,v) = \int_{-\infty}^{u} \int_{-\infty}^{v} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-0.9864^2}} \exp\left[\frac{-s^2 + 1.9728st + t^2}{2\times(1-0.9864^2)}\right] dsdt \quad (3-22)$$

二元正态 Copula 函数与二元 t-Copula 函数的密度函数和分布函数如图 3-4a、 图 3-4b 所示。



图 3-4 不同 Copula 函数的密度函数和分布函数

为了比较以上两个 Copula 函数的优劣,选择最优 Copula 函数,本文采用经验 Copula 函数对以上两个 Copula 函数进行比较。设 (x_i, y_i) 分别为取自总体(x, y)的 样本,则(x, y)的经验 Copula 函数为:

$$C_n(u,v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{[f_n(x_i) \le u]} I_{[G_n(y_i) \le v]}, u, v \in [0,1]$$
(3-23)

分别计算二元正态Copula函数、t-Copula与经验Copula函数的平方欧氏距离:

$$d_c^2 = \sum_{i=1}^n |C_n(u_i, v_i) - C_c(u_i, v_i)| = 0.0186$$
(3-24)

$$d_t^2 = \sum_{i=1}^n |C_n(u_i, v_i) - C_t(u_i, v_i)| = 0.0145$$
(3-25)

欧氏距离越小, 拟合度越好^[154]。因此, t-Copula 函数可更好地拟合*x*和*y*的关系, 故应选用 t-Copula 函数来描述应力与循环次数的关系, 则*x*、*y*的联合概率 密度函数为:

$$c(F(x), F(y)) = 5.89 \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} \left[1 + 10.93 \times \left(s^2 - 1.9728 st + t^2 \right) \right]^{-2.6931} ds dt \qquad (3-26)$$

3.3 多失效模式相关下的机床主轴不精确可靠性建模与分析

本文 3.2 节研究了变量之间存在相关性的情况。本节将以变量相关下的不精确可靠性模型为基础,重点研究多失效模式相关下的不精确可靠性建模与分析方法。

3.3.1 机床主轴的多失效模式

机床主轴故障在重型数控机床总故障中占有较大比例,通过研究总结,引起机 床主轴失效的原因如表 3-2 所示。

通过第二章分析可知,铣轴的主要失效模式有疲劳断裂、表面损伤、塑性变形、 共振等。在具体工程中,传动轴、转轴、芯轴的主要失效模式及功能函数如表 3-3 所示^[51]。

本文 2.5 节对机床主轴的静强度失效、疲劳强度失效、刚度失效和振动失效进行了讨论,且假设这四种失效模式是独立的,而事实上,机床主轴的多失效模式间存在相关性。考虑到振动失效与静强度失效、疲劳强度失效、刚度失效的相关性不强^[51],本章仅考虑静强度失效、疲劳强度失效和刚度失效这三种失效模式。

令 $g_1(\sigma_1, S_1)$ 、 $g_2(\sigma_2, S_2)$ 、 $g_3(\sigma_3, S_3)$ 分别为机床主轴静强度失效、疲劳失效、 刚度失效的功能函数,当不考虑失效相关时,机床主轴失效概率的计算公式为:

$$F = \Pr\left(g_{1}(\sigma_{1}, S_{1}) < 0 \cup g_{2}(\sigma_{2}, S_{2}) < 0 \cup g_{3}(\sigma_{3}, S_{3}) < 0\right)$$

= 1- $\Pr\left(g_{1}(\sigma_{1}, S_{1}) > 0\right) \cdot \Pr\left(g_{2}(\sigma_{2}, S_{2}) > 0\right) \cdot \Pr\left(g_{3}(\sigma_{3}, S_{3}) > 0\right)$ (3-28)
= 1 - $\int_{0}^{+\infty} \int_{0}^{+\infty} \int_{0}^{+\infty} \prod_{i=1}^{3} I_{[0,+\infty)}(g_{i})\rho_{1}(g_{1})\rho_{2}(g_{2})\rho_{3}(g_{3})dg_{1}dg_{2}dg_{3}$

序号	主要原因	具体表现
1	设计不当	对载荷估计不足,计算有误;结构设计不合理,应力集
1	及日小当	中;未考虑共振。
2	材料方词斯	选材错误;材料有缺陷;材料化学成分或力学性能指标
Z	初科有问题	不达标;有氢脆、冷脆等现象。
2	抽加工方识	热处理工艺不当;铸造毛坯有缺陷;有淬火裂纹;表面
3	淤加 工 有 医	脱碳。
4	冰 加工 左 涅	过盈圆角尺寸不到位;过盈配合处尺寸超差;表面粗糙
4	存加工有达	度过大;存在削削裂纹;装配不当。
5	始拍使用不平	超速、超载使用;环境条件恶劣;润滑不当;未定期检
3	纯扩使用个ヨ	查修理。

表 3-2 引起机床主轴失效的原因

表 3-3 不同轴零件的主要失效模式及计算公式

主要失效模式	转轴	传动轴	芯轴
静强度失效	$g_1 = \sigma_s - \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$	$g_1 = \tau_s - \frac{1.3M_T}{w_\tau}$	$g_1 = \sigma_s - \frac{1.3M}{W}$
疲劳强度失效	$g_2 = \sigma_{-1k} - \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha\tau)^2}$	$g_2 = \tau_{0k} - \frac{M_T}{w_\tau}$	$g_2 = \sigma_{-1k} - \frac{M}{w}$
刚度失效	$g_{3} = [y] - K_{F}F,$ $g_{4} = [\phi] - \frac{M_{T}l}{GI}$	$g_3 = [\phi] - \phi$	$g_3 = [y] - y,$ $g_4 = [\theta] - \theta$
振动失效	$g_5 = 946\sqrt{\frac{K}{W_1}} - n$	$g_4 = \frac{30w_c}{\pi} - n$	$g_5 = 946\sqrt{\frac{K}{W_1}} - n$

注: σ_s 为材料的抗拉屈服极限; σ 为最大弯曲应力; τ 为最大扭转应力; τ_s 为扭转屈服极限; M_r 为扭 矩; w_r 为抗切截面模量; M为弯矩; w为抗弯截面模量; σ_{-lk} 为对称疲劳强度极限; α 为根据扭矩所产生 的应力性质而定的应力校正系数; τ_{0k} 为零件脉动循环疲劳极限; [y]为许用挠度; F为最大外载荷, K_F 为 轴承支座载荷情况系数; ϕ_0 为许用偏转角; l为轴的长度; G为剪切弹性模量; l为极惯性矩; K为轴的刚 度系数; W_i 为轴上齿轮所受的重力; n为转速。

3.3.2 多失效模式相关下的不精确结构可靠性建模与分析

本节将针对多失效模式相关下的不精确结构可靠性建模与分析展开讨论。

假设一个系统有 n 个失效模式, 第 i 个失效模式的功能函数为 $g_i = g_i(\sigma_i, S_i)$, 若采用独立性假设,即不考虑各失效模式间的相关性,则结构可靠度计算式为:

$$R'_{s} = \Pr(g_{1} > 0) \cdot \Pr(g_{2} > 0) \cdots \Pr(g_{n} > 0) = \prod_{i=1}^{n} R_{i}$$

$$(3-29)$$

根据最薄弱环节理论,即认为零部件各失效模式是两两相关,此时,结构可靠 度计算式为:

$$R_{s}'' = \min(\Pr(g_{1} > 0), \Pr(g_{2} > 0), \dots, \Pr(g_{n} > 0)) = \min(R_{1}, R_{2}, \dots, R_{n}) \quad (3-30)$$

在失效独立与最薄弱环节理论下,系统可靠度的界为:

$$\prod_{i=1}^{n} R_i \le R_s \le \min\left(R_1, R_2, \cdots, R_n\right)$$
(3-31)

由于机械零部件承受同一冲击载荷、在同一环境下工作等原因,机械零部件的 各失效模式间多表现为正相关性。在失效相关情况下,某一失效模式发生的概率比 失效相互独立时发生的概率大,即:

$$\Pr(g_1 < 0) \cdot \Pr(g_2 < 0) \cdots \Pr(g_n < 0) \le \Pr(g_1 < 0, g_2 < 0, \cdots, g_n < 0)$$
(3-32)

式 (3-32) 用 Copula 函数表示为:

$$C_{g_1,g_2,\cdots,g_n}(u_1,u_2,\cdots,u_n) \ge u_1 u_2 \cdots u_n \tag{3-33}$$

令 $P_{fi} = \Pr(g_i < 0)$,则结构的失效概率可写成:

$$\Pr\left(g_{1} < 0 \cup g_{2} < 0 \cup \cdots \cup g_{n} < 0\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \Pr\left(g_{i} < 0\right) - \sum_{1 \le i < j \le 1} \Pr\left(g_{i} < 0, g_{j} < 0\right) + \dots + (-1)^{n-1} \Pr\left(g_{1} < 0, g_{2} < 0, \dots, g_{n} < 0\right) \quad (3-34)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} P_{fi} - \sum_{1 \le i < j \le 1} C\left(P_{fi}, P_{fj}\right) + \dots + (-1)^{n-1} C\left(P_{f1}, \dots, P_{fn}\right)$$

本章研究基于最薄弱环节理论, 仅考虑两两相关的情况, 此时式 (3-34) 可写为:

$$\Pr\left(g_{1} < 0 \cup g_{2} < 0 \cup \dots \cup g_{n} < 0\right)$$

= $\sum_{i=1}^{n} \Pr\left(g_{i} < 0\right) - \sum_{1 \le i < j \le 1} \Pr\left(g_{i} < 0, g_{j} < 0\right) = \sum_{i=1}^{n} P_{fi} - \sum_{1 \le i < j \le 1} C\left(P_{fi}, P_{fj}\right)$ (3-35)

基于不精确概率理论,式(3-35)等效为:

$$P_{fs} = \sum_{i=1}^{m} \int_{\Omega} I_{(-\infty,0]}(g_i) \rho(g_i) dg_i - \sum_{1 \le i < j \le m} \int_{\Omega} I_{(-\infty,0]}(g_i) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_j) c(g_i, g_j) \rho(g_i) \rho(g_j) dg_i dg_j$$

$$= \sum_{i=1}^{m} E I_{(-\infty,0]}(g_i) - \sum_{1 \le i < j \le m} E \left(I_{(-\infty,0]}(g_i) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_j) \right)$$
(3-36)

当结构参数含有随机变量、模糊变量、区间变量和 P-Box 变量时,结构的失效 概率计算公式为:

$$\underline{P}_{fs}(\overline{P}_{fs}) = \min(\max) \left(\sum_{i=1}^{m} EI_{(-\infty,0]}(g_i) - \sum_{1 \le i < j \le m} E(I_{(-\infty,0]}(g_i) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_j))) \right)$$

s.t.
$$\underline{a}_{ik} \le \int_{\Omega} f_{ik}(g_i) \rho(g_i) dg_i \le \overline{a}_{ik}, k = 1, \cdots, m_i$$
(3-37)

式中, g_i 是第i个失效模式的功能函数,且 $g_i = \sigma_i - S_i$, σ_i 和 S_i 分别是系统的广义强度和广义应力。

则单一失效模式的发生概率为:

$$P_{fi} = P_{fi} + \frac{C(P_{fi}, P_{fj})}{P_{fj}} = EI_{(-\infty,0]}(g_i) - \frac{E(I_{(-\infty,0]}(g_i) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_j))}{EI_{(-\infty,0]}(g_j)}$$
(3-38)

在混合不确定性和失效相关下,单一失效模式的发生概率上、下界分别为:

$$\underline{P}_{fi}^{'} = \underline{P}_{fi} + \frac{C(\underline{P}_{fi}, \underline{P}_{fj})}{\underline{P}_{fj}}, \overline{P}_{fi}^{'} = \overline{P}_{fi} + \frac{C(\overline{P}_{fi}, \overline{P}_{fj})}{\overline{P}_{fj}}$$
(3-39)

3.3.3 考虑失效相关的不精确可靠性建模一般方法

本节将给出失效相关下的不精确结构可靠性模型应用于工程实际的具体步骤。

(1) 根据结构失效分析,确定结构的主要失效模式及每个失效模式的功能函数 $g_i(\sigma_i, S_i)$, i = 1, ..., m。

(2) 依据表 3-4 收集各失效模式的可靠性数据,将收集到的可靠性数据进行 提取和预处理,并按照混合不确定性量化方法将其表征成上、下期望形式。

(3) 将 $g_i(\sigma_i, S_i)$ 作为随机变量, i = 1, ..., m, 确定 $F(P_{fi})$ 及 $F(P_{f1}, ..., P_{fm})$ 。利 用 Matlab 蒙特卡洛模拟方法,将功能函数中的每个随机变量按照其服从的概率分 布类型进行一一抽样,将抽样得到的随机数带入功能函数,则每个功能函数将产生 与之对应的随机序列值 { g_i }, j = 1, ..., n;利用 Matlab 将随机序列值 { g_i }, 转化为经 验分布函数序列值 { $F(P_{fi})$ }, { $F(P_{fi})$ }, = $Pr(\{g_i\}_j < 0)$, i = 1, ..., m, j = 1, ..., n。
(4) 选择 Copula 函数 $C(F_{fi}, F_{fi})$ 并确定其参数。当样本数据较少时,可选用 Bayesian 参数估计法确定 Copula 函数的参数;当样本数据充分时,可采用极大似 然估计法、两阶段估计法或伪极大似然估计法确定未知参数^[155];当已知设计变量 服从的概率分布类型时,可采用极大似然估计法或两阶段估计法确定 Copula 函数 的未知参数。

表 3-4 功能函数 $g_i(\sigma_i, S_i)$ 收据收集表

<i>g</i> _{<i>i</i>}	数据 1	 数据 m _i
<i>g</i> ₁	$\mathbf{E}(f_{11}(g_1)) \in \left[\underline{a}_{11}, \overline{a}_{11}\right]$	 $\mathbf{E}(f_{1m_{1}}(g_{1})) \in \left[\underline{a}_{1m_{1}}, \overline{a}_{1m_{1}}\right]$
 g _i	$\mathbf{E}(f_{i1}(g_i)) \in \left[\underline{a}_{i1}, \overline{a}_{i1}\right]$	 $\mathbb{E}\left(f_{im_{i}}\left(g_{i}\right)\right) \in \left[\underline{a}_{im_{i}}, \overline{a}_{im_{i}}\right]$
 g_m	$\mathbf{E}(f_{m1}(g_m)) \in \left[\underline{a}_{m1}, \overline{a}_{m1}\right]$	 $\mathbf{E}\left(f_{mm_{m}}\left(g_{m}\right)\right)\in\left[\underline{a}_{mm_{m}},\overline{a}_{mm_{m}}\right]$

(5)利用图形法、*K-S*检验法、AIC 信息准则检验法、X²拟合检验等方法^{[155-}^{158]}对 Copula 函数进行一致性检验,验证 Copula 函数选取的合理性。

(6) 根据收集到的可靠性数据建立不精确可靠性模型。

具体应用流程如图 3-5 所示。



图 3-5 失效相关下的不精确可靠性建模与分析过程

3.4 失效相关下的铣轴不精确结构可靠性建模与分析

本节将针对多失效模式相关下铣轴不精确结构可靠性建模与分析展开讨论, 且主要考虑铣轴的三种失效模式:静强度失效、疲劳强度失效和刚度失效。

3.4.1 铣轴失效相关性分析

通过对比表 3-3 中铣轴失效的功能函数可发现,静强度失效、疲劳强度失效、 刚度失效两两存在相关性,因此,本文仅考虑静强度失效与疲劳强度失效、静强度 失效与刚度失效、疲劳强度失效与刚度失效之间的相关性。在以上三种失效模式下, 铣轴结构可靠度计算公式为:

$$R = \Pr\left(g_{1}(\sigma_{1}, S_{1}) > 0 \cap g_{2}(\sigma_{2}, S_{2}) > 0 \cap g_{3}(\sigma_{3}, S_{3}) > 0\right)$$

$$= \int_{0}^{+\infty} \int_{0}^{+\infty} \int_{0}^{+\infty} \rho_{g}(g_{1}, g_{2}, g_{3}) dg_{1} dg_{2} dg_{3} = \int_{0}^{+\infty} \int_{0}^{+\infty} \int_{0}^{+\infty} \prod_{i=1}^{3} I_{[0, +\infty)}(g_{i}) \rho_{g}(g_{1}, g_{2}, g_{3}) dg_{1} dg_{2} dg_{3}$$
(3-40)

假设第*i*个失效模式的功能函数为 $g_i=g_i(\sigma_i,S_i)$, 令 $P_{fi}=\Pr(g_i<0)$, 则失效相 关下的铣轴失效概率可写成:

$$\Pr(g_{1} < 0 \cup g_{2} < 0 \cup g_{3} < 0)$$

$$= \sum_{i=1}^{3} \Pr(g_{i} < 0) - \Pr(g_{1} < 0, g_{2} < 0) - \Pr(g_{1} < 0, g_{3} < 0) - \Pr(g_{2} < 0, g_{3} < 0)$$

$$= \sum_{i=1}^{3} P_{fi} - C(P_{f1}, P_{f2}) - C(P_{f1}, P_{f3}) - C(P_{f2}, P_{f3})$$
(3-41)

基于不精确概率理论,上式等效为:

$$P_{fs} = \sum_{i=1}^{3} EI_{(-\infty,0]}(g_i) - \sum_{1 \le i < j \le 3} E\left(I_{(-\infty,0]}(g_i) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_j)\right)$$
(3-42)

在失效相关情况下, 铣轴的静强度失效概率为:

$$\underline{P}_{f1}(\overline{P}_{f1}) = \min(\max) \left(\int_{\Omega} I_{(-\infty,0]}(g_1) \rho(g_1) dg_1 - \sum_{j=2,3} \int \int_{\Omega} I_{(-\infty,0]}(g_1) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_j) c(P_{f1}, P_{fj}) \rho(g_1) \rho(g_j) dg_1 dg_j \right)$$
(3-43)

在失效相关情况下, 铣轴的疲劳强度失效概率为:

$$\underline{P}_{f2}(\overline{P}_{f2}) = \min(\max) \left(\int_{\Omega} I_{(-\infty,0]}(g_2) \rho(g_2) dg_2 - \sum_{j=1,3} \iint_{\Omega} I_{(-\infty,0]}(g_2) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_j) c(P_{f2}, P_{fj}) \rho(g_2) \rho(g_j) dg_2 dg_j \right)$$
(3-44)

在失效相关情况下, 铣轴的刚度失效概率为:

$$\underline{P}_{f3}(\overline{P}_{f3}) = \min(\max) \left(\int_{\Omega} I_{(-\infty,0]}(g_3) \rho(g_3) dg_3 - \sum_{j=1,2} \int_{\Omega} I_{(-\infty,0]}(g_3) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_j) c(P_{f3}, P_{fj}) \rho(g_3) \rho(g_j) dg_3 dg_j \right)$$

(3-45)

铣轴的总失效概率为:

$$\underline{P}_{fs}(\overline{P}_{fs}) = \min(\max) \left(\sum_{i=1}^{3} \int_{\Omega} I_{(-\infty,0]}(g_i) \rho(g_i) dg_i - \sum_{1 \le i < j \le 3} \int_{\Omega} I_{(-\infty,0]}(g_i) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_j) \rho(g_i) dg_i dg_j \right)$$
s.t.

$$\underline{a}_{ik} \le \int_{\Omega} f_{ik}(g_i) \rho(g_i) dg_i \le \overline{a}_{ik}, i = 1, 2, 3; k = 1, \cdots, m_i$$
(3-46)

式中, g_i 是第*i*个失效模式的功能函数, $g_i = \sigma_i - S_i$, σ_i 和 S_i 分别是系统的广义强度和广义应力。

3.4.2 静强度失效与疲劳强度失效的相关性分析

下面通过收集到的数据,应用 Copula 函数分析静强度功能函数 g_1 和疲劳强度功能函数 g_2 之间的相关性。



利用 MATLAB,得到 $g_1 和 g_2$ 的频率直方图如图 3-6 所示。

图 3-6 $g_1 \pi g_2$ 的频率直方图

调用 Ksdensity 函数计算 g₁和 g₂的经验分布和核分布估计,如图 3-7 所示,并 绘制边缘分布的二元频数直方图如图 3-8 所示。



图 3-7 g1 和 g2 的经验分布函数与核分布估计图



图 3-8 g1 和 g2 的频率分布直方图

由图 3-8 知,频数分布直方图具有基本对称的特性,这个特性与二维正态 Copula 函数和二元 t-Copula 函数的特性相符合。因此分别选择二维正态 Copula 函数和二元 t-Copula 函数来描述原始数据的相关性^[154],得到二维正态 Copula 函数和 t-Copula 函数的密度函数和分布函数分别如图 3-9a、图 3-9b 所示。



图 3-9 不同 Copula 密度函数和分布函数

经计算,二元正态 Copula 函数和 t-Copula 与经验 Copula 的平方欧氏距离分别

为:

$$d_n^2 = \sum_{i=1}^n \left| C_e(u_i, v_i) - C_n(u_i, v_i) \right| = 0.0192$$
(3-47)

$$d_t^2 = \sum_{i=1}^n \left| C_e(u_i, v_i) - C_t(u_i, v_i) \right| = 825.7316$$
(3-48)

欧氏距离越小, 拟合度越好。因此, 二元正态 Copula 函数能更好地拟合 g₁和 g₂之间的关系, 故应选用二元正态 Copula 函数来描述静强度失效与疲劳强度失效 之间的关系, 则 g₁和 g₂的联合概率分布函数为:

$$F(g_1, g_2) = C(u_1, u_2) = 0.11404696 \int_{-\infty}^{u_1} \int_{-\infty}^{u_2} \exp\left[\frac{-u_1^2 - 1.9488 \cdot u_1 \cdot u_2 + u_2^2}{3.89891072}\right] du_1 du_2 \quad (3-49)$$

3.4.3 静强度失效与刚度失效的相关性分析

下面通过收集到的数据,应用 Copula 函数分析静强度功能函数 g_1 和刚度功能 函数 g_3 之间的相关性。



利用 MATLAB,得到 g1 和 g3 的频率直方图如图 3-10 所示。

图 3-10 g1 和 g3 的频率直方图

调用 Ksdensity 函数计算 g1 和 g3 的经验分布和核分布估计,如图 3-11 所示, 并绘制边缘分布的二元频数直方图如图 3-12 所示。

由图 3-12 知,频数分布直方图具有基本对称的特性,这个特性与二维正态 Copula 函数、二元 t-Copula 函数、Frank Copula 函数的特性相符合,选这三个函数 来描述原始数据的相关性^[23],得到联合概率密度函数和联合分布函数分别如图 3-13 a、3-13 b、3-13 c 所示。



图 3-11 g1 和 g3 的经验分布函数与核分布估计图



图 3-12 g1 和 g3 的频数分布直方图



(a)





图 3-13 不同 Copula 函数拟合的概率密度函数及联合分布函数

经计算,二元正态 Copula 函数、t-Copula 函数、Frank Copula 函数与经验 Copula 的平方欧氏距离分别为:

$$d_n^2 = \sum_{i=1}^n \left| C_e(u_i, v_i) - C_n(u_i, v_i) \right| = 0.0287$$
(3-50)

$$d_t^2 = \sum_{i=1}^n \left| C_e(u_i, v_i) - C_t(u_i, v_i) \right| = 749.5713$$
(3-51)

$$d_{Frank}^{2} = \sum_{i=1}^{n} \left| C_{e}(u_{i}, v_{i}) - C_{Frank}(u_{i}, v_{i}) \right| = 761.4603$$
(3-52)

欧氏距离越小, 拟合度越好。因此, 二元正态 Copula 函数能更好的拟合 g₁和 g₃之间的关系, 故选用二元正态 Copula 函数来描述静强度失效与疲劳强度失效之间的关系, 则 g₁和 g₃的联合概率分布函数为:

$$F(g_1, g_3) = C(u_1, u_2) = 0.14809045 \int_{-\infty}^{u_1} \int_{-\infty}^{u_2} \exp\left[\frac{-u_1^2 - 0.7904 \cdot u_1 \cdot u_2 + u_2^2}{2.31236608}\right] du_1 du_2 \quad (3-53)$$

3.4.4 疲劳强度失效与刚度失效的相关性分析

下面通过收集到的数据,应用 Copula 函数分析疲劳强度功能函数 g_2 和刚度功能函数 g_3 之间的相关性。



利用 MATLAB,得到 g2 和 g3 的频率直方图如图 3-14 所示。

⁶³





图 3-16 82 和 83 的频数分布直方图

依然选用特性相符合的二元正态 Copula 函数、二元 t-Copula 函数、Frank Copula 函数来描述原始数据的相关性^[23],得到联合概率密度函数和联合分布函数分别如图 3-17 a、3-17 b、3-17 c 所示。





图 3-17 不同 Copula 函数拟合的概率密度函数及联合分布函数

经计算,二元正态 Copula 函数、t-Copula 函数、Frank Copula 函数与经验 Copula 的平方欧氏距离分别为:

$$d_n^2 = \sum_{i=1}^n |C_e(u_i, v_i) - C_n(u_i, v_i)| = 0.0292$$
(3-54)

$$d_t^2 = \sum_{i=1}^n \left| C_e(u_i, v_i) - C_t(u_i, v_i) \right| = 527.4716$$
(3-55)

$$d_{Frank}^{2} = \sum_{i=1}^{n} \left| C_{e}(u_{i}, v_{i}) - C_{Frank}(u_{i}, v_{i}) \right| = 531.7752$$
(3-56)

欧氏距离越小, 拟合度越好。因此, 二元正态 Copula 函数能更好的拟合 g₂和 g₃之间的关系, 故应选用二元正态 Copula 函数来描述疲劳强度失效与刚度失效之间的关系, 则g₂和g₃的联合概率分布函数为:

$$F(g_2, g_3) = C(u_1, u_2) = 0.15265806 \int_{-\infty}^{u_1} \int_{-\infty}^{u_2} \exp\left[\frac{-u_1^2 - 0.5934 \cdot u_1 \cdot u_2 + u_2^2}{2.17606178}\right] du_1 du_2 \qquad (3-57)$$

3.4.5 失效概率计算与对比分析

由式(3-45)可知,失效相关下铣轴的静强度失效概率上下界分别为:

$$\underline{P}_{f1} = \underline{P}_{f1} + \frac{C(\underline{P}_{f1}, \underline{P}_{f2})}{\underline{P}_{f2}} + \frac{C(\underline{P}_{f1}, \underline{P}_{f3})}{\underline{P}_{f3}}, \quad \overline{P}_{f1} = \overline{P}_{f1} + \frac{C(\overline{P}_{f1}, \overline{P}_{f2})}{\overline{P}_{f2}} + \frac{C(\overline{P}_{f1}, \overline{P}_{f3})}{\overline{P}_{f3}} \quad (3-58)$$

由式(3-46)可知,	失效相关下铹	站的疲劳强	度失效概率	上下界分别为]:
$\underline{P}_{f2}' = \underline{P}_{f2} + \frac{C(\underline{P}_{f1}, \underline{P}_{f2})}{\underline{P}_{f1}}$	$+\frac{C(\underline{P}_{f2},\underline{P}_{f3})}{\underline{P}_{f3}},$	$\overline{P}_{f2} = \overline{P}_{f2} + \overline{P}_{f2}$	$\frac{C(\overline{P}_{f1},\overline{P}_{f2})}{\overline{P}_{f1}}$	$+\frac{C(\overline{P}_{f2},\overline{P}_{f3})}{\overline{P}_{f3}}$	(3-59)
由式(3-47)可知,	失效相关下铹	轴的刚度失	效概率上下	界分别为:	
$\underline{P}_{f3}' = \underline{P}_{f3} + \frac{C(\underline{P}_{f1}, \underline{P}_{f3})}{\underline{P}_{f1}}$	$+\frac{C(\underline{P}_{f2},\underline{P}_{f3})}{\underline{P}_{f2}},$	$\overline{P}_{f3} = \underline{P}_{f3} + \overline{P}_{f3}$	$\frac{C(\overline{P}_{f1},\overline{P}_{f3})}{\overline{P}_{f1}}$	$+\frac{C(\overline{P}_{f2},\overline{P}_{f3})}{\overline{P}_{f2}}$	(3-60)

失效相关和失效独立下的铣轴各失效模式的计算结果如表 3-5 所示。

	静强度失效 P _{f1}	疲劳强度失效 P_{f2}	刚度失效 P_{f3}
独立	0.3159×10^{-4}	0.80999×10^{-4}	0.1107×10^{-6}
7五二	0.0482	0.077	0.6910×10^{-6}
失效相关	0.36272×10^{-4}	0.81055×10^{-4}	0.11071×10^{-6}
	0.1450	0.1637	1.2208×10^{-6}

表 3-5 独立条件下和失效相关下的铣轴失效概率

3.5 小结

本章将表征相关性的 Copula 函数引入不精确结构可靠性模型中,提出了考虑 相关性的不精确结构可靠性改进模型;针对机械系统相关性问题,本章主要考虑了 变量之间的相关性和机械零部件多失效模式之间的相关性。通过铣轴静强度、疲劳 强度和刚度失效相关性分析及与第二章的结果对比,验证了考虑相关性的必要性 及本章所提方法的适用性。

第四章 同时考虑混合不确定性和故障相关性的系统不精确可靠 性建模与分析

本章同时考虑混合不确定性因素及零部件故障相关性,建立系统不精确可靠 性模型;对于多零部件组成系统,相关性分析十分复杂,本章应用 DEMATEL 方 法,构建故障链,确定关键故障部件及故障相关性较强的零部件,且仅对以上零部 件进行相关性分析,进而降低分析难度。

4.1 引言

机械系统是由若干零部件为了特定功能组合起来的综合体,机械系统的可靠 性取决于零部件的可靠性,研究机械零部件的可靠性是研究机械系统整体可靠性 的基础。本文第二章、第三章重点研究了混合不确定性下的机械零部件结构可靠性 建模与分析、多失效模式相关下的机械零部件不精确结构可靠性建模与分析,本章 以前面两个章节为基础,重点研究机械系统的不精确可靠性建模与分析方法。

对于机械系统来讲,"相关"是其故障的普遍特征^[62]。零部件间的故障相关是 指机械系统在同一时间或规定时间段内,由于空间、设计、环境及人为等因素影响, 引起两个或两个以上零部件一起失效或者不可用的现象^[56]。可靠性研究中涉及到 的"相关"有三个方面:一种是变量之间的相关性问题,一种是零部件多失效模式 之间的相关性问题,还有一种是零部件间的故障相关性问题^[48]。本文第三章已对 前两个相关性做了分析和研究,本章将在研究混合不确定性下的机械系统可靠性 建模与分析的基础上考虑零部件间的故障相关性。相关失效是导致机械系统失效 概率大于失效概率理论值的一个重要原因,在传统可靠性建模与分析中,往往假设 机械系统各零部件间的故障是相互独立的,该假设与工程实际情况不符,误差较大, 因此,必须对故障相关下的机械系统不精确可靠性建模进行分析讨论。

对于重型数控机床主轴系统来讲,其组成零部件众多,失效相关分析比较复杂, 借助 DEMATEL 方法^[15, 159, 160]可以确定主轴系统中关键故障零部件,对其它零部 件故障影响大的零部件以及故障关联较强的零部件。因此,本章以铣轴组件为例, 借助于 DEMATEL 方法确定铣轴组件中对铣轴故障影响较大的零部件,且仅对以 上零部件的故障相关性进行分析,简化计算过程。

4.2 混合不确定性下的机械系统可靠性建模方法

4.2.1 混合不确定性下的机械系统可靠性建模一般方法

假设一个机械系统有 n 个零部件组成,机械系统及零部件的失效时间分别用 X_s , x_i , $i = 1, \dots, n$ 表示,则:

$$X_s = g(x_1, \cdots, x_n) \tag{4-1}$$

且机械系统的可靠性指标可以用 $Eh(X_s)$ 来表示,即:

$$MIBF = EX_{s}$$
(4-2)

$$R(t) = \operatorname{E}I_{[t,+\infty)}(X_s) \tag{4-3}$$

$$F(t) = \operatorname{E}I_{[0,t]}(X_s) \tag{4-4}$$

在工程实际中,不同寿命周期阶段,与机械系统有关的可靠性数据来源不同, 类别不同,数量不同。

(1)设计阶段的机械系统可靠性数据主要包括类似型号的现场故障数据和维修数据、相同零部件的历史可靠性数据、工程师或设计人员的经验和意见、仿真数据等^[5,67,68]。该阶段主观经验数据较丰富,客观统计数据较少,在可靠性建模与分析过程中需要对主观经验数据、模糊信息等进行处理,面临的是混合不确定性统一量化问题。

(2)研制阶段的机械系统可靠性数据同时包含主观经验数据和客观统计数据, 主要包含设计阶段的经验数据、可靠性试验数据、可靠性仿真数据、外购件可靠性 数据等^[5,67,68],在可靠性建模与分析过程中仍需要处理混合不确定性问题。

(3)使用阶段的机械系统可靠性数据主要包含设计和研制阶段的经验数据、现场故障数据、监测数据、维修数据等^[5,10]。该阶段的可靠性数据仍包含主观经验数据和现场统计数据且可靠性数据具有动态更新的特点,在可靠性建模过程与分析中需要处理混合不确定性量化和参数动态变化问题。

综上所述,在机械系统寿命周期各阶段可靠性建模与分析过程中,与机械系统 失效时间 X_s、零部件失效时间 x_i 有关的可靠性数据可能是客观统计数据、主观信 息、模糊信息等,不同的信息类型需要采用不同的量化方式。本节继续采用本文 2.4 节中混合不确定性量化方法,采用随机变量和 P-Box 变量量化随机不确定性,采 用模糊变量量化模糊不确定性,采用区间变量量化未确知性。根据 2.3.3 节的研究 可知, P-Box 变量、模糊变量、区间变量可以表示成上、下期望的形式,即:

$$\underline{a}_{ij} \le \int_{\Theta} \varphi_{ij}\left(x_{i}\right) \rho_{i}\left(x_{i}\right) dX \le \overline{a}_{ij}$$

$$(4-5)$$

68

当可靠性数据可以用 P-Box 变量来表征时,式(4-5)为:

$$\underline{\mu}_{x_i} \leq \int_{\Theta} x_i \rho_i(x_i) dx_i \leq \overline{\mu}_{x_i},
\underline{\mu}_{x_i}^2 + \underline{\sigma}_{x_i}^2 = \int_{\Theta} x_i^2 \rho_i(x_i) dx_i \leq \overline{\mu}_{x_i}^2 + \overline{\sigma}_{x_i}^2$$
(4-6)

当可靠性数据可以用模糊变量来表征时,式(4-5)为:

$$\alpha \leq \int_{\Omega} I_A(x_i) \rho(x_i) \mathrm{d}x_i \leq 1 \tag{4-7}$$

当可靠性数据为主观经验信息时,式(4-5)为:

$$\underline{b}_{ij} \leq \int_{\Theta} x_i \ \rho_i(x_i) \mathrm{d}x_i \leq \overline{b}_{ij}, \underline{c}_{ij} \leq \int_{\Theta} I_{[0,+\infty)}(x_i) \ \rho_i(x_i) \mathrm{d}x_i \leq \overline{c}_{ij}$$
(4-8)

下文的分析将采用式(4-5)来统一表征各种不确定性信息,在计算时,针对不同 信息类型组合,采用本文 2.4 节建立的不同类型的不精确可靠性模型求解。

综上所述,混合不确定性下的机械系统不精确可靠性模型一般形式为:

$$\underline{M}\left(\overline{M}\right) = \inf_{P} \left(\sup_{P}\right) \int_{\Omega} h\left(g\left(x_{1}, \dots, x_{n}\right)\right) \rho\left(x_{1}, \dots, x_{n}\right) dx_{1} \dots dx_{n}$$
s.t.
(4-9)

$$\rho_i(x_i) \ge 0, \int_{\mathbb{R}^n_+} \rho_i(x_i) dx_i = 1$$

$$\underline{a}_{ij} \le \int_{\Theta} \varphi_{ij}(x_i) \rho_i(x_i) dX \le \overline{a}_{ij}, \ i = 1, \cdots, n, \ j = 1, \cdots, m_i$$

4.2.2 典型机械系统不精确可靠性建模

本章上一节讨论了机械系统可靠性建模的一般方法,这一节将研究典型系统的不精确可靠性模型。典型系统主要包括串联系统、并联系统、*k/n(G)*表决系统、桥联系统等^[161],大多数机械系统都可以看作是这些典型系统的组合,因此,研究典型系统不精确可靠性模型是机械系统可靠性建模的基础。

(1) 串联系统的不精确可靠性模型

铣轴组件

机械系统中任一零部件发生故障都会导致整个系统发生故障,这种系统称为 串联系统,串联系统的可靠性框图如图 4-1 所示。重型数控机床主轴系统可以看做 一个由铣轴组件、镗轴组件、自动松拉刀机构组成的串联系统,同时可看做典型系 统,重型数控机床主轴系统的可靠性框图如图 4-2 所示。





镗轴组件

图 4-2 重型数控机床主轴系统可靠性框图

自动松拉刀机构

假设一个机械系统有 *n* 个零部件串联组成, 第 *i* 个零部件的失效时间用 *x_i* 表示, *i*=1,…,*n*,则该机械系统的失效时间为:

$$X = \min x_i, i = 1, \cdots, n \tag{4-10}$$

假设收集到的与第 *i* 个零部件失效时间 *x_i* 有关的可靠性数据有 *m_i* 个,则该串联机械系统在 *t* 时刻的可靠度为:

$$\underline{R}(t)(\overline{R}(t)) = \min_{\mathbf{p}}\left(\max_{\mathbf{p}}\right) \int_{\mathbb{R}^{n}_{+}} I_{[t,+\infty)}(\min x_{i}) \prod_{i=1}^{n} \rho(x_{i}) dx_{i} \cdots dx_{n}$$
s.t.
$$\rho_{i}(x_{i}) \ge 0, \int_{\mathbb{R}^{n}_{+}} \rho_{i}(x_{i}) dx_{i} = 1$$

$$\underline{a}_{ij} \le \int_{\Theta} \varphi_{ij}(x_{i}) \rho_{i}(x_{i}) dx_{i} \le \overline{a}_{ij}, \ i = 1, \cdots, n, j = 1, \cdots, m_{i}$$

$$(4-11)$$

(2) 并联系统的可靠性模型

组成系统的所有零部件均发生故障,系统才故障,这种系统称为并联系统。并 联系统是最简单的贮备系统,其可靠性框图如图 4-3 所示。



图 4-3 并联系统可靠性框图

假设某系统有*n*个单元并联组成,第*i*个零部件的失效时间用*x_i*表示,*i*=1,…,*n*,则该机械系统的失效时间为:

$$X = \max x_i, i = 1, \cdots, n \tag{4-12}$$

假设收集到的与第 *i* 个零部件失效时间 *X_i* 有关的可靠性数据有 *m_i* 个,则该并 联机械系统在 *t* 时刻的可靠度为:

$$\underline{R}(t)(\overline{R}(t)) = \min_{P} \left(\max_{P}\right) \int_{\mathbb{R}^{n}_{+}} I_{[t,+\infty)}(\max x_{i}) \rho(x_{i}) dx_{1} \cdots dx_{n}$$
s.t.
$$\rho_{i}(x_{i}) \ge 0, \int_{\mathbb{R}^{n}_{+}} \rho_{i}(x_{i}) dx_{i} = 1$$

$$\underline{a}_{ij} \le \int_{\Theta} \varphi_{ij}(x_{i}) \rho_{i}(x_{i}) dx_{i} \le \overline{a}_{ij}, \ i = 1, \cdots, n, j = 1, \cdots, m_{i}$$

$$(4-13)$$

(3) 混联系统的可靠性模型

由串联子系统和并联子系统组合而成的系统为混联系统,混联机械系统的可

靠性框图如图 4-4 所示。



图 4-4 混联系统可靠性框图

假设混联系统中第 *i* 个零部件的失效时间用 *x_i* 表示,则整个混联机械系统的失效时间为:

$$X = \min(x_i, \max x_k), i = a_1, \cdots, a_n, k = b_1, \cdots, b_m$$
(4-14)

假设收集到的与第*i*个零部件失效时间*x_i*有关的可靠性数据有*m_i*个,则该混 联机械系统在*t*时刻的可靠度为:

$$\underline{R}(t)\overline{R}(t) = \min_{p} \left(\max_{p} \right) \int_{\mathbb{R}^{n}_{+}} I_{[t,+\infty)} \left(\min(x_{i}, \max x_{k}) \right) \rho(X) dx_{1} \cdots dx_{n}$$
s.t.
$$\rho_{i}(x_{i}) \ge 0, \int_{\mathbb{R}^{n}_{+}} \rho_{i}(x_{i}) dx_{i} = 1$$

$$\underline{a}_{ij} \le \int_{\Theta} \varphi_{ij}(x_{i}) \rho_{i}(x_{i}) dx_{i} \le \overline{a}_{ij}, \ i = 1, \cdots, n, j = 1, \cdots, m_{i}$$

$$(4-15)$$

(4) k/n(G)表决系统的可靠性模型

*k/n(G)*表决系统由 *n* 个零部件和一个表决器组成,且只要不少于 *k* 个零部件未发生失效,则该系统不失效。*k/n(G)*表决系统的可靠性框图如图 4-5 所示。



图 4-5 k/n(G)表决系统可靠性框图

假设表决系统中每个零部件的可靠度可以用不精确概率表示为 $[\underline{R}(t), \overline{R}(t)]$,则表决系统的可靠度模型为:

$$\underline{R}_{s}(t) = \underline{R}^{n}(t) + n\underline{R}^{n-1}(t)\left(1 - \overline{R}(t)\right) + \dots + \frac{n!}{k!(n-k)!}\underline{R}^{k}(t)\left(1 - \overline{R}(t)\right)^{n-k}$$
(4-16)

$$\overline{R}_{s}(t) = \overline{R}^{n}(t) + n\overline{R}^{n-1}(t)(1-\underline{R}(t)) + \dots + \frac{n!}{k!(n-k)!}\overline{R}^{k}(t)(1-\underline{R}(t))^{n-k}$$

$$(4-17)$$

式中, $\left[\underline{R}(t), \overline{R}(t)\right]$ 可以由不精确可靠性模型来计算。

(5) 旁联系统可靠性评估模型

组成系统的 n 个零部件只有一个在工作,其余n-1个零部件均处于备用状态, 当工作的零部件发生故障时,失效检测及转换装置将控制另一备用零部件立即开 始工作,这种系统称为旁联系统,也称为待机系统,旁联系统的可靠性框图如图 4-6 所示。



图 4-6 旁联系统可靠性框图

假设旁联系统中每个零部件的可靠度可以用不精确概率表示为 $[\underline{R}(t), \overline{R}(t)]$,则 旁联系统的可靠度模型为:

$$\underline{R}_{s}(t) = \underline{R}(t) \left[1 - \ln \overline{R}(t) + \frac{\left(-\ln \overline{R}(t)\right)^{2}}{2!} + \dots + \frac{\left(-\ln \overline{R}(t)\right)^{n-1}}{(n-1)!} \right]$$
(4-18)

$$\overline{R}_{s}(t) = \overline{R}(t) \left[1 - \ln \underline{R}(t) + \frac{\left(-\ln \underline{R}(t)\right)^{2}}{2!} + \dots + \frac{\left(-\ln \underline{R}(t)\right)^{n-1}}{(n-1)!} \right]$$
(4-19)

式中, $\left[\underline{R}(t), \overline{R}(t)\right]$ 可以由不精确可靠性模型来计算。

4.2.3 基于故障树分析的机械系统不精确可靠性建模

进行故障树分析的一般流程如图 4-7 所示[156]。



图 4-7 故障树分析流程

传统的故障树分析方法往往假设底事件之间是相互独立的且底事件发生的概率是已知的。对于一些机械系统来说,底事件的发生概率往往很难精确确定,但底事件发生的概率区间或与底事件发生概率相关的可靠性数据是容易得到的^[162, 163]。因此,本节在零部件不精确可靠性建模的基础上研究混合不确定性下的机械系统故障树分析方法。

基于故障树分析的不精确可靠性模型存在以下两个假设条件:

(1)事件的状态只有两种,发生或者不发生,但未来事件的结果到底是哪一 种状态不能确定。

(2) 与底事件相关的可靠性数据均可以表示成为上、下期望的形式。

假设一个最小割集包含 *n* 个基本事件, *x_i* 是第 *i* 个基本事件的状态,则基本事件的状态函数为:

$$x_i = \begin{cases} 1, \bar{\kappa} \oplus \mu_i \chi \pm 0 \\ 0, \bar{\kappa} \oplus \mu_i \pi \chi \pm 0 \end{cases}$$
 (4-20)

$$\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X}), \boldsymbol{X} = \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \cdots, \boldsymbol{x}_n \tag{4-21}$$

在不精确概率理论框架下,若顶事件代表系统故障,则"与门"结构、"或门"结构、"表决门"结构、"异或门"结构的结构函数及顶事件发生概率如表 4-1 所示^[161, 164]。

逻辑门	功能函数	顶事件发生概率
与门	$\boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{X}) = \bigcap_{i=1}^{n} x_i = \prod_{i=1}^{n} x_i, x_i \in [0,1]$	$F_{s}(t) = E(\Phi(X)) = E\left(\prod_{i=1}^{n} x_{i}\right)$
或门	$\varPhi(X) = \bigcup_{i=1}^{n} x_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - x_i), x_i \in [0, 1]$	$F_{s}(t) = E\left(\boldsymbol{\Phi}(X)\right) = E\left(1 - \prod_{i=1}^{n} \left(1 - x_{i}\right)\right)$
表决门	$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X}) = \begin{cases} 1, \sum x_i \ge r \\ 0, \pm c \notin \mathcal{R} \end{cases}$	$F_{s}(t) = \sum_{m=r}^{c} E\left(\prod_{i=1}^{m} x_{i}\right) = \sum_{m=r}^{c} \left[\prod_{i=1}^{m} F_{i}(t)\right]$
异或门	$\mathcal{D}(X) = 1 - \left[1 - x_1(1 - x_2)\right] \left[1 - (1 - x_1)x_2\right]$	$F_{s}(t) = E\left\{1 - \left[1 - x_{1}(1 - x_{2})\right]\left[1 - (1 - x_{1})x_{2}\right]\right\}$ $= \left[1 - (1 - (1 - R_{1})R_{2})\right]\left[1 - (1 - (1 - R_{2})R_{1})\right]$
对于	一个含有N _c 个割集、N _p 个路集	的系统,设其割集为 $C_1, \dots, C_i, \dots, C_{N_e}$,路
集为P ₁ ,…	<i>,P_i,…,P_{N_n},</i> 如图 4-8 所示。	

表 4-1 逻辑门结构的结构函数及顶事件发生概率



图 4-8 系统最小割集、最小路集示意图

则该系统结构函数为:

$$\boldsymbol{\Phi}_{\text{cut}}\left(\boldsymbol{X}\right) = \bigcap_{j=1}^{N_c} \bigcup_{i \in C_j} x_i \tag{4-22}$$

$$\Phi_{\text{path}}(X) = \bigcup_{j=1}^{N_P} \bigcap_{i \in P_j} x_i$$
(4-23)

基于结构函数,该系统的不精确可靠性模型为:

 $\mathbf{M} = \left\langle \underline{F}, \overline{F}, \boldsymbol{\Phi}\left(X\right) \right\rangle = \bigwedge_{i=1}^{p} \mathbf{M}\left(C_{i}\right) = \bigwedge_{j=1}^{m_{i}} \left\langle \underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}, \boldsymbol{\varphi}_{ij}\left(x_{i}\right), j = 1, 2, \cdots, m_{i} \right\rangle$ (4-24)

利用不精确可靠性模型来求解顶事件发生的概率,假设一共收集到了 m_i 个与底事件 x_i 相关的可靠性数据信息,且这些可靠性数据信息可以表示为式(4-5)的形式,即: $\underline{a}_{ij} \leq \int_{\Theta} \varphi_{ij}(x_i) \rho_i(x_i) dX \leq \overline{a}_{ij}$,式中, $\varphi_{ij}(x_i)$ 是与第j条可靠性数据信息相关的状态变量的某一确定函数, $j = 1, \dots, m_i$ 。基于以上信息,求解系统失效概率的不精确模型为:

$$\underline{F}(\overline{F}) = \min_{\mathbf{p}} \left(\max_{\mathbf{p}} \right) \int_{\mathbf{R}_{+}^{n}} I\left(\Phi(X) = 1 \right) c\left(F_{1}(x_{1}), \cdots, F_{n}(x_{n}) \right) \cdot \prod_{i=1}^{n} \rho_{i}(x_{i}) dx_{1} \cdots dx_{n}$$

s.t.
$$\rho_{i}(x_{i}) \ge 0, \int_{\mathbf{R}_{+}^{n}} \rho_{i}(x_{i}) dx_{i} = 1$$

$$(4-25)$$

$$\underline{a}_{ij} \leq \int_{\Theta} \varphi_{ij}(x_i) \rho_i(x_i) dX \leq \overline{a}_{ij}, \ i = 1, \cdots, n, \ j = 1, \cdots, m_i$$

如果变量的数量 n 比较大或者可靠性数据数目 $\sum_{i=1}^{n} m_i$ 比较多时, 模型式(4-25) 求解极为复杂。目前降低该模型复杂度的方法主要有两个, 一是通过合并相同类型的信息简化可靠性数据的数目, 二是通过将整个系统划分为多个子系统以减少未知变量的个数^[164]。当每个底事件发生概率仅为区间形式时, Kozine^[86]给出了以下算法。

假设已知每个底事件发生的概率区间为 $[\underline{P}_{j}, \overline{P}_{j}]$,则对于所有割集不相交的系统,其可靠度计算公式为:

$$F = \left\langle \sum_{k=1}^{p} \underline{F}_{k}, \sum_{k=1}^{p} \overline{F}_{k} \right\rangle$$
(4-26)

对于割集存在相交的系统,其可靠度计算公式为:

$$F = \left\langle \underline{F}_{1} + \sum_{k=2}^{p} \left(1 - \overline{F}_{1} \right) \cdots \left(1 - \overline{F}_{k-1} \right) \underline{F}_{k}, \overline{F}_{1} + \sum_{k=2}^{p} \left(1 - \underline{F}_{1} \right) \cdots \left(1 - \underline{F}_{k-1} \right) \overline{F}_{k} \right\rangle$$
(4-27)

4.3 机床主轴系统各零部件失效相关性分析

4.3.1 DEMATEL 方法

决策试验和评价实验室(Decision Making Trial and Evaluation Laboratory, DEMATEL)最先由美国学者 A. Gabus 和 E. Fontela 提出,该方法依据图论和矩阵 工具来进行系统因素分析^[15,159,160]。DEMATEL 方法在充分利用专家经验和知识的 基础上,通过筛选复杂系统主要要素简化系统结构分析过程,尤其适用于要素关系 不确定的系统^[15]。DEMATEL 方法通过系统各因素间的直接影响程度分析,建立直 接影响矩阵,通过该矩阵计算每个因素的影响度、被影响度、原因度和中心度,并 以此为依据确定各因素间的因果关系及每个因素的重要性。目前,DEMATEL 方法 己广泛应用于工程项目、知识转移、绿色供应链、动态平衡记分卡等方面^[159,160,165, 166],成为复杂系统因果关系分析的重要工具。



DEMATEL 实施步骤如图 4-9 所示。

图 4-9 DEMATEL 实施步骤

4.3.2 机床主轴系统故障数据收集与分析

本文基于某型数控落地铣镗床主轴系统 2008 年到 2012 年的故障数据进行分析。由于机床主轴系统并非独立系统,其功能的实现要依靠其它辅助系统,因此, 对于故障模式为主轴系统故障而故障部位却在辅助系统的故障数据进行剔除,得 到 422 条故障数据,对这 422 条故障数据进行分析,结果如表 4-2 所示。

4.3.3 基于 DEMATEL 方法的铣轴组件失效相关性分析

本章仅对铣轴组件进行失效相关分析,但在铣轴组件失效分析过程中,仍需考虑辅助零部件对其可靠性的影响。基于 DEMATEL 方法的铣轴组件失效相关性分析的步骤如下:

(1)确定主轴系统的相关零件要素及其零件关系,如图 4-10。

子系统名称	零部件	故障次数	部件故障	故障率	总故障	
	名称		频率	排序	次数	
	外齿轮	25	0.0559	7		
	铣轴	90	0.2013	1		
	双列短圆柱滚子轴承I	38	0.0850	4		
	双列短圆柱滚子轴承	65	0 1 4 5 4	2		
铣轴子系统	II	65	0.1454	3	308	
	双向推力角接触球轴	7(0.1700	2		
	承	/6	0.1700	2		
	球轴承	26	0.0582	7		
	密封圈	13	0.0291	12		
镗轴	导向键	14	0.0313	11	50	
组件	镗轴	36	0.0805	5	50	
	润滑系统	15	0.0336	10		
辅助	液压系统	26	0.0582	8	64	
糸筑	电气系统	23	0.0515	9		

表 4-2 某系列重型数控落地铣镗床故障数据分析表



图 4-10 机床主轴系统各零部件故障关系

由图 4-11 可知, 铣轴在故障链中起关键作用。机床主轴各零部件的失效存在 相关性, 如主轴与轴承间的配合精度不达标将影响整个系统的运动状态; 推力角轴 承、圆柱滚子轴承、球轴承任何一个轴承损坏都会使其它轴承负荷增加, 缩短使用 寿命; 密封圈损坏会使油污灰尘进入主轴系统, 造成主轴和轴承研伤或化学侵蚀, 同时造成箱体漏油; 滑枕的尺寸影响着轴承与滑枕的配合精度及轴承预紧力的确 定^[15,167]。本节将根据图 4-11 所示的主轴系统零部件间故障关系图对铣轴组件进行 相关性分析。

铣轴组件主要包含外齿轮(A)、铣轴(B)、双列短圆柱滚子轴承 I(C)、双列短圆 柱滚子轴承 II(D)、双向推力角接触球轴承(E)、球轴承(F)、密封圈(G)、导向键(H)、 镗轴(I)、电气系统(J)、液压系统(K)、滑枕(L)在内的 12 个零部件。以表 4-2 的故障 数据为依据,列出各个零件间发生关联故障的直接影响关系矩阵 Y。

		A	B	C D	Е	F	G	Н	Ι	J	Κ	L		
А	∏ 0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	
В	8	0	16	16	18	14	3	10	5	0	0	0	90	
С	0	15	0	6	3	6	0	0	0	0	0	0	30	
D	0	18	16	0	14	15	0	0	0	0	0	0	63	
Е	0	10	15	16	0	19	0	0	0	0	0	0	60	(4-2)
v – ^F	0	10) 14	13	10	0	0	0	0	0	0	0	47	(12)
G - G	0	3	5	2	2	1	0	0	0	0	0	0	13	
Н	0	3	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	13	
Ι	0	6	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	16	
J	4	4	2	2	2	1	1	0	0	0	0	0	16	
Κ	7	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	13	
L	12	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	
	31	90	68	56	49	56	4	20	15	0) (0 0)	

式中, Y_{ij}为零部件影响零部件故障的次数。

将Y转化成标准化矩阵X为:

	0	0.1444	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0]	
	0.0889	0	0.1778	0.1778	0.2000	0.1556	0.0333	0.1111	0.0556	0	0	0	
	0	0.1667	0	0.07142	0.0612	0.1071	0	0	0	0	0	0	
	0	0.2000	0.2353	0	0.2222	0.2381	0	0	0	0	0	0	(4-29)
	0	0.1111	0.2206	0.2667	0	0.3167	0	0	0	0	0	0	
v _	0	0.1111	0.2059	0.2321	0.2041	0	0	0	0	0	0	0	
A -	0	0.0333	0.0735	0.0294	0.0408	0.0179	0	0	0	0	0	0	
	0	0.0333	0	0	0	0	0	0	0.6667	0	0	0	
	0	0.0667	0	0	0	0	0	0.5	0	0	0	0	
	0.1290	0.0444	0.0294	0.0294	0.0408	0.0179	0.0625	0	0	0	0	0	
	0.2258	0.0556	0	0.0179	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0.3871	0.0333	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

依据 $\mathbf{T} = \mathbf{X}(I - \mathbf{X})^{-1}$,得到铣轴组件各零部件的总关系矩阵为:

	Γ	0.0181	0.2033	0.0937	0.0860	0.0839	0.0889	0.0068	0.0424	0.0395	0	0	0	
		0.1252	0.4080	0.6489	0.1959	0.1812	0.1154	0.0469	0.2934	0.2739	0	0	0	
		0.0323	0.3635	0.2815	0.3203	0.2972	0.3644	0.0121	0.0757	0.0707	0	0	0	
		0.0538	0.6049	0.1620	0.2099	0.1556	0.1432	0.0201	0.1260	0.1177	0	0	0	
		0.0490	0.3513	0.1702	0.1402	0.2893	0.8165	0.0184	0.1149	0.1072	0	0	0	
т		0.0430	0.1842	0.2700	0.1337	0.1819	0.1826	0.0161	0.1009	0.0942	0	0	0	(4-30)
1=		0.0109	0.1225	0.1816	0.1293	0.1317	0.1290	0.0041	0.0255	0.0238	0	0	0	
		0.0146	0.1642	0.0757	0.0695	0.0678	0.0718	0.0055	0.5343	1.0320	0	0	0	
		0.0156	0.1760	0.0811	0.0745	0.0727	0.0769	0.0059	0.7867	0.5343	0	0	0	
		0.1429	0.1560	0.1557	0.1410	0.1441	0.1393	0.0677	0.0325	0.0303	0	0	0	
		0.2378	0.1350	0.0709	0.0796	0.0630	0.0676	0.0045	0.0281	0.0263	0	0	0	
		0.3983	0.1256	0.0579	0.0532	0.0518	0.0549	0.0042	0.0262	0.0244	0	0	0	

式中, T_{ij} 表示子系统i对子系统j的影响程度,当 $T_{ij} \neq 0$ 时,两者失效之间存在相关性,否则无关。下面的计算仅考虑 $T_{ij} \geq 0.5$ 的两个零部件之间的相关性,其余零部件之间的相关性较差,不予以考虑。

(2) 相关性分析

依据 DEMATEL 理论, 铣轴组件及其辅助零部件的影响度、被影响度、原因 度及中心度如表 4-3 所示。

通过表 4-3 可以看出, 铣轴、双列短圆柱滚子轴承 I 和 II、双向推力角接触轴 承、球轴承影响程度及受影响程度比较大, 铣轴和四个轴承为故障链中的核心零部 件, 任一零部件失效都会对其他零部件的可靠度造成影响。下面以铣轴为关键零部 件, 以其它零部件为辅助零部件开展失效相关下的铣轴组件可靠性研究。

衣 4-5 抽组件有	了全的门口影响应	之、	四反伸下心反	
定如件	影响度	被影响度	原因度	中心度
丁仰令	$H_j = \sum_{i=1}^{12} T_{ij}$	$D_j = \sum_{i=1}^{12} T_{ij}$	$H_j - D_j$	$H_j + D_j$
外齿轮(A)	0.6626	1.1415	-0.4789	1.8041
铣轴(B)	3.5886	3.4946	0.0941	7.0832
双列短圆柱滚子轴承 I(C)	3.8492	1.8177	2.0315	5.6669
双列短圆柱滚子轴承 II(D)	3.5933	3.4332	0.1601	7.0264
双向推力角接触球轴承(E)	3.6570	3.2201	0.4368	6.8771
球轴承(F)	3.1065	3.6504	-0.5438	6.7569
密封圈(G)	0.7585	0.2122	0.5463	0.9706
导向键(H)	2.0354	2.1865	-0.1511	4.2219
镗轴(I)	1.8238	2.3744	-0.5506	4.1981
电气系统(J)	1.0095	0	1.0095	1.0095
液压系统(K)	0.7128	0	0.7128	0.7128
滑枕(L)	0.7964	0	0.7964	0.7964

第四章 同时考虑混合不确定性和故障相关性的系统不精确可靠性建模与分析

表 4-3 轴组件各零部件的影响度、被影响度、原因度和中心度

4.4 失效相关下的铣轴组件不精确可靠性建模与分析

4.4.1 铣轴组件不精确可靠性建模与分析

本节将针对失效相关下铣轴组件不精确可靠性建模展开讨论。铣轴组件主要 包含外齿轮(A)、铣轴(B)、双列短圆柱滚子轴承 I(C)、双列短圆柱滚子轴承 II(D)、 双向推力角接触球轴承(E)、球轴承(F)、密封圈(H)7 个组件,且可看作串联系统, 铣轴组件的可靠性结构框图如图 4-11 所示。



图 4-11 铣轴组件可靠性结构框图

铣轴组件可以看做是串联系统,可以用式(4-11)来建模。令*x_i*分别表示第*i* 个零部件的失效时间,*i*=1,...,7,则该铣轴组件的失效时间为:

$$X = \min x_i, i = 1, \cdots, 7$$
 (4-31)

假设收集到与第 i 个零部件失效时间 x; 有关的可靠性数据有 m; 个, 且这些可

靠性数据均可以写成上、下期望的形式,则该铣轴组件在 t 时刻的失效概率计算模型为:

$$\underline{F}(t)(\overline{F}(t)) = \min_{P} \left(\max_{P}\right) \int_{\mathbb{R}^{5}_{+}} I_{[0,t]}(\min x_{i}) \prod_{i=1}^{7} \rho(x_{i}) dx_{1} \cdots dx_{7}$$
s.t.
$$\rho_{i}(x_{i}) \ge 0, \int_{\mathbb{R}^{n}_{+}} \rho_{i}(x_{i}) dx_{i} = 1$$

$$\underline{a}_{ij} \le \int_{\Theta} \varphi_{ij}(x_{i}) \rho_{i}(x_{i}) dX \le \overline{a}_{ij}, \ i = 1, \cdots, 7, \ j = 1, \cdots, m_{i}$$
(4-32)

依据式 (4-30), 铣轴组件的相关矩阵为:

$$T_X = \begin{bmatrix} 0.0181 & 0.2033 & 0.0937 & 0.0860 & 0.0839 & 0.0889 & 0.0068 \\ 0.1252 & 0.4080 & 0.6489 & 0.1959 & 0.1812 & 0.1154 & 0.0469 \\ 0.0323 & 0.3635 & 0.2815 & 0.3203 & 0.2972 & 0.3644 & 0.0121 \\ 0.0538 & 0.6049 & 0.1620 & 0.2099 & 0.1556 & 0.1432 & 0.0201 \\ 0.0490 & 0.3513 & 0.1702 & 0.1402 & 0.2893 & 0.8165 & 0.0184 \\ 0.0430 & 0.1842 & 0.2700 & 0.1337 & 0.1819 & 0.1826 & 0.0161 \\ 0.0109 & 0.1225 & 0.1816 & 0.1293 & 0.1317 & 0.1290 & 0.0041 \end{bmatrix}$$
(4-33)

根据串联系统的可靠性模型, 铣轴子系统的可靠度区间为:

$$\prod_{i=1}^{7} R_i \le R_s \le \min(R_1, R_2, \cdots, R_7)$$
(4-34)

令*P_{fs}、P_{fi}分别表示铣轴组件、铣轴组件第i个零部件发生失效的概率,根据* 第三章多失效模式下的不精确可靠性建模相关知识,铣轴组件的失效概率为:

$$P_{fs} = \sum_{i=1}^{n} P_{fi} - \sum_{1 \le i < j \le 7} C(P_{fi}, P_{fj})$$
(4-35)

本章仅考虑 $T_{ij} > 0.5$ 的两个零部件的相关性,依据式(4-33)可知:

$$T_{42}, T_{23}, T_{56} > 0.5 \tag{4-36}$$

式(4-36)与工程实际相符。首先,主轴运动的偏心是造成双列短圆柱滚子轴 承 I 和 II、双向推力角接触球轴承及球轴承研伤和损坏的主要原因;主轴和各类轴 承之间是相互影响的配合组件,两者之一损坏都会加重另一零部件的失效概率;四 个轴承共同支撑铣轴回转,其中一个损坏后必然会加重其它轴承的负担,增加失效 率^[15,167]。根据以上分析,铣轴子系统的失效概率为:

$$P_{fs} = \sum_{i=1}^{7} P_{fi} - C(P_{f2}, P_{f4}) - C(P_{f2}, P_{f3}) - C(P_{f5}, P_{f6})$$
(4-37)

基于不精确概率理论,上式等效为:

$$P_{fs} = \sum_{i=1}^{7} EI_{(-\infty,0]}(g_i) - E(I_{(-\infty,0]}(g_2) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_4))) -E(I_{(-\infty,0]}(g_2) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_3)) - E(I_{(-\infty,0]}(g_5) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_6)))$$
(4-38)

当结构参数含有随机变量、模糊变量、区间变量和 P-Box 变量时,结构的失效 概率计算公式为:

$$\underline{P}_{fs}(\overline{P}_{fs}) = \min_{P}\left(\max_{P}\right) \left(\sum_{i=1}^{7} EI_{(-\infty,0]}(g_i) - \sum_{2,4;2,3;5,6} E\left(I_{(-\infty,0]}(g_i) \cdot I_{(-\infty,0]}(g_j)\right)\right)$$

s.t. (4-39)

$$\underline{a}_{ik} \leq \int_{\Omega} f_{ik}(g_i) \rho(g_i) \mathrm{d}g_i \leq \overline{a}_{ik}, k = 1, \cdots, m_i$$

式中, g_i 是第 i 个零部件的广义功能函数, 且 $g_i = \sigma_i - S_i$ 。 当考虑零部件之间的相关性时, 铣轴的失效概率为:

$$P'_{f2} = P_{f2} + \frac{C(P_{f2}, P_{f3})}{P_{f3}} + \frac{C(P_{f2}, P_{f4})}{P_{f4}}$$
(4-40)

4.4.2 铣轴组件失效相关计算

令 $g_i = T_i - t$, T_1 、 T_2 和 T_3 分别表示铣轴、双列短圆柱滚子轴承I、双向推力角接触球轴承的故障时间。 T_1 、 T_2 和 T_3 均为随机变量,则 g_i 为随机变量。利用 Matlab蒙特卡洛模拟法,确定 g_i 的边缘经验分布 $F(g_i)$ 及联合经验分布 $F(g_i,g_j)$ 。以文献 [5,15]的数据为基础,部分数据如表 4-4 所示。应用 Copula 函数分析铣轴失效时间 T_1 和双列短圆柱滚子轴承失效时间 T_2 之间的相关性。

利用 MATLAB,得到 T_1 、 T_2 的频率直方图如图 4-12 所示:



图 4-12 T₁、T₂ 的频率直方图

表 4-4 铣轴组件部分失效数据

零部件	失效数据
	40.2, 59.3, 79.2, 114.8, 157,171.6, 202.5, 258, 296, 324.6, 313, 454.6, 476.7,
<i>b</i> #- * -	508.9, 570, 667, 725, 905, 1010, 1039, 1220, 1258, 1363, 1449, 1477, 1554, 1611,
钪牰	1668, 1801, 2003, 2059, 2668, 2803, 3117, 3232, 3308, 3356, 3451, 3708, 3909,
	4090, 5091
	134, 202.5, 291.2, 384.6, 414, 509, 588, 635, 736, 837, 935, 1187, 1253, 1339,
双列短圆柱	1449, 1620, 1875, 1944.3, 2073, 2259.4, 2386.1, 2871, 3237, 3632, 3756.4,
滚子轴承I	3982, 4151, 4247, 4390, 4495, 5091, 5210.2, 5349.3, 5779.2, 6114.8, 6202.5,
	6963, 7324.6, 7513, 7854.6, 8476.7
	267, 392.5, 463, 483, 589, 688, 735.2, 867, 905.3, 1254, 1339, 1421, 1520,
双向推力角	1653.4, 1767, 1854, 1973, 2439, 2568.4, 2851, 3035, 3497, 3866, 3901, 4121.1,
接触球轴承	4355, 4577, 4640, 4832.5, 4992.7, 5119.2, 5288, 5594.3, 5779.2, 6121, 6335.8,
	6704.5, 6843, 7131, 7496, 7686, 8133.7

调用 Ksdensity 函数计算 T_1 、 T_2 的经验分布和核分布估计,如图 4-13 所示,并 绘制边缘分布的二元频数直方图如图 4-14 所示。







图 4-14 T₁、T₂的频率分布直方图

从图 4-14 可以看出,频数分布直方图基本对称,下尾高,上尾低,这些特性与二元正态 Copula 函数、二元 t- Copula 函数、Clayton Copula 函数特性相符,经验证,采用 Clayton Copula 函数(*θ*=0.17)来表征。



图 4-15 T₁、T₂联合密度函数和联合分布函数

故T₁、T₂的联合概率分布函数和联合概率密度函数为:

$$C(u,v) = (u^{-0.17} + v^{-0.17} - 1)^{-5.88}$$
(4-41)

$$c_{c}(u,v,0.17) = 1.17(uv)^{-1.17}(u^{-0.17} + v^{0.17} - 1)^{-7.88}$$
(4-42)

利用 MATLAB,得到T1、T3的频率直方图如图 4-16 所示。



调用 Ksdensity 函数计算*T*₁、*T*₃的经验分布和核分布估计,如图 4-17 所示,并 绘制边缘分布的二元频数直方图如图 4-18 所示。



图 4-17 T₁、T₃的经验分布函数与核分布估计图



图 4-18 T₁、T₃的频率分布直方图

从图 4-18 可以看出,频数分布直方图基本对称,下尾高,上尾低,这些特性与二元正态 Copula 函数、二元 t- Copula 函数、Clayton Copula 函数特性相符,经验证,采用 Clayton Copula 函数(*θ*=0.38)来表征。



图 4-19 二元正态 copula 密度函数和分布函数

故T₁、T₃的联合概率分布函数和联合概率分布函数为:

$$C(u,v) = (u^{-0.37} + v^{-0.37} - 1)^{-2.7}$$
(4-43)

$$c_c(u, v, 0.37) = 1.37(uv)^{-1.37}(u^{-0.37} + v^{-0.37} - 1)^{-4.7}$$
(4-44)

4.4.3 铣轴子系统失效概率的计算

由式(4-40)得,在考虑零部件失效相关的情况下,铣轴失效概率的上下界计 算公式为:

$$\underline{P}'_{f2} = \underline{P}_{f2} + \frac{C(\underline{P}_{f2}, \underline{P}_{f3})}{\underline{P}_{f3}} + \frac{C(\underline{P}_{f2}, \underline{P}_{f4})}{\underline{P}_{f4}}$$

$$\overline{P}'_{f2} = \overline{P}_{f2} + \frac{C(\overline{P}_{f2}, \overline{P}_{f3})}{\overline{P}_{f3}} + \frac{C(\overline{P}_{f2}, \overline{P}_{f4})}{\overline{P}_{f4}}$$
(4-45)

经计算得: \underline{P}'_{f2} =1.2763771×10⁻⁴, \overline{P}'_{f2} =0.22520069。

4.5 小结

本章研究了同时考虑混合不确定性和失效相关性的系统不精确可靠性建模与 分析方法。借助 DEMATEL 方法,确定了铣轴组件的关键失效零部件及对铣轴影 响较大的辅助零部件,在失效概率计算中,本章仅考虑了影响较大的零部件,进而 简化了分析过程,提高了计算效率。

第五章 面向寿命周期的机床铣轴组件不精确可靠性建模与分析

本章在对重型数控机床寿命周期各阶段可靠性变化规律深入研究的基础上, 依据系统不精确可靠性模型,分别建立混合不确定性下的可靠性增长模型和使用 可靠性评估模型,实现数据不足情况下的铣轴组件固有可靠性和使用可靠性的分 析和评定。

5.1 引言

铣轴组件的寿命周期包含设计、制造和使用阶段,阶段不同,可靠性参数的分 析模型不同^[2]。铣轴组件的可靠性分为固有可靠性和使用可靠性,铣轴组件的固有 可靠性是由设计阶段和制造阶段共同决定的。在设计阶段,铣轴组件根据材料、结 构、尺寸、公差与配合、加工工艺、名义载荷、名义运行条件和环境条件等因素确 定的可靠性为设计可靠性。铣轴组件在制造过程结束后,基于可靠性试验数据计算 得到的可靠性为固有可靠性,固有可靠性是在分析制造过程对设计可靠性的影响 后得到的。相对于设计可靠性,固有可靠性引入了制造过程中材料与零部件缺陷、 装配误差、装配缺陷等因素的影响^[17]。

使用可靠性是重型数控机床所占时间最长、用户最为关心的一个质量指标,使 用可靠性是重型数控机床可用性的直接体现。铣轴组件的使用可靠性受到使用环 境的影响,诸如铣轴组件的运行模式、运行载荷、温度、湿度、地基条件及维修保 养措施等,在实际工程中,考虑比较多的环境因素可以概括为使用强度、环境因素 和维修活动三个方面。在使用可靠性建模过程中,以上因素通常以协变量的形式被 引入到可靠性模型中^[17,168]。

铣轴组件的先验信息主要来源于历史可靠性试验数据、可靠性特征量统计数 据、可靠性仿真数据、专家意见、工程师经验等,基于 Bayes 理论的可靠性建模与 分析方法可在综合利用以上信息的基础上处理小样本下的可靠性建模与分析问题 ^[5,8,34,37]。在前面章节中,本文对影响重型数控机床铣轴组件可靠性的不确定性因 素进行了分析和讨论,对其可靠性数据特征进行了总结,得知重型数控机床具有数 据不足的特点,且在数据不足情况下,铣轴组件的先验信息不能由精确概率分布来 表征。借助于不精确概率理论在量化处理不完备信息的优势,本章拟采用不精确 Dirichlet 先验分布族^[14-16]表征铣轴组件的先验信息,讨论不同寿命型试验数据的似 然函数构建方式,进而提出基于不精确 Dirichlet 模型的 Bayes 可靠性建模与分析 方法,并对铣轴组件的固有可靠性和使用可靠性进行分析和评定。

5.2 基于 Dirichlet 先验分布族的不精确 Bayes 可靠性建模

5.2.1 不精确 Dirichlet 模型

Dirichlet 分布是多项分布的共轭先验,共轭先验使得后验概率的分布函数与先验概率的分布函数是一个形式,这极大简化了贝叶斯统计。多项式分布与 Dirichlet 分布的关系可由二项分布与 Beta 分布的关系推导获得。

二项分布的定义为:重复进行 n 次试验,试验结果只有两个,X或 \overline{X} ,则X出现 x 次的概率可以用二项分布 B(x|n,p)来表示,即:

$$B(x|n,p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$
(5-1)

Beta 分布是二项分布的共轭先验分布,即二项分布与 Beta 分布的乘积仍然为 二项分布。多项式分布是二项分布的推广,其定义为:重复进行 *n* 次试验,试验可 能的结果有 *k* 个,且 *k* 个结果出现的概率依次为 p_1, \dots, p_k ,则该试验可由多项式分 布 $M(n_1, \dots, n_k | N; p_1, \dots, p_k)$ 来表示,即:

$$M(n_{1}, \dots, n_{k} | N; p_{1}, \dots, p_{k}) = \frac{N!}{\prod_{i=1}^{k} n_{i}^{k}} p_{1}^{n_{1}} \cdots p_{k}^{n_{k}}$$
(5-2)

Dirichlet 分布是多项式分布的共轭先验分布。Dirichlet 分布的形式如下[172,173]:

$$Dir(p_1, \cdots, p_k | v, \varphi_1, \cdots, \varphi_k) = \frac{\Gamma(v)}{\Gamma(v\varphi_1) \cdots \Gamma(v\varphi_k)} \prod_{i=1}^k p_i^{v\varphi_i - 1}$$
(5-3)

式中, $\Gamma(\cdot)$ 是 Gamma 函数, p_1, \dots, p_k 为变量, 且 $\sum_{i=1}^k p_i = 1, 0 \le p_i \le 1$, 因此, p_1, \dots, p_k 被限制到 k-1维单纯形中; $v, \varphi_1, \dots, \varphi_k$ 为其参数, $Dir(p_1, \dots, p_k | v, \varphi_1, \dots, \varphi_k)$ 被记作 $Dir(v, \overline{\varphi})$ 。当 k = 2 时, Dirichlet 分布退化成二项分布, 即:

$$Dir(p_1, p_2 | v, \varphi_1, \varphi_2) = Beta(\theta_1, \theta_2)$$
(5-4)

式中, $\theta_1 = v \varphi_1$, $\theta_2 = v \varphi_2$ 。

Dirichlet 分布的边缘分布和条件分布均为 Beta 分布^[97],即:

$$p_i \sim Beta(v\varphi_i, v(1-\varphi_i))$$
(5-5)

$$p_i \left| p_j \sim Beta\left(v \varphi_j, v\left(\varphi_i - \varphi_j \right) \right) \right|$$
(5-6)

$$p_{i} - p_{j} \sim Beta\left(v\left(\varphi_{i} - \varphi_{j}\right), v\left(1 - \varphi_{i} + \varphi_{j}\right)\right)$$
(5-7)

令 p_i^c 和 σ_p 分别表示 p_i 的均值和方差,以下式子成立:

$$p_i^c = \mathbf{E}(p_i) = \varphi_i \tag{5-8}$$

$$\sigma_{p_i} = \frac{\varphi_i \left(1 - \varphi_i\right)}{\nu + 1} \tag{5-9}$$

$$Cov(p_i, p_j) = \frac{-\varphi_i \varphi_j}{\nu + 1}$$
(5-10)

在 Dirichlet 分布中, $\varphi_1, \dots, \varphi_k$ 决定了 Dirichlet 分布的均值, v 决定了 Dirichlet 分布的方差。在 $\varphi_1, \dots, \varphi_k$ 给定的情况下, v 越小, 方差越大, 概率分布样本点越不 集中^[14, 169, 170, 171], 如图 5–1 所示。



图 5-1 不同参数下的 Dirchlet 分布

应用 Dirichlet 分布表征先验信息的优势在于 Dirichlet 分布的边缘分布和条件 分布均为 Beta 分布,这一特性使得 Dirichlet 分布可较好的融合各阶段、各层次的 统计数据、仿真数据、专家意见。同时,Dirichlet 分布的参数有比较明确的物理意 义,超参数 v 表征先验信息的可信程度,参数矢量($\varphi_1, \dots, \varphi_k$)表征变量(p_1, \dots, p_k) 的平均水平,参数物理意义的明确化有利于模型与工程实际的结合^[14, 169]。此外, 在可靠性试验中,当寿命类型不明确时,试验结果可用多项式分布来表示,因此, 研究 Dirichlet 分布对可靠性工程中小样本下的 Bayes 可靠性建模与分析有重要意 义^[14]。

对于重型数控机床铣轴组件来讲,由于其结构形式、加工工况、工作环境的特殊性,与其相关的先验信息一般很少,且先验信息具有"异种、多层次"特性^[10]。 传统 Bayes 方法定义一个精确的概率分布来量化先验信息,这与铣轴组件的实际 情况不相符。针对先验信息无法精确量化问题,Walley^[76,79]采用 Dirichlet 分布族来 量化先验信息,提出了不精确 Dirichlet 模型 (Imprecise Dirichlet Model, IDM)。现 将 IDM 描述如下:

假设参数矢量 \vec{p} 的先验信息可以用 Dirichlet 分布来表示,即:

$$\pi\left(\overrightarrow{p}|v,\varphi_{1},\cdots,\varphi_{k}\right) \propto \prod_{k} p_{i}^{\nu\varphi_{i}-1}$$
(5-11)

当先验信息不足时, Dirichlet 分布的参数 $\varphi_1, \dots, \varphi_k$ 不能精确确定, 则 Walley 提 出采用区间 $\left[\underline{\varphi}_i, \overline{\varphi}_i\right]$ 来表征 φ_i 的取值范围, 即:

$$\varphi_i \in \left[\underline{\varphi}_i, \overline{\varphi}_i\right], \sum_{i=1}^k \varphi_i = 1$$
(5-12)

此时,参数矢量p的先验信息可表征为:

$$\pi\left(\overrightarrow{p}|\nu,\varphi_{1},\cdots,\varphi_{k}\right) \propto \prod_{k} p_{i}^{\nu\varphi_{i}-1}, \quad \varphi_{i} \in \left[\underline{\varphi}_{i},\overline{\varphi}_{i}\right], \sum_{i=1}^{k} \varphi_{i} = 1$$
(5-13)

当式(5-13) 仅含有两个参数时,不精确 Dirichlet 模型退化成不精确 Beta 模型,即:

$$\pi\left(\vec{p} \mid \theta_1, \theta_2\right) \propto p_1^{\theta_1 - 1} \cdot p_2^{\theta_2 - 1}, \theta_i \in \left[\underline{\theta}_i, \overline{\theta}_i\right], \theta_1 + \theta_2 = 1$$
(5-14)

5.2.2 基于不精确 Dirichlet 模型的多项式数据不精确 Bayes 建模

5.2.2.1 多项式数据及其量化表征

多项式数据是成败型寿命数据的推广,关于成败型寿命数据,现有文献多有研 究^[174,175]。假设在某次定时截尾试验中,一共*N*个产品参与试验,*n*个产品失效, 则该试验结果可用二项分布来表征^[14,170,174],即:

$$L(p;N,n) \propto (1-p)^{N-n} \cdot p^n \qquad (5-15)$$

下面对多项式数据进行讨论。令系统的失效时间为 x,在利用多项式分布前, 首先要将 X轴划分为 k 个区间, $k \ge 2$,则 X轴可以表示为^[95, 176]:

$$\begin{bmatrix} 0, +\infty \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, \omega_1 \end{bmatrix} \bigcup (\omega_1, \omega_2 \end{bmatrix} \bigcup \cdots \bigcup (\omega_{k-1}, +\infty), 0 < \omega_1 < \omega_2 < \cdots < \omega_{k-1} < +\infty$$
$$\Rightarrow I_1 = \begin{bmatrix} 0, \omega_1 \end{bmatrix}, I_j = (\omega_{j-1}, \omega_j \end{bmatrix}, \cdots, I_k = (\omega_{k-1}, +\infty), \quad \text{M}$$
$$\begin{bmatrix} 0, +\infty \end{bmatrix} = I_1 \bigcup I_2 \bigcup \cdots \bigcup I_k$$

试验数据越多, *k* 越大, *X* 轴划分越细致。寿命时间轴的区间划分情况如图 5-2 所示。



图 5-2 系统寿命 X 轴区间划分

本节主要考虑完全失效数据和右截尾数据,完全失效事件是在规定结束时间

内发生失效的事件;右截尾事件是在规定的结束时间内,由于某些原因未出现事件 结果就退出试验的事件^[177]。收集到的关于完全失效事件的数据为完全失效数据, 关于右截尾事件的数据为右截尾数据,下面分别对这两种数据的多项分布量化进 行讨论。

完全失效数据可以用图 5-3 表示。



图 5-3 完全失效数据

在完全失效情况下,假设 N 次试验的试验结果位于区间 I_1, I_2, \dots, I_k 的个数分别 为 n_1, n_2, \dots, n_k , 记 $\vec{n} = (n_1, n_2, \dots, n_k)$,则该次试验的似然函数为:

$$L(N, n_i; p_1, \cdots, p_k) = \frac{N!}{\prod_{i=1}^k n_i!} \prod_k p_i^{n_i}$$
(5-16)

右截尾数据的情况如图 5-4 所示。



图 5-4 右截尾数据

对系统进行了 N 次试验, 假设在第 i 个区间得到的失效次数为 n_i , 记为 (n_1, \dots, n_k) ,则总的失效次数为 $s_n = \sum_{i=1}^k n_i$;假设在区间分界点 ω_j 处有 c_j 个截尾数据, 总的截尾数据个数为 $s_c = \sum_{j=1}^{k-1} c_j$,对于 c_j 个右截尾数据,仅知道该数据大于 ω_j 。则在失效数据 s_n 和右截尾数据 s_c 下,似然函数为^[95, 176]:

$$L\left(\vec{p}\middle|s_n,s_c\right) \propto \prod_k p_j^{n_j} \cdot \left(\sum_{l=j+1}^k p_l\right)^{c_j}$$
(5-17)

5.2.2.2 多项式数据的不精确 Bayes 建模

根据上面分析,参数的先验信息可以由不精确 Dirichlet 模型来表示,试验数据可通过多项分布来表示,则依据 Bayes 理论的相关知识,当试验数据为完全失效数据时,参数矢量 \vec{p} 的后验分布为:

$$\pi\left(\vec{p}\middle|\nu,\vec{\varphi},N,\vec{n}\right) = \pi\left(\vec{p}\middle|\nu,\varphi\right) \cdot L\left(N,\vec{n};p_1,\cdots,p_k\right) \propto \prod_k p_i^{n_i+\nu\varphi_i-1}$$
(5-18)

且 $\varphi_i \in \left[\underline{\varphi}_i, \overline{\varphi}_i\right]$, $\sum_{i=1}^k \varphi_i = 1$ 。令 \overrightarrow{p}^c 表示 \overrightarrow{p} 的均值, 且 $\overrightarrow{p} = (p_1, \dots, p_k)$, 则 \overrightarrow{p}^c 的上、下界可由以下不精确可靠性模型求解, 即:

$$\underline{p}_{i}^{c}\left(\overline{p}_{i}^{c}\right) = \underline{E}\left(\overline{E}\right)\left(p_{i}\left|\nu,\vec{\varphi},N,\vec{n}\right) \propto \int_{\Theta} p_{i} \cdot \prod_{k} p_{i}^{n_{i}+\nu\varphi_{i}-1} dp_{i} \\
\text{s.t.} \\
\varphi_{i} \in \left[\underline{\varphi}_{i},\overline{\varphi}_{i}\right], \sum_{i=1}^{k} \varphi_{i} = 1$$
(5-19)

当试验数据为右截尾数据时,式(5-19)改写为:

$$\pi\left(\vec{p}\middle|\nu,\vec{\varphi},s_n,s_c\right) = \pi\left(\vec{p}\middle|\nu,\varphi\right) \cdot L\left(\vec{p}\middle|s_n,s_c\right) \propto \prod_k p_i^{n_i + \nu\varphi_i - 1} \cdot \left(\sum_{l=j+1}^k p_l\right)^{c_j}$$
(5-20)

其中, $s_n = \sum_{j=1}^k s_j$, s_j 为第 *j* 个区间内的完全失效数据个数, $s_c = \sum_{j=1}^k c_j$, c_j 为第 *j* 个区间内的为右截尾数据个数。

根据式 (5-19), 得到可靠度的上、下区间为:

$$\frac{\underline{R}}{\overline{R}} = 1 - \left(\overline{p}_{1}^{c} + \dots + \overline{p}_{k}^{c}\right)$$

$$\overline{R} = 1 - \left(\underline{p}_{1}^{c} + \dots + \underline{p}_{k}^{c}\right)$$
(5-21)

依据文献[14,21,22],模型(5-19)可以简化为:

$$\underline{p}_{j}^{c} = \underline{E}\left(p_{j} \middle| v, \vec{\varphi}, n, \vec{a}\right) = \frac{n_{j}}{\sum_{z=j}^{k} (n_{z} + c_{z}) + v} \times \prod_{h=1}^{j-1} \left\{ \frac{\sum_{z=h}^{k-1} (n_{z+1} + c_{z}) + v}{\sum_{z}^{k} (n_{z} + c_{z}) + v} \right\}, j = 2, \cdots, k-1$$

$$\overline{p}_{j}^{c} = \overline{E}\left(p_{j} \middle| v, \vec{\varphi}, n, \vec{a}\right) = \frac{n_{j} + v}{\sum_{z=j}^{k} (n_{z} + c_{z}) + v} \times \prod_{h=1}^{j-1} \left\{ \frac{\sum_{z=h}^{k-1} (n_{z+1} + c_{z}) + v}{\sum_{z=h}^{k} (n_{z} + c_{z}) + v} \right\}, j = 2, \cdots, k$$
(5-22)

5.2.3 基于不精确 Dirichlet 模型的寿命型数据不精确 Bayes 建模

5.2.3.1 寿命型数据的量化与表征

威布尔寿命型数据、指数寿命型数据是机械系统可靠性试验中经常应用的寿 命数据类型,对于寿命型数据,现有文献多有介绍,本文不再赘述,仅给出其似然 函数表达式。

(1) 威布尔寿命型数据的量化和表征

在某次定时截尾试验中,一共 N 个产品参与试验, n 个产品失效, 失效时间分别为 t_1, \dots, t_n , 截尾时间为 t_0 。假设产品寿命 t 服从威布尔分布,则其失效概率分布函数为 $F(t) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}\right), \eta > 0, \beta > 0,$ 似然函数可写成^[14, 178, 179]:

$$L(\eta,\beta;N,n) \propto \prod_{i=1}^{n} \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{t_i}{\eta}\right)^{\beta}\right) \right) \cdot \exp\left(-\left(N-n\right)\left(\frac{t_0}{\eta}\right)^{\beta}\right)$$
(5-23)

令 $m=1/\eta^{\beta}$,则式 (5-15)可以写成:

$$L(m,\beta;N,n) \propto \prod_{i=1}^{n} \left(1 - \exp\left(-mt_{i}^{\beta}\right)\right) \cdot \exp\left(-(N-n)mt_{0}^{\beta}\right)$$
(5-24)

(2) 指数寿命型数据的量化和表征

在某次定时截尾试验中,一共N个产品参与试验,n个产品失效,失效时间分别为 t_1, \dots, t_n ,截尾时间为 t_0 。假设产品寿命t服从指数分布,则其失效概率分布函数为 $F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$,似然函数可写成^[14]:

$$L(\lambda; N, n) \propto \prod_{i=1}^{n} (1 - \exp(-\lambda t_i)) \cdot \exp(-(N - n)\lambda t_0)$$
 (5-25)

5.2.3.2 寿命型数据的不精确 Bayes 建模

本节对威布尔寿命型数据、指数寿命型数据等连续寿命类型进行讨论。

令*F*(*t*), *R*(*t*)分别表示系统的失效概率分布函数和可靠度函数。依据式(5-23)、式(5-25),其似然函数可以统一写成如下形式:

$$L(m; N, n) \propto \prod_{i=1}^{n} F(t_i) R_{t_0}^{N-n}$$
 (5-26)

式中, m 为寿命分布的参数。

已知可靠性参数 *R* 的先验信息可由不精确 Dirichlet 先验分布族来表示,则依据 Bayes 理论的相关知识,参数 *R* 的后验分布为^[180]:

$$\pi \left(R \left| a, b, N, \vec{n} \right) = \frac{1}{\left[Beta(a, b) \right]} \cdot R^{a-1} \cdot \left(1 - R \right)^{b-1} \cdot I_{(0,1)}(R) \cdot \prod_{i=1}^{n} F(t_i) R_{t_0}^{N-n}$$
(5-27)
式中,
$$a \in [\underline{a}, \overline{a}], b \in [\underline{b}, \overline{b}], a+b=1$$
。
当系统寿命分别服从威布尔分布、指数分布时, 式 (5-27) 可分别写成:
 $\pi(R|a,b,N,n) = \frac{1}{[Beta(a,b)]} \cdot R^{a-1} \cdot (1-R)^{b-1} \cdot \prod_{i=1}^{n} (1-\exp(-mt_{i}^{\beta})) \cdot \exp(-(N-n)mt_{0}^{\beta})$ (5-28)
 $\pi(R|a,b,N,n) = \frac{1}{[Beta(a,b)]} \cdot R^{a-1} \cdot (1-R)^{b-1} \cdot \prod_{i=1}^{n} (1-\exp(-\lambda t_{i})) \cdot \exp(-(N-n)\lambda t_{0})$ (5-29)
则参数 R 的不精确后验分布族为:

$$\underline{\pi}(\overline{\pi})(R|a,b, N, \vec{n}) = \min(\max) \frac{1}{\left[Beta(a,b)\right]} \cdot R^{a-1} \cdot (1-R)^{b-1} \cdot \prod_{i=1}^{n} F(t_i) \cdot R_{t_0}^{N-n}$$
s.t.
$$a \in \left[\underline{a}, \overline{a}\right], b \in \left[\underline{b}, \overline{b}\right], a+b=1$$
(5-30)

5.2.4 不精确 Bayes 建模的一般方法

基于 IDM 的不精确 Bayes 可靠性分析方法应用步骤如下:

(1) 收集先验信息,确定 Dirichlet 先验分布 $\pi(\vec{p}|v,\varphi_1,\dots,\varphi_k)$ 并确定超参数 v 及分布参数的上下区间 $\lceil \varphi_i, \overline{\varphi_i} \rceil$ 。

(2) 收集试验数据,确定似然函数 $L(\vec{p}|n,\vec{a})$ 或 $L(\vec{p}|s_n,s_c)$ 。

(3) 依据 Bayes 理论,求出参数的后验分布 $\pi(\vec{p}|v,\vec{\varphi},n,\vec{a})$ 。

(4) 求解 $\vec{p}_{j}^{c} = \vec{E}(p_{j}|v,\vec{\varphi},n,\vec{a}), \underline{p}_{j}^{c} = \underline{E}(p_{j}|v,\vec{\varphi},n,\vec{a}),$ 计算可靠度的上、下区间。

该过程可以用图 5-5 表示。

5.3 基于不精确 Bayes 模型的铣轴组件固有可靠性分析与建模

5.3.1 铣轴组件的固有可靠性

铣轴组件在设计制造阶段,经过"设计-试验-改进-再设计-再试验"、"研制-测试-改进-再研制-再测试"的重复过程,其可靠度不断增长,因此,铣轴的固有可靠性建模与分析是可靠性增长规律的研究^[14,169-171]。

假设铣轴组件在设计和制造阶段一共经过了 k 次改进,改进后的可靠度依次为R₁,…,R_k,则各阶段的可靠度一般满足以下序列条件:

$$0 = R_0 < R_1 < \dots < R_k < R_{k+1} = 1$$
(5-31)



则相邻阶段,可靠度的增长值分别为 $\Delta R_1, \Delta R_2, \dots, \Delta R_k$, $\Delta R_i = R_i - R_{i-1}$ 。

图 5-5 基于 IDM 的不精确 Bayes 可靠性建模与分析方法

在实际工程中,设计制造阶段积累的较多信息是可靠性增长信息,在多数情况下,专家也是根据上一阶段可靠性指标的大小及改进措施对下一阶段的可靠度进行估计^[14]。因此,铣轴组件设计研制阶段的可靠性数据具有多阶段特性。根据前面分析,Dirichlet分布的边缘分布和条件分布均为Beta分布,Dirichlet分布的两个参数物理意义较明确,参数确定较简单。因此,本章选用基于Dirichlet先验分布族的不精确Bayes模型来对铣轴组件的固有可靠性进行建模。

5.3.2 基于不精确 Bayes 模型的固有可靠性分析与建模

假设铣轴组件在设计和制造阶段一共经过了 k 次改进,且每个相邻阶段可靠度 的增长值分别为 $\Delta R_1, \Delta R_2, \dots, \Delta R_k$, $\Delta R_i = R_i - R_{i-1}$ 。假设 $\Delta R_1, \Delta R_2, \dots, \Delta R_k$ 服从如下 Dirichlet 分布:

$$\pi(\Delta R_1, \Delta R_2, \cdots, \Delta R_{k+1}) = \frac{\Gamma(\nu)}{\prod_{i=1}^{k+1} \Gamma(\nu \varphi_i)} \prod_{i=1}^{k+1} \Delta R_i^{\nu \varphi_i - 1}$$
(5-32)

且 $E\Delta R_i = \varphi_i$, v 根据专家意见确定, φ_i 根据收集到的先验信息确定。由于先验分布的参数由相似产品的信息、专家意见等数据合成得到,因此, φ_i 是不精确的,故应 采用不精确 Dirichlet 先验分布族表征, 即 $\varphi_i \in \left[\underline{\varphi}_i, \overline{\varphi_i}\right]$ 。

依据 Dirichlet 分布的性质,可得:

$$\Delta R_i \sim Beta\left(v\varphi_i, v\sum_{j\neq i}^k \varphi_j\right)$$
(5-33)

$$R_i \sim Beta\left(v \sum_{j=1}^{i} \varphi_j, v \sum_{j=i+1}^{k} \varphi_j\right)$$
(5-34)

令 $g(R_i|R_{i-1})$ 表示 R_i 的条件概率分布函数, $a_i = v \sum_{j=1}^{i} \varphi_j$, $b_i = v \sum_{j=i+1}^{k} \varphi_j$ 。依据 文献[14, 178, 180], R_1, \dots, R_k 的联合先验分布为:

$$\pi(R_{1}, \cdots, R_{k}) = \prod_{i=1}^{k+1} g(r_{i} | R_{i-1}; a_{i}, b_{i})$$
(5-35)

其中, $g(r_i|R_{i-1})=g(r_i|R_{i-1};a_i,b_i)=\frac{1}{\left[Beta(a_i,b_i)\right]}(1-R_{i-1})^{1-a_i-b_i}\cdot(r_i-R_{i-1})^{a_i-1}\cdot(1-r_i)^{b_i-1}\cdot I_{(R_{i-1},1)}(r_i)\circ$ 在给定的 R_1, R_2, \dots, R_{k-1} 下, R_k 的条件均值和条件方差为:

$$\mu_{k} = \frac{-a_{k} \ln R_{k-1}}{a_{k} + b_{k}} \tag{5-36}$$

$$\sigma_{k} = \frac{-a_{k}b_{k}\left(\ln R_{k-1}\right)^{2}}{\left(a_{k}+b_{k}\right)^{2}\left(a_{k}+b_{k}+1\right)}$$
(5-37)

*R*₁,…,*R*_k的联合先验分布的参数可以采用文献[18,24]中方法确定,这里不过多描述,仅给出求解模型,即:

$$\min(\sigma_k - VR_k)^2$$

s.t. (5-38)
$$\mu_k = ER_k, a_k > 0, b_k > 0$$

其中, VR_k 和 ER_k 分别为 R_k 的经验区间 $\left\lceil \underline{R}_k, \overline{R}_k \right\rceil$ 的均值和离差。

在先验分布及其参数确定后,对可靠性数据进行收集,得到似然函数为:

$$L(N, \vec{n}; R_1, \cdots, R_k) = \frac{N!}{\prod_{i=1}^k n_i!} \prod_k R_i^{n_i}$$
(5-39)

则可靠度矢量 (R_1, \dots, R_k) 的后验分布为:

$$\pi\left(R_{1},\cdots,R_{k}\left|N,\vec{n},a_{i},b_{i}\right.\right)=\prod_{i=1}^{k+1}g\left(r_{i}\left|R_{i-1};a_{i},b_{i}\right.\right)\cdot\frac{N!}{\prod_{i=1}^{k}n_{i}!}\prod_{k}R_{i}^{n_{i}}$$
(5-40)

根据 Dirichlet 分布的性质得到:

$$\underline{R}_{i}^{c}\left(\overline{R}_{i}^{c}\right) = \underline{E}\left(\overline{E}\right)\left(R_{1}, \cdots, R_{k} \mid N, \vec{n}, a_{i}, b_{i}\right)$$
s.t.
$$a_{i} \in \left[v \sum_{j=1}^{i} \underline{\varphi}_{i}, v \sum_{j=1}^{i} \overline{\varphi}_{i}\right], b_{i} = \left[v \sum_{j=i+1}^{k} \underline{\varphi}_{i}, \sum_{j=i+1}^{k} \overline{\varphi}_{i}\right], \sum_{i=1}^{k} \varphi_{i} = 1$$
(5-41)

5.3.3 某型号重型数控落地铣镗床铣轴组件的固有可靠性分析与建模

某型号重型数控机床的铣轴组件在设计阶段和研制阶段共经过了 4 次改进, 设初始可靠度为 R_0 ,经过改进后得到的可靠度分别为 R_1, R_2, R_3, R_4 ,则 $\Delta \vec{R}$ 和 \vec{R} 的 先验概率分布为:

$$\pi \left(\Delta R_1, \cdots, \Delta R_4 \right) \propto \Delta R_1^{\nu \varphi_1 - 1} \cdot \Delta R_2^{\nu \varphi_2 - 1} \cdot \Delta R_3^{\nu \varphi_3 - 1} \cdot \Delta R_4^{\nu \varphi_4 - 1}$$
(5-42)

$$\pi(R_1, \dots, R_4) = g_1(r_1; a_1, b_1) \cdot g_2(r_2 | R_1; a_2, b_2) \cdots g_4(r_4 | R_3; a_4, b_4)$$
(5-43)

对于重型数控机床来讲,其先验信息来源众多,按照形式区分主要有:相似产品的可靠性数据、历史积累数据、专家意见和仿真数据^[5,10,14,67]。

(1)相似产品的可靠性数据主要是重型数控机床的质量调研数据、现场故障 记录数据和售后维修数据,这些数据可用来提取重型数控机床的故障时间数据 (t₁,…,t_k),并用来估计R₀。

(2) 历史积累数据是指在进行第 *i* 次可靠性之前,前*i*-1个阶段积累下的可 靠性数据信息,这些可靠性数据信息包括前*i*-1个阶段的可靠度 R_{i-1} 、可靠度增长 程度 ΔR_{i-1} 、专家经验等,这些数据可用来估计 $g(r_{i-1}|R_{i-2};a_{i-1},b_{i-1})$ 的参数 a_{i-1},b_{i-1} 以 及 φ_{i-1} 的取值范围。

(3) 通过收集到的先验信息确定超参数 v 的取值。

收集到的某型号重型数控机床铣轴组件的先验信息如表 5-1 所示。

表 5-1 铣轴组件可靠度先验信息

	1	2	3	4
\underline{R}_i	0.60	0.68	0.82	0.90
\overline{R}_i	0.68	0.82	0.90	0.98

本文采用文献[178,180]的方法对该区间进行 Beta 分布拟合,确定 Beta 分布的 参数 a_k 和 b_k , $k = 1, \dots, 4$,进而确定 $\pi(R_1, \dots, R_4)$ 。求解 Beta 分布的参数 a_i 、 b_i 的 优化模型为:

$$\min\left[\frac{a_{i}b_{i}\left(\ln R_{i-1}\right)^{2}}{\left(a_{i}+b_{i}\right)^{2}\left(a_{i}+b_{i}+1\right)} - \frac{\left(\overline{R}_{i}-\underline{R}_{i}\right)^{2}}{12}\right]^{2}$$

s.t.
$$\frac{\underline{R}_{i}+\overline{R}_{i}}{2} + \frac{a_{i}\ln R_{i-1}}{a_{i}+b_{i}} = 0, \quad a_{i} > 0, b_{i} > 0$$
(5-44)

参数 R_k 在区间 $\left[\underline{R}_k, \overline{R}_k\right]$ 内服从均匀分布,均匀分布的参数及根据优化模型(5-44)得到的等价 Beta 分布的参数如表 5-2 所示。

表 5-2 均匀分布及其等价 Beta 分布参数估计表

t _i -	均久	习分布	Beta 分布						
	均值	方差	均值	方差	a_i	<i>b</i> _i			
1	0.64	0.00053	0.64	0.00053	277.58	156.14			
2	0.75	0.00163	0.75	0.0016	85.5	28.5			
3	0.86	0.00053	0.8599	0.0053	194.56	31.69			
4	0.94	0.00053	0.94	0.005299	99.07	6.32			

可靠性各增长阶段的均匀分布与其等效 Beta 分布如图 5-6 所示。



图 5-6 可靠性增长各阶段的均匀分布与其等效 Beta 分布

通过参数估计,得到 R_1 、 R_2 、 R_3 和 R_4 的先验概率分布为: $\pi(r_1, \dots, r_4) \propto r_1^{276.58} \cdot (1-r_1)^{155.14} \cdot (r_2 - 0.64)^{84.5} \cdot (1-r_2)^{27.5}$ $\cdot (r_3 - 0.75)^{193.56} \cdot (1-0.75)^{30.69} \cdot (r_4 - 0.86)^{98.07} \cdot (1-r_4)^{5.32}$ (5-45) 式中, $r_1 \in [0.64,1]$, $r_2 \in [0.75,1]$, $r_3 \in [0.86,1]$, $r_4 \in [0.94,1]$ 。 假设铣轴组件 4 次改进过程中获得的试验数据如表 5-3 所示。

四次可靠性增长故障数据									
阶段数	试验数	失效次数	失效时间						
1	10	5	343, 627, 853, 957,1213						
2	5	3	524, 864,1342						
3	4	1	829						
4	3	0							

表 5-3 改进过程中的可靠性试验数据

在工程实际中, 铣轴组件的寿命可采用威布尔分布表征, 则铣轴组件的失效概 率为:

$$F(t_j) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t_j}{\eta_i}\right)^{\beta_i}\right), \eta_i > 0, \beta_i > 0, i = 1, \cdots, 4$$
(5-46)

(1) 第1个增长阶段可靠性指标计算公式

已知 $R_0=0$,在第1个增长阶段, R_1 的边缘分布函数为:

$$g(r_{1};277.58,156.14) = \frac{1}{\left[Beta(277.58,156.14)\right]} \cdot r_{1}^{276.58} \cdot (1-r_{1})^{155.14-1} \cdot I_{(0,1)}(r_{1}) \quad (5-47)$$

依据表 5-3, 第1个增长阶段似然函数的核为:

$$L(R_{1}) \propto \left(-\ln(R_{1})\right)^{5} \cdot t_{0}^{-5\beta_{1}} \cdot \beta_{1}^{5} \cdot R_{1}^{T_{1}} \cdot \prod_{j=1}^{5} t_{1j}^{\beta_{1}-1}$$
(5-48)

式中, $T_1 = 5 \left(\frac{t_1}{t_0} \right)^{\beta_1} + \sum_{j=1}^{5} \left(\frac{t_{1j}}{t_0} \right)^{\beta_j}$ 。则铣轴组件经过第1个增长阶段后的可靠度后验分 布为:

$$\pi(R_{1}) \propto r_{1}^{276.58} \cdot (1 - r_{1})^{155.14} \cdot (-\ln(r_{1}))^{5} \cdot t_{0}^{-5\beta_{1}} \cdot \beta_{1}^{5} \cdot r_{1}^{T_{1}} \cdot \prod_{j=1}^{5} t_{1j}^{\beta_{1}-1}$$
(5-49)

(2) 第2个增长阶段可靠性指标计算公式 在第2个增长阶段, *R*₂的边缘分布函数为:

$$g(r_{2}|r_{1};85.5,28.5) = \frac{1}{\left[Beta(85.5,28.5)\right]} \cdot (1-r_{1})^{-113} \cdot (r_{2}-r_{1})^{84.5} \cdot (1-r_{2})^{27.5} \cdot I_{(r_{1},1)}(r_{2}) \quad (5-50)$$

依据表 5-3, 第2个增长阶段似然函数的核为:

$$L(R_{2}) \propto \left(\left(-\ln(R_{1}) \right)^{5} \cdot t_{0}^{-5\beta_{1}} \cdot \beta_{1}^{5} \cdot R_{1}^{T_{1}} \cdot \prod_{j=1}^{5} t_{1j}^{\beta_{1}-1} \right) \cdot \left(\left(-\ln(R_{2}) \right)^{3} \cdot t_{0}^{-5\beta_{2}} \cdot \beta_{2}^{5} \cdot R_{2}^{T_{2}} \cdot \prod_{j=1}^{5} t_{2j}^{\beta_{2}-1} \right) (5-51)$$

式中, $T_2 = 2\left(\frac{t_2}{t_0}\right)^{\beta_2} + \sum_{j=1}^{3} \left(\frac{t_{1j}}{t_0}\right)^{\beta_2}$ 。则铣轴组件经过第 2 个增长阶段后的可靠度后验 分布为:

$$\pi(R_2) \propto g(r_1; 277.58, 156.14) \cdot g(r_2 | r_1; 85.5, 28.5) \cdot L(R_2) \cdot L(R_1)$$
 (5-52)

- (3) 第3个增长阶段可靠性指标计算公式
- 在第3个增长阶段, R, 的边缘分布函数为:

$$g(r_3|r_2;194.56,31.69) = \frac{1}{\left[Beta(194.56,31.69)\right]^{-1}} \cdot (1-r_2)^{-225.25} \cdot (r_3-r_2)^{193.56} \cdot (1-r_3)^{30.69}$$
(5-53)

依据表 5-3, 第3个增长阶段似然函数的核为:

$$L(R_{3}) \propto \left(\left(-\ln(R_{1}) \right)^{5} \cdot t_{0}^{-5\beta_{1}} \cdot \beta_{1}^{5} \cdot R_{1}^{T_{1}} \cdot \prod_{j=1}^{5} t_{1j}^{\beta_{1}-1} \right) \cdot \left(\left(-\ln(R_{2}) \right)^{3} \cdot t_{0}^{-5\beta_{2}} \cdot \beta_{2}^{5} \cdot R_{2}^{T_{2}} \cdot \prod_{j=1}^{5} t_{2j}^{\beta_{2}-1} \right) \\ \cdot \left(\left(-\ln(R_{3}) \right) \cdot t_{0}^{-\beta_{3}} \cdot \beta_{3} \cdot R_{3}^{T_{3}} \cdot t_{31}^{\beta_{3}-1} \right)$$
(5-54)

式中, $T_3 = 3 \left(\frac{t_3}{t_0}\right)^{\beta_3} + \left(\frac{t_{31}}{t_0}\right)^{\beta_3}$ 。则铣轴组件经过第 3 个增长阶段后的可靠度后验分布为:

$$\pi(R_3) \propto g(r_1; 277.58, 156.14) \cdot g(r_2 | r_1; 85.5, 28.5) \cdot g(r_3 | r_2; 194.56, 31.69) \cdot L(R_3) \cdot L(R_2) \cdot L(R_1) (5-55)$$

(4) 固有可靠度计算公式:

在第4个增长阶段, R_4 的边缘分布函数为:

$$g(r_4|r_3;99.07,6.32) = \frac{1}{\left[Beta(99.07,6.32)\right]^{-1}} \cdot (1-r_4)^{-104.39} \cdot (r_4-r_3)^{98.07} \cdot (1-r_4)^{5.32} \cdot I_{(r_3,1)}(r_4) \quad (5-56)$$

依据表 5-3, 第4个增长阶段似然函数的核为:

$$L(R_{4}) \propto \left(\left(-\ln(R_{1}) \right)^{5} \cdot t_{0}^{-5\beta_{1}} \cdot \beta_{1}^{5} \cdot R_{1}^{T_{1}} \cdot \prod_{j=1}^{5} t_{1j}^{\beta_{1}-1} \right) \cdot \left(\left(-\ln(R_{2}) \right)^{3} \cdot t_{0}^{-5\beta_{2}} \cdot \beta_{2}^{5} \cdot R_{2}^{T_{2}} \cdot \prod_{j=1}^{5} t_{2j}^{\beta_{2}-1} \right) \\ \cdot \left(\left(-\ln(R_{3}) \right) \cdot t_{0}^{-\beta_{3}} \cdot \beta_{3} \cdot R_{3}^{T_{3}} \cdot t_{31}^{\beta_{3}-1} \right) \cdot R_{4}^{T_{4}}$$
(5-57)

式中, $T_4 = 4 \left(\frac{t_4}{t_0} \right)^{\beta_4}$ 。则铣轴组件经过第 4 个增长阶段后,其固有可靠度后验分布为:

$$g(r_4) \propto g(r_1; 277.58, 156.14) \cdot g(r_2 | r_1; 85.5, 28.5) \cdot g(r_3 | r_2; 194.56, 31.69)$$

$$\cdot g(r_4 | r_3; 99.07, 6.32) \cdot L(R_4) \cdot L(R_3) \cdot L(R_2) \cdot L(R_1)$$
(5-58)

5.3.4 基于 Gibbs 抽样的固有可靠度计算

式(5-58) 求解极为困难,这里采用 Gibbs 抽样来计算,Gibbs 抽样的基本思想为:从完全条件分布中迭代抽样,当抽样次数足够多时,近似得到参数的联合概率分布函数^[179,181-184]。

Gibbs 抽样的具体步骤如下:

- (1) 设定初始值为 R_1^0, \dots, R_k^0 ;
- (2) 从满条件分布 $g(R_1|R_2^{t-1}, \cdots, R_k^{t-1})$ 抽样获取 R_1^t ;
- (3) 从满条件分布 $g(R_2|R_1^t, R_2^{t-1}\cdots, R_k^{t-1})$ 抽样获取 R_2^t ;
- (4) 以此类推,从满条件分布 $g(R_k | R_1^t, R_2^t \cdots, R_{k-1}^{t-1})$ 抽样获取 R_k^t ;

(5) 给定 *n* 个初始值,重复前 4 个步骤,得到一个 Markov 链 R^0, \dots, R^n ,当 Markov 链平稳后,则认为其收敛到 $\pi(R_k)$ 。

判断 Markov 链是否收敛一是可以通过 Gibbs 抽样同时生成多条 Markov 链,若多次迭代后,几条 Markov 链稳定下来,则认为其收敛;另一是计算遍历均值 $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} R^{i}$,若遍历均值收敛,则迭代收敛。

将先验参数和试验数据代入公式(5-58),利用 Gibbs 进行 10000 次抽样迭代。 采用四个不同的初始值产生四条 Markov 链,如图 5-7 所示。



图 5-7 威布尔假设下的铣轴组件固有可靠性抽样值

为了消除过渡过程的影响,选用 "burn-in" 数据^[14],本文以 2001~10000 次 R 的 Gibbs 抽样数据用来可靠度估计,得到 r_1, \dots, r_5 和 *m* 的后验估计结果如表 5-4 所 示。

参数	均值	标准差	5%分位点	中位点	95%分位点
r_1	0.6622802	0.032312	0.5664799	0.6634219	0.7603639
r_2	0.7449621	0.017113	0.6816011	0.7378451	0.7891211
r_3	0.8527906	0.011951	0.7856614	0.8214604	0.8572594
r_4	0.9413290	0.002311	0.9431593	0.9470653	0.959713
r_5	0.9612077	0.001553	0.9584980	0.9631450	0.9677920
т	1.3317246	0.001375	1.2530474	1.2947834	1.3365194

表 5-4 各增长阶段可靠性和形状参数的后验估计

5.4 基于不精确 Bayes 模型的铣轴组件使用可靠性分析与建模

5.4.1 铣轴组件的使用可靠性

铣轴组件的固有可靠性与使用可靠性具有耦合性,铣轴组件使用可靠性与固 有可靠性的关系如图 5-8 所示^[168],其中, $R_{Int}(t)$ 为固有可靠性, $a_1(t)$ 、 $a_2(t)$ 和 $a_3(t)$ 分别表示使用强度、环境因素和维修活动影响下的使用可靠度。



图 5-8 使用可靠性与固有可靠性的关系

在工程实际中, $a_1(t)$ 、 $a_2(t)$ 和 $a_3(t)$ 的确定是十分困难的。在使用阶段,收集 较多的可靠性数据是铣轴组件的故障时间数据 t_1, \dots, t_n 。考虑到铣轴组件使用可靠 性和固有可靠性的耦合性,则可将铣轴组件固有可靠性相关信息当做使用可靠性 的先验信息,以故障时间数据为试验数据,通过不精确 Bayes 模型,求解铣轴组件 的使用可靠度。

5.4.2 基于不精确 Bayes 模型的使用可靠性分析与建模

根据上面分析,参数的先验分布可用不精确 Dirichlet 模型表示,试验数据可以通过多项分布表示,则依据 Bayes 理论,参数 *p* 的后验分布为:

$$\pi\left(\vec{p}\middle|\nu,\vec{\varphi},N,\vec{n}\right) = \pi\left(\vec{p}\middle|\nu,\varphi\right) \cdot L\left(\vec{p}\middle|N,\vec{n}\right) \propto \prod_{k} p_{i}^{n_{i}+\nu\varphi_{i}-1}$$
(5-59)

 $\mathbb{E} \varphi_i \in \left[\underline{\varphi}_i, \overline{\varphi}_i\right], \quad \sum_{i=1}^k \varphi_i = 1 \ .$

文献[96]给出超参数 v 的选择方法,一般来讲, v=1~2,本文对 v=1 和 v=2 的 情况分别讨论。当 v=1 时,后验函数为:

$$\pi\left(\overrightarrow{p}\middle|\nu,\overrightarrow{\varphi},n,\overrightarrow{a}\right) = \pi\left(\overrightarrow{p}\middle|\nu,\varphi\right) \cdot L\left(\overrightarrow{p}\middle|n,\overrightarrow{a}\right) \propto \prod_{k} p_{i}^{a_{i}+\varphi_{i}-1}, \varphi_{i} \in \left[\underline{\varphi}_{i},\overline{\varphi}_{i}\right] (5-60)$$

该模型可以用自然扩张模型求解,即:

$$\underline{E}\left(p_{i}\left|\nu,\vec{\varphi},n,\vec{a}\right) \propto \min \int_{\underline{\varphi}_{i}}^{\varphi_{i}} p_{i} \cdot \prod_{k} p_{i}^{a_{i}+\varphi_{i}-1} d\varphi_{i} \\
\overline{E}\left(p_{i}\left|\nu,\vec{\varphi},n,\vec{a}\right) \propto \max \int_{\underline{\varphi}_{i}}^{\overline{\varphi}_{i}} p_{i} \cdot \prod_{k} p_{i}^{a_{i}+\varphi_{i}-1} d\varphi_{i} \\
\text{s.t.} \\
\varphi_{i} \in \left[\underline{\varphi}_{i},\overline{\varphi}_{i}\right], \sum_{i=1}^{k} \varphi_{i} = 1$$
(5-61)

依据文献[97],式(5-61)可简化为:

$$\underline{p}_{j}^{c} = \underline{E}\left(p_{j} \middle| v, \vec{\varphi}, n, \vec{a}\right) = \frac{n_{j}}{\sum_{z=j}^{k} (n_{z} + c_{z}) + 1} \times \prod_{h=1}^{j-1} \left\{ \frac{\sum_{z=h}^{k-1} (n_{z+1} + c_{z}) + 1}{\sum_{z=h}^{k} (n_{z} + c_{z}) + 1} \right\}, j = 2, \cdots, k-1 (5-62)$$

$$\overline{p}_{j}^{c} = \overline{E}\left(p_{j} \middle| v, \vec{\varphi}, n, \vec{a}\right) = \frac{n_{j} + 1}{\sum_{z=j}^{k} (n_{z} + c_{z}) + 1} \times \prod_{h=1}^{j-1} \left\{ \frac{\sum_{z=h}^{k-1} (n_{z+1} + c_{z}) + 1}{\sum_{z=h}^{k} (n_{z} + c_{z}) + 1} \right\}, j = 2, \cdots, k \quad (5-63)$$

当v=2时, 似然函数为:

$$\pi\left(\vec{p}\middle|\nu,\vec{\varphi},n,\vec{a}\right) = \pi\left(\vec{p}\middle|\nu,\varphi\right) \cdot L\left(\vec{p}\middle|n,\vec{a}\right) \propto \prod_{k} p_{i}^{a_{i}+2\varphi_{i}-1}, \varphi_{i} \in \left[\underline{\varphi}_{i},\overline{\varphi}_{i}\right] (5-64)$$

该模型可以用自然扩张模型求解,即:

$$\underline{E}\left(p_{i}\left|\nu,\vec{\varphi},n,\vec{a}\right) \propto \min \int_{\underline{\varphi}_{i}}^{\overline{\varphi}_{i}} p_{i} \cdot \prod_{k} p_{i}^{a_{i}+2\varphi_{i}-1} d\varphi_{i} \\
\overline{E}\left(p_{i}\left|\nu,\vec{\varphi},n,\vec{a}\right) \propto \max \int_{\underline{\varphi}_{i}}^{\overline{\varphi}_{i}} p_{i} \cdot \prod_{k} p_{i}^{a_{i}+2\varphi_{i}-1} d\varphi_{i} \\
\text{s.t.} \\
\varphi_{i} \in \left[\underline{\varphi}_{i},\overline{\varphi}_{i}\right], \sum_{i=1}^{k} \varphi_{i} = 1$$
(5-65)

依据文献[97],式(5-615)可简化为:

$$\underline{p}_{j}^{c} = \underline{E}\left(p_{j} \middle| v, \vec{\varphi}, n, \vec{a}\right) = \frac{n_{j}}{\sum_{z=j}^{k} \left(n_{z} + c_{z}\right) + 2} \times \prod_{h=1}^{j-1} \left\{ \frac{\sum_{z=h}^{k-1} \left(n_{z+1} + c_{z}\right) + 2}{\sum_{z}^{k} \left(n_{z} + c_{z}\right) + 2} \right\}, \ j = 2, \cdots, k-1 \quad (5-66)$$

$$\left[\sum_{z=1}^{k-1} \left(n_{z} + c_{z}\right) + 2 \right]$$

$$\overline{p}_{j}^{c} = \overline{E}\left(p_{j} \left| v, \vec{\varphi}, n, \vec{a}\right) = \frac{n_{j} + 2}{\sum_{z=j}^{k} (n_{z} + c_{z}) + 2} \times \prod_{h=1}^{j-1} \left\{ \frac{\sum_{z=h}^{k} (n_{z+1} + c_{z}) + 2}{\sum_{z=h}^{k} (n_{z} + c_{z}) + 2} \right\}, j = 2, \cdots, k \quad (5-67)$$

根据以上计算公式,得到每个区间的可靠度上下界为:

$$\underline{R}_{j}^{c} = \prod_{i=1}^{j} \left(1 - \overline{p}_{i}^{c} \right), \overline{R}_{j}^{c} = \prod_{i=1}^{j} \left(1 - \underline{p}_{i}^{c} \right)$$
(5-68)

5.4.3 某型号重型数控落地铣镗床铣轴组件使用可靠性分析与建模

重型数控机床使用阶段所产生的可靠性数据主要包括: 故障时间数据、性能退 化数据和状态监测数据,本文仅考虑故障时间数据的应用。机床的故障时间数据是 指机床用户在实际使用过程中所记录的故障信息,这些信息是重型数控机床实际 加工工况和真实工作环境下使用可靠性的直接体现。这些故障时间数据主要是由 机床生产制造厂在售后维修的过程中以及机床质量调研中所收集到的,其主要形 式为售后维修记录或机床运行记录中的机床总运行时间和故障间隔时间。通过对 某重型数控机床 2008 年到 2012 年故障时间数据进行收集,对铣轴组件的故障时 间数据进行整理,得到以下 50 个故障数据,且这里的数据为完全失效数据,铣轴 组件的故障时间数据如表 5-5 所示。

对表 5-5 中的 50 个数据进行整理,这里将时间轴 X 轴划分为 10 个区间 I_1, I_2, \cdots, I_{10} ,即:

 $\begin{bmatrix} 0, +\infty \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, 1200 \end{bmatrix} \cup (1200, 2400] \cup (2400, 3600] \cup (3600, 4800] \cup (4800, 6000] \\ \cup (6000, 7200] \cup (7200, 8400] \cup (8400, 9600] \cup (9600, 10800] \cup (10800, +\infty)$ (5-69)

表 5-5 铣轴组件故障数据

故障发生时间序列
367, 967, 1243, 1657, 1887, 2056, 2434, 2642, 3145, 3426, 3593, 3662, 3693,
3871, 3984, 4231, 4503, 4697, 4791, 4869, 4976, 5215, 5499, 5512, 5832, 5845,
5908, 6100, 6124, 6788, 6840, 6894, 6900, 6916, 7170, 7322, 7414, 7433,
7484, 8439, 8573, 8743, 9343, 9489, 9704, 9831, 10421, 10829, 11510,11721

根据表 5-5, 落入每个区间的失效次数可以用矢量 n 表示, 即:

$$n = (2, 4, 5, 8, 8, 8, 4, 5, 3, 3) \tag{5-70}$$

则参数矢量 \vec{p} 的似然函数为:

$$L(\vec{p}|N,\vec{n}) = \frac{N!}{\prod_{i=1}^{k} n_{k}!} \prod_{i=1}^{k} p_{i}^{n_{i}}$$
(5-71)

当v=1时, 似然函数为:

$$Dir(p_1, \cdots, p_k | \varphi_1, \cdots, \varphi_k) = \frac{\Gamma(1)}{\Gamma(\varphi_1) \cdots \Gamma(\varphi_k)} \prod_{i=1}^k p_i^{\varphi_i - 1}, \varphi_i \in \left[\underline{\varphi}_i, \overline{\varphi}_i\right]$$
(5-72)

当v=2时, 似然函数为:

$$Dir(p_1, \cdots, p_k | \varphi_1, \cdots, \varphi_k) = \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(2\varphi_1) \cdots \Gamma(2\varphi_k)} \prod_{i=1}^k p_i^{2\varphi_i - 1}, \varphi_i \in \left[\underline{\varphi}_i, \overline{\varphi}_i\right] (5-73)$$

收集到的铣轴组件的失效数据为完全寿命数据,则 $c_j = 0$ 。 当v=1时,下式成立:

$$\underline{p}_{j}^{c} = \underline{E}\left(p_{j} \middle| v, \vec{\varphi}, n, \vec{a}\right) = \frac{n_{j}}{\sum_{z=j}^{k} n_{z} + 1} \times \prod_{h=1}^{j-1} \left\{ \frac{\sum_{z=h}^{k-1} n_{z+1} + 1}{\sum_{z=h}^{k} n_{z} + 1} \right\}, j = 2, \cdots, k-1 \quad (5-74)$$

$$\overline{p}_{j}^{c} = \overline{E}\left(p_{j} \middle| v, \vec{\varphi}, n, \vec{a}\right) = \frac{n_{j} + 1}{\sum_{z=j}^{k} n_{z} + 1} \times \prod_{h=1}^{j-1} \left\{ \frac{\sum_{z=h}^{k-1} n_{z+1} + 1}{\sum_{z=h}^{k} n_{z} + 1} \right\}, j = 2, \cdots, k \quad (5-75)$$

(, ,

2

得到的计算结果如表 5-6 所示。

表 5-6	不同区间失效概率的上下界(v=1)
-------	---------------	------

<i>j j</i> =1 <i>j</i> =2 <i>j</i> =3 <i>j</i> =4 <i>j</i> =5 <i>j</i> =6 <i>j</i> =7 <i>j</i> =8 <i>j</i> =9 <i>j</i> =	10
--	----

\underline{p}_{j}^{c}	0.0392	0.0784	0.0980	0.1569	0.1569	0.1569	0.0784	0.0980	0.0588	0.0588
\overline{p}_{j}^{c}	0.0588	0.0980	0.1176	0.1765	0.1765	0.1765	0.0980	0.1176	0.0784	0.0784

第五章 面向寿命周期的机床铣轴组件不精确可靠性建模与分析

依据以上公式,得到可靠度的上下区间如表 5-7 所示。

表 5-7 不同区间可靠度的上下界(v=1)

j	<i>j</i> =1	<i>j</i> =2	<i>j</i> =3	<i>j</i> =4	<i>j</i> =5	<i>j</i> =6	<i>j</i> =7	<i>j</i> =8	j=9	j=10
\underline{R}_{j}^{c}	0.9412	0.8490	0.7491	0.6169	0.5080	0.4184	0.3774	0.3330	0.3069	0.2828
$\overline{\pmb{R}}_{j}^{c}$	0.9608	0.8855	0.7987	0.6734	0.5677	0.4787	0.4411	0.3979	0.3745	0.3525

当*v*=2时,

$$\underline{p}_{j}^{c} = \underline{E}\left(p_{j} \left| v, \vec{\varphi}, n, \vec{a}\right) = \frac{n_{j}}{\sum_{z=j}^{k} n_{z} + 2} \times \prod_{h=1}^{j-1} \left\{ \frac{\sum_{z=h}^{k-1} n_{z+1} + 2}{\sum_{z=h}^{k} n_{z} + 2} \right\}, j = 2, \cdots, k-1 \quad (5-76)$$

$$\overline{p}_{j}^{c} = \overline{E}\left(p_{j} \left| v, \vec{\varphi}, n, \vec{a}\right\right) = \frac{n_{j} + 2}{\sum_{z=j}^{k} n_{z} + 2} \times \prod_{h=1}^{j-1} \left\{ \frac{\sum_{z=h}^{k-1} n_{z+1} + 2}{\sum_{z=h}^{k} n_{z} + 2} \right\}, j = 2, \cdots, k \quad (5-77)$$

则得到计算结果如表 5-8 所示。

表 5-8 不同区间失效概率的上下界(v=2)

j	<i>j</i> =1	<i>j</i> =2	<i>j</i> =3	<i>j</i> =4	<i>j</i> =5	<i>j</i> =6	<i>j</i> =7	<i>j</i> =8	<i>j</i> =9	<i>j</i> =10		
\underline{p}_{j}^{c}	0.0386	0.0769	0.0962	0.1538	0.1538	0.1538	0.0769	0.0962	0.0577	0.0577		
\overline{p}_{j}^{c}	0.0769	0.1154	0.1346	0.1923	0.1923	0.1923	0.1154	0.1346	0.0962	0.0962		
	依据式(5-76)和式(5-77),得到可靠度的上下区间如表 5-9 所示。											

表 5-9 不同区间可靠度的上下界 (v=2)

j	<i>j</i> =1	<i>j</i> =2	<i>j</i> =3	<i>j</i> =4	<i>j</i> =5	<i>j</i> =6	<i>j</i> =7	<i>j</i> =8	j=9	j=10
\underline{R}_{j}^{c}	0.9431	0.8166	0.7067	0.5708	0.4610	0.3724	0.3294	0.2850	0.2576	0.2328



R_j^c 0.9614 0.8875 0.8021 0.6787 0.5743 0.4860 0.4486 0.4055 0.3821 0.3600
 以上结果在图中表示为图 5-9 所示。

图 5-9 不同 v 值对应的可靠度上下界

通过上图可以看出,v值的选择对可靠度的计算结果有较大的影响,v值越大, 代表先验信息起的作用越大;v值越小,代表先验信息起的作用越小。

5.5 小结

本章针对铣轴组件寿命周期不同阶段的可靠性参数变化特性,建立适用于寿 命周期不同阶段的不精确可靠性模型,并对铣轴组件的固有可靠性和使用可靠性 进行了分析和评定。依据各增长阶段可靠度的分析与评定结果可知,通过前一增长 阶段可靠性信息的利用,后一增长阶段可靠度的分析精度逐渐提高,不精确度Δ逐 渐减小,因此,先验信息的质量对可靠性分析结果的精度有很大影响。这一结论同 样反映在使用可靠性分析结果中,直接表现为超参数v的取值,v值越大,表示先 验信息越充足,可靠性分析结果越精确;v值越小,表示先验信息数量越少,可靠 性分析结果的不精确度越高。

第六章 总结与展望

6.1 全文总结

数控机床是机械制造设备中高精尖"工作母机",肩负着国家多个关系国民经 济与国防安全的行业产品及关键零部件的加工制造,其质量、性能和技术水平是衡 量一个国家工业化水平和综合经济实力的重要标志。在科技日新月异的今天,重型 数控机床向着高速度、高精密度和多轴联动复合加工等方向发展,然而随着密集型 技术的引入和复合功能的增多,重型数控机床不可靠因素和故障隐患逐渐增多,其 可靠性问题日益严重。现有文献对数控机床可靠性的研究多是针对中小型数控机 床,由于重型数控机床在结构形式、制造装配、运动控制、任务工况、故障模式等 方面与中小型数控机床有很大不同,现有理论方法不能直接应用。因此,急需针对 重型数控机床结构功能特点,开展重型数控机床可靠性理论与方法研究。

可靠性建模与分析是重型数控机床可靠性技术体系的关键组成部分。相对于 普通数控机床,重型数控机床可靠性建模与分析具有系统结构复杂、整机及关键零 部件样本少、试验数据不足、信息不全、可靠性数据类型多样、故障机理复杂、故 障存在相关性等难点。本文针对以上难点问题,主要开展了以下研究工作:

(1)针对重型数控机床数据不足问题,基于不精确概率理论,构建了混合不确定性统一量化框架,提出了该框架下机床零部件结构可靠性建模与分析方法。影响重型数控机床可靠性的不确定性因素主要包括随机不确定性、模糊不确定性、未确知性等,以上多种不确定性的有效量化和表征是机床零部件可靠性精确分析与准确建模的基础,现有理论主要量化某一种不确定性,对混合不确定性量化研究较少。本文针对该问题,借助于不精确概率理论在量化不完备信息中的优势,构建了混合不确定性统一量化框架;以该框架为基础,提出了不精确结构可靠性建模方法,并以某型重型数控落地铣镗床铣轴为例,对铣轴的多个失效模式进行了不精确结构可靠性分析、建模与计算。

(2)失效模式多样且失效相关是机床零部件失效的普遍特征,现有文献对失效相关性的研究基于大量统计数据,并未考虑数据不足情况,这与重型数控机床数据特性不符。针对该问题,本文将表征相关性的 Copula 函数引入第二章建立的不精确结构可靠性模型中,对第二章所建模型进行改进,提出了考虑多失效模式相关的不精确结构可靠性模型,并将该模型应用到机床铣轴可靠性建模与分析中,实现了铣轴的多失效模式相关性分析与计算。将考虑失效相关下的铣轴不精确结构可靠性计算结果与独立假设下的计算结果进行对比,验证了工程实际中失效概率要

大于计算值这一实际问题,证实了在可靠性建模与分析过程中考虑失效相关的必 要性。

(3)在第二章混合不确定性统一量化、第三章失效相关下的不精确结构可靠 性建模基础上,本文在第四章研究了数据不足下的系统可靠性建模与分析方法。由 于大多机械系统可靠性模型均可看作是典型系统的组合,因此,本文提出了混合不 确定性下的典型系统不精确可靠性建模方法;结合故障树分析方法,本文提出了基 于故障树分析的不精确可靠性建模方法,以上两种方法是不精确可靠性模型应用 于工程实际的基础。在系统故障相关性分析方面,由于重型数控机床主轴系统组成 零部件众多,对各个零部件均进行相关性分析,工作量巨大,本文借助于 DEMATEL 方法,分析了主轴系统各个零部件的故障重要程度、零部件故障关联程度,在此基 础上完成了铣轴组件的不精确可靠性建模与分析。

(4)重型数控机床在设计研制阶段经过"设计-试验-改进-再设计-再试验"、 "研制-测试-改进-再研制-再测试"的重复过程,在该阶段,其可靠度不断增长, 且可靠性增长信息较为丰富,考虑到数据不足情况下先验分布无法精确确定,本文 借助不精确 Dirichlet 先验分布族来表征先验信息,建立了系统不精确可靠性增长 模型,并将该模型应用到重型数控机床铣轴组件的固有可靠性建模与分析中;考虑 到使用可靠性与固有可靠性的耦合性,本文以固有可靠性信息为不精确先验信息, 以使用可靠性评定为目标,建立了使用可靠性评估模型,实现了铣轴组件使用可靠 性的评定。

6.2 后续工作展望

本文在混合不确定性下的重型数控机床可靠性建模与分析方面做了初步探索 与研究。随着这些理论方法在工程实际中的逐步应用,重型数控机床可靠性建模与 分析方法还将遇到新的需求与挑战。因此本文将继续开展以下研究工作:

(1)重型数控机床由众多零部件组成,对于机床整机来说,每个零部件的重要程度是不同的,与某一零部件相关的可靠性信息类型和数量是不同的,这些因素对可靠性分析的结果和精度均有一定程度的影响,直接表现为区间不精确度的大小。借助于灵敏度分析,可得知某一元件重要程度、可靠性信息类型及信息数量对该系统性能和可靠性的影响程度,进而可有效地调整和控制设计变量以提高不精确可靠性模型的精度;另一方面,亟需制定有效的数据收集方案,为重型数控机床寿命周期各阶段的可靠性实验提供支持。因此,不精确可靠性模型的灵敏度分析及以灵敏度分析结果为指导的可靠性数据收集方法有待进一步研究。

(2) 可靠性数据的"质"与"量"直接影响着可靠性分析精度。数据不足时,

108

重型数控机床可靠性分析的来源主要包括相似产品的相关可靠性数据,零部件的 可靠性试验数据,专家意见,工程师经验等,不精确可靠性模型可将以上多种类型 的可靠性数据应用到一个模型中。然而,以上数据在应用过程中有不同程度的不可 信度,主要原因有:首先,不同型号数控机床的可靠性数据差异很大,适用于新型 数控机床设计研制阶段的可靠性数据具有一定程度的不可信性;其次,相似产品的 可靠性信息一般较为成熟,但是现场数据的收集多由现场工作人员来完成,而这些 工作人员未经过专业训练,则其收集到的现在故障数据具有一定的不准确性;再次, 维修数据多为不完全数据;最后,主观信息是人为给定的,进而引入一定的主观不 确定性或存在一定的偏差,且来自不同专家的意见不可避免的存在冲突。因此,如 何在可靠性建模过程中考虑可靠性数据的真实性,建立不精确结构可靠性层次模 型值得进一步研究。

(3)不精确概率理论在可靠性工程中的应用还处于起步阶段。不精确概率理 论在不确定性量化、建模思路、适用系统类型等方面与区间分析、证据理论、模糊 数学等有多相似,例如,以上方法均是采用一个区间来量化不确定性,不精确概率 可靠性模型的计算过程中采用了区间运算法则等。研究不精确可靠性建模与分析 方法与其它非概率可靠性建模与分析方法的异同可以更加清楚地认识每个理论方 法的本质。因此,不精确概率理论与其他非概率可靠性理论的对比研究有待进一步 开展。

致 谢

在博士论文即将完成之际,感激之情油然而生。首先感谢我的导师黄洪钟教授 六年来的关心、指导和帮助。导师黄洪钟教授精益求精的科研作风、渊博深厚的学 术素养、一丝不苟的治学精神、宽以待人严于律己的处事风格是我一生工作、学习 的榜样。在硕士、博士学习过程中,从课题选题、开题报告,到学术论文、学位论 文的撰写,我的导师黄洪钟教授无不倾付大量的心血和汗水,正是导师黄洪钟教授 的严格要求、耐心指导和悉心帮助,本论文才得以完成。在博士生涯即将结束之际, 再次向我的恩师黄洪钟教授致以最衷心的感谢和最崇高的敬意!

感谢电子科技大学可靠性工程研究所的何俐萍老师、张小玲老师、凌丹老师、 刘宇老师、朱顺鹏老师、李海庆老师、许焕卫老师、汪忠来老师、李彦锋老师、孟 德彪老师、陈中柘老师和邱静老师等,感谢他们在我学习、生活、科研中提供的关 系和帮助,是他们的关心和帮助让我获益良多。

感谢可靠性工程团队的彭伟博士、杨圆鉴博士、彭卫文博士、吕志强博士、王 海琨博士、左芳君博士、高会英博士、米金华博士、付国忠博士、殷毅超博士、彭 兆春博士等,感谢他们无私的帮助,是他们的支持与陪伴让我度过最难忘的博士时 光。

感谢百忙之中抽出时间为本论文评阅和答辩的教授专家们,感谢您们的支持 和鼓励!

最后,感谢我的父母家人,感谢他们给我最无私的爱,他们的支持和理解让我 有动力面对一切困难和挑战!

态度决定一切,在今后的工作生活中我会谨记导师黄洪钟教授教予我的人生 启迪及可靠性工程团队每位老师和同学带于我的人生智慧,也祝愿可靠性工程研 究所的明天更加美好!

110

参考文献

- [1] 杨兆军,陈传海,陈菲,等. 数控机床可靠性技术的研究进展[J]. 机械工程学报, 2013, 49(20): 130-139.
- [2] 黄洪钟, 刘征, 彭卫文, 等. 数控机床可靠性评价体系探究[J]. 制造技术与机床, 2015, 7: 71-77.
- [3] 工业和信息化部装备工业司. 机床工具行业"十二五"发展规划[S]. 北京: 中国机床工具工业协会, 2011 年 7 月.
- [4] 王智明. 数控机床的可靠性评估与不完全预防维修及其应用[D]. 上海: 上海交通大学, 2011.
- [5] 彭卫文. 高速五坐标横梁移动龙门加工中心可靠性评估技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2012.
- [6] 范秀君, 许静林, 张根保, 等. 数控机床早期故障消除技术[J]. 中国机械工程, 2013, 24(16): 2241-2247.
- [7] 罗巍. 数控机床故障分析与可靠性评价技术的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2011.
- [8] 张雷. 基于 Bayes 理论的重型数控机床可靠性评定方法研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2013.
- [9] 熊尧. 面向重型数控机床的服役可靠性评估方法及增长技术研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2013.
- [10] 彭卫文. 重型数控机床可靠性建模与评估技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2015.
- [11] 孙志礼, 张义民. 数控机床性能分析及可靠性设计技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [12] 张根保, 高田. 可靠性建模技术[J]. 制造技术与机床, 2014, 11: 6-18.
- [13] 钱浩. 基于 Bootstrap-Bayes 的数控机床小子样可靠性建模方法研究[D]. 长春: 吉林大学, 2012.
- [14] 明志茂. 动态分布参数的 Bayes 可靠性综合试验与评估方法研究[D]. 长沙:国防科学技术 大学, 2009.
- [15] 王晓燕. 基于故障相关性分析的主轴系统关键备件需求预测研究[D]. 长春: 吉林大学, 2015.
- [16] 张英芝,郑锐,申桂香,等.基于Copula理论的数控装备故障相关性[J].吉林大学学报(工学版), 2011, 41(6):1636-1639.
- [17] 蒋仁言, 费晨磊. 四个不同的可靠性概念及有关的模型[C]. 全国机械行业可靠性技术学术交流会暨第四届可靠性工程分会, 大同, 2011, 61-64.
- [18] A. C. 普罗尼科夫 数控机床的精度与可靠性(李昌琪, 遇立基译.). 北京: 机械工业出版社,

1987.

- [19] 吴军. 基于性能参数的数控装备服役可靠性评估方法与应用[D]. 武汉: 华中科技大学, 2008.
- [20] M. Savsar. Reliability analysis of a flexible manufacturing cell. Reliability Engineering and System Safety, 2000, 67 (2): 147-152.
- [21] Y. P. Gupta, T. M. Somers. Availability of CNC machines: multiple-input transfer-function modeling. IEEE Transactions on Reliability, 1989, 38 (3): 285-295.
- [22] 李星军. 数控磨床整机系统可靠性分析与评价[D]. 杭州: 浙江大学, 2011.
- [23] 孙志杰, 张慧娟, 陆贵友. CNC 系统故障间隔时间的分布模型[J]. 长春理工大学学报, 2002, 25(4): 70-72.
- [24] 张海波, 贾亚洲, 周广文. 数控系统故障间隔时间分布模型的研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2005, 37(2): 198-200.
- [25] 张忠松. 加工中心可靠性评价指标的扩展及评价方法研究[D]. 长春: 吉林大学, 2005.
- [26] 陈炳锟. 数控机床可靠性试验设计及评估方法研究[D] 长春: 吉林大学, 2011.
- [27] 申桂香, 陈炳锟, 张英芝, 等. 数控机床小样本类型子系统的可靠性建模[J]. 重庆大学学报, 2011, 34(8): 55-59.
- [28] 廖小波. 机床故障率浴盆曲线定量化建模及应用研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2010.
- [29] 张根保, 刘佳, 王国强, 等. 装配故障率的灰色最小二乘支持向量机分析[J]. 重庆大学学报, 2011, 34(9): 21-25.
- [30] 张根保, 许智, 何文辉, 等. 加工中心数控转台可靠性强化试验方法研究[J]. 中国机械工程, 2011, 8: 948-951.
- [31] 朱海平, 邓超, 刘繁茂, 等. 卧式加工中心现场失效数据分析实例研究[J]. 计算机集成制造系统, 2010, (10): 2293-2297.
- [32] 郑锐. 无故障数据下的数控机床可靠性分析[J]. 制造技术与机床, 2014, 11: 76-78.
- [33] 许彬彬,杨兆军,陈菲,等.非齐次泊松过程的数控机床可靠性建模[J]. 吉林大学学报(工学版), 2011, S2: 210-214.
- [34] 张晓坤. 基于 Bayes 理论的数控机床电气系统可靠度评估[D]. 长春: 吉林大学, 2011.
- [35] 王微. 基于信息熵法的数控机床贝叶斯可靠性评估方法研究[D]. 长春: 吉林大学, 2013.
- [36] 张丰收, 韩尚云, 刘建亭, 等. 基于 Bayes 理论的重型数控机床可靠性评估方法研究[J]. 现代制造工程, 2015, 8: 122-125.
- [37] 于捷, 石耀霖, 张海龙, 等. 基于 Bayes 方法的数控机床可靠性研究[J]. 机床与液压, 2009, 37(8): 251-253.
- [38] 朱孟兵. 基于小样本数据的数控机床 MTBF 评估[D]. 沈阳: 东北大学, 2012.

- [39] 周源泉. Fiducial 方法与系统可靠性[J]. 兵工学报, 1985, 3: 21-31.
- [40] 游达章, 唐小琦, 戴怡, 等. 贝叶斯理论的可靠性评估方法及在数控系统评估中的运用[J]. 中国机械工程, 2011, 22(3): 314-316.
- [41] 游达章. 数控系统加速寿命试验方法及可靠性评估技术研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2011.
- [42] 张根保, 柳剑, 王国强. 基于任务的数控机床模糊可靠性分配方法[J]. 计算机集成制造系统, 2012, 18(4): 768-774.
- [43] 米金华,李彦锋,李海庆,等. 基于模糊理论的数控机床液压系统故障树分析[J]. 制造技术与机床, 2011, 4: 114-119.
- [44] 贾敬阳. 数控砂带磨床可靠性评估与故障分析[D]. 长春: 吉林大学, 2013.
- [45] 于捷, 张海龙, 石耀霖, 等. D-S 证据推理在数控机床可靠性评估中的应用研究[J]. 机床与 液压, 2010, 38(15): 123-125.
- [46] 朱晓翠. 基于灰色理论的数控机床可靠性及维修性分析技术[D]. 长春: 吉林大学, 2013.
- [47] 杨兆军,郝庆波,陈菲,等. 基于区间分析的数控机床可靠性模糊综合分配方法[J]. 北京 工业大学学报, 2011, 37(3): 321-329.
- [48] 喻天翔, 孙玉秋, 张祖明. 多模式失效的机械零件可靠度计算新理论[J]. 机械工程学报, 2003, 39(3): 134-138.
- [49] 孙志礼,赵乃素. 多种失效形式的机械零件的可靠度计算[J]. 东北工学院学报, 1993, 14(1): 60-63.
- [50] 吴波. 轴的多失效模型与可靠性研究[J]. 机械设计, 1998, 6: 47-49.
- [51] 喻天翔, 张选生, 张祖明. 轴的多失效模式相关的可靠性研究[J]. 机械设计与制造, 2002, 18(4): 35-38.
- [52] 韩文钦,周金宇,朱福先. 基于 Copula 失效相关结构系统的失效概率计算[J]. 机械设计 与制造, 2011, 2: 183-185.
- [53] 唐家银,何平,宋东利.基于 Copula 函数的失效相关构件可靠度计算[J]. 机械强度, 2010, 32(5): 740-744.
- [54] 闫明, 张义民, 李鹤, 等. 机械零件相关失效可靠度计算的二重积分模型[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2011, 32(10): 1460-1463.
- [55] 喻天翔, 宋笔锋, 万方义, 等. 机械零件多失效模式相关可靠度算法研究[J]. 机械强度, 2006, 28(4): 508-511.
- [56] 李翠玲, 谢里阳. 相关失效分析方法评述与探讨[J]. 机械设计与制造, 2003, 3: 1-3.
- [57] 李翠玲. 系统相关失效概率模型及其不确定性分析[D]. 沈阳: 东北大学, 2006.
- [58] 王学敏. 考虑共因失效的系统可靠性新模型[D]. 沈阳: 东北大学, 2005.

- [59] 王学敏, 谢里阳, 周金宇. 考虑共因失效的系统可靠性模型[J]. 机械工程学报, 2005, 41(1): 24-28.
- [60] 周金宇, 谢里阳. 多状态系统共因失效机理与定量分析[J]. 机械工程学报, 2005, 44(10): 77-82.
- [61] 王正, 王增全, 谢里阳. 失效相关系统的失效概率模型与寿命概率分布特征研究[J]. 兵工 学报, 2015, 36(7): 1326-1333.
- [62] 周金宇,谢里阳,王学敏. 失效相关结构系统可靠性分析及近似求解[J]. 东北大学学报 (自然科学版), 2004, 25(1): 74-77.
- [63] 周金宇, 谢里阳, 王学敏. 冗余结构系统共因失效相关性分析及概率预测[J]. 机械工程学报, 2005, 41(5): 44-48.
- [64] 唐家银, 赵永翔, 何平, 等. 零件失效相关表决系统 Copula 可靠性模型[J]. 机械设计, 2010, 27(7): 24-28.
- [65] 王正,谢里阳,李兵.考虑失效相关的系统动态可靠性模型[J]. 兵工学报,2008,29(8): 985-989.
- [66] 张英芝,郑锐,申桂香,等. 基于 Copula 理论的数控装备故障相关性[J]. 吉林大学学报(工学版), 2011, 41(6): 1636-1640.
- [67] 陈云雷. 面向并行工程的数控车床可靠性研究[D]. 长春: 吉林大学, 2004.
- [68] 张强, 吴耀华. 面向并行工程的数控机床可靠性控制模型[J]. 机械工程学报, 2001, 37(7): 26-29.
- [69] 张根保. 多品种小批量生产模式下的产品可靠性技术[J]. 中国质量, 2011, 3: 12-15.
- [70] 张会杰. 高速冲床传动系统寿命周期可靠性关键技术研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2013.
- [71] 任丽娜, 芮执元, 刘军, 等. 数控机床最小维修的全寿命周期可靠性评估[J]. 2015, 49(1): 19-23.
- [72] 任丽娜, 任帅, 王先芝, 等. 基于边界浴盆强度过程的数控机床全寿命周期可靠性评估[J]. 中国科技论文, 2014, 9(8): 957-960.
- [73] 王珊. 面向寿命周期的加工中心可信性动态模型研究[D]. 长春: 吉林大学, 2009.
- [74] G. Boole. An investigation of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities [M]. London: Walton and Maberly, 1854.
- [75] J. M. Keynes. A Treatise on Probability [M]. London: Macmillan, 1921.
- [76] P. Walley. Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities [M]. London: Chapman and Hall, 1991.
- [77] K. Weichselberger. The theory of interval probability as a unifying concept for uncertainty [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2000, 24(2-3): 149-170.

- [78] F. P. A. Coolen. On Bayesian reliability analysis with informative priors and censoring [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1996, 53(1): 91-98.
- [79] L.V. Utkin, F. P. A. Coolen. Imprecise reliability: An introductory overview [J]. Computational Intelligence in Reliability Engineering, 2007, 40, 261-306.
- [80] L. V. Utkin, I. O. Kozine. Different faces of the natural extension[C]. 2nd International Symposium on Imprecise Probabilities and Their Applications, Ithaca, New York, 2001.
- [81] L.V. Utkin. A new efficient algorithm for computing the imprecise reliability of monotone systems [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 86(3): 179-190.
- [82] L.V. Utkin, I. Kozine. Computing the reliability of complex systems [C]. 2nd International Symposium on Imprecise Probabilities and Their Applications, Ithaca, New York, 2001.
- [83] I.O. Kozine, Y.V. Filimonov. Imprecise reliabilities: experiences and advances [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2000, 67(1): 75-83.
- [84] L.V. Utkin. Interval reliability of typical systems with partially known probabilities [J]. European Journal of Operational Research, 2004, 153(3): 790-802.
- [85] L.V. Utkin. Reliability models of m-out-of-n systems under incomplete information [J]. Computers & Operations Research, 2004, 31(10): 1681-1702.
- [86] I. O. Kozine, Y. V. Filimonov. Imprecise system reliability [J]. International Journal of Systems Science, 2001, 32(4): 487-493.
- [87] L.V. Utkin, S. V. Gurov. Imprecise Reliability of General Structures [J]. Knowledge and Information Systems, 2004, 1(4):459-480.
- [88] L. V. Utkin, I. Kozine. Stress-Strength reliability models under incomplete information [J]. International Journal of General Systems, 2002, 31(6): 549-568.
- [89] I. O. Kozine, L. V. Utkin. Constructing coherent interval statistical models from unreliable judgements [C]. In: Zio E, Demichela M, Piccini N (eds.): Proc. of the European Conference on Safety and Reliability ESREL, 2001, 1: 173-180.
- [90] I. R. Goodman, H. T. Nguyen. Probability updating using second order probabilities and conditional event algebra [J]. Information Sciences, 1999, 121(3-4): 295-347.
- [91] H. T. Nguyen, V. Kreinovich, L. Longpre. Second-order uncertainty as a bridge between probabilistic and fuzzy approaches [C]. In: Proceedings of the 2nd Conf. of the European Society for Fuzzy Logic and Technology, 2001, 410-413.
- [92] L. Gilbert, G. de Cooman, E. Kerre. Practical implementation of possibilistic probability mass functions [C]. In: Proc. of Fifth Workshop on Uncertainty Processing, 2003, 7(5): 304-309.
- [93] B. Lindqvist, H. Langseth. Uncertainty bounds for a monotone multistate system [J]. Probability

in the Engineering and Informational Sciences, 1998, 12(2): 239-260.

- [94] L. V. Utkin, I. Kozine. On new cautious structural reliability models in the framework of imprecise probabilities [J]. Structural Safety, 2010, 32(6): 411–416.
- [95] F. P. A. Coolen. An imprecise Dirichlet model for Bayesian analysis of failure data including right-censored observations [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1997, 56(1): 61-68.
- [96] P. Walley. Inferences from multinomial data: Learning about a bag of marbles [J]. J of the Royal Statistical Society, 1996, Series B58: 3-57.
- [97] J. M. Bernard. An introduction to the imprecise Dirichlet model for multinomial data [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2005, 39(2-3): 123-150.
- [98] L. V. Utkin. Probabilities of judgements provided by unknown experts by using the imprecise Dirichlet model [J]. Risk, Decision and Policy, 2004, 9(4): 391-400.
- [99] L.V. Utkin. Extensions of belief functions and possibility distributions by using the imprecise Dirichlet model. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 154(3): 413-431.
- [100] E. Quaeghebeur, G. de Cooman. Imprecise probability models for inference in exponential families [C]. In: Cozman FG, Nau R, Seidenfeld T (eds.): Proc. of the 4th Int. Symposium on Imprecise Probabilities and Their Applications, 2005, 287-296.
- [101] S. V. Gurov, L. V. Utkin, S. P. Habarov. Interval probability assessments for new lifetime distribution classes [C]. In: Proceedings of the 2nd Int. Conf. on Mathematical Methods in Reliability, 2000, 1, 483-486.
- [102] L. V. Utkin, S. V. Gurov. Imprecise reliability for the new lifetime distribution classes [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2002, 105(1): 215-232.
- [103] T. Augustin, F. P. A. Coolen. Nonparametric predictive inference and interval probability [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2004, 124(1): 251-272.
- [104] B. M. Hill. Posterior distribution of percentiles: Bayes' theorem for sampling from a population[J]. Journal of the American Statistical Association, 1968, 63(322): 677-691.
- [105] F. P. A. Coolen, P. Coolen-Schrijner, K.J. Yan. Nonparametric predictive inference in reliability[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2002, 78(2): 185-193.
- [106] F. P. A. Coolen, P. Coolen-Schrijner. Condition monitoring: a new perspective [J]. Journal of the Operational Research Society, 2000, 51(3): 311-319.
- [107] P. Coolen-Schrijner, F. P. A. Coolen. Nonparametric predictive inference for age replacement with a renewal argument [J]. Quality and Reliability Engineering International, 2004, 20(3): 203-215.
- [108] P. Coolen-Schrijner, F. P. A. Coolen. Nonparametric adaptive age replacement with a one-cycle

criterion [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2007, 92(1):74-84.

- [109] K. Y. Cai, C. Wen, M. Zhang. A critical review on software reliability modeling [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1991, 32(3): 357-371
- [110] L. V. Utkin, S. V. Gurov, M. Shubinsky. A fuzzy software reliability model with multiple-error introduction and removal [J]. Int J of Reliability, Quality and Safety Engineering, 2002, 9(3): 215-228.
- [111] L.V. Utkin. Interval software reliability models as generalization of probabilistic and fuzzy models [J]. In: German Open Conf. on Probability and Statistics. 2002, 55-56.
- [112] L. Ekenberg, M. Boman, J. Linnerooth-Bayer. Catastrophic risk evaluation [R]. Interim report IR-97-045, IIASA, Austria, 1997.
- [113] S. Ferson, L. Ginzburg, V. Kreinovich, H. Nguyen, S. Starks. Uncertainty in risk analysis: Towards a general second-order approach combining interval, probabilistic, and fuzzy techniques [C]. In: Proc. of FUZZ-IEEE, 2002, 2, 1342-1347.
- [114] L.V. Utkin, T. Augustin. Decision making with imprecise second-order probabilities [C]. In: Bernard J-M, Seidenfeld T, Zaffalon M (eds.): Proc. of the 3rd Int. Symposium on Imprecise Probabilities and Their Applications, 2003, 545-559.
- [115] L.V. Utkin, T. Augustin. Risk analysis on the basis of partial information about quantiles. In: Modelling and Analysis of Safety and Risk in Complex Systems [C]. Proc. of the Third Int. Scientific School, 2003. 172-178.
- [116] L.V. Utkin, T. Augustin. Fuzzy decision making using the imprecise Dirichlet model [C]. In: Batyrshin I, Kacprzyk J, Sheremetov L (eds.): Proc. of the Int. Conf. on Fuzzy Sets and Soft Computing in Economics and Finance, 2004, 5(1), 186-193.
- [117] L.V. Utkin, T. Augustin. Decision making under imperfect measurement using the imprecise Dirichlet model [C]. In: Cozman FG, Nau R, Seidenfeld T (eds.): Proc. of the 4th Int. Symposium on Imprecise Probabilities and Their Applications, 2005, 359-368.
- [118] L.V. Utkin, T. Augustin. Efficient algorithms for decision making under partial prior information and general ambiguity attitudes [C]. In: Cozman FG, Nau R, Seidenfeld T (eds.): Proc. of the 4th Int. Symposium on Imprecise Probabilities and Their Applications, 2005, 349-358.
- [119] 张宝芹. 由集值随机变量诱导出的 Coherent Lower Prevision [D].北京:北京工业大学, 2011.
- [120] 宋月, 刘三阳. 基于不完全信息的混联系统的可靠度[J]. 西北大学学报 (自然科学版), 2006, 36(4): 533-536.
- [121] Y. Song, H.L. Feng, S.Y. Liu. Reliability models of a bridge system structure under incomplete

information [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2006,55(2): 162-168.

- [122] 谷东伟, 申桂香, 张英芝, 等. 数控机床主轴系统可靠性评价[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2013, 44(2): 540-545.
- [123] 孙志礼, 冷兴聚, 魏延刚, 等. 机械设计[M], 沈阳: 东北大学出版社, 2006.
- [124] 宋本超, 卞西文. 工程力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010.
- [125] 李舜酩. 机械疲劳与可靠性设计[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [126] 杨哲. TK6920 数控铣镗床滑枕动力学分析研究[D]. 武汉: 湖北工业大学, 2013.
- [127] 史进渊,杨宇,孙庆,等. 机械零件振动的可靠性设计[J]. 振动工程学报, 1999, 12(4): 553-558.
- [128] 孙志礼, 张义民. 数控机床性能分析及可靠性设计技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [129] 乔心州. 不确定结构可靠性分析与优化设计研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2008.
- [130] 姜潮. 基于区间的不确定性优化理论与算法[D]. 长沙: 湖南大学, 2008.
- [131] 魏宗平. 机械非概率可靠性分析与可靠性优化设计研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2006.
- [132] 肖宁聪. 随机和认知不确定性下的结构可靠性方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2012.
- [133] 徐可君, 江龙平, 隋育松. 应用模糊方法计算构件可靠性[J]. 机械强度, 2003, 25(5): 523-526.
- [134] 李彦锋. 复杂系统动态故障树分析的新方法及其应用研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2013.
- [135] 朱顺鹏. 高温复杂结构的混合概率故障物理建模与疲劳寿命预测[D]. 成都: 电子科技大学, 2011.
- [136] 孟德彪. 基于可靠性的多学科设计优化及其在机构设计中的应用[D]. 成都: 电子科技大学, 2014.
- [137] 何俐萍. 基于可能性度量的机械系统可靠性分析和评价[D]. 大连: 大连理工大学, 2010.
- [138] 佟欣. 基于可能性理论的模糊可靠性设计[D]. 大连: 大连理工大学, 2004.
- [139] H. Z. Huang, X. Tong, M. J. Zuo. Posbist fault tree analysis of coherent systems. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 84: 141–148.
- [140] H. Z. Huang, M. J. Zuo, Z. Q. Sun. Bayesian reliability analysis for fuzzy lifetime data. Fuzzy Set and Systems, 2006, 157(12): 1674–1686.
- [141] 周献振. 基于贝叶斯方法的可靠性评估研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2007.
- [142] F. P. A. Coolen. On the use of imprecise probabilities in reliability [J]. Quality and Reliability Engineering International. 2004, 20(3): 193-202.

- [143] 杨纶标, 高英仪. 模糊数学原理及其应用[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 2008.
- [144] 安宗文. 基于通用生成函数的离散化应力-强度干涉模型研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2009.
- [145] S. Rahman, H. Xu. A univariate dimension-reduction method for multi-dimensional integration in stochastic mechanics [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2004, 19(4): 393-408.
- [146] A. Naess, B. J. Leira, O. Batsevych. System reliability analysis by enhanced Monte Carlo simulation [J]. Structural Safety, 2009, 31(5): 349-355.
- [147] K. A. T. Vu, M. G. Stewart. Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models [J]. Structural Safety, 2000, 22(4): 313-333.
- [148] M. M. Szerszen, A. S. Nowak, J. A. Laman. Fatigue reliability of steel bridges [J]. Journal of Construction Steel Research, 1999, 52(1): 83-92
- [149] X. M. Wu, J. M. Perloff. GMM estimation of a maximum entropy distribution with interval data[J]. Journal of Econometrics, 2007, 138(2): 532-546.
- [150] X. M Wu. Calculation of maximum entropy densities with application to income distribution [J]. Journal of Econometrics, 2003, 115(2): 347-354.
- [151] 皮德福. 结构振动模糊可靠性分析方法及应用研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
- [152] 王丽芳. Copula 分布估计算法[M]. 北京: 机械工业出版社, 2012.
- [153] 韩晓庆. Copula 函数的理论及其应用[D]. 温州: 温州大学, 2013.
- [154] 谢中华. Matlab 统计分析与应用: 40 个案例分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2010.
- [155] 吴建华, 王新军, 张颖. 相关性分析中 Copula 函数的选择[J]. 统计研究, 2014, 31(10): 99-107.
- [156] 陈秀平, 杜江. Copula 函数的加权平均距离检验方法[J]. 数理统计与管理, 2011, 30(4): 639-643.
- [157] 贾宝军. 基于拟合优度检验选择的 copula 函数的分布估计算法[D]. 太原:太原科技大学, 2013.
- [158] 武萍, 於州, 朱利平, 等. 关于参数型 coupla 函数的拟合检验[J]. 系统科学与数学, 2007, 27(1): 93-101.
- [159] 金卫健, 胡汉辉. 模糊 DEMATEL 方法的拓展应用[J]. 统计与决策, 2011, 23: 170-171.
- [160] 李志刚. 基于 DEMATEL 的制造企业动态平衡记分卡的应用研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理 工大学, 2009.
- [161] 曾声奎, 赵廷弟, 张建国, 等. 系统可靠性设计分析教程[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2006.

- [162] 张新锋, 赵彦, 施浒立. 基于 D-S 理论的故障树区间分析方法[J]. 机械科学与技术, 2007, 26(5): 659-667.
- [163] 熊彦铭, 李世玲, 杨战平. 基于超椭球模型的故障树区间分析方法[J]. 系统工程与电子 技术, 2011, 33(12): 2788-2792.
- [164] Z. Liu, Y. F. Li, L. P. He, et al. A new fault tree analysis approach based on imprecise reliability model [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2014, 228(4) 371-381.
- [165] 梁钰锟, 马振东. 基于 DEMATEL 法的基础工程施工风险分析[J]. 工程管理学报, 2010, 24(1): 164-167.
- [166] 马飞, 陈宏军. 基于 DEMATEL 方法的绿色供应链关键绩效评价指标选择[J]. 吉林大学 社会科学学报, 2011, 51(6): 126-131.
- [167] 谢小正. 数控机床主轴组件故障的知识发现研究[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2013.
- [168] 张根保, 李磊. 使用可靠性保证技术[J]. 制造技术与机床, 2015, 6: 5-12.
- [169] 明志茂, 张云安, 陶俊勇, 等. 基于新 Dirichlet 先验分布的超参数确定方法研究[J]. 宇航 学报, 2008, 29(6): 2662-2066.
- [170] 喻天翔, 宋笔锋, 冯蕴文. 基 Dirichlet 先验分布的 Bayes 二项可靠性增长方法[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 1: 131-135.
- [171] 明志茂, 张云安, 陶俊勇, 等. 研制阶段系统可靠性增长的 Bayesian 评估与预测[J]. 机 械工程学报, 2010, 46(4): 150-156.
- [172] 徐哲峰, 张文鹏. Dirichlet 特征及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
- [173] 姚宗静. 基于 Dirichlet 过程的非参数贝叶斯分析[D]. 成都: 西南交通大学, 2007.
- [174] 张士峰, 樊树江, 张金槐. 成败型产品可靠性 Bayes 评估[J]. 兵工学报, 2001, 22(2): 238-240.
- [175] 明志茂, 陶俊勇, 陈循, 等. 基于混合 Beta 分布的成败型产品 Bayes 可靠性鉴定试验方案研究[J]. 兵工学报, 2008, 29(2): 204-207.
- [176] 张士峰, 李荣. 基于 Dirichlet 验前的 Bayes 可靠性分析[J]. 电子产品可靠性与环境试验, 1999, 6: 12-15.
- [177] 赵宇. 可靠性数据分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011.
- [178]明志茂, 张云安, 陶俊勇, 等. 基于新的 Dirichlet 先验分布的 Weibull 寿命型产品可靠性 增长 Bayes 分析[C]. 2009 年全国机械可靠性技术学术交流会暨第四届可靠性工程分会成 立大会, 2009, 80-84.
- [179] 乔世君, 张世英. 用 Gibbs 抽样算法计算定数截尾时 Weibull 分布的贝叶斯估计[J]. 数理 统计与管理, 2000, 19(2): 35-40.

- [180] G. Y. Li, Q. G. Wu, Y. H. Zhao. On Bayesian Analysis of Binomial Reliability Growth [J]. Journal of the Japan Statistical Society, 2002, 32 (1): 1-14.
- [181] 刘忠,茆诗松. 分组数据的 Bayes 分析-Gibbs 抽样方法[J]. 应用概率统计, 1997, 13(2): 211-216.
- [182] 王燕萍, 吕震宙. 一种基于 Gibbs 抽样的可靠性增长 Bayes 方法[J]. 西北大学工业学报, 2007, 25(6): 784-788.
- [183] 刘飞, 王祖尧, 窦毅芳, 等. 基于 Gibbs 抽样算法的三参数威布尔分布 Bayes 估计[J]. 机 械强度, 2007, 29(3): 429-432.
- [184] 王燕萍. 可靠性与可靠性增长方法的研究[M]. 西安: 西北工业大学, 2006.

在学期间参与的项目研究

- [1]"高档数控机床与基础制造装备"国家科技重大专项课题"重型数控机床关键共 性技术创新能力平台"(课题编号: 2013ZX04013-011)子课题:重型数控机床 可靠性评价及热变形分析共性技术研究与应用,子课题编号: 2013ZX04013-011-05。
- [2]"高档数控机床与基础制造装备"国家科技重大专项课题"重型机床可靠性评价 与试验方法研究"(课题编号: 2014ZX04014-011)子课题:重型机床电器控制 与驱动系统可靠性技术研究,子课题编号: 2014ZX04014-011-01。
- [3] 国家自然科学基金委和中国工程物理研究院联合基金项目:基于混合不确定性 信息处理的复杂分层系统健康评估,项目编号:U13301055。
- [4] 国家自然科学基金项目: 数控装备运行可靠性的多源时变耦合建模与实时评估 研究, 项目编号: 51405065。
- [5] 中国航天科技集团公司第七研究院项目:XX 导弹系统关键零部件的可靠性指标评估,项目编号:DZKD2015086。

攻读博士学位期间取得的成果

- [1] Z. Liu, Y. F. Li, L. P. He, et al. A new fault tree analysis approach based on imprecise reliability model [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2014, 228(4): 371-381. (SCI 收录)
- [2] Z. Liu, L. Yu, Y. F. Li, et al. Comparisons of two non-probabilistic structural reliability analysis methods for aero-engine turbine disk [J]. International Journal of Turbo and Jet Engines, 2015. (已录用)(SCI 源刊)
- [3] Z. Liu, J. H. Mi, Z. Q. Lv, et al. Structural reliability modeling based on imprecise probability theory under insufficient data [J]. Journal of Donghua University, 2015, 32(6): 188-121. (EI 收录)
- [4] 黄洪钟, 刘征, 彭卫文, 等. 数控机床可靠性评价体系探究[J]. 制造技术与机 床, 2015, 7: 71-77.
- [5] Z. Liu, H. Z. Huang, Y. F. Li. Imprecise reliability assessment for heavy NC machine tools against small sample size problem [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2015. (已录用) (EI 源刊)
- [6] Z. Liu, Y. F. Li, Y. J. Yang, et al. Extensions of bayesian reliability analysis by using imprecise dirichlet model [C]. ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference (ASME IDETC/CIE 2015), Boston, 2015. (EI 收录)
- [7] Z. Liu, J. H. Mi, Z. Q. Lv, et al. A second-order reliability prediction model based on imprecise probability theory [C]. The 6th Asia-Pacific International Symposium on Advanced Reliability and Maintenance Modeling (APARM 2014), Sapporo, 2014.
- [8] Z. Liu, H. Z. Huang, L. P. He, et al. Reliability Analysis of Automotive Semi-axle on basic of Imprecise Probability. ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference (ASME IDETC/CIE 2013), Portland, 2013. (EI 收录)
- [9] Z. Liu, Z. Zhou, R. Ding, et al. Study on the Application of Interval Analysis and Probabilistic Method in Compressive Bar's Stable Response [C]. 2012 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, QR2MSE 2012. Sichuan, 2012, 128-131. (EI 收录)
- [10] Z. Zhou, Z. Liu, B. Zeng, et al. Application of the interval arithmetic in reliability

analysis of distribution system [C]. 2012 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, QR2MSE 2012. Sichuan, 2012, 128-131. (EI 收录)

- [11] R. Ding, B. Zeng, Z. Liu, et al. Analysis of fatigue strength of rail axle-steel based on possibility theory [C]. 2012 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, QR2MSE 2012. Sichuan, 2012, 128-131. (EI 收录)
- [12] Z. Liu, J. Y. Guo, C. G. Huang, et al. Storage reliability assessment for the weapon system under periodical inspection [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2015. (已投稿, SCI 源刊)
- [13] Z. Liu, Y. F. Li, Y. J. Yang, et al. An improved approach by introducing copula functions for imprecise structural reliability analysis under hybrid uncertainties [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2015. (已投稿, SCI 源刊)